

# Problemas de Partículas 2011

## Serie 1

1. Se acelera un protón en un acelerador lineal a 0.5 GV. Calcular la longitud de onda asociada al mismo utilizando el sistema de unidades naturales. ¿cuánto valdrá esta en el LHC (energía 7 TeV)? ¿Cual sería la energía disponible si el protón chocara contra un protón en reposo? ¿y cuando lo hace contra el otro protón del LHC que es acelerado en dirección contraria? ¿En este último caso puede compararse la energía en centro de masas con el peso de una bacteria (1mg de peso seco contiene  $5 * 10^9$  bacterias)? ¿y con la energía cinética de una moneda (10gr) al caer desde un metro de altura?

---

2. El neutrón tiene una vida media de 887 s. Razonar por qué existen tantos núcleos atómicos estables.

---

3. Imponiendo conservación de cuadrimomento, averiguar si los siguientes procesos están permitidos o prohibidos:

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma; Z^0 \rightarrow e^+ + e^-; W^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e; e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma; N \rightarrow N + \pi; N + \pi \rightarrow N + \pi.$$

---

4. Determinar la energía umbral de los siguientes procesos:

$$\gamma + p \rightarrow \pi^+ + n; p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}; \pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n.$$

---

5. Se midió el ángulo mínimo que formaban dos fotones procedentes de la desintegración del  $\pi^0$  en la reacción  $\pi^- p \rightarrow n \pi^0$  obteniéndose para los piones iniciales en reposo que  $\cos^2(\phi/2) = 0.040 \pm 0.004$ . Determinar  $m_{\pi^0}$  supuestas conocidas todas las otras masas

---

6. Consideren la desintegración  $Z^0 \rightarrow \tau^+ + \tau^-$ .

- a) ¿Cuál es la energía y el momento de los leptones en el sistema en reposo de la  $Z^0$ ?
- b) El  $\tau^-$  se desintegra mediante el proceso  $\tau^- \rightarrow \pi^- + \nu_\tau$ . Den la energía y el momento del pión en el sistema en reposo del  $\tau^-$  suponiendo que el  $\nu_\tau$  no tiene masa.
- c) Encuentren las energías máxima y mínima del  $\pi^-$  en el sistema en reposo del  $Z^0$ .

d) ¿En qué dirección (respecto del trimomento del  $\tau^-$ ) sale el  $\pi^-$  con energía mínima?

---

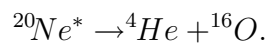
7. Considérese el proceso  $a \rightarrow 1 + 2 + 3$ .

- a) ¿Cuántas variables cinemáticas independientes tenemos?
- b) Expresen las energías y los momentos de las partículas 1, 2, y 3 en función de las variables  $s_{ij} = p_i \cdot p_j$ .
- c) Representen gráficamente los límites de la región física en función de las variables  $s_{13}$  y  $s_{23}$  para i)  $m_1 = m_2 = m_3 = 0$ ; ii)  $m_1 = 0, m_2 = m_3 = m$ .
- d) Calculen las energías máximas  $E_1^{max}, E_2^{max}$  y  $E_3^{max}$ .
- e) En la desintegración  $\eta \rightarrow \pi^0 + \pi^0 + \gamma$  ¿Cuál es la energía máxima que puede llevarse el fotón?
- 

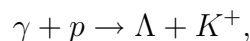
8. ¿Por qué la desintegración del meson eta,  $\eta \rightarrow 3\pi$ , es de origen electromagnético? Sabiendo que un estado  $\pi^+ + \pi^-$  en onda  $\ell$  tiene conjugación de carga  $C = (-)^\ell$  y usando el formalismo de isospín para los piones, comprobar que  $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  no puede conservar simultáneamente  $C$  e isospín. Repetir el razonamiento para  $\eta \rightarrow \pi^0 + \pi^0 + \pi^0$ .

---

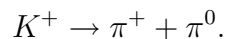
9. Sabiendo que  $J^P(^{20}\text{Ne}^*, ^4\text{He}, ^{16}\text{O}) = (1^+, 0^+, 0^+)$ , decir si es posible el proceso



10. Se considera el proceso



seguido de la desintegración



Determinese

- a) La energía umbral del fotón para que la reacción sea posible.
- b) La energía máxima del  $\pi^+$  cuando el fotón lleva la energía umbral. Realícese el cálculo en el sistema laboratorio.
-

# PROBLEMAS DE PARTÍCULAS ELEMENTALES

Máster de Física Avanzada 2011-2012

## Serie 1

①  $T_p = 0,5 \text{ GeV} \rightarrow E_p = T_p + m_p$

•  $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi(\hbar c)}{pc} = \frac{2\pi(\hbar c)}{\sqrt{E_p^2 - m_p^2}} = 2\pi \cdot \frac{197,32 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{\sqrt{T_p^2 + 2T_p m_p}}$

$= 2\pi \cdot \frac{197,32 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{500 \text{ MeV}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 2 \cdot \frac{938}{500}}} = 1,14 \text{ fm}$

En unidades naturales  $\hbar = 1$

$\lambda = \frac{\hbar}{p} = \frac{1}{p} \cdot 2 \text{ GeV}^{-1}$

• Si  $T_p = 7 \text{ TeV} \gg m_p$

$\hookrightarrow \lambda = 2\pi \cdot \frac{197,32 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{7 \cdot 10^6 \text{ MeV}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 2 \cdot \frac{938}{7 \cdot 10^6}}} \approx 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ fm}$

$\lambda = 2,43 \cdot 10^{-4} \text{ GeV}^{-1}$

• Si chocan con un protón en reposo, la energía del sistema sería: (en SLAB)

$E_T = (T_p + m_p) + m_p \approx