UNIVERSITAT DE VALÈNCIA
FACULTAT DE FÍSICA

FÍSICA GENERAL I
Problemas

CURSO 2020/21

Chantal Ferrer y Domingo Martínez
DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA

LOS PROBLEMAS Y EJERCICIOS DE FÍSICA

(o cómo tener éxito con la Física I)

Las personas que se dedican profesionalmente a la física se ganan la vida no sólo por sus conocimientos de esta materia, sino por su capacidad para resolver problemas en el contexto de su trabajo. Se puede decir que ambas cosas van unidas: saber resolver problemas utilizando esos conocimientos es la demostración de que se han adquirido, ya que la teoría es la verdadera guía de la práctica. La capacidad de resolver problemas es una de las competencias más importantes de esta titulación y los problemas y ejercicios que se plantean en las diferentes asignaturas constituyen un entrenamiento progresivo dirigido a desarrollar y perfeccionar esta capacidad, desde los más sencillos de primer curso a los más complejos y avanzados de último curso. No existen recetas, pero si se puede decir que existe un método o conjunto de métodos de trabajo que compartimos los físicos.

Resolver problemas NO es aplicar fórmulas y NO es sólo llegar a un número final supuestamente correcto. Lo verdaderamente importante es la corrección del razonamiento y el procedimiento seguido en la resolución, ya que garantiza que se es capaz de abordar y resolver correctamente otros problemas diferentes. De ahí que para poder resolver problemas sea necesario conocer y haber entendido los conceptos básicos de cada tema. También hay que desarrollar la capacidad de abordar problemas y situaciones reales aplicando modelos físicos sencillos. Para ello se parte de determinadas hipótesis que se cumplen, se realizan aproximaciones, etc. Y se debe ser consciente en todo momento de cuáles son y capaz de hacerlas explícitas.

Pero esto no es suficiente. Como en cualquier problema de la vida real, es necesaria una estrategia que permita llegar hasta el final y un método para tratar de acortar el proceso y de evitar o minimizar los inevitables errores que a veces se pueden cometer en los cálculos. Al principio cuesta un cierto tiempo llegar a los resultados de forma breve y satisfactoria. Pero progresivamente, a medida que se resuelven más y más problemas, se afianza el dominio del contenido físico y de las estrategias de resolución. Problemas que al principio costaron horas y que, pese a acabar resueltos aparecían enmarañados, semanas después se ven con otros ojos: al volver sobre ellos encontrarás una forma más directa y conceptualmente elegante de llegar a la solución y en un tiempo mucho más breve.

Las personas que juegan al ajedrez, por muy buenas que sean (y, precisamente, porque lo son), memorizan jugadas realizadas por otros para utilizarlas en el momento oportuno. De igual forma, no basta con haber resuelto los problemas en algún momento: también es muy útil recordar las estrategias de resolución y los resultados más importantes.

Los "problemas resueltos" de los libros son extraordinariamente valiosos y merecen un estudio cuidadoso, pero representan el producto final y no siempre muestran el proceso necesario para alcanzarlo. Por este motivo es aconsejable consultarlos sólo después de haber resuelto los problemas uno mismo.

No es posible formular unos cuantos puntos con la pretensión de que se constituyan en la receta mágica de la resolución de problemas. Tales recetas no existen. Pero sí es posible dar unos cuantos consejos que te evitarán errores y te ayudarán a progresar más rápidamente:

1. Lee con mucha atención el enunciado: es frecuente que se cometan graves errores por leerlo de forma superficial, cambiando las condiciones o las magnitudes que te piden calcular.
2. Estudia y repasa los conceptos involucrados y sus relaciones ANTES de intentar resolver un problema. Es imposible resolver correctamente un problema sin haberlos entendido.

3. Evita resolver de forma mecánica un problema por analogía con otro. No funciona (tampoco en el examen). Eso no significa que no relaciones problemas entre sí, pero para que resulte útil debes hacerlo con criterio y actitud crítica, basándote en los principios y no en los resultados.
4. Piensa en una estrategia de resolución antes de realizar los cálculos. En la medida de lo posible debes tener conceptualmente claro el resultado general antes de realizar las operaciones simbólicas que conducen a la solución detallada.
5. En los problemas cinemáticos, REPRESENTA gráficamente las ecuaciones del movimiento ANTES de realizar los cálculos, haciendo un análisis físico-matemático de éstas.
6. Las magnitudes físicas son funciones matemáticas que dependen unas de otras a través de leyes y principios. Realiza primero el cálculo simbólico y simplifica la expresión para obtener un resultado general en el que se vea la dependencia funcional entre magnitudes físicas. Sólo al final particulariza para los datos numéricos concretos del enunciado.
7. **Explica brevemente los cálculos, las suposiciones, las aproximaciones, etc. que realizas. Explica cómo fundamentas o justificas físicamente y matemáticamente los cálculos: bastan unas pocas palabras y frases en el momento oportuno.**
8. Una vez obtenido el resultado simbólico, verifica que es correcto dimensionalmente y que las dependencias son razonables (por ejemplo, considera casos límite que conozcas y verifica que son coherentes con el resultado).
9. Una vez obtenido el resultado numérico con sus unidades y con un número adecuado de cifras significativas, verifica que es razonable (buscando en tablas, comparando con referencias o casos conocidos, etc.). Atención con las unidades de los datos que utilizas para llegar al resultado.
10. NUNCA RECUADRES UN RESULTADO SIN HABERLO VERIFICADO, PODRÍA ESTAR MAL (dimensionalmente, orden de magnitud descabellado, etc.). Es normal cometer errores, pero a menudo es fácil descubrirlos. Un resultado incorrecto se valora de forma muy diferente dependiendo de la actitud crítica que se demuestra hacia el mismo.

ATENCIÓN: es posible llegar a una solución correcta mediante cálculos o suposiciones incorrectas, o llegando a ella de forma mecánica, sin entender ni ser capaces de justificar los pasos que se dan. En ese caso el ejercicio estará mal resuelto.

Los problemas están clasificados en tres categorías, representados mediante tres letras que indican la dificultad. Se aconseja no abordar los de un nivel sin haber resuelto antes correctamente los del nivel inferior:

A- Nivel básico, prácticamente ejercicios de aplicación que es mejor resolver antes de abordar los de tipo B.

B- Nivel intermedio. Es necesaria una mayor elaboración en la resolución, por nivel conceptual y/o por longitud, al menos en algunos apartados. Serán resueltos por los estudiantes y se abordarán en las clases tuteladas.

C- Nivel más avanzado o de tipo más largo y laborioso (relativamente, para el nivel de Física I)

Esta clasificación es indicativa y puede depender de la familiaridad que los estudiantes tengan con las diferentes partes de la materia. Está sujeta a revisión dependiendo de las sugerencias de los propios estudiantes.

Chantal Ferrer Roca, Burjassot, septiembre de 2019

1. INTRODUCCIÓN

Unidades y Análisis dimensional

El análisis dimensional es una herramienta muy potente para: a) verificar el resultado de cálculos simbólicos (debe haber homogeneidad dimensional a ambos lados de la igualdad) b) Expresar como ley matemática la relación entre una magnitud y otras, siempre que la dependencia respecto a éstas se conozca a partir de resultados experimentales empíricos o porque se suponga a priori (lo que en inglés se llama "educated guess").

1.1. A-Expresa: a) 1 km en cm, micrómetros (μm), angstrom y años-luz, b) 1 g/cm^3 en las unidades básicas del SI; c) 3000 rpm en rps (Hz) y rad/s; d) 20 m/s en km/h. e) Calcula el cos(ωt+ϕ) en t=5 s, donde ϕ=45º, ω = 2 rad/s.

1.2. B-Un disco Blu-Ray tiene dimensiones similares a un CD o un DVD (unos 120 mm de diámetro, con una zona útil comprendida entre un radio interno a=25 mm y otro externo b=58 mm), pero tiene una capacidad de almacenamiento de unos 25 Gbyte por capa. La pista grabable tiene 0,32 μm de grosor. Para que la lectura de datos se produzca a 54 Mbps, el disco debe girar con una velocidad lineal constante. Calcula: a) la superficie grabable en cm^2 b) la longitud total de la pista en km c) la velocidad lineal, d) la velocidad angular en rpm a la que debe girar en a y en b. Representa ω como función de r. e) la duración en minutos, f) la densidad lineal de datos.

1.3. A- 1 atm es la presión ejercida por toda la atmósfera sobre los cuerpos que se encuentran en la superficie de la Tierra. Exactamente se define como la presión de una columna de mercurio (ρ = 13,6 g/cm^3) de 76 cm de altura. a) halla su valor en el S.I. b) calcula el peso que soporta cada cm^2 de nuestro cuerpo (por ejemplo, la uña de nuestro dedo pulgar) (Ver nota [1])

1.4. B- a) Calcula las dimensiones de la constante universal de la gravitación, G, y sus unidades en el sistema internacional (S.I.). (Ver nota [2]). b) Deduce la expresión del periodo de la órbita de un planeta alrededor del sol, si sabemos que depende de la cte G, de la masa del sol M_s y del radio de la órbita r

1.5. A-¿Qué expresión es la correcta para el periodo de un péndulo simple? a) $T_p=2\pi\sqrt{g/L}$, b) $T_p=2\pi\sqrt{gL}$, c) $T_p=2\pi\sqrt{L/g}$, donde L es la longitud del péndulo y g la aceleración de la gravedad.

1.6. B-En un problema se pide calcular el campo magnético de una configuración de corriente en un cierto punto del espacio, siendo I la intensidad y "a" una distancia. Supongamos que no sabemos nada de electromagnetismo ¿Es correcta la solución: $\vec{B}=\mu_0 I(1+\sqrt{a})/2\pi a\,\vec{k}$? Justifica la respuesta.

1.7. B-Suponiendo que la velocidad de propagación, v, del sonido en un gas depende de la presión, p, de la densidad, ρ, y de la masa molar, m, encuentra una expresión para v utilizando el método de análisis dimensional de Raleigh.

1.8. B- Mediante el análisis dimensional de Raleigh, obtén la expresión de la fuerza necesaria para que un cuerpo de masa m recorra una circunferencia de radio r con velocidad v (constante en módulo).

1.9. B-Calcula las dimensiones de la expresión $C = 3R\,x^2\,e^x\,(e^x-1)^{-2}$, siendo $x=hcN_a/RT\lambda$, donde h es la constante de Planck, c es la velocidad de la luz, N_a es el número de Avogadro, R es la constante de los gases perfectos, λ la longitud de onda y T la temperatura absoluta.

Estimación de órdenes de magnitud o "problemas de Fermi"

ATENCIÓN: Estos problemas no requieren la búsqueda de datos en internet. Si esto se considera necesario, es signo de que se realizan mal. Sólo dependen de hipótesis razonables sin conocimiento específico del tema. En sus entrevistas de selección de personal, y sin poder consultar datos, Google pregunta ejercicios de órdenes de magnitud similares a estos.

1.10. A- Estima el número de átomos en 1 cm^3 de un sólido, sabiendo que el diámetro de un átomo es del orden de 1 Å.

1.11. B-Estima la cantidad de gasolina consumida al año por todos los coches en España.

1.12. B- Los refrescos se venden en recipientes de aluminio. a) Estima el número de botes de aluminio utilizados en España cada año. b) Estima la masa total de aluminio en el consumo anual de estos botes. c) El aluminio reciclado se vende aproximadamente a 150 cts/kg. ¿Cuál es el valor de los botes de aluminio acumulados cada año?

1.13. B- Estima la masa de tu cerebro y el número de neuronas que contiene.

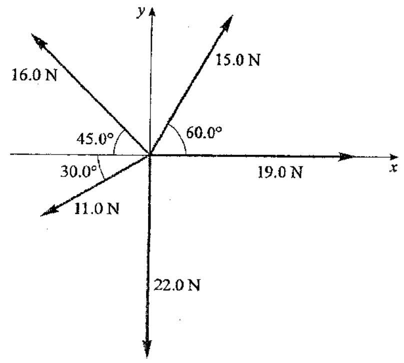
Repaso de vectores, derivadas, integrales y relaciones trigonométricas

1.14. A- Dados los vectores $\vec{a} = 3\vec{k}$ y $\vec{b} = -2\vec{j} + \vec{k}$, Primero representa en la misma gráfica todos los vectores y magnitudes involucrados en los siguientes apartados y sólo después calcula: a) el producto escalar $\vec{a} \cdot \vec{b}$; b) la proyección de $\vec{b}$ sobre $\vec{a}$, b); c) el ángulo que forman; d) el producto vectorial $\vec{a} \times \vec{b}$

1.15. B- Dados los vectores $\vec{a}(2,2,0)$ y $\vec{b}(3,-1,0)$, Primero representa en la misma gráfica todos los vectores involucrados en los apartados a) b) y f) y sólo después calcula numéricamente: a) $\vec{a}+\vec{b}$; b) $\vec{a}-\vec{b}$; c) $5 \cdot \vec{a}$; d) $\vec{a} \cdot \vec{b}$; e) el ángulo que forman $\vec{a}$ y $\vec{b}$; f) $\vec{a} \times \vec{b}$

1.16. A- Dados los vectores $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ y $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ Primero representa en la misma gráfica (en un plano) todos los vectores que se piden y sólo después realiza el cálculo: a) el módulo de cada vector, b) un vector unitario en la dirección de $\vec{a}$, c) el vector suma, d) el producto escalar de ambos vectores, e) el ángulo que forman , f) el producto vectorial de ambos vectores.

1.17. B- Escribe las componentes de los siguientes vectores. Calcula: a) el módulo y la dirección (ángulo con el eje x) del vector resultante de la suma de todos ellos. b) el producto escalar y vectorial del vector horizontal con los otros dos de la parte derecha.



1.18. B- Utilizando explícitamente el cálculo vectorial, calcula el ángulo que forma la diagonal de un cubo con: a) una de sus aristas y b) con la diagonal de una de sus caras. Representa primero el cubo y los vectores involucrados.

1.19. B- Sea el vector $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k} = 3t^2\,\vec{i} - 2\vec{j} + 6t\,\vec{k}$. Calcula su derivada respecto de t; su integral entre t=0 y un valor de t arbitrario; Calcula el módulo del vector derivada y la derivada del módulo de $\vec{v}$.

1.20. A- Calcula el área acotada por el eje x y la parábola $y(x) = 6 - x - x^2$

PROBLEMAS ADICIONALES

1.21. A- La velocidad de crecimiento del perejil es de 1 cm cada 10 días. Expresar dicha velocidad en unidades del S.I. utilizando la notación científica y un submúltiplo adecuado.

1.22. C - On september 23, 1999 NASA lost the Mars Climate Orbiter spacecraft ($125) after a 286-day journey to Mars due to unit miscalculations. Thrusters had been fired incorrectly because data used to control the wheels were calculated in wrong units: the company Lockheed Martin performed the calculations in pounds while NASA teams were expecting them in Newtons.

Suppose a rocket booster must produce a total of 10 million pounds of thrust. If this number is mistaken for the thrust in Newtons, by how much will be the thrust be in error (in pounds)?

1.23. B- In a nuclear explosion there is an essentially instantaneous release of energy E in a small region of space. This produces a spherical shock wave. How does the radius R of this shock wave grow with time t? Suppose that the relevant governing variables are E, t, and the initial air density ρ_o. (see note [3]).

1.24. C- Calcula mediante razonamiento de órdenes de magnitud la energía consumida y el gasto anual por iluminación urbana de la ciudad de Valencia. (RECUERDA: no se trata de buscar datos en páginas web, sino de hacer hipótesis plausibles).

1.25. C- ¿A qué altura h pueden saltar los animales en función de su tamaño L? (aquí es necesario que hagas intervenir algún concepto de física básica, fundamentalmente de tipo energético).

1.26. C- Un arquitecto ha construido en Londres un edificio recubierto de cristales reflectantes y cuya fachada tiene forma parabólica. Se ha visto que, en los días de sol, la luz y calor solares, se concentran en una pequeña zona sobre la acera de una calle próxima (lo han llamado el "death ray"). El arquitecto dice que no existe un software que hubiera podido evaluar el problema a priori. Busca la noticia, realiza cálculos de orden de magnitud y demuestra que tú sí puedes.

1.27. C- Un amigo arqueólogo necesita estimar una cantidad plausible de trabajadores que pudieron necesitarse para construir la pirámide de Keops. Realiza dicha estimación, que publicarás como coautor/a en su próximo artículo.

1.28. B- En una entrevista de selección de personal de Google te preguntan calcular cuantas pelotas de pingpong caben en un autobús, realizando solo estimaciones. Contesta razonando tu respuesta.

1.29. A- Demuestra, utilizando relaciones trigonométricas, que $cos^{-2}\,\alpha = 1 + tg^2\alpha$

1.30. A -Expresa con el número de cifras adecuado el resultado de las siguientes operaciones:
a) 12.35 + 3.278 + 9.1; b) 202.5 + 1023 + 0.15; c) 0.035 + 1.05989 + 0.213; d) 8957.54 - 2045.3;
e) 254.3 - 254.26 ; f) 523.2 + 154.25 -138; g) 2.35 · 3.258 · 0.3; h) 1025 · 0.0323
i) 515 · 0.2589 · 0.036985; j) 215.25 / 150; k) 1090 / 1.2555; l) (115.3 · 20.1) / (150 · 85)

NOTAS DE INTERÉS © Chantal Ferrer Roca

[1] La presión de 1 atm es la que produce la atmósfera terrestre sobre todos los cuerpos que se encuentran inmersos en ella como en un océano, concretamente situados en su fondo. Corresponde aproximadamente al peso de una columna de 10 km de alto y 1 m^2 de base. Pero para establecer un sistema reproductible de medida de la presión se ha utilizado tradicionalmente otro fluido más denso (mercurio) que a su vez está sometido a la presión atmosférica. En ese caso la altura de la columna es mucho menor.

[2] Se suele atribuir a Cavendish la medida experimental de la constante de gravitación G. Pero G no aparece en la formulación original de Newton, quien sólo estableció una relación de proporcionalidad ($F \propto Mm/d^2$). Entonces ni siquiera se había definido una unidad de Fuerza. De hecho, G se menciona por primera vez en 1894 por C.V. Boys, en una conferencia en la Royal Institution de Londres: *C.V. Boys, Nature 50, 330 (1894)*, es decir, un decenio antes de la formulación de la teoría de la relatividad especial de Einstein. La de Cavendish fue una de las medidas realizadas a lo largo del s. XIX para determinar la densidad de la Tierra, necesaria para obtener los valores absolutos de la densidad del resto de planetas del sistema solar. (B. E. Clotfelter, Am. J. Phys, vol. 55, No. 3, (1987)).

[3] Este cálculo de análisis dimensional fue realizado por G. I. Taylor, en su artículo *"The formation of a blast wave by a very intense explosion. II. The atomic explosion of 1945," Proc. Roy. Soc. London A201, 159 (1950).* Para cuantificar la energía involucrada se basó en películas de pruebas nucleares. Fue una sorpresa para los servicios de inteligencia americanos que estos datos –estrictamente clasificados y secretos- estuvieran públicamente al alcance de algunas personas capaces de realizar cálculos básicos de análisis dimensional. (prof. Alan Dorsey, Univ. Florida, http://www.phys.ufl.edu/courses/phy3221/fall07/dimension.pdf)

Justifica y razona tus cálculos usando principios físicos generales. Calcula simbólicamente, valores numéricos al final.

2. CINEMÁTICA DE LA PARTÍCULA

MUY IMPORTANTE: la posición z(t), velocidad v(t) y aceleración a(t) son funciones del tiempo que hay que calcular. Además, es posible representar su variación con el tiempo ANTES de resolver cada problema en detalle. La posición, velocidad o aceleración en un instante dado $z(t_0)$, $v(t_0)$ $a(t_0)$, son puntos concretos de esas funciones (que se obtienen después de haber calculado las funciones).

Movimiento en una dimensión

Posición, velocidad, aceleración: valores medios e instantáneos

2.1. A- ¿Es posible que existan movimientos en los que la velocidad sea positiva y la aceleración negativa? ¿y movimientos en los que la aceleración sea perpendicular a la velocidad? Razona las respuestas y presenta algunos ejemplos.

2.2. B-Una partícula se mueve según el eje x según la expresión $x(t)=4+2t-t^2$, donde x está en metros y t en segundos. a) Representa gráficamente la función x(t) basándote en un análisis matemático de la función. b) Representa también la velocidad v(t) analizando la pendiente de x(t), y la aceleración a(t), analizando la pendiente de v. Haz de forma que las gráficas de v(t) y a(t) están justo debajo de x(t), de forma que las escalas de tiempos coincidan. c)Indica para qué intervalos de tiempo la partícula se mueve en dirección +x y –x. ¿en qué instante es nula la velocidad? e) Representa en la gráfica b), la velocidad media en los intervalos [0,1] s y [1,3]s y calcula dichas velocidades

Aceleración constante o uniforme y caída libre

Existen algunos problemas de movimientos especialmente interesantes: aquellos que tienen lugar con aceleración constante. Galileo ya demostró experimentalmente, antes del desarrollo del cálculo diferencial, que el movimiento vertical de un cuerpo en la superficie terrestre es uniformemente acelerado, siempre que se pueda despreciar la presencia del aire. Si se calculan la velocidad y la posición por integración a partir de una aceleración constante, se obtienen las expresiones del mov. uniformemente acelerado, resultado que tomaremos como conocido en la resolución de los siguientes ejercicios.

2.3. A- Una marca de automóvil publicita que a una velocidad de 120 km/h, la distancia de frenado es de 56 m y el tiempo de frenado es de 3,4 segundos. Calcula en general la expresión de la aceleración de un coche (suponiendo que sea constante) en función de la distancia de frenado y determina si en este caso la publicidad es correcta o engañosa.

2.4. A- Un tornillo se suelta del fondo exterior de un ascensor que se mueve hacia arriba velocidad v_0. El tornillo alcanza el fondo del hueco del ascensor en $t = t_1$. suponer que el rozamiento con el aire es despreciable.

a) Representa la posición del tornillo en función del tiempo
b) Escribe la expresión de la posición del tornillo en función del tiempo y(t) y su velocidad v(t)
c) ¿A qué altura h estaba el ascensor cuando se desprendió el tornillo?
d) ¿Qué velocidad tenía el tornillo al chocar contra el fondo del hueco del ascensor?
e) Calcula numéricamente los apartados anteriores sabiendo que la velocidad del ascensor es de 6 m/s y t_1=3 s.

2.5. A- Se lanza un cuerpo en dirección vertical y hacia arriba, con una velocidad de 98 m/s, desde el punto más alto de un edificio que tiene 100 m de altura. a) Representa la posición, velocidad y aceleración de este movimiento antes de realizar cualquier cálculo. b) escribe la expresión de la posición, velocidad y aceleración como funciones del tiempo. Calcula: c) el tiempo necesario para alcanzar la máxima altura, b) la máxima altura alcanzada por el cuerpo, d) la velocidad cuando llega al suelo y e) el tiempo total que transcurre hasta que llega al suelo.

2.6. B- Una piedra que cae desde lo alto de un acantilado recorre un tercio de su distancia total al suelo en el último segundo de su caída. Escribe la expresión de la posición en función del tiempo y calcula la altura del acantilado.

2.7. B- Un cohete se lanza verticalmente hacia arriba con una aceleración de 20 m/s^2. Al cabo de 25 segundos el combustible se agota y el cohete continúa moviéndose como una partícula libre hasta que alcanza el suelo. Supondremos que no hay rozamiento con el aire. a) Representa en general y(t), v(t) y a(t) en tres gráficas que compartan el eje de tiempos; b) escribe las expresiones de la posición, velocidad y aceleración que rigen en cada tramo; calcula c) el punto más alto alcanzado por el cohete, d) el tiempo total que el cohete está en el aire, e) la velocidad del cohete justo antes de chocar contra el suelo.

2.8. C- Unas estudiantes de física suben a una montaña rusa para realizar unas medidas cinemáticas sobre un tramo del recorrido: una rampa recta de 55º de inclinación. El vehículo parte desde una altura de 59 m con velocidad nula. Durante 3 s desciende en caída libre sobre la rampa. Después frena, por lo que sigue cayendo con una aceleración constante de 9 m/s^2 y opuesta al movimiento, hasta que su velocidad de descenso alcanza los 6 m/s. En ese momento los frenos se ajustan de forma que se mantenga esta velocidad hasta llegar al punto más bajo de la rampa.

a) Representa la aceleración, velocidad y posición del vehículo sobre la rampa en función del tiempo separadamente en tres gráficas apiladas verticalmente y que comparten los ejes t.
b) Escribe las expresiones de la posición s(t), velocidad v(t) y aceleración a(t) en función del tiempo para los diferentes tramos.
c) ¿Cuál es su velocidad al cabo de los primeros 3 s? ¿qué distancia ha recorrido?
d) ¿Durante cuánto tiempo mantiene la aceleración constante 9 m/s^2? ¿Qué distancia recorre durante ese tiempo?
e) ¿Cuánto tiempo transcurre en el descenso de toda la rampa?
f) ¿Cuál es la velocidad media en el recorrido total?
g) ¿Qué altura se desciende en cada tramo?

2.9. B.- Un móvil **a** se mueve con aceleración a constante desde el origen y otro móvil **b** con velocidad v constante. En el instante t_1=2 s el móvil **a** se encuentra en la posición x_1=12 m y en el instante t_2=5 s, su posición es x_2=60 m. El móvil **b** parte de la posición x_0=-12 m y alcanza al móvil **a** en el instante t_3=6 s. a) Representa en la misma gráfica x(t) para ambos móviles. b) Escribe la posición de cada uno de los móviles en función del tiempo, determinando todas las constantes del movimiento. c) Calcula la velocidad de **b** y la distancia recorrida por cada uno de los móviles.

Aceleración arbitraria dependiente del tiempo

La aceleración es la derivada de la velocidad respecto del tiempo y ésta lo es de la posición. Por lo que, si se conoce la aceleración como función del tiempo, y unas condiciones iniciales, es posible conocer completamente la velocidad y posición en cualquier instante. El movimiento uniformemente acelerado de los ejercicios anteriores es sólo un caso particular.

2.10. A- Un punto se mueve a lo largo del eje OX con la aceleración $a(t)= 4-t^2$ (u. S.I.). Calcula la velocidad y la posición en función de t, suponiendo que para t=3 s, v=2 m/s, y x=9 m.

2.11. B-Un cuerpo se mueve por el eje OY con una velocidad v(t) cuya dependencia con el tiempo es $v(t) = 4\pi \cos (2\pi t)$ m/s^2. a) Calcula la aceleración y la posición de dicho cuerpo en cualquier instante sabiendo que en t=1 s y=0 m. b) Calcula las tres magnitudes en t=0,25 s. c) Representa la posición y la velocidad frente al tiempo.

2.12. B- Una partícula puntual se mueve con aceleración a=kt, k>0 y en t=0, x=0 y v=0. a) Calcula cuánto deberá valer k para que al cabo de 10 s la velocidad de la partícula sea igual a la que tendría si se moviera con aceleración constante a=g. b) Representa la posición, velocidad y aceleración de los movimientos con las dos aceleraciones ANTES de resolver a). c) Calcula la distancia recorrida en ambos casos.

Movimiento en varias dimensiones

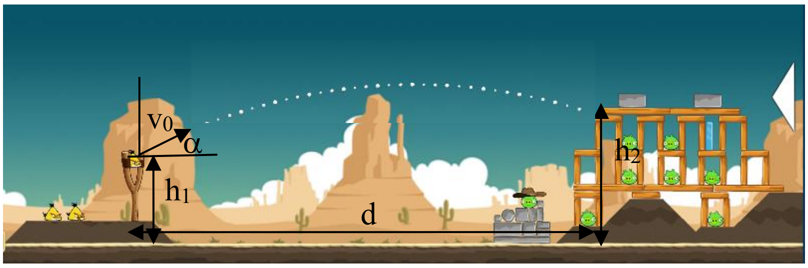
En general, la posición, velocidad y aceleración son vectores tridimensionales y cada componente puede tener una dependencia con el tiempo diferente (e independientemente) de las demás.

2.13. B- En t=0 una partícula abandona el origen de coordenadas con una velocidad de 6 m/s en la dirección positiva del eje Y. Su aceleración viene dada por $\vec{a} = (2\vec{i} - 3\vec{j})\ m/s^2$. Cuando la partícula alcanza el valor máximo de su coordenada *y*, la componente *y* de su velocidad es cero. En ese instante, calcular: a) la velocidad de la partícula y b) sus coordenadas *x* e *y*.

Tiro parabólico

Un caso particular de gran interés en dos dimensiones es el movimiento de proyectiles, ya que cualquier cuerpo lanzado en la superficie terrestre sigue inexorablemente este movimiento: la componente vertical tiene un movimiento rectilíneo con aceleración uniforme, independiente de la componente horizontal, que sigue un movimiento rectilíneo con velocidad uniforme. También aquí se supondrá que el rozamiento con el aire es despreciable.

2.14. B- Estás jugando a "Angrybirds" y quieres que un pájaro impacte en el extremo superior izquierdo de la estructura, que se encuentra a una altura h_2=1,5 h_1 y a una distancia d=27 m del punto de lanzamiento. Se conoce la velocidad inicial v_0=25 m/s, y que el pájaro se lanza desde una altura h_1= 4,9 m. Calcula el ángulo de lanzamiento α necesario para que se produzca el impacto. NOTA: suponer que la aceleración de la gravedad en el planeta de *angrybirds* es 9,8 m/s^2 (datos de *The physics of Angrybirds* de Rett Allain).

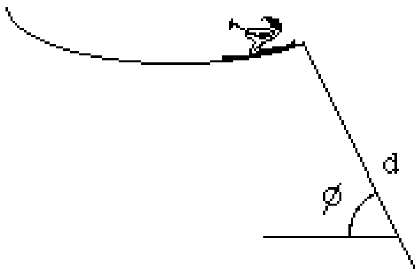


2.15. B- Si una bala que sale por la boca de un arma a 250 m/s ha de chocar contra un blanco situado a 100 m de distancia y la misma altura que el arma, ésta debe apuntar a un punto por encima del blanco. ¿Qué distancia debe haber entre el blanco y ese punto?

2.16. B- Una flecha se dispara con una velocidad inicial v_0 bajo un ángulo de tiro de 30º sobre la horizontal desde una altura de 40 m por encima del suelo. La flecha choca contra el suelo a una velocidad 1,2v_0.

a) Calcula v_0
b) ¿Cuánto vale el alcance horizontal del proyectil?
c) Calcula el radio de curvatura de la trayectoria en el punto más alto de la misma.

2.17. B- Un esquiador deja una rampa de salto con una velocidad de 10 m/s formando un ángulo de 15° con la horizontal, como se ve en la figura. La inclinación del costado de la montaña es de 50° y la resistencia del aire es despreciable. Determinar la distancia d a la que cae el esquiador a lo largo de la montaña.



2.18. A- Un avión vuela horizontalmente a una altura de 1 km y una velocidad de 200 km/h. Un barco navega a 20 km/h en la misma dirección que avión. Encuentra la distancia horizontal que ha de separar a los dos móviles para que un paquete soltado desde el avión caiga en la cubierta del barco.

2.19. C- Una jugadora de frontón que se encuentra a 4 m de la pared vertical lanza contra ella una pelota. La pelota sale de su mano a 2 m por encima del suelo con una velocidad inicial $\vec{v}_0 = 10\vec{i} + 10\vec{j}$. Cuando la pelota choca en la pared, se invierte la componente horizontal de su velocidad mientras que permanece sin variar su componente vertical. a) calcula el punto en el que la pelota choca contra la pared y la velocidad en ese instante. b)¿Dónde caerá la pelota en el suelo?

Aceleración tangencial y centrípeta. Movimiento circular. Trayectoria.

Además de tener la posición en función del tiempo, puede ser interesante conocer una componente en función de la otra (ecuación de la trayectoria y(x)). También es interesante introducir la aceleración tangencial (responde al cambio del módulo de la velocidad y tiene la dirección y sentido del movimiento,) y la aceleración normal o centrípeta (correspondiente al cambio dirección de la velocidad, perpendicular a la anterior y apuntando al centro de giro). El caso particular del movimiento circular permite entender mejor el significado de estas aceleraciones.

2.20. A- Para separar el plasma de los glóbulos y plaquetas de una muestra de sangre, se piensa utilizar una centrifugadora cuya velocidad angular máxima es de 15.000 rev/min. a) calcula la aceleración centrípeta máxima que soporta una muestra de sangre que se encuentra a 15 cm del eje de giro; b) Se pasa del reposo a la velocidad angular máxima en 1 minuto y 15 segundos. Calcula la aceleración tangencial suponiendo que es constante c) Calcula la aceleración total, d) Representa la velocidad, la aceleración con su componente tangencial y normal y la trayectoria de la muestra e)¿es la componente y del movimiento independiente de la componente x? escribe la ecuación de la trayectoria; f) representa el ángulo, la velocidad angular y la aceleración angular en función del tiempo.

2.21. B- La Tierra gira sobre su eje a razón de 1/24 rev/h. y su radio medio es de 6371 km. a) Representa (en un plano) los vectores velocidad, aceleración normal y el radio de giro de un punto que se encuentre sobre la superficie terrestre en una latitud arbitraria λ. b) particulariza ese cálculo para el polo norte, el ecuador y una latitud de aproximadamente 39º (la de ciudad de Valencia). Expresa en todos los casos las aceleraciones como porcentajes de g.

2.22. B-Calcula la aceleración tangencial y normal de una partícula lanzada horizontalmente con una velocidad de 5 m/s desde una altura de 20 m, en el instante t=2 s.

2.23. A-Calcula el radio de curvatura de la trayectoria de los ejercicios 2.15 y 2.16 en el punto más alto de la misma.

2.24. B-La posición de una partícula en función del tiempo viene dada por $\vec{r} = 2t\vec{i} + (5 - t^2)\vec{j}$

a) Expresa la ecuación de la trayectoria y represéntala gráficamente
b) Calcula el vector velocidad $\vec{v}$. ¿En qué instante es perpendicular a $\vec{r}$?. Representar sobre la ecuación de la trayectoria.
c) Calcula el radio de curvatura de la trayectoria en t=0.

2.25. B- Las coordenadas de un cuerpo en movimiento son $x=t^2$, $y=(t-1)^2$, expresadas en unidades el sistema internacional. a) Calcula la ecuación de la trayectoria b) Encuentra la posición cuando la velocidad es de 10 m/s; b) calcula la aceleración tangencial y normal en cualquier instante.

Relatividad de Galileo

La velocidad, como cualquier otro vector, está referida a un sistema coordenado de referencia. Si éste se mueve a su vez con una velocidad respecto otro sistema de referencia, es posible calcular la velocidad observada en este último por composición de velocidades. Y a partir de ella obtener aceleración y posición.

2.26. A- Un avión vuela hacia el este con una velocidad relativa respecto del aire de 500 km/h. El viento sopla con una velocidad de 90 km/h hacia el sur.

a) Calcular la velocidad y dirección del avión respecto al suelo (vector velocidad)

b) ¿En qué dirección debe volar el avión para ir en dirección este respecto del suelo, y con qué velocidad?

2.27. B- La corriente de un río de 1 km de anchura se mueve a 2 km/h para un observador en la orilla. Una barca se mueve a 4 km/h en dirección perpendicular a la corriente para un observador que se mueva con la corriente. a) Calcula el tiempo que tarda la barca en atravesarlo y volver a la orilla de partida. Haz el cálculo para un observador situado en la orilla y también para un observador que se mueva con la corriente b) Encuentra con qué velocidad ha de moverse una segunda barca para que, desplazándose 1 km en la dirección de la corriente, y volviendo al punto de partida utilice el mismo tiempo que la primera barca. c) Representa el desplazamiento frente al tiempo de ambas barcas en la misma gráfica (cada una se mueve siguiendo una dirección, lo que importa es el valor del desplazamiento).

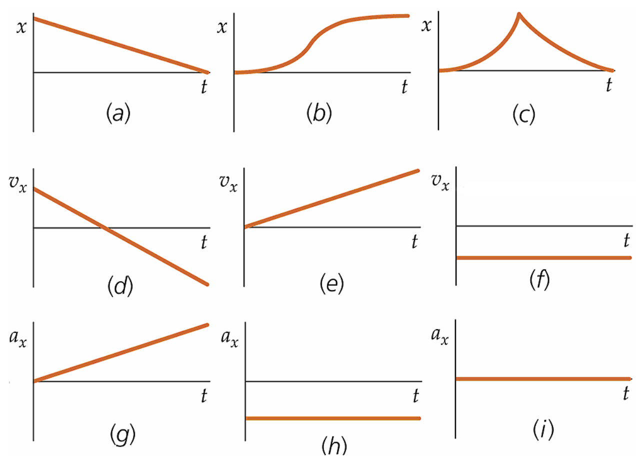
2.28. B- Una persona que conduce un coche un día de tormenta observa que las gotas de agua dejan trazas en las ventanas laterales que forman un ángulo de 80° con la vertical cuando el coche se desplaza a 80 km/h. Seguidamente frena y observa que el agua cae verticalmente. a) calcula la expresión de la velocidad de las gotas en función del tiempo. b) determina la velocidad relativa del agua respecto al coche cuando éste se mueve a 80 km/h, así como la velocidad cuando el coche se encuentra parado.

2.29. C- Un grupo de ciclistas que participa en el *Tour* de Francia avanza uniformemente en una durísima etapa alpina. El ciclista líder pide a una motorista del equipo de apoyo, que se encuentra en la cola del grupo, que le acerque una botella de agua. La motorista alcanza al líder, le da el agua y regresa a la cola del grupo, siempre con la misma velocidad. Desde que la motorista deja la última posición hasta que regresa a ella, el grupo ha recorrido 4 km, y la longitud del grupo es de 3 km. a) Representa x(t) para todos los móviles involucrados, indicando las posiciones y los instantes relevantes, b) Calcula la relación entre la velocidad del pelotón y la de la motorista, c) Calcula la distancia total recorrida por la motorista d) escribe la expresión de x(t) para cada móvil, e) representa y escribe x(t) para un observador/sistema de referencia que se mueva con el pelotón (si antes lo has hecho considerando un observador quieto en la carretera)

PROBLEMAS ADICIONALES

2.30. A- En la figura siguiente se representan gráficas de posición, velocidad y aceleración para objetos en movimiento en una dimensión. De todos los gráficos de posición, velocidad y aceleración desde (a) hasta (i), indica aquellos que cumplen las siguientes condiciones:

a) La velocidad es constante
b) La velocidad invierte su sentido
c) La aceleración es constante
d) La aceleración no es constante



e) ¿Hay alguna combinación de gráficas de posición, velocidad y aceleración (parejas o tríos) que sea coherente?

2.31. A- Un cuerpo parte del punto x=0 desde el reposo con aceleración constante $a=10\ m/s^2$ y otro cuerpo parte de x=20 m con velocidad constante v=-10 m/s. a) Escribe la posición de ambos móviles en cualquier instante, y representa dichas funciones. b) Determina en qué instante se cruzan.

2.32. B- Un tren circula por unas vías rectilíneas a una velocidad constante de 200 km/h. En un cierto instante t_1, cuando lleva recorridos 12 km, empieza a frenar con aceleración constante, de forma que al cabo de 2 minutos ha alcanzado una velocidad de 80 km/h que mantiene constante a partir de ese momento. a) representa la posición, velocidad y aceleración del tren en función del tiempo, b) Escribe la expresión de la aceleración, velocidad y posición para cada tramo. c) Calcula la distancia recorrida durante el intervalo de frenado y la recorrida por el tren pasados cinco minutos de empezar el frenado.

2.33. C- Sabemos demostrar que, en ausencia de rozamiento con el aire, el alcance máximo de un cuerpo que sigue un movimiento parabólico se consigue para un lanzamiento a 45º sobre la horizontal (siempre que el punto de lanzamiento y el de impacto se encuentren a la misma altura). ¿Es también cierto cuando el suelo está inclinado? ¿Y si además dichos puntos no se encuentran a la misma altura? Calcula la expresión del alcance máximo en general, cuando el suelo forma un ángulo $\alpha>0$ con la horizontal y el punto de lanzamiento se encuentra a una altura h respecto del origen.

3.- LEYES DE NEWTON Y DINÁMICA DE LA PARTÍCULA

En todos los problemas de este tema primero hay que hacer la representación de cuerpo libre (fuerzas que actúan sobre cada cuerpo del sistema por separado), y aplicar la 2ª ley de Newton para cada cuerpo del problema y en las dos direcciones del plano. Después se calculan las magnitudes que se pidan en cada caso.

Problemas básicos con diferentes tipos de fuerzas

3.1. A- En un cierto instante, el Sol y la Tierra se encuentran en cuadratura (en direcciones perpendiculares) respecto a la Luna. a) Calcula la fuerza con la que la Tierra atrae a la Luna y la fuerza con la que el Sol atrae a la Luna. b) Calcula la fuerza neta que actúa sobre la Luna c)¿qué ángulo forma dicha fuerza con la dirección Tierra-Luna?

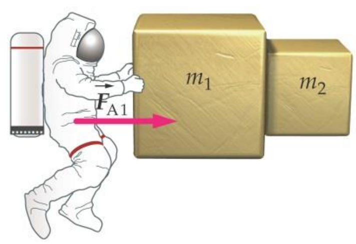
3.2. A- Una partícula de masa 0,4 kg está sujeta simultáneamente a dos fuerzas $\vec{F}_1 = -2\vec{i} - 4\vec{j}\ N$ y $\vec{F}_2 = -2{,}6\vec{i} + 5\vec{j}\ N$. La partícula se encuentra en el origen y en reposo en t=0. Calcula en t=1,6 s. a) la aceleración, b) el vector velocidad y c) el vector de posición.

3.3. A- Un protón que se mueve en un campo eléctrico tiene el siguiente vector de posición: $\vec{r} = (5t\,\vec{i} + (2t - 20t^2)\vec{j} - 40t^2\vec{k}\ )\cdot 10^4 m$, donde el tiempo se mide en segundos. El protón tiene una masa de $1{,}7\cdot 10^{-27}$ kg. Encuentra la fuerza que actúa y su momento lineal.

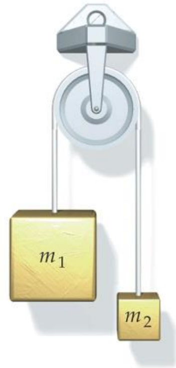
3.4. B- Un caballo se niega a arrastrar un carro con la siguiente justificación: “según la tercera ley de Newton, si yo ejerzo una fuerza sobre el carro, el carro ejercerá otra igual y opuesta sobre mí, luego la fuerza neta será cero y no podré poner en movimiento (acelerar) el carro”. Dibuja un diagrama de cuerpo libre del caballo y el carro y explica por qué es incorrecto este razonamiento.

3.5. B- Cuando un avión acelera en la pista de un aeropuerto para despegar, un viajero decide determinar su aceleración mediante un péndulo, y comprueba que la cuerda del mismo forma un ángulo de 22º con la vertical. a) Dibuja el diagrama de cuerpo libre del péndulo y aplica la 2ª ley de Newton. ¿Cuál es la aceleración del avión? b) Si la masa del péndulo es de 40 g, ¿cuál es la tensión de la cuerda? Escribir primero el resultado en función de la aceleración y luego efectuar el cálculo numérico.

3.6. B- Un astronauta construye la estación espacial, en órbita, y quiere desplazar una caja de masa m_1= 20 kg aplicando una fuerza horizontal de 60 N. La caja está en contacto con otra caja de masa m_2= 40 kg. a) Dibuja el diagrama de cuerpo libre de las dos cajas, b) Calcula la aceleración de las dos cajas, c) Calcula la fuerza que m_1 ejerce sobre m_2 y viceversa. d) realiza un razonamiento análogo suponiendo que las cajas se encuentran apoyadas sobre una superficie horizontal sin rozamiento.



3.7. A- Una persona de 80 kg está de pie sobre una balanza, sujeta al suelo de un ascensor. La balanza está calibrada en N. Representa el diagrama de cuerpo libre de la persona. ¿Qué peso indicará la balanza cuando a) el ascensor se mueve con aceleración a hacia arriba; b) el ascensor se mueve con aceleración a´ hacia abajo; c) el ascensor se mueve hacia arriba a 20 m/s, mientras su velocidad decrece a razón de 8 m/s^2.



3.8. A- El aparato de la figura se llama máquina de Atwood y se utiliza para medir la aceleración debida a la gravedad *g* a partir de la aceleración de los bloques. Suponiendo que la cuerda y la polea tienen masa despreciable y la polea carece de rozamiento, calcula la aceleración (*a*) de los bloques y la tensión (*T*) de la cuerda.

3.9. A- Un bloque de masa ***m*** está sobre una superficie horizontal y conectado a una pared a través de un muelle de constante elástica ***k***. Representa el diagrama de cuerpo libre y aplica la 2ª ley de Newton. Estudia el movimiento cuando se desplaza una distancia ***x*** de su posición de equilibrio y determina el periodo de las oscilaciones.

3.10. B- Demuestra que si dos muelles de constantes k_1 y k_2 se conectan en serie (uno detrás de otro), la constante equivalente del muelle resultante k satisface la relación $k^{-1}=k_1^{-1}+k_2^{-1}$. Demuestra también que, si se conectan en paralelo, se verifica la relación $k=k_1+k_2$. Calcula el periodo de oscilación en ambos casos.

3.11. B- Dos niños son arrastrados en un trineo sobre un terreno cubierto de nieve. El trineo está tirado por una cuerda que forma un ángulo de 40º con la horizontal. La masa conjunta de los dos niños es de 45 kg y el trineo tiene una masa de 5 kg. Los coeficientes de rozamiento estático y dinámico son $\mu_e = 0{,}2$ y $\mu_d = 0{,}15$. Representa el diagrama de cuerpo libre y aplica la 2ª ley de Newton. Determina la fuerza de rozamiento ejercida por el suelo sobre el trineo y la aceleración de los niños y el trineo si la tensión de la cuerda es a) 100 N y b) 140 N.

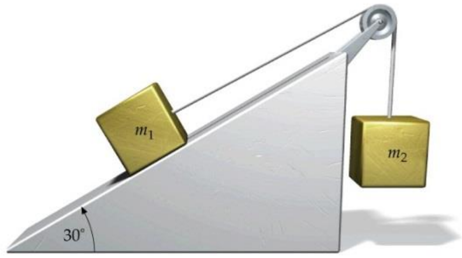
3.12. B- Un cochecito de niños descontrolado se desliza sin rozamiento por un lago helado hacia un agujero en el hielo. Una persona sobre patines intenta alcanzar el cochecito. Cuando lo consigue, esta persona y el cochecito siguen deslizándose hacia el agujero con velocidad v_0. El coeficiente de rozamiento entre los patines (en la posición de frenado) y el suelo es μ_c. La distancia al agujero en el momento de agarrar el cochecito es *D*, la masa de la persona es *m* y la del cochecito *M*. Representa el diagrama de cuerpo libre y escribe las ecuaciones de Newton. a) Cuál es el valor mínimo de D para evitar la caída en el agujero? b) Qué fuerza debe ejercer la persona sobre el cochecito?

3.13. A- El último vagón de un tren se desacopla del resto en una pendiente de subida (1:6) cuando el tren se mueve a 48 km/h. Suponiendo que hay ausencia de rozamiento, encuentra cuánto ascenderá el vagón desenganchado antes de pararse.

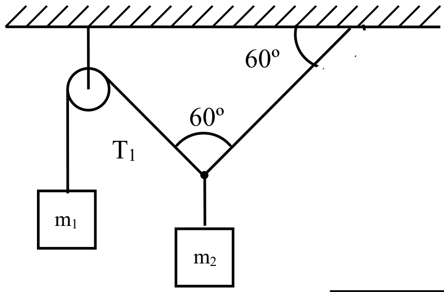
3.14. B- Un tren tiene 25 vagones, y cada uno tiene una masa de 64 toneladas. Cuando el tren se mueve en un terreno plano y sin rozamientos, la locomotora produce una aceleración de 0,043 m/s^2. En estas condiciones, representa el diagrama de cuerpo libre de un vagón arbitrario y aplica la 2ª ley de Newton. Encuentra la tensión que soporta la unión de la locomotora con el primer vagón y la unión del penúltimo vagón con el último.

3.15. B- Una bolita se deja caer libremente en el aire, que ofrece una resistencia que es proporcional a su velocidad. Aplicar la 2ª ley de Newton y a) Comprobar que la bolita alcanza una velocidad límite. b) Encontrar la ecuación de la velocidad en función del tiempo, supuesta conocida la velocidad límite. c) Hallar la ecuación del espacio en función de la velocidad.

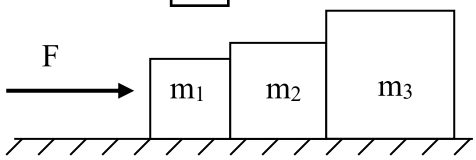
Problemas con varios cuerpos



3.16. B- Un bloque de masa $m_1 = 250$ g se encuentra en reposo sobre un plano que forma un ángulo de 30º sobre la horizontal. El coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y el plano es $\mu_c = 0,1$. Este bloque está unido a un segundo bloque de masa $m_2 = 200$ g que cuelga libremente de una cuerda que pasa por una polea sin rozamiento y masa despreciable. Representa el diagrama de cuerpo libre y aplica la 2ª ley de Newton. Calcula la velocidad del segundo bloque cuando ha caído 30 cm. Supongamos ahora que $m_1 = 4$ kg. El coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y el plano inclinado es $\mu_e = 0,4$. Determinar, en este caso, el intervalo de valores posibles para m_2 de modo que el sistema esté en equilibrio estático.



3.17. B- El sistema de la figura está en equilibrio. Si $m_2 = 6$ kg, a) representa las fuerzas que actúan sobre cada cuerpo y aplica la 2ª ley de Newton para cada uno de ellos y b) calcula la tensión en las cuerdas y el valor de m_1.



3.18. B- Tres bloques están en contacto entre sí sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Se aplica una fuerza horizontal $\vec{F}$ tal y como muestra la figura. Si $m_1 = 2$ kg, $m_2 = 3$ kg, $m_3 = 4$ kg y F = 18 N.

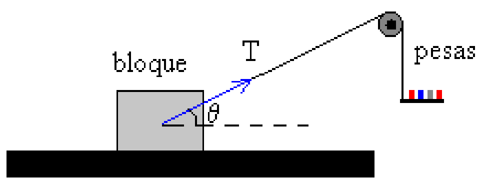
a) Representa las fuerzas que actúan sobre cada bloque por separado (representación de cuerpo libre) y plantea la 2ª ley de Newton para cada cuerpo.

b) Calcula la aceleración de los bloques

c) Calcula la fuerza resultante sobre cada bloque

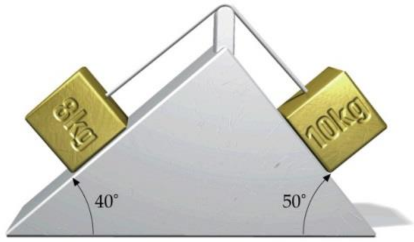
d) Calcula la fuerza de contacto entre los bloques

Repite los apartados anteriores considerando que hay rozamiento con el suelo, de coeficiente dinámico μ=0,1. Comenta los resultados en relación con el caso en que no hay rozamiento



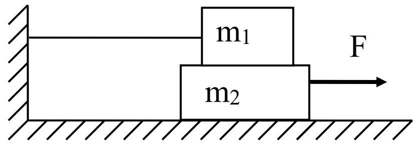
3.19. C- Se tiene un bloque de masa m situado sobre un plano horizontal con el que hay rozamiento estático de coeficiente μ_e. Unas pesas penden unidas al cable que pasa por una polea fija sujeta al bloque, siendo la fuerza aplicada *T*, que forma un ángulo θ con la horizontal. a) Haz la representación de cuerpo libre de los cuerpos del sistema y aplica la 2ª ley de Newton, suponiendo que el bloque está en equilibrio. b) Suponiendo que el bloque se encuentra a punto de moverse, calcula la expresión de la tensión en función del ángulo del hilo y representa dicha función c) Calcula la tensión mínima en la situación anterior ¿qué masa mínima hay que poner para que el bloque empiece a moverse? d) Realiza el cálculo numérico de T para μ_e=0.75 y θ =30º y considerando la masa mínima necesaria para que haya movimiento.

3.20. B- Un bloque de 8 Kg y otro de 10 Kg conectados por una cuerda que pasa por una polea sin rozamiento y sin masa, deslizan por planos inclinados sin rozamiento como indica la figura. Realiza la representación de cuerpo libre y plantea la 2ª ley de Newton.

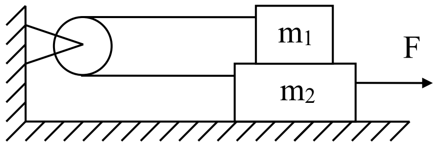


a) Determinar la aceleración de los bloques y la tensión de la cuerda.
b) Los dos bloques se reemplazan por otros de masas m_1 y m_2, de tal modo que los bloques permanecen en reposo. Determinar toda la información posible sobre m_1 y m_2.

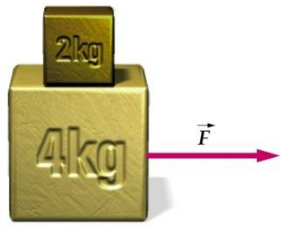
3.21. B- Un bloque de 5 kg está encima de otro de 10 kg, que descansa sobre una superficie horizontal. Se aplica una fuerza de 45 N sobre el bloque de 10 kg, mientras que el otro bloque permanece sujeto a la pared por una cuerda. El coeficiente de rozamiento dinámico entre las superficies de contacto es 0,2. Realiza la representación de cuerpo libre y plantea la 2ª ley de Newton. Calcula la aceleración del bloque de 10 Kg y la tensión de la cuerda.



3.22. C- Encontrar la aceleración del sistema de la figura bajo la acción de **F**, teniendo en cuenta que el coeficiente de rozamiento entre las superficies en contacto es μ. La masa de la polea se considera despreciable.

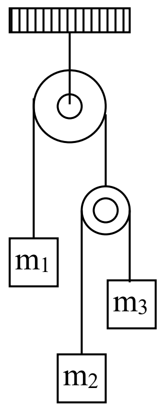


3.23. B- Un bloque de 2 kg está situado sobre otro de 4 kg, que a su vez se apoya sobre una mesa sin rozamiento. Los coeficientes de rozamiento entre los dos bloques son $\mu_e = 0{,}3$ y $\mu_c = 0{,}2$. Realiza la representación de cuerpo libre y aplica la 2ª ley de Newton.



a) ¿Cuál es la fuerza máxima F que puede aplicarse al bloque de 4 kg de tal modo que el bloque de 2 kg no deslice?
b) Si F es la mitad de este valor máximo, determinar la aceleración de cada bloque y la fuerza de rozamiento que actúa sobre cada uno de ellos.
c) Si F es el doble del valor máximo determinado en a), calcular la aceleración de cada bloque.

3.24. C- Dos masas m_1 y m_2 están conectadas por un hilo. El sistema desliza por una rampa que forma un ángulo de 60º con la horizontal. La línea que une las dos masas es de máxima pendiente y la masa m_2 está siempre más baja que la masa m_1. Los coeficientes de rozamiento dinámico de las masas m_1 y m_2 son 0,6 y 0,4 respectivamente. Realiza la representación de cuerpo libre y aplica la 2ª ley de Newton. Calcula la aceleración de las masas y la tensión de hilo en general y en el caso de que las masas sean iguales (considerar m=2 kg)



3.25. C- Calcula la aceleración de cada una de las masas de la máquina de Atwood de la figura.

Movimiento a lo largo de una trayectoria curva

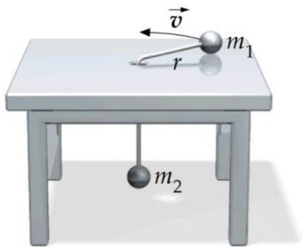
3.26. A- Se hace girar un cubo de agua siguiendo una circunferencia vertical de radio R. Si la velocidad del cubo en su parte más alta es v_a, calcular: a) la fuerza ejercida por el cubo sobre el agua en este punto, b) el valor mínimo de v_a para que el agua no se salga. c) la fuerza ejercida por el cubo sobre el agua en la parte más baja del círculo, en donde la velocidad del cubo es v_b. d) Calcula el período de revolución máximo que evita que el líquido se derrame al hacer girar un cubo de agua en un círculo vertical a velocidad constante (R = 1m).

3.27. A- Durante un trabajo de verano, un equipo de estudiantes diseña neumáticos de coches. Se prueba un nuevo prototipo de neumáticos para ver si su comportamiento cumple las previsiones. En una prueba de deslizamiento el coche fue capaz de recorrer a velocidad constante un círculo de 45,7 m de radio en 15,2 s sin patinar. Asumir que no hay rozamiento con el aire y que la carretera es horizontal. a) ¿Cuál fue su velocidad v?, b) Cuál fue la aceleración centrípeta? c) ¿cuál es el valor mínimo del coeficiente de rozamiento estático entre las ruedas y el suelo?

3.28. A- Una curva de 30 m de radio tiene un ángulo de peralte θ. Determinar el valor de θ para el cual un coche puede tomar la cuerva a 40 km/h aunque esté cubierta de hielo

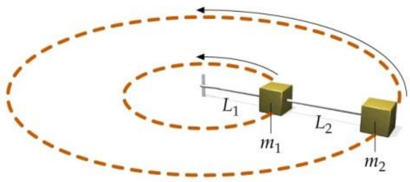
3.29. B- Una curva de 200 m de radio tiene un peralte de 5°. Si los coeficientes de rozamiento estático y dinámico entre las ruedas de un coche y el asfalto son, respectivamente, μ_e=0,8 y μ_d=0,5 a) calcula la velocidad máxima con la que el coche puede tomar la curva sin derrapar. b) calcula a velocidad mínima para que el coche tome la curva sin descender por la rampa.

3.30. B- La masa m_1 se mueve en una trayectoria circular de radio r sobre una mesa horizontal sin rozamiento. Está sujeta a una cuerda que pasa a través de un orificio (sin rozamiento) situado en el centro de la mesa. Una segunda masa m_2 está sujeta en el otro extremo de la cuerda. Si m_2 permanece en reposo, calcular la velocidad de m_1 y el periodo del movimiento circular.

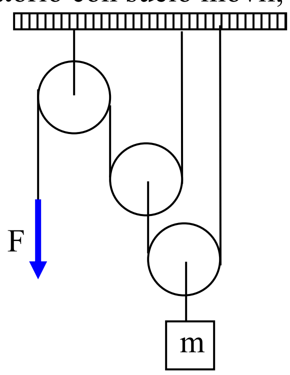


3.31. B- En un péndulo cónico una masa m suspendida de un punto fijo por una cuerda de longitud L gira alrededor de la vertical con una velocidad angular ω. ¿Qué ángulo forma la cuerda con la vertical?

3.32. C- Un bloque de masa m_1 está sujeto a una cuerda de longitud L_1 fija por un extremo. La masa se mueve en un círculo horizontal soportada por una mesa sin rozamiento. Una segunda masa m_2 se une a la primera mediante una cuerda de longitud L_2 y se mueve también en círculo como indica la figura. Determinar la tensión en cada una de las cuerdas si el periodo del movimiento es T. Discute el resultado e indica la condición para la que se rompería el hilo y en qué tramo de la cuerda.

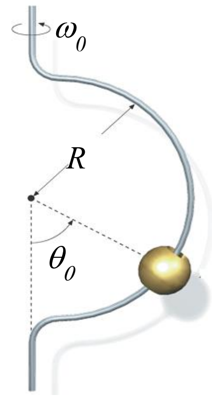


3.33. B- Un juego mecánico de feria llamado El Rotor consta de un tambor giratorio con suelo móvil, que desaparece cuando el tambor gira rápidamente. En su interior, las personas se mantienen pegadas a la pared gracias al rozamiento. El coeficiente mínimo de rozamiento esperado entre las ropas de las personas y la pared es de 0,4. ¿Cuál es la velocidad angular mínima con la que debe girar el tambor para que pueda quitarse el suelo? El radio del tambor es de 4 m.

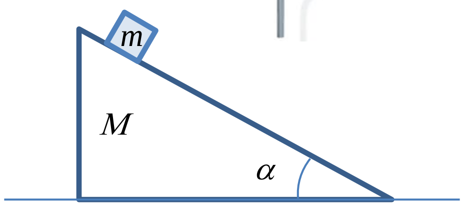


PROBLEMAS ADICIONALES

3.34. C- El polipasto es un conjunto de poleas fijas y móviles que proporciona ventaja mecánica y se utiliza desde, al menos, el s. III aC. Supongamos el polipasto de la figura derecha, constituido por poleas de masa despreciable. Una masa m pende de la tercera polea: a) señala todas las fuerzas que actúan. b) Calcula el valor de la fuerza que hay que aplicar para que el sistema esté en equilibrio, c) Supongamos que la fuerza se aplica para elevar la masa m. Calcula la relación entre el desplazamiento de la masa m y el desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza aplicada. También la relación entre las velocidades y aceleraciones respectivas.



3.35. B -Una bolita de masa *m* puede deslizar sin rozamiento a lo largo de un alambre semicircular de radio *R*. Si el alambre gira con una velocidad angular ω_0. a) Dibuja las fuerzas que actúan sobre la bolita. b) Determina el ángulo θ_0 de equilibrio (ver figura) y el valor de la fuerza normal que ejerce el alambre sobre la bolita. b) Calcula los valores numéricos del apartado b) teniendo en cuenta los siguientes datos: ω_0 = 80 rpm, *m* = 100 g, *R* = 20 cm. Nota: Considera la bolita como una masa puntual.



3.36. C- Un bloque de masa m desciende por el plano inclinado de una cuña de masa M. La cuña está apoyada sobre una superficie sobre la que puede moverse sin rozamiento, mientras entre el bloque y la cuña hay un coeficiente de rozamiento μ_c. a) Representa las fuerzas que actúan sobre cada uno de los cuerpos, aplica la 2ª ley de Newton y calcula sus aceleraciones. b) Determina las aceleraciones de cada bloque numéricamente en el caso en que μ_c =0,4, el ángulo de la cuña θ=30º y m/M=0,7. c) Calcula el tiempo que tarda el bloque en recorrer el plano inclinado si éste tiene una longitud d=1 m, d) Calcula la velocidad de la cuña en ese instante, y la velocidad del bloque respecto a la cuña y respecto a la superficie.

4.- Trabajo y energía. Conservación de la Energía

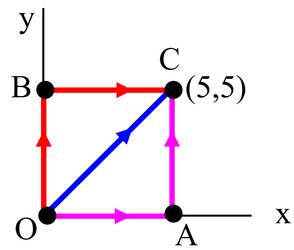
Trabajo de una fuerza, potencia, energía cinética, energía potencial y fuerzas conservativas

4.1. A- Calcula el trabajo que se realiza sobre un bloque sujeto a un muelle para estirarlo una distancia x_0 desde la posición de equilibrio.

4.2. A- Dos esquiadoras visitan una estación de esquí que tiene dos pistas, una para principiantes y otra para expertos. Ambas pistas comienzan en la parte alta de un remonte y acaban en el punto donde comienza el remonte. Sea h la distancia vertical entre el comienzo y el final de ambas pistas. Naturalmente, la pista para principiantes es más larga y con pendientes menos pronunciadas que la de expertos. Las dos esquiadoras, una de las cuales es mejor esquiadora que la otra, están probando unos esquís experimentales que no tienen rozamiento. Para hacer las cosas más interesantes, la menos experta apuesta con su amiga que si una va por la pista para expertos y la otra por la de principiantes, ambas llegarán al final con la misma velocidad. La experta acepta la apuesta (olvidándose de que su amiga está siguiendo un curso de física) con la condición de que ambas comiencen desde el reposo en el mismo punto en la parte alta del telearrastre y que bajen toda la pista sin frenar.¿Quién gana la apuesta, suponiendo que la resistencia con el aire es despreciable?

4.3. B- Una partícula se encuentra sometida a la fuerza $\vec{F} = 3y\vec{i} + xy\vec{j}\ N$ y está obligada a seguir la trayectoria $y=x^2-2x+2$. Calcula el trabajo realizado por dicha fuerza cuando la partícula se traslada desde el punto P(0,2) hasta el punto Q(1,1).

4.4. B- Una partícula se encuentra sometida a la fuerza $\vec{F} = 2y\vec{i} + x^2\vec{j}\ N$. Calcula el trabajo realizado por dicha fuerza cuando la partícula se traslada desde el punto O(0,0) hasta el punto C(5,5) siguiendo los siguientes caminos: a) el camino OAC, con A(5,0), b) el camino OBC, con B(0,5), c) el camino recto OC, d) ¿es la fuerza conservativa?



4.5. B- Una partícula de masa m = 4 kg se mueve a lo largo del eje x. Su posición viene dada por $x = t + 2t^3$ (m). Calcula: a) la energía cinética en función del tiempo. b) la aceleración de la partícula y la fuerza que actúa sobre ella en cada instante. c) la potencia suministrada a la partícula en cada instante. d) el trabajo realizado sobre la partícula en el intervalo t = 0 a t = 2 s.

4.6. B- Una partícula se mueve en el plano XY bajo la acción de una fuerza conservativa $\vec{F} = by\vec{i} + bx\vec{j}\ N$, donde b es una constante. Hallar el trabajo desarrollado por esta fuerza cuando la partícula se desplaza desde el punto O(0,0) hasta el punto (x,y).

4.7. A- Un bloque de masa m = 1,6 kg está unido a un muelle de constante k = 1000 N/m. Se comprime 2 cm y se libera desde el reposo. Calcular la velocidad del bloque cuando pasa por la posición de equilibrio, si la superficie no presenta rozamiento.

4.8. A- Un ascensor de 1000 kg soporta una carga máxima de 800 kg. Una fuerza de rozamiento constante de 4000 N retarda su movimiento hacia arriba. Se pide calcular: a) la potencia mínima del motor para subir a una velocidad constante de 3 m/s. b) la potencia del motor en cada instante, para proporcionar una aceleración hacia arriba de 1 m/s^2.

4.9. A- Un coche acelera desde el reposo a 100 km/h en 8 s. La masa del coche es 800 kg. Suponiendo que esta aceleración se alcance a potencia constante, se pide: a) calcular la potencia desarrollada por el motor b) ¿cuánto tiempo necesitará para acelerar de 80 km/h a 120 km/h?

4.10. B- el sistema estelar de alfa-centauri, el más próximo a nosotros, se encuentra a 4,37 años-luz de la Tierra. Si quisiéramos investigar este sistema, nuestras naves espaciales tendrían que viajar a una fracción apreciable de la velocidad de la luz. a) Estima la energía mínima que se requiere para acelerar una cápsula de 10.000 kg de masa desde el reposo hasta una velocidad v=0,1c en un año. (para estas velocidades, la expresión clásica de la energía cinética es válida con un error del 1%) b) Compara esta energía con la que se consume anualmente en el mundo (alrededor de 5×10^{20} J en 2005). (c) Estima la potencia media mínima necesaria para el sistema de propulsión y compárala con el valor típico de una central de producción energética de tamaño medio.

Conservación de la energía mecánica

IMPORTANTE: Aunque algunos de estos ejercicios puedan resolverse también en base a razonamientos de tipo cinemático, aquí se plantean para aprender a razonar utilizando la conservación de la energía mecánica.

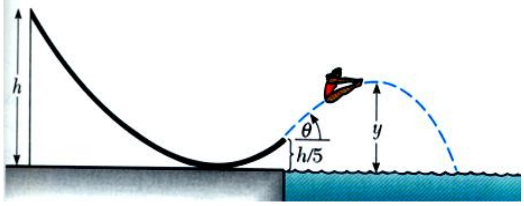
4.11. Un péndulo está formado por una cuerda de longitud L en cuyo extremo inferior hay una bolita de masa m. Si se desvía un ángulo θ_0 respecto de la vertical y se deja caer desde el reposo, calcula: a) La velocidad v_m (módulo) en el punto más bajo de la trayectoria. b) La tensión de la cuerda en esa posición. c) calcula numéricamente los anteriores apartados considerando L=1 m y un ángulo inicial θ_0 =30º, así como el ángulo que forma con la vertical cuando la velocidad es $v_m/2$.

4.12. B- En una vieja película de ciencia ficción se proponía lanzar un pequeño cohete a la Luna utilizando un túnel profundo excavado en el suelo, inclinado un ángulo de 65º sobre la horizontal. En el fondo del túnel, un muelle muy rígido debería impulsar el cohete al descomprimirse. El extremo en reposo del muelle se encuentra a 30,0 m debajo de la superficie, y se comprime 95,0 m antes del lanzamiento (ambas en la dirección del túnel). El cohete tiene una masa m=318 kg y para legar a la Luna en el instante en que sale del túnel debe de tener una velocidad de, por lo menos, 11,2 km/s. Calcula la constante elástica que, como mínimo debe tener el muelle para conseguir llegar a la luna. Supondremos que no actúa ningún tipo de rozamiento.

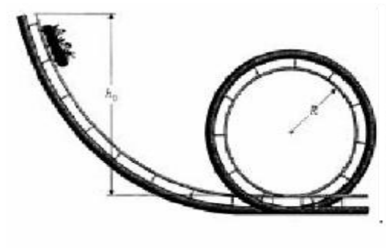
4.13. A- Una pelota de béisbol de masa 0,17 kg se lanza desde el tejado de un edificio situado a 12 m por encima del suelo. Su velocidad inicial es de 30 m/s y el ángulo de lanzamiento 40º sobre la horizontal.

a) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por la pelota?
b) ¿Cuál es el trabajo realizado por la gravedad cuando la pelota se mueve desde el tejado hasta su altura máxima?
c) ¿Cuál es la velocidad de la pelota cuando choca con el suelo?

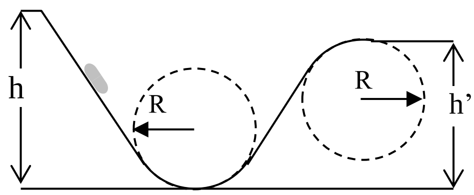
4.14. B- Una niña resbala sin rozamiento desde una altura h a lo largo de un tobogán, tal y como muestra la figura. Sale lanzada desde una altura h/5 sobre una piscina. Determinar la altura máxima alcanzada en función de h y θ.



4.15. B- Un carrito de montaña rusa se suelta desde una altura h_0 sobre la parte inferior de una vía sobre la que desliza sin rozamiento. a) ¿Cuál es el valor mínimo de h_0 para hacer el rizo de radio R sin caerse? b) Si h_0 es el doble del valor mínimo, calcula la velocidad y la fuerza de reacción normal de la vía en el punto más alto del rizo. Considérese el carrito con masa m.



4.16. B- Una parte del recorrido de una montaña rusa tiene la forma de la figura. Un vagón que parte desde una altura h=30 m, con una velocidad inicial nula, desciende por un valle y luego sube por una montaña. El fondo del valle y la cumbre de la montaña son arcos de radio R. Resuelve el problema en general y calcula: a) la velocidad del coche en la parte más baja del valle b) El valor que debe tomar el radio R para que el ocupante del vagón tenga una aceleración de 8g en el fondo del valle. c) la altura h' de la cima de la montaña para que el pasajero se sienta ingrávido al pasar por allí. Considerad despreciable el rozamiento con el aire y con la pista.



4.17. C- Un bloque pequeño de masa m=2 g se halla inicialmente en reposo en el punto más alto de un hemisferio liso de 20 cm de radio. Si se desprecian los rozamientos, determinar el ángulo que formará el radio vertical con el radio que pasa por el punto en el que el bloque abandonará la superficie del hemisferio, al desplazarlo de su posición de equilibrio.

4.18. B- Una piedra está unida a un extremo de una cuerda de longitud L. Una persona mantiene la piedra girando en un plano vertical de modo que, en todo momento, la energía transmitida por la persona al sistema es exactamente igual a la que disipa. Demostrar que, para que el cuerpo no caiga en la parte más alta de la trayectoria circular, la velocidad en el punto más bajo debe ser, como mínimo, $v = (5gL)^{1/2}$.

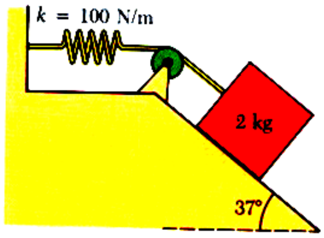
4.19. A- Próximo al borde de un tejado de un edificio de 12 m de altura, una joven golpea con el pie un balón con una velocidad inicial v_i= 16 m/s y un ángulo de tiro de 60º. Despreciando la resistencia del aire, determinar: a) la altura por encima del edificio que alcanza el balón, b) su velocidad justo antes de chocar con el suelo.

4.20. B- Una persona salta desde una plataforma que está a 134 m sobre el río Nevis. Después de caer libremente 40 m, la cuerda atada a los tobillos de la persona empieza a alargarse (la longitud en reposo de la cuerda es de 40 m). La persona continúa descendiendo durante 80 m más antes de pararse en la parte más baja del descenso. Supón que la masa de la persona es de 100 kg, la cuerda sigue la ley de Hooke y tiene masa despreciable. ¿Cuál es la aceleración en la parte más baja del descenso? Desprecia el rozamiento con el aire.

4.21. A- Una paracaidista de 60 kg salta desde una altura de 800 m. Su paracaídas se abre y llega a tierra a una velocidad de 5 m/s. Calcula la energía perdida por fricción con el aire.

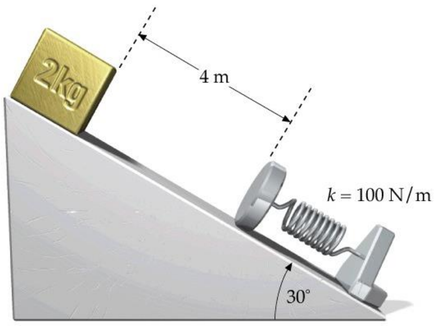
4.22. A- En 1987, el esquiador británico Graham Wilkie alcanzó una velocidad de 211 km/h cuesta abajo. Suponiendo que después de alcanzar la máxima velocidad al final de la pista de descenso hubiese continuado deslizándose sobre una superficie horizontal, determinar la máxima distancia d que hubiera recorrido en esta superficie. Suponer que el coeficiente de rozamiento cinético μ_c es constante en todo el recorrido; despreciar la resistencia del aire. Suponer que la colina tiene 225 m de altura con una pendiente constante de 30º.

4.23. B- Un bloque de 2 kg situado sobre un plano inclinado con rozamiento, está conectado a un muelle de masa despreciable que tiene una constante elástica de 100 N/m, a través de una polea sin rozamiento y masa despreciable. El bloque se suelta desde el reposo cuando el muelle no está comprimido y se desplaza 20 cm sobre el plano hasta pararse. Calcula el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y el plano inclinado.

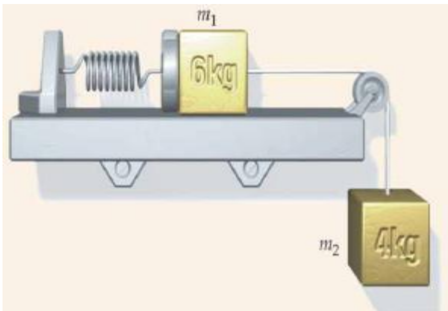


4.24. B- Una niña de masa 40 kg se desliza hacia abajo por un tobogán inclinado 30º. El coeficiente de rozamiento cinético entre la niña y el tobogán es μc = 0,35. Si la niña parte del reposo desde el punto más alto del tobogán, a una altura de 4 m sobre el suelo, ¿qué velocidad tiene al llegar al suelo.

4.25. C- En el extremo superior de un plano inclinado de 4 m de longitud y 30° de inclinación hay una masa de 2 kg. En el extremo inferior hay un muelle fijo de constante elástica k = 100 N/m y masa despreciable. El cuerpo empieza a caer, partiendo del reposo. a) halla la compresión máxima del muelle, despreciando el rozamiento. b) ¿cuál será la compresión máxima si el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es μ = 0,2?. c) en este último caso, ¿hasta qué punto subirá el bloque por el plano después de abandonar el muelle?

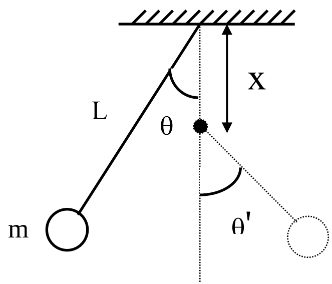


4.26. B- Un bloque de masa m_1=4 kg cuelga de una cuerda ligera que, a través de una polea sin rozamiento y sin masa, está conectada a un bloque de masa m_2=6 kg que descansa sobre una plataforma. El coeficiente de rozamiento cinético es μc = 0,2. El bloque m_2 se empuja contra un muelle. El muelle tiene una constante elástica k=180 N/m y se comprime 30 cm. Determina la velocidad (módulo) de los bloques cuando el muelle se libera y el bloque de 4 kg cae una distancia de 40 cm. (Supóngase que el bloque de 6 kg se encuentra inicialmente a 40 cm de la polea).



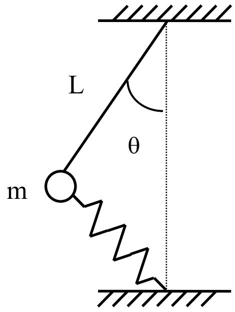
4.27. B- La energía potencial de un cuerpo de masa m=8 kg es $U(x)=(x-2)^4+4$ J; a) analiza y representa la energía potencial U(x) y calcula la energía potencial mínima, b) la partícula parte del punto x=0 con velocidad nula, ¿Qué velocidad máxima puede alcanzar? c) ¿para qué posición retrocede la partícula? (se anula su velocidad y después invierte su sentido), d) Supongamos que la partícula tiene una energía total de 9 J y se encuentra en el punto x=1. ¿qué velocidad tiene?, ¿en que punto retrocederá?

4.28. **C**- Un péndulo de longitud L tiene una masa m en su extremo. Se deja libre desde un cierto ángulo θ. La cuerda choca contra un clavo situado a una distancia x por debajo del punto de sujeción del péndulo, acortando la longitud del mismo. a) Calcula el ángulo

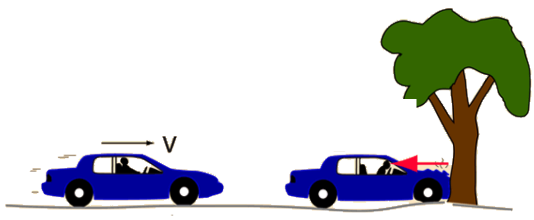


máximo θ' que forma la cuerda con la vertical cuando m está a la derecha del clavo (supóngase que m se deja libre a una altura por debajo de la del clavo).b) si el péndulo se deja libre desde la posición horizontal (θ = 90º), calcula el mínimo valor de x para que el péndulo describa un círculo completo alrededor del clavo.

4.29. C- Un péndulo de longitud L y masa m está suspendido del techo y conectado a un muelle de constante k, fijo en el extremo opuesto. La longitud del muelle sin deformar es L/2. El péndulo se desplaza de su posición de equilibrio hasta formar un pequeño ángulo θ con la vertical, y después se deja en libertad. Calcula el alargamiento del muelle para una posición arbitraria de la masa m considerando la aproximación de pequeñas oscilaciones (o ángulos pequeños). Obtén la velocidad de la masa m cuando pasa por la vertical.



4.30. B- Un vehículo de masa M=1.5 toneladas (incluye al conductor) que circula a 50 km/h (velocidad límite en la ciudad) colisiona frontalmente contra el tronco de un árbol. El vehículo se detiene completamente, comprimiéndose una distancia d. El conductor tiene una masa m=60 kg. Calcula la expresión de la fuerza de impacto sobre el coche y sobre el conductor en función de la distancia de frenado d, y razona en qué situaciones se tendrá una fuerza de impacto menor. Calcula numéricamente dicha fuerza en los siguientes casos, razonando los resultados: a) fuerza sobre el vehículo suponiendo que d=30 cm. b) sobre el conductor si no lleva cinturón de seguridad y se golpea contra el volante, frenándose en una distancia d=6 cm, c) lleva cinturón de seguridad y se frena en una distancia d=45 cm. d) explica la función del airbag y si éste puede sustituir al cinturón. e) razona si se conserva la energía mecánica en diferentes instantes de todo el proceso (incluyendo el airbag) y qué transformaciones de la energía tienen lugar.

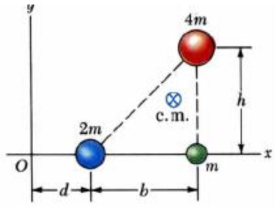


4.31. Se lanza una pelota de baloncesto de m= 0.17 kg desde el tejado de un edificio de altura h=12 m sobre el suelo. Su velocidad inicial es de v=30 m/s y forma un ángulo α= 40° respecto a la horizontal. Utilizando el principio de conservación de la energía y suponiendo que no hay rozamiento con el aire, a) calcula la altura máxima que alcanza la pelota *b*) la velocidad que tiene cuando impacta con el suelo.

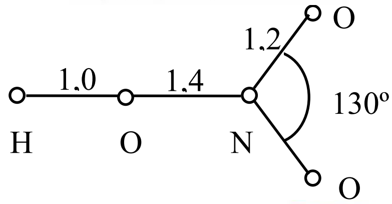
Justifica y razona tus cálculos usando principios físicos generales. Calcula simbólicamente, valores numéricos al final.

5.- SISTEMAS DE PARTÍCULAS Y COLISIONES

Centro de masas de un sistema

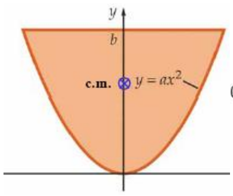


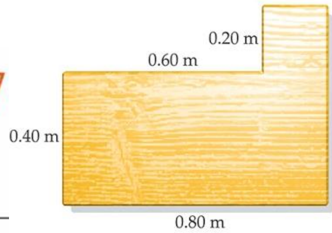
5.1. A- Calcula el centro de masas del sistema de masas puntuales de la figura.



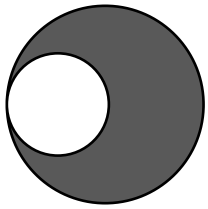
5.2. A- Determina la posición del centro de masas de la molécula de ácido nítrico (HNO_3), cuya configuración viene dada en la figura. Las distancias están expresadas en Å.

5.3. B- Calcula el centro de masas de una caja con la forma de un cubo de lado L y sin tapa.





5.4. B- Calcula el centro de masas de: a) una lámina delgada con la forma de la figura, b) de una plancha de metal que se corta con la forma de la parábola de la figura.



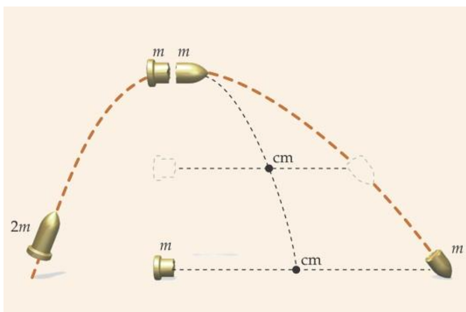
5.5. B- Un disco homogéneo de radio R un orificio circular de radio R' = R/2 en la forma indicada en la figura. Calcula el centro de masas del disco.

5.6. B- Calcula el centro de masas de: a) un anillo semicircular homogéneo de radio R; b) un disco semicircular homogéneo de radio R, c) un triángulo rectángulo homogéneo de base a, altura b e hipotenusa c (el triángulo está colocado con el vértice de ángulo más agudo en el origen.

Momento lineal y aceleración de un sistema de partículas

IMPORTANTE: Aunque algunos de estos ejercicios pueden resolverse por razonamientos sobre cada una de las partículas del sistema, hay que poner en juego razonamientos válidos para **sistemas de partículas**, relacionados con la posición, velocidad o aceleración del centro de masas del sistema y el principio de conservación del momento lineal del CM, siempre que sea aplicable.

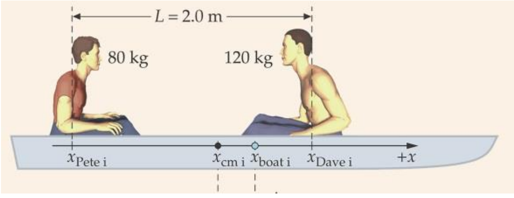
5.7. A- Dos astronautas con masas m_1=55 kg y m_2=85 kg se encuentran en el espacio inicialmente en reposo, ligados entre sí por una cuerda y separados 10 m. Si m_2 tira de la cuerda con una fuerza de 10 N, ¿a qué distancia de m_1 se juntarán los dos?



5.8. A- Un proyectil se lanza al aire desde el nivel del suelo y debería aterrizar a 55 m. Sin embargo en el punto más alto de su trayectoria explota en dos fragmentos de igual masa. Justo después de la explosión, uno de los fragmentos tiene velocidad instantánea cero y cae directamente al suelo. ¿Dónde cae el otro fragmento? Desprecia la resistencia del aire.

5.9. B- Un petardo ha sido lanzado con una velocidad inicial de 400 m/s y un ángulo de 60° respecto la horizontal. En el punto más alto de su trayectoria estalla en dos fragmentos de igual masa, uno de los cuales cae verticalmente ¿A qué distancia del punto de disparo cae el segundo fragmento?

5.10. B- Pedro (masa 80 kg) y David (masa 120 kg) se encuentran en un bote de remos (masa 60 kg). David está en el centro del bote, remando, y Pedro en un extremo a 2 m del centro. David se cansa de remar y, una vez el bote se ha detenido, intercambia su puesto con Pedro. ¿Qué distancia se ha movido el bote al intercambiarse las dos personas? Desprecia cualquier fuerza horizontal ejercida por el agua.



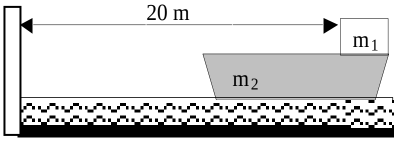
5.11. B- Una persona de 75 kg sube las escaleras desde la planta baja hasta un cuarto piso que se encuentra a una altura de 15 m. Hallar el retroceso sufrido por la Tierra en dirección opuesta.

5.12. A- Una manguera expulsa 800 litros/min de agua a una velocidad de 26 m/s. Calcula la fuerza de retroceso.

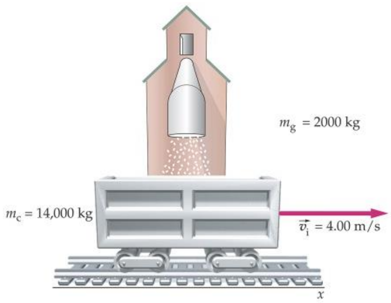
5.13. C- Supondremos que se desconoce el resultado obtenido en el problema 3.36, y consideraremos que el bloque-cuña es un sistema de dos cuerpos. Razonando en base a los principios que se aplican al sistema, y las fuerzas externas que actúan sobre él (componentes x e y), calcula la aceleración del centro de masas y la relación entre la aceleración del bloque respecto de la aceleración de la de la cuña.

5.14. C- Un perro (m_1=10 kg) está en el extremo de una canoa (m_2=40 kg), inicialmente en reposo, a d=20 m de tierra como muestra la figura. El perro recorre una distancia hacia tierra de x=8 m sobre la canoa y se para. ¿A qué distancia d' de tierra estará el perro ahora? (Se desprecia la resistencia del agua al movimiento de la canoa).

5.15. A- Un camión de 6000 kg está en la parte delantera de la bodega de un barco cuya masa es de 80000 kg. Todo el sistema se encuentra inicialmente en reposo. Si el camión se mueve 15 m hacia la parte trasera del barco, halla el desplazamiento que sufre el barco con respecto al agua admitiendo que ésta no afecta al movimiento.



5.16. A- Un vagón de ferrocarril incontrolado de masa 14000 kg se desplaza horizontalmente a 4 m/s hacia un cambio de agujas. Al pasar cerca de un almacén de grano, 2000 kg de grano caen súbitamente sobre el vagón. ¿Cuánto tiempo tardará el vagón en cubrir la distancia de 500 m que hay desde el almacén hasta el cambio de agujas?. Supóngase que el grano cae verticalmente y que la desaceleración debida al rozamiento por rodadura y a la resistencia del aire es despreciable.



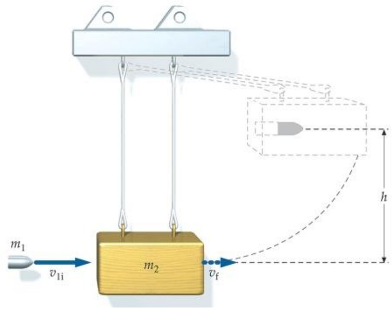
Conservación de la energía mecánica de un sistema. Colisiones y explosiones

5.17. A- Un gran barco de 7×10^8 kg lleva una velocidad de 20 km/h cuando choca contra un acantilado que lo detiene en 5 s. Encuentra la fuerza media que actúa sobre el barco.

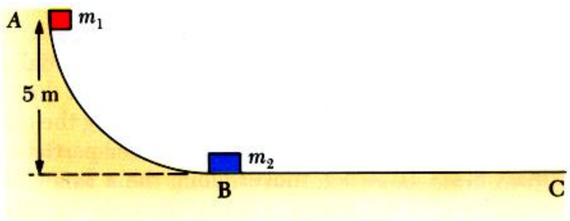
5.18. A- Con un golpe experto de kárate, una karateca rompe un bloque de hormigón. Su mano tiene una masa de 0,70 kg, se mueve a 5,0 m/s al chocar contra el bloque y se detiene a 6 mm del punto de contacto. a) ¿Qué impulso ejerce el bloque sobre la mano de la karateca? b) ¿Cuál es el tiempo de colisión aproximado y la fuerza media que el bloque ejerce sobre la mano?

5.19. B- Una persona golpea una pelota con un palo de golf. Estima: a) el impulso, b) el tiempo de colisión Δt y c) la fuerza media. Considerar que la masa de una pelota de golf típica es m = 45 g y su radio r = 2 cm. En un recorrido típico, el alcance R es de unos 190 m. La pelota sale formando un ángulo θ_0 = 13º con la horizontal. Desprecia la resistencia con el aire.

5.20. B- En una prueba pública de puntería, una persona dispara una bala sobre un bloque de madera suspendido, que es un dispositivo llamado péndulo balístico. El bloque, con el proyectil en su seno, oscila como un péndulo hacia arriba. ¿A qué velocidad iba la bala? Si la bala atraviesa el bloque y sale con una velocidad igual a la mitad del valor inicial, ¿Cuál es la altura alcanzada por el bloque? Calcula el coeficiente de restitución.



5.21. B- Considérese la pista sin rozamiento ABC de la figura. Un bloque de masa m_1 se suelta desde la posición A. Choca frontal y elásticamente con el bloque de masa $m_2=2m_1$ situado en B, inicialmente en reposo. Calcula las velocidades de los bloques y la altura máxima a la que subirá m_1 después del choque. ¿es necesario conocer el valor de m_1?

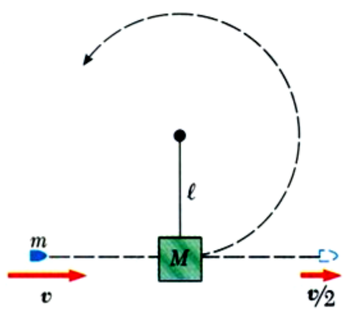


5.22. B- Un coche pequeño de 1200 kg circula hacia el este cuando choca en un cruce con un camión de 3000 kg que circula en dirección norte a 40 km/h (según el camionero). El coche y el camión quedan unidos después del choque. El conductor del camión culpa a la conductora del coche por ir a una velocidad superior a la permitida. La conductora del coche busca argumentos para desmentir al camionero: 1) no hay marcas de frenado, 2) hay una señal de limitación a 80 km/h, 3) el tacómetro del camión marca una velocidad de 50 km/h y 4) los restos se encuentran en dirección nordeste con un ángulo superior a 59º. ¿Quién tiene razón?

5.23. B- Un conductor descuidado choca por detrás contra un coche que está parado en un cruce. Ambos conductores tienen las ruedas frenadas antes del choque. La masa del coche golpeado es de 900 kg y la del vehículo culpable es de 1200 kg. En la colisión, los parachoques de los dos coches se enganchan entre sí. La policía determina a partir de las marcas del deslizamiento sobre el suelo que después del choque, los dos vehículos se movieron juntos 6,8 m. Las pruebas revelan que el coeficiente de rozamiento deslizante entre los neumáticos y el suelo es de 0,92. El conductor del coche que provoca la colisión afirma que él se movía a una velocidad inferior a 50 km/h cuando se aproximaba al cruce. ¿Está diciendo la verdad?

5.24. B- Una bala de masa m y velocidad v pasa completamente a través de un péndulo balístico de masa M, sujetado mediante una varilla rígida de longitud *l* y masa despreciable, tal y como muestra la figura siguiente. La bala sale con una velocidad v/2. Calcula:

a) La altura máxima alcanzada por el péndulo.
b) la variación de energía cinética en el choque. ¿Es el choque elástico? Calcula, en su caso, el coeficiente de restitución.
c) ¿Cuál es la velocidad mínima de la bala para que el péndulo llegue a describir una circunferencia completa?



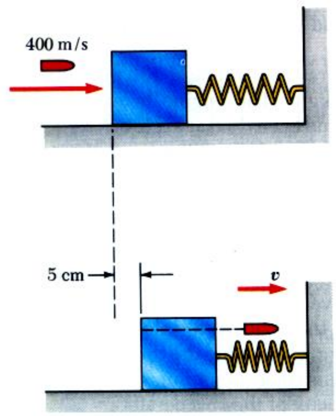
d) ¿cómo cambia el razonamiento y los resultados si en lugar de una varilla se trata de un cable o hilo?

5.25. C- Una bala de masa m_1=100 g se dispara contra un péndulo balístico de masa m_2=10 kg, al que atraviesa. El péndulo asciende a una altura h=10 cm. A continuación la bala se incrusta en otro péndulo idéntico que asciende hasta h'=40 cm. Halla la velocidad inicial de la bala. Calcula el coeficiente de restitución y la variación de energía cinética en el primer choque

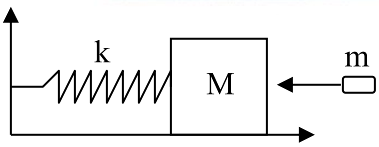
5.26. B- Dos bolas de masas m_1 y m_2 están suspendidas de dos hilos inextensibles de 1 m de longitud. Las bolas se tocan sin presión cuando los hilos están verticales. Separamos m_1 de su posición de equilibrio un ángulo de 60° manteniendo el hilo extendido. Soltamos la bola de modo que choca con la que permanecía inmóvil. Suponiendo que m_2=2m_1, calcular la altura a la que ascenderán las dos bolas después del choque si éste es totalmente elástico. Si en realidad la que más asciende alcanza una altura h=17 cm, determinar el valor del coeficiente de restitución.

5.27. B- Una bala de 5 g se dispara con una velocidad de 400 m/s y atraviesa un bloque de 1 Kg, como indica la figura. El bloque, inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal sin rozamiento, está conectado a un muelle con constante elástica de 900 N/m. Si el bloque, después del choque, se desplaza 5 cm a la derecha, hallar:

a) La velocidad con la que la bala sale del bloque
b) La energía perdida en la colisión y el coeficiente de restitución.
c) El desplazamiento del bloque si el coeficiente de rozamiento con la superficie horizontal fuera μ_c = 0,6 .(Considerar que la bala sale con la misma velocidad que en el aprtado a)).



5.28. B- Una bala de 10 g y que se mueve con una velocidad de 400 ms^{-1} se incrusta contra el bloque de la figura, de masa 990 g. Después del choque, el muelle llega a contraerse 20 cm, realizando un MAS si no hay rozamiento entre el bloque y el suelo. Calcula: a) Constante recuperadora del muelle, b) Periodo de oscilación., c) Si existiera rozamiento entre el bloque y el suelo, siendo μ=0.12, ¿cuál sería ahora la máxima contracción del muelle?



5.29. C- Una pelota que se desplaza con una velocidad de 10 m/s lleva a cabo un choque elástico no frontal con otra pelota de igual masa inicialmente en reposo. La pelota incidente es desviada 30º de su dirección original de movimiento. Calcular la velocidad de cada pelota después del choque.

5.30. C- Una esfera de 5 kg, dotada de una velocidad de 2 m/s, colisiona elásticamente con otra de 8 kg, en reposo. Determinar la pérdida de energía cinética que experimenta la esfera incidente cuando la que estaba en reposo sale después del choque formando un ángulo de 60° con la dirección de incidencia.

5.31. C- Un objeto de masa m_1 y velocidad inicial 20 m/s colisiona de refilón con un segundo objeto de masa m_2 que se encuentra inicialmente en reposo. Después de la colisión, el primer objeto se mueve a 15 m/s con un ángulo de 25º respecto de la dirección inicial. ¿En qué dirección se moverá el segundo objeto?

5.32. A- Un bloque de 4 kg que se mueve hacia la derecha con una velocidad de 6 m/s choca elásticamente con un bloque de 2 kg que también se mueve hacia la derecha, pero cuya velocidad es de 3 m/s. Calcular las velocidades finales utilizando directamente el sistema de referencia laboratorio y a través del sistema de referencia centro de masas.

5.33. B- Un cuerpo se mueve con velocidad horizontal v. A un cierto punto explota en dos fragmentos de masas m y 3m respectivamente. La masa m tiene velocidad vertical u en el sistema centro de masas. a) calcula la velocidad del otro fragmento en el sistema centro de masas. b) calcula la velocidad de cada fragmento en el sistema laboratorio.

5.34. C- A 3.0-kg block is traveling in the $-x$ direction at 5.0 m/s, and a 1.0-kg block is traveling in the $+x$ direction at 3.0 m/s. (*a*) Find the velocity v_{cm} of the center of mass. (*b*) Subtract v_{cm} from the velocity of each block to find the velocity of each block in the center-of-mass reference frame. (*c*) After they make a head-on elastic collision, the velocity of each block is reversed (in the center-of mass frame). Find the velocity of each block in the center-of-mass frame after the collision. (*d*) Transform back into the original frame by adding v_{cm} to the velocity of each block. (*e*) Check your result by finding the initial and final kinetic energies of the blocks in the original frame and comparing them.

5.35. B- Una astronauta de masa M se encuentra a una cierta distancia de su nave y decide acercarse a ella lanzando un bloque de masa m con velocidad v en sentido opuesto a la nave. a) Calcula la velocidad del astronauta después del lanzamiento, suponiendo que inicialmente está quieto. b) Calcula la velocidad del astronauta después del lanzamiento, suponiendo que inicialmente tiene una velocidad v_0 en el sentido de alejamiento de la nave. c) en este caso, calcula el valor mínimo de la masa m para que invierta el sentido de su movimiento. d) Supongamos que el astronauta tiene N bloques de masa m e inicialmente está en reposo. Calcula la velocidad del astronauta al cabo de n lanzamientos.

5.36. C- Un alambre muy fino de longitud L tiene una densidad lineal de masa dada por la función A-Bx, donde A y B son constantes positivas y x es la distancia respecto al extremo más masivo. a) una condición para que este problema sea realista es que A>BL/2, explica por qué ¿Hay alguna otra condición? b) determina la posición del centro de masas en función de L, A y B. ¿tiene sentido el resultado para B=0? Justifica la respuesta.

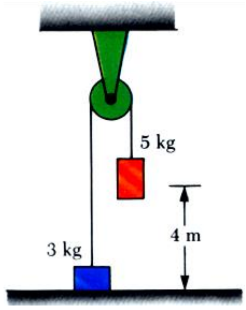
5.37. A- Hay dos bloques de masa m=3 kg y que se mueven con velocidades, respectivamente, v_1 = 5 m/s y v_2 = 2 m/s, en sentidos opuestos. Calcula: a) La energía cinética del sistema, b) La velocidad del centro de masas, c) La velocidad de los bloques respecto del centro de masas., d) Comprueba que la energía cinética del sistema es igual a la del centro de masas más la relativa al centro de masas.

5.38. A- Una varilla de longitud L y masa m está sujeta por un extremo formando un ángulo θ con la vertical. Expresa la energía potencial de la varilla tomando como nivel de referencia el punto más bajo de la varilla en su posición vertical.

5.39. C- Una lata cilíndrica tiene una altura h y una masa M. Está llena con un líquido cuya masa total es también M. Se hace un orificio en la base de la lata y el líquido sale de su interior. *a*) Si en un cierto instante la altura del líquido es x, ¿Cuál es la posición x_{cm} del centro de masas del conjunto lata + líquido restante? expresa el resultado en función de h y x. *b*) ¿para qué valor de la altura del líquido se tiene el valor mínimo del centro de masas del sistema lata + líquido?

5.40. C. a) Una pelota de masa m y velocidad $\vec{v}_0$ se aproxima a una pared en reposo formando un ángulo α respecto a un eje perpendicular a la pared, y rebota (colisiona elásticamente). Calcula el momento lineal que aporta la pared a la pelota y las velocidades de la pelota y la pared tras la colisión. b) Una tenista golpea con su raqueta de masa M una pelota de masa m que llega con velocidad $\vec{v}_0$. La raqueta se mueve con velocidad $\vec{u}$ paralela al suelo y la pelota forma un ángulo α respecto a un eje perpendicular al plano de la raqueta. Calcula la expresión de la velocidad de la pelota tras la colisión con la raqueta c) Escribe el resultado en el caso de que la raqueta tenga una masa M>>m. d) Para este caso, deduce la velocidad de la pelota en el sistema observador que ve la partida a partir de la velocidad de la pelota en el sistema en el que la raqueta está en reposo. e) Calcula para qué ángulo se obtendrá una velocidad máxima de salida y realiza los cálculos numéricos para $u=v_0=5$ m/s, m=60 g y M=0,3 kg.

5.41. B- Dos bloques de masa m_1= 5 kg y m_2= 3 kg están conectados por una cuerda ligera que pasa por una polea sin rozamiento y masa despreciable como muestra la figura. El cuerpo m_1 se deja caer desde el reposo. Calcula: a) la velocidad de m_2 justo cuando m_1 llega al suelo. b) la altura máxima alcanzada por m_2.



5.42. C- a) Dos masas m_1 y m_2 se mueven en una dimensión, con velocidades v_1 y v_2 y colisionan elásticamente. Calcula las expresiones de las velocidades después del choque en función de los parámetros anteriores. b) Una pelota de tenis de masa *m* se apoya sobre una pelota de baloncesto de masa *M* y el conjunto se deja caer desde una altura *h*. Los choques contra el suelo de la pelota de baloncesto y entre las pelotas se consideran ambos elásticos. Utilizando el resultado del apartado a), calcula la expresión de las velocidades de la pelota de baloncesto y de la pelota de tenis después del choque, así como de la altura que alcanzará cada una de ellas. c) calcula las velocidades después del choque en función de la altura inicial en el límite *M*>>*m*. d) Haz de nuevo el cálculo del apartado c) para el caso más realista m/M=0,1. Considera en todos los casos masas puntuales.

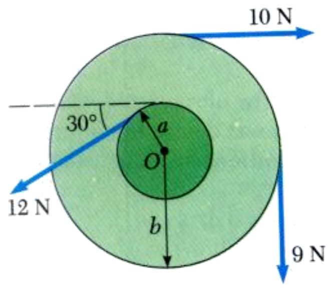
5.43. C- Se estima que el meteorito que originó el cráter Barringer (Arizona, EE.UU.) tenía una masa de aproximadamente $2.72 \cdot 10^5$ toneladas, y viajaba a una velocidad de 17.9 km/s. La Tierra tiene una velocidad orbital de unos 30,0 km/s. a) ¿Cuál es la dirección de impacto que provoca un cambio máximo en la velocidad orbital de la Tierra? b) estima, en este caso, el máximo cambio porcentual de la velocidad orbital de la Tierra, c) ¿Qué masa debería tener un asteroide para cambiar la velocidad orbital de la Tierra en un 1%, suponiendo que también el asteroide viajara a dicha velocidad?

6.- ROTACIÓN DEL SÓLIDO RÍGIDO

Movimiento de rotación y momento de inercia

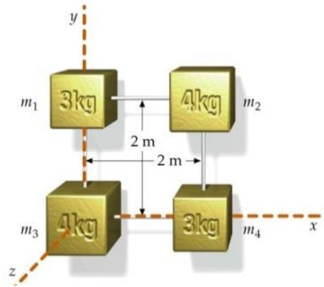
6.1. A- Un CD gira a partir del reposo a 500 rpm en 5,5 s. a)¿Cuál es su aceleración angular, supuesta constante? b) ¿Cuántas revoluciones da en 5,5 s? c) ¿Qué distancia recorre un punto de la periferia del disco situado a 6 cm del centro durante los 5,5 s que tarda en alcanzar las 500 rpm d) Determina la velocidad tangencial v_t, la aceleración tangencial a_t y la aceleración normal a_n, en un punto del borde (a 6 cm) cuando gira a velocidad angular constante de 500 rpm.

6.2. B- Una rueda inicia un movimiento uniformemente acelerado a partir del reposo y alcanza una velocidad angular ω_1=300 rev/min en t_1=6 minutos. Después de haber girado durante cierto tiempo a esta velocidad angular, se aplican unos frenos que producen un movimiento uniformemente retardado y la rueda tarda 5 minutos en pararse. a) representa las funciones aceleración angular $\alpha(t)$, la velocidad angular $\omega(t)$ y la posición angular $\theta(t)$ ANTES de realizar ningún cálculo. b) Escribe $\theta(t)$ para todos los tramos y, c) sabiendo que la rueda ha dado en total 3100 revoluciones, calcula el tiempo total que ha durado el movimiento.



6.3. A- Calcula el momento de fuerzas neto que actúa sobre el disco de la figura, respecto de un eje que pasa por O si a = 10 cm y b = 25 cm.

6.4. B- Cuatro partículas están en los vértices de un cuadrado unidas por varillas sin masa (ver figura), de modo que $m_1 = m_4 = 3$ kg y $m_2 = m_3 = 4$ kg. La longitud del cuadrado es L = 2 m. Halla los momentos de inercia respecto de los ejes *X*, *Y* y *Z* de la figura.



6.5. A-Tres partículas de masa *M* están en los vértices de un triángulo equilátero de lado *L*. Calcular el momento de inercia respecto de los ejes *x*, *y*, *z*.

6.6. B- Calcula el momento de inercia de los siguientes cuerpos: a) Un anillo delgado uniforme de radio *R* y masa *M*, respecto a un eje perpendicular que pasa por el centro. b) Disco uniforme de radio *R* y masa *M*, respecto a un eje perpendicular que pasa por el centro. c) Cilindro uniforme de radio *R* y masa *M*, respecto al eje.

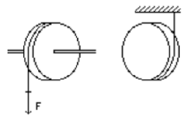
6.7. B-Calcula el momento de inercia de los siguientes cuerpos: a) una varilla delgada de longitud L y masa M, con respecto a un eje perpendicular que pasa por un extremo y un eje perpendicular que pasa por el centro; b) una placa rectangular homogénea delgada de lados a y b y masa M, respecto a un eje perpendicular que pasa por el centro de masas y respecto a un eje perpendicular que pasa por un vértice; c) un anillo delgado uniforme de masa M y radio R, respecto de un eje que pasa por un diámetro, d) C- una esfera maciza respecto a su diámetro. Para ello, calcula primero el de una superficie esférica de radio R y utiliza este resultado.

6.8. B- Una cisterna de gasolina de $4.4 \cdot 10^8$ kg es transportado desde Venezuela (10º latitud norte) hasta Holanda (53º latitud norte). a) Calcula en general el momento de inercia del sistema tierra – cisterna como función de la latitud, así como la variación relativa del momento de inercia entre dos latitudes diferentes. b) Calcula numéricamente el apartado a) para los datos del problema

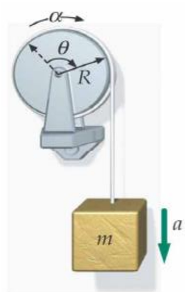
6.9. A- Se quiere abrir una puerta de masa m=50 kg, una anchura L=90 m y una altura h=2 m, tirando de ella con una fuerza F de 10 N (perpendicularmente a la puerta). Se pide: a) Calcular el momento de inercia de la puerta, respecto de un eje que pasa por las bisagras (considerándola como una lámina rectangular uniforme). b) comparar la aceleración angular que adquiere la puerta si tiramos del extremo o del punto medio. c) Si la anchura de la puerta se reduce a la mitad, manteniendo la misma masa, ¿cuál es la aceleración angular comparada con el caso anterior?

Dinámica con movimiento de rotación. Energía del sólido rígido

6.10. A- a) Calcula la aceleración angular de una polea cilíndrica de 0,5 m de radio y 20 kg de masa si se aplica una fuerza F de 9,8 N a la cuerda enrollada sobre ella; b) el extremo de la cuerda enrollada sobre la polea de masa m está sujeto al techo. Calcula la expresión de la aceleración angular si se deja caer desde el reposo. Calcula resultados numéricos con los datos de:
http://serc.carleton.edu/dmvideos/videos/hoop_falling.html

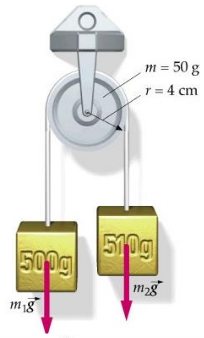


6.11. B- Se sujeta un bloque de masa m a una cuerda ligera enrollada alrededor de una polea de masa m_0 y radio R. La polea puede girar sin rozamiento y la cuerda no desliza. a) Halla la tensión de la cuerda y la aceleración del bloque. b) Calcula la potencia total que desarrollan las fuerzas del sistema (polea/bloque). Realiza los cálculos numéricos usando los datos que deduces de la experiencia del vídeo:
http://serc.carleton.edu/dmvideos/videos/wheel_falling.html

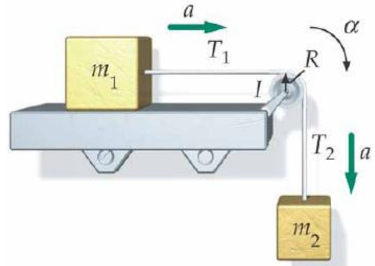


6.12. B- Una máquina de Atwood está compuesto de dos objetos de masas m_1 = 500 g y m_2 = 510 g, unidos por una cuerda de masa despreciable que pasa por una polea sin rozamiento. La polea es un disco uniforme de masa 50 g y un radio de 4 cm. La cuerda no se desliza sobre la polea. Plantea la representación de cuerpo libre y aplica la 2ª ley de Newton a cada cuerpo y:

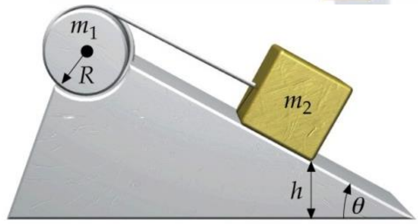
a) Calcula la aceleración de las masas.
b) ¿Cuál es la tensión de la cuerda que soporta a m_1? ¿Y de la cuerda que soporta a m_2? ¿En cuánto difieren?
c) ¿Cuáles serían las respuestas dadas si se hubiese despreciado la masa de la polea?



6.13. B- Dos bloques están conectados por una cuerda que pasa por una polea de radio R y masa m. El bloque de masa m_1 desliza sobre una superficie sin rozamiento. Determina la aceleración a de los bloques y las tensiones T_1 y T_2.



6.14. B- Un cilindro uniforme de masa m_1 y radio R gira sobre un eje sin rozamiento. Se enrolla una cuerda alrededor del mismo que se mueve con una masa m_2 la cual está apoyada en un plano inclinado sin rozamiento de ángulo θ, como se ve en la figura. El sistema se deja en libertad desde el reposo con m_2 a una altura h sobre la base del plano inclinado. Plantea la representación de cuerpo libre y aplica la 2ª ley de Newton a cada cuerpo y calcula:



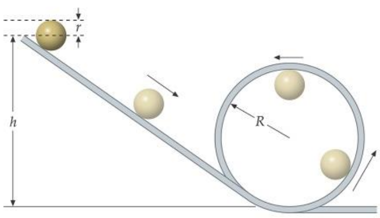
a) la aceleración de la masa m_2
b) la tensión de la cuerda
c) la velocidad con que llega la masa m_2 al final del plano inclinado
d) Analiza las respuestas para los casos $\theta = 0º$, $\theta = 90º$ y $m_1 = 0$.

6.15. B-Una barra delgada y uniforme de longitud L y masa M pivota (sin rozamiento) sobre un extremo. Se coloca en posición horizontal y se deja en libertad. Determina: a) la aceleración angular inicial α_0. b) la aceleración lineal inicial a_0 del extremo libre. c) la velocidad angular ω cuando pasa por la vertical. d) La velocidad del centro de masas v_{CM} en el mismo instante. e) calcular las magnitudes anteriores suponiendo que parte de una posición vertical. Considerar que L=1 m y la masa m=2 kg .

6.16. A- Una bola de bolera radio R = 11 cm y masa M = 7.2 kg rueda sin deslizar con v = 2.0 m/s sobre una superficie horizontal. Continua rodando sin deslizar cuando sube por una rampa, hasta que se para a una altura h. Determina h.

6.17. B- Una rueda está formada por un borde muy fino de m=3 kg y cuatro radios de masa 1,2 kg cada uno. Calcula la energía cinética de la rueda cuando rueda con una velocidad de 6 m/s sobre una superficie plana.

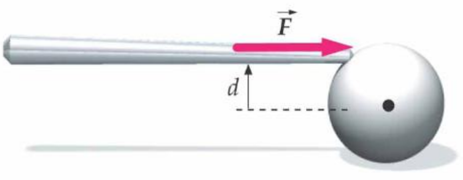
6.18. B.- Tienes que diseñar un juguete para niños con un circuito en forma de aro. La idea, como muestra la figura, es que la bola de masa m y radio r, descienda sin deslizar por el plano inclinado y recorra el *loop* de radio R. La bola parte del reposo desde una altura h, respecto a la base de la estructura. Determina el valor de h para el que la bola permanece en contacto con la superficie del circuito en todos los puntos.



6.19. B- A bowling ball of mass M and radius R is released so that at the instant it touches the floor it is moving horizontally with a speed v_0 and is not rotating. It slides for a time t_1 a distance s_1 before it begins to roll without slipping. (*a*) If μ_k is the coefficient of kinetic friction between the ball and the floor, find s_1, t_1, and the final speed v_1 of the ball. (*b*) Find the ratio of the final kinetic energy to the initial kinetic energy of the ball. (*c*) Evaluate s_1, t_1, and v_1 for $v_0 = 8.0$ m/s and $\mu_k= 0.060$.

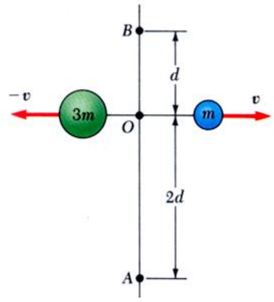
6.20. B- Un esfera maciza, un cilindro macizo y un anillo, todos con radio R y masa m bajan rodando sin deslizar por un plano inclinado un ángulo α con la horizontal. a) la aceleración del centro de masas a_{CM}. b) la velocidad del CM, v_{CM}, en el punto más bajo. c) la fuerza de rozamiento f_r. d) Si todos parten del reposo a una altura h = 1m, ¿en qué orden llegarán al punto más bajo del plano inclinado? ¿con qué velocidad?.

6.21. A- Un taco de billar golpea la bola horizontalmente a una distancia d por encima del centro de la bola. Hallar el valor de d para el cual la bola rodará sin deslizamiento desde el comienzo.

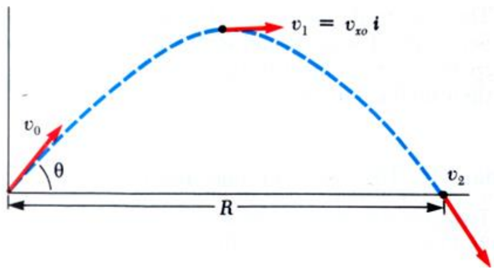


Momento angular y su conservación

6.22. A- Determina el momento angular respecto del origen en las siguientes situaciones: a) Un coche de masa 1200 kg se mueve en un círculo de 20 m de radio con velocidad de 15m/s, en sentido antihorario. El círculo se halla en el plano *xy*, centrado en el origen. b) el mismo coche se mueve con velocidad **v** = -15 m/s **i** a lo largo de la línea $y = y_0 = 20$ m. c) Un disco en el plano xy de radio 20 m y masa 1200 kg gira con velocidad angular de 0,75 rad/s alrededor de su eje, en sentido antihorario.



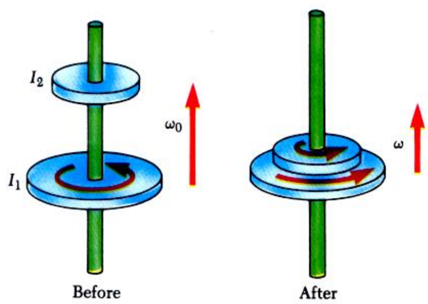
6.23. A- Dos partículas se mueven en sentidos opuestos a lo largo de una línea recta (ver figura). La partícula de masa m se mueve hacia la derecha con velocidad v mientras que la partícula de masa 3m se mueve hacia la izquierda con velocidad v. ¿Cuál es el momento angular total del sistema respecto de a) el punto A, b) el punto O y c) el punto B?.



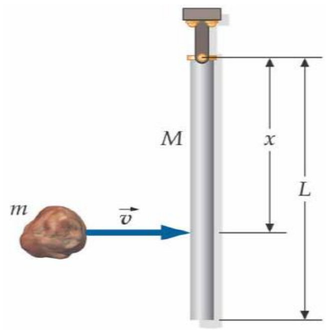
6.24. B- Una partícula de masa m se lanza con una velocidad v_0 formando un ángulo θ con la horizontal, como muestra la figura. Se pide: calcular el momento angular en a) el origen, b) el punto de máxima altura y c) en el punto de máximo alcance. d) ¿Qué momento externo es el responsable de la variación del momento angular?.

6.25. A- Un hombre de masa m=70 kg se encuentra en el borde de una plataforma horizontal de masa M=100 kg y radio R=5 m. La plataforma puede girar libremente alrededor de un eje vertical que pasa por su centro. Partiendo del reposo, el hombre lanza una masa m_0=1 kg con velocidad v_0=10 m/s en dirección tangencial a la plataforma. Obtener la velocidad angular con que girará el sistema.

Colisiones que involucran sólidos en rotación



6.26. B- Un cilindro de momento de inercia I_1 gira con velocidad angular ω_0 en torno a un eje vertical sin rozamiento. Un segundo cilindro, con momento de inercia I_2, que inicialmente no gira, cae sobre el primero. Como las superficies de los cilindros son rugosas, los dos cilindros adquieren la misma velocidad angular ω. Determinar: a) la velocidad angular con la que girarán los dos discos, b) la variación relativa (pérdida) de energía cinética. C) realiza los cálculos numéricos utilizando los datos del vídeo: http://serc.carleton.edu/dmvideos/videos/disk_disk_colli.html



6.27. B- Una barra delgada de masa *M* y longitud *L* cuelga de un pivote en su parte superior. Un fragmento de arcilla de masa *m* y velocidad *v* choca contra la barra a una distancia *x* del pivote y se adhiere a ella. Determina la razón entre la energía cinética del sistema inmediatamente después y antes de la colisión.

6.28. B- Una bala de masa m = 20 g que se mueve horizontalmente con una velocidad v, choca y se queda incrustada en el extremo inferior de una varilla, de longitud L = 20 cm y masa M = 0,5 kg, La varilla, similar a la del problema anterior, está suspendida por el extremo superior, alrededor del cual puede girar libremente (ver figura). Se pide:

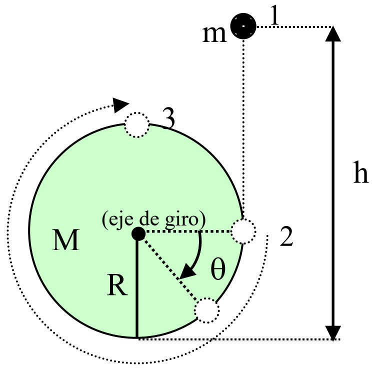
a) Calcular la velocidad mínima de la bala para que la varilla (con la bala) gire un ángulo de 180º.
b) En las condiciones del apartado a) calcular la energía perdida en el choque.

6.29. C- Un disco de masa M y radio R, inicialmente en reposo, puede girar en torno a un eje perpendicular al disco y que pasa por su centro. Una bolita pequeña de masa m = M/2 se deja caer desde una altura h (posición 1), tal y como muestra la figura, de manera que choca con el disco justo en el borde (posición 2), quedándose incrustada en el mismo. El disco junto con la bolita empiezan a girar con una velocidad angular ω_0.

a) Calcula la altura h desde la que hay que dejar caer la bola para que el disco (junto con la boa) gire un ángulo de 270º y se pare (pos. 3).

b) Calcula la energía perdida en el choque.

c) Calcular $\omega(\theta)$, es decir, la velocidad angular en función del ángulo θ girado (ver figura), particularizando para $\theta = 0, \pi/2, \pi$ y $3\pi/2$ radianes.



Ejercicios adicionales:

6.30. opcional C- Determinar la variación de la duración del día terrestre que se podría verificar si la masa de hielo de antártico se descongelara completamente. Para ello: a) razonar cualitativamente y sin hacer ningún cálculo, sobre los efectos que dicho fenómeno tendría sobre la rotación de la Tierra. b) considerar un modelo sencillo que suponga que toda la masa de la Antártida se encuentra acumulada en un cilindro de radio a, altura h y masa m centrado en el polo sur (o también en un casquete de dimensiones similares). Para hacer estimaciones numéricas de la variación del periodo de rotación terrestre (al final), podéis ayudaros de la siguiente tabla:

***Table 11.3:** Some physical characteristics of ice on Earth.*

	Glaciers	Ice caps	Glaciers and ice caps[a]	Greenland ice sheet[b]	Antarctic ice sheet[b]
Number	>160 000	70			
Area (10^6 km^2)	0.43	0.24	0.68	1.71	12.37
Volume (10^6 km^3)	0.08	0.10	0.18 0.04	2.85	25.71
Sea-level rise equivalent[d]	0.24	0.27	0.50 0.10	7.2[c]	61.1[c]
Accumulation (sea-level equivalent, mm/yr)[d]			1.9 0.3	1.4 0.1	5.1 0.2

Data sources: Meier and Bahr (1996), Warrick et al. (1996), Reeh et al. (1999), Huybrechts et al. (2000), Tables 11.5 and 11.6.
[a] Including glaciers and ice caps on the margins of Greenland and the Antarctic Peninsula, which have a total area of 0.14×10^6 km^2 (Weideck and Morris, 1996). The total area of glaciers and ice-caps outside Greenland and Antarctica is 0.54×10^6 km^2 (Dyurgerov and Meier, 1997a). The glaciers and ice caps of Greenland and Antarctica are included again in the next two columns.
[b] Grounded ice only, including glaciers and small ice caps.
[c] For the ice sheets, sea level rise equivalent is calculated with allowance for isostatic rebound and sea water replacing grounded ice, and this therefore is less than the sea level equivalent of the ice volume.
[d] Assuming an oceanic area of 3.62×10^8 km^2.

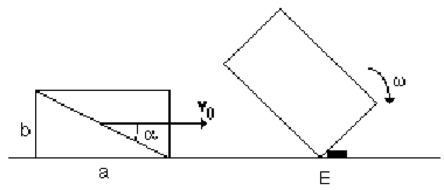
Table of contents | Previous page | Next page
Other reports in this collection

INTERGOVERNMENTAL PANEL ON CLIMATE CHANGE UNEP WMO

fuente: http://www.grida.no/publications/other/ipcc_tar/?src=/climate/ipcc_tar/wg1/412.htm

6.31. Una esfera sólida se pone en rotación alrededor del eje horizontal a una velocidad angular ω_0 y después se sitúa sobre el suelo con su centro de masas en reposo. Si el coeficiente de rozamiento dinámico entre la esfera y el suelo es μ_k, encuentra la velocidad del centro de masas de la esfera cuando ésta empieza a rodar sin deslizar.

6.32. C.-Un rectángulo de dimensiones a y b resbala apoyando el lado a por encima de una superficie plana y lisa, con velocidad v_0. En un momento determinado choca contra un pequeño escalón situado en la superficie y unido a ella. Suponiendo despreciable el rebote contra el escalón, calcular la velocidad angular con que comienza a girar el rectángulo.



6.33. B- Una varilla muy fina de longitud L tiene una densidad lineal de masa dada por la función A-Bx, donde A>0 y B>0 y x es la distancia respecto al extremo más masivo. a) Calcula el momento de inercia I respecto de un eje perpendicular a la varilla situado en el extremo x=0; b) idem, si el eje está situado en x=L, y discute el resultado en relación con el caso a) anterior. c) Calcula el momento de inercia respecto del centro de masas de la varilla.

6.34. B- El péndulo de un reloj de pared está formado por una varilla de longitud L=0,5 m y una lenteja de radio R=0,1 m (la varilla llega hasta el centro de la lenteja. La lenteja se puede considerar un disco). La masa de la lenteja es de 100 g y la de la varilla es la mitad. Calcula el momento de inercia del péndulo del reloj respecto a un eje a) que pasa por el punto de oscilación del péndulo, y perpendicular a su plano de oscilación. b) que pasa por el centro de masas del sistema.

6.35. A.- Calcula la energía cinética del péndulo del reloj del problema 6.34 en el instante en que la velocidad lineal del centro de la lenteja vale 0.5 m/s.

6.36. C- Una varilla de longitud L=1 m y masa m=1 kg, se suspende del extremo superior. La densidad lineal de su mitad inferior es el doble que la de su mitad superior. a) Calcula la posición del centro de masa de la varilla y su momento de inercia. b) Estando la varilla en reposo, incide en el extremo inferior un proyectil de m=10 g con una velocidad v=100 m/s y se incrusta en la varilla. Calcula la velocidad angular de la varilla inmediatamente después del choque c) Calcula el ángulo máximo de elevación de la varilla.

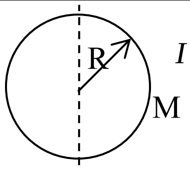
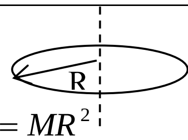
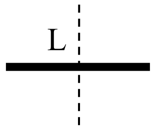
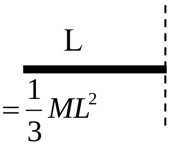
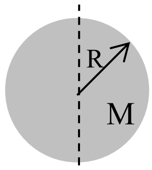
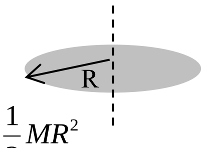
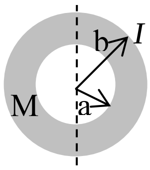
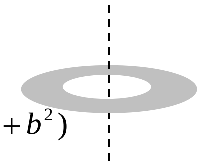
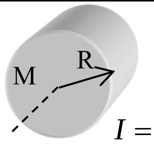
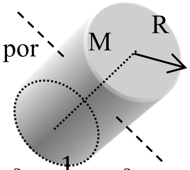
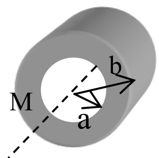
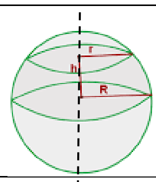
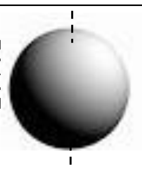
6.37. B-Una barra homogénea de masa m=2 kg y longitud L=1 m puede girar alrededor de un eje horizontal que pasa por uno de sus extremos. Se deja caer desde su posición horizontal y cuando alcanza la vertical golpea un bloque de masa m=200 g. Este, después de recorrer s_1=3 m horizontalmente sobre una superficie cuyo coeficiente de rozamiento μ=0.05, asciende por un plano inclinado de α= 30° sin rozamiento. Calcula la longitud s_2 que recorre en este último si el choque es elástico.

6.38. B-Un cilindro de masa m y radio de la base R se lanza sobre una superficie horizontal con una velocidad v_0. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento es μ obtener: a) la velocidad que tendrá cuando gire sin deslizamiento, b) la pérdida de energía cinética experimentada en ese instante.

Justifica y razona tus cálculos usando principios físicos generales. Calcula simbólicamente, valores numéricos al final.

CUERPOS IDEALES EN FÍSICA

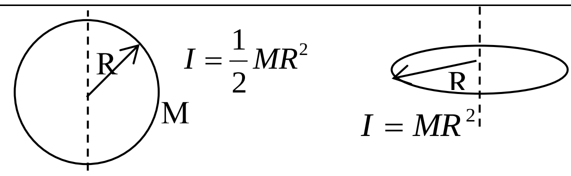
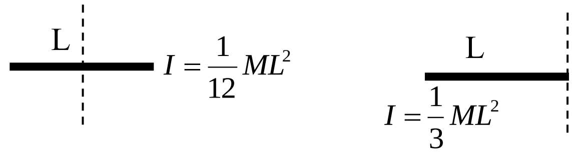
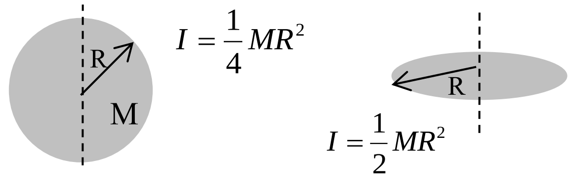
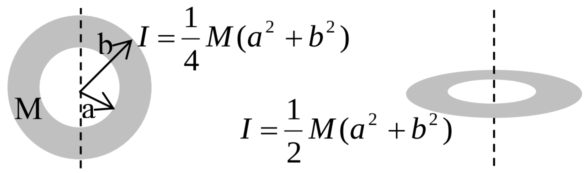
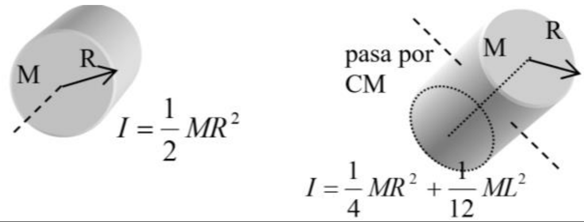
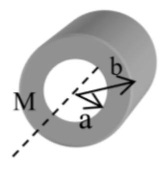
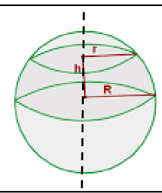
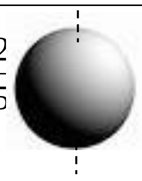
Momento de Inercia I
respecto al eje indicado con línea discontínua y suponiendo densidad homogénea

ANILLO	<u>Circunferencia</u> de radio R y masa M que se encuentra distribuida en la <u>línea</u> definida por r =R (sin grosor)	 $I = \frac{1}{2}MR^2$  $I = MR^2$
VARILLA	<u>Línea</u> de longitud L y masa M (sin grosor) Si tuviera grosor (radial) sería un cilindro	 $I = \frac{1}{12}ML^2$  $I = \frac{1}{3}ML^2$
DISCO	<u>Círculo</u> de radio R y masa M distribuida en la <u>superficie</u> definida por r≤ R (sin volumen) Si tuviera volumen (altura), sería un cilindro	 $I = \frac{1}{4}MR^2$  $I = \frac{1}{2}MR^2$
CORONA CIRCULAR	<u>Círculo</u> de radio R y masa M distribuida en la <u>superficie</u> definida por a≤ r≤ b (sin volumen) Si a=b caso del anillo Si a=0 caso del disco	 $I = \frac{1}{4}M(a^2+b^2)$  $I = \frac{1}{2}M(a^2+b^2)$
CILINDRO MAZIZO	Cilindro de masa M distribuida en el <u>volumen</u> definido por r ≤R y L si L=0 caso de disco respecto a un diámetro, si R=0 caso de varilla respecto a eje por CM	 $I = \frac{1}{2}MR^2$  $I = \frac{1}{4}MR^2 + \frac{1}{12}ML^2$
CILINDRO HUECO	Cilindro de masa M distribuida en el <u>volumen</u> definido por a ≤r ≤b y L. Si a=b, superficie cilíndrica. Si a=0 cilindro macizo	 $I = \frac{1}{2}M(b^2+a^2)$
SUPERFICIE ESFÉRICA	Esfera de masa M distribuida en la <u>superficie</u> de radio r=R (sin volumen)	$I = \frac{2}{3}MR^2$ 
ESFERA (MACIZA)	Esfera de masa M distribuida en el <u>volumen</u> de radio r≤ R	$I = \frac{2}{5}$ 

Justifica y razona tus cálculos usando principios físicos generales. Calcula simbólicamente, valores numéricos al final.

CUERPOS IDEALES EN FÍSICA

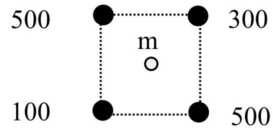
Momento de Inercia I
respecto al eje indicado con línea discontínua y suponiendo densidad homogénea

ANILLO	Circunferencia de radio R y masa M que se encuentra distribuida en la línea definida por r =R (sin grosor)	 $I=\frac{1}{2}MR^2$ $I=MR^2$
VARILLA	Línea de longitud L y masa M (sin grosor) Si tuviera grosor (radial) sería un cilindro	 $I=\frac{1}{12}ML^2$ $I=\frac{1}{3}ML^2$
DISCO	Círculo de radio R y masa M distribuida en la superficie definida por r≤ R (sin volumen) Si tuviera volumen (altura), sería un cilindro	 $I=\frac{1}{4}MR^2$ $I=\frac{1}{2}MR^2$
CORONA CIRCULAR	Círculo de radio R y masa M distribuida en la superficie definida por a≤ r≤ b (sin volumen) Si a=b caso del anillo Si a=0 caso del disco	 $I=\frac{1}{4}M(a^2+b^2)$ $I=\frac{1}{2}M(a^2+b^2)$
CILINDRO MAZIZO	Cilindro de masa M distribuida en el volumen definido por r ≤ R y L. Si L=0, caso de disco respecto a un diámetro si R=0, caso de varilla respecto a eje por CM	 $I=\frac{1}{2}MR^2$ pasa por CM $I=\frac{1}{4}MR^2+\frac{1}{12}ML^2$
CILINDRO HUECO	Cilindro de masa M distribuida en el volumen definido por a ≤r ≤b y L. Si a=b, superficie cilíndrica. Si a=0 cilindro macizo	 $I=\frac{1}{2}M(b^2+a^2)$
SUPERFICIE ESFÉRICA	Esfera de masa M distribuida en la superficie de radio r=R (sin volumen)	 $I=\frac{2}{3}MR^2$
ESFERA (MACIZA)	Esfera de masa M distribuida en el volumen de radio r≤ R	 $I=\frac{2}{5}$

7.- Campo Gravitatorio

7.1. A- La Estación Espacial Internacional se mueve en una órbita prácticamente circular alrededor de la Tierra, a 385 km por encima de la superficie de ésta. Calcula el periodo de la órbita.

7.2. A- Calcula la fuerza gravitatoria sobre la partícula de masa m=250 kg, situada en el centro del cuadrado de la figura, de 2 m de lado.



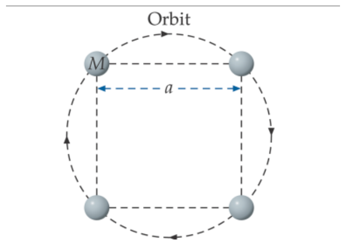
7.3. B- Queremos situar un satélite de masa m =1000 kg en órbita circular geoestacionaria. ¿A qué altura sobre la superficie terrestre está la órbita?. ¿Qué velocidad tiene el satélite?. Si se parte del reposo en la estación de lanzamiento y se desprecia la resistencia del aire, ¿cuál es la energía necesaria para situarlo en órbita?.

7.4. B- Un satélite se mueve describiendo una órbita elíptica alrededor de la Tierra. Las distancias mínima y máxima a la superficie de la Tierra son 400 km y 3000 km, respectivamente. Calcula la velocidad del satélite en el apogeo y en el perigeo y la excentricidad de la órbita.

7.5. A- Sabiendo que el planeta Venus tarda 224.7 dias en una revolución completa alrededor del Sol y que la distancia de Neptuno al sol es de $4{,}5 \cdot 10^9$ km, que la Tierra invierte 365,256 dias en una revolución completa alrededor del Sol y que la distancia a éste es de $149{,}5\cdot 10^6$ km. Calcula: a) la distancia Venus-Sol, b) la duración de una revolución completa de Neptuno alrededor del Sol.

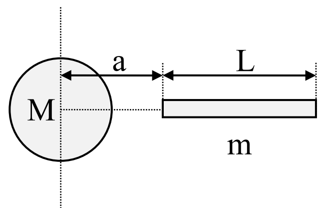
7.6. A -La tabla adjunta da el radio de la órbita (supuesta circular) y el periodo de revolución de las lunas de Júpiter, descubiertas por Galileo en 1610. Con estos datos comprobar que se cumple la 3ª ley de Kepler y estimar la masa de Júpiter.

	R (km)	T (días)
Io	$4{,}22\cdot 10^5$	1,77
Europa	$6{,}71\cdot 10^5$	3,55
Ganímedes	$1{,}07\cdot 10^6$	7,16
Calisto	$1{,}88\cdot 10^6$	16,69



7.7. B- Four identical planets are arranged in a square as shown in the upper figure. If the mass of each planet is M and the edge length of the square is a, what must be their speed if they are to orbit their common center under the influence of their mutual attraction?

7.8. B- Una esfera uniforme de masa M está localizada cerca de una varilla delgada y uniforme de masa m y longitud L, como indica la figura. Hallar la fuerza gravitatoria de atracción ejercida por la esfera sobre la varilla.



7.9. C- Dos masas iguales, M, están situadas sobre el eje OX, a igual distancia x del origen de coordenadas y una a cada lado. Hallar: a) La expresión de la intensidad del campo gravitatorio creado por las dos masas en un punto cualquiera del eje OY. b) La expresión de la energía potencial de una masa m respecto del origen y situada en cualquier punto del eje OY. c) opcional: Si dicha masa m se deja suelta en un punto tal que $y \ll x$, hallar la velocidad que llevará al pasar por el origen de coordenadas.

7.10. C- Una barra uniforme de masa M y longitud L está centrada en el origen y orientada a lo largo del eje x. Calcula el campo gravitatorio debido a la barra en puntos del eje x, con $x>L/2$.

7.11. C- La densidad de la Tierra en un punto situado a una distancia r del centro de ésta viene dada por la expresión $\rho=\rho_0(1-3r^2/4R^2)$ siendo ρ_0 =10 g/cm^3 y R=6379 km. Calcula la masa de la Tierra. Si g/g_o son los valores de la gravedad a distancias r y R del centro de la Tierra, hallar g/g_0 y el valor de ese cociente cuando r=R/2.

7.12. B- Un proyectil se dispara hacia arriba desde la superficie de la Tierra con una velocidad inicial $v_i = 8$ km/s. Determina la altura máxima que alcanza, despreciando la resistencia del aire. (En este caso, el desplazamiento del proyectil es tal que no es posible considerar que el campo gravitatorio sea aproximadamente constante).

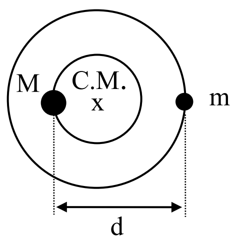
7.13. B-Hallar la velocidad con la que llegará a la superficie terrestre un objeto de masa m que se deja caer desde una altura H=100 km sobre la superficie de la Tierra partiendo del reposo.

7.14. A- Un proyectil se dispara hacia arriba desde la superficie de la Tierra con una velocidad inicial $v_i = 15$ km/s. Determinar la velocidad del proyectil cuando está muy lejos de la Tierra, despreciando la resistencia del aire.

7.15. B- Dos partículas de masas m_1 y m_2 están inicialmente en reposo separadas una distancia infinita. Por su atracción mutua, comienzan a moverse una hacia la otra. ¿qué velocidad tendrá cada una de ellas cuando se encuentren a una distancia r?

7.16. B- Se proyecta desde la superficie de la Tierra una partícula con una velocidad doble de la de escape. Cuando esté muy lejos de la Tierra, ¿cuál será su velocidad?

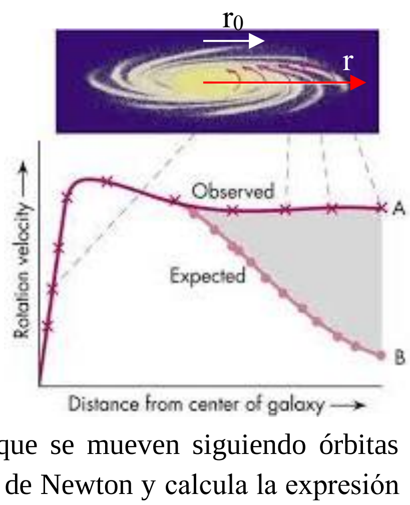
7.17. A- ¿Qué factor hay que incrementar la velocidad de un objeto en órbita circular para alcanzar la velocidad de escape desde su altitud orbital?



7.18. C- En un sistema de estrellas binarias, dos estrellas de masas M y m se encuentran separadas una distancia d, y describen órbitas circulares respecto a su CM. a) Demostrar que el periodo es el mismo para las dos estrellas. b) Calcular este periodo en función de la distancia d que separa ambas estrellas.

7.19. B- Un cierto sistema triple consta de dos estrellas, cada una de masa m, que orbitan alrededor de una estrella central de masa M en la misma órbita circular de radio r. Las dos estrellas están siempre en los extremos opuestos de un diámetro de la órbita circular. a) Calcular el periodo de revolución de las estrellas de masa m b) Discutir el límite M >> m.

7.20. C- La astrofísica Vera Rubin midió la longitud de onda de la luz proveniente de diferentes posiciones radiales de la galaxia Andrómeda, y dedujo su velocidad de giro en función del radio por efecto Doppler (corrimiento relativo hacia el rojo/azul en el lado que se aleja/acerca de/a nosotros, y nulo en el centro). El resultado (figura 1), muy alejado de lo esperado, le llevó a proponer (1975) la existencia de una "materia oscura", que se manifiesta sólo por efectos gravitacionales. Tras la inicial incredulidad, se obtuvo confirmación en otras galaxias y se aceptó esta explicación, corroborada por otros fenómenos. Calcula lo que se espera obtener suponiendo que la galaxia es una distribución uniforme de estrellas de densidad constante ρ_0 para $r<r_0$ y valor despreciable para $r>r_0$, siendo r_0=radio del núcleo galáctico esférico, que se mueven siguiendo órbitas circulares alrededor su centro. Concretamente: a) Plantea la segunda ley de Newton y calcula la expresión de la velocidad de giro v(r) en general, en función de la masa M(r). b) Particulariza v(r) y M(r) para las dos zonas consideradas (dentro y fuera del núcleo de la galaxia) y representa su dependencia con r. c) Compara tu gráfica con los resultados experimentales explica qué habría que tener en cuenta para poder justificarlos.



PROBLEMAS ADICIONALES

7.21. A. Se cree que existe un agujero negro súper masivo en el centro de nuestra galaxia. Un dato que conduce a dicha conclusión es la observación del movimiento estelar en las proximidades de dicho centro. Si una de esas estrellas se mueve siguiendo una órbita elíptica alrededor del centro galáctico con un periodo de 15,2 años y su semieje mayor es de 5.5 días-luz ¿Qué valor tiene la masa del agujero negro?

7.22. B. El Voyager 1 fue un satélite lanzado el 5 de septiembre de 1977 con el objetivo de fotografiar y estudiar de cerca diferentes planetas para, posteriormente, salir de nuestro sistema solar. El 13 de diciembre de 2013 se encontraba a 127 AU de la Tierra. Calcula la velocidad mínima con la que es necesario lanzar el satélite, relativa a la superficie de la Tierra, teniendo en cuenta que la Tierra tiene una cierta velocidad orbital y que el satélite debe poder escapar del sistema solar. Discute previamente en qué dirección conviene lanzarlo respecto a la dirección y sentido de la velocidad orbital de la Tierra.

7.23. B. Urano, el séptimo planeta del sistema solar, fue observado por primera vez por William Herschel en 1781. Alrededor de 1840 las observaciones indicaban que la órbita de Urano (T_u= 84 años) se desviaba de los cálculos keplerianos en una cantidad no atribuible a la incertidumbre de medida. La conclusión fue que debía haber un octavo planeta que también contribuyera a la fuerza gravitatoria sobre Urano, además de la del sol y los seis planetas conocidos, y cuya órbita fue calculada por Adams y Le Verrier en 1845. Un año después, apuntando al cielo en la posición predicha, John Galle encontró Neptuno (T_n=164,8 años). Calcula la simbólicamente la razón de fuerzas gravitatorias $F_{U\text{-}S}$ y $F_{U\text{-}N}$ en función de las masas y periodos cuando los dos planetas están alineados con el Sol. Estima dicho valor numéricamente (datos adicionales: busca los valores numéricos de las masas de los planetas involucrados y del sol).

7.24. C. El fenómeno de las mareas es conocido desde siempre por la humanidad que habita las costas de la Tierra. La explicación de Seleuco de Seleucia (s. III aC.) en términos de una interacción de la Tierra con la Luna y el Sol dependiente del cuadrado de la distancia, fue recuperada en tiempos modernos con la teoría de la gravitación de Newton. Esta permite explicar fenómenos de marea en todo tipo de cuerpos celestes, de especial interés cuando hay campos gravitatorios intensos que varían rápidamente con la distancia. Realiza una estimación del campo gravitatorio que da lugar a las mareas en la Tierra debido a la interacción con la Luna y el Sol. Calcula dicho campo y la fuerza gravitatoria si en lugar de la Luna se tuviera el agujero negro del ejercicio 7.21.

7.25. C- Una forma de incrementar la velocidad de los satélites de exploración para ir a órbitas alejadas o incluso salir del sistema solar es obligarles a que realicen alguna "slingshot orbit" u órbita tirachinas, para que consigan velocidades elevadas. En este procedimiento, se obliga al satélite a acercarse a un planeta masivo, girar parcialmente a su alrededor sin completar una órbita y salir despedido de nuevo. Se trata de una colisión, similar a la planteada en el ejercicio 5.40. El satélite tiene inicialmente velocidad v_1 y el planeta velocidad U_1. Calcula la velocidad final del satélite en el caso de que se trate de: a) una colisión frontal, es decir, el satélite se aproxima al planeta en dirección opuesta a su movimiento orbital, y b) formando un cierto ángulo con la dirección de la velocidad del planeta. http://www.phy6.org/stargaze/Stostars.htm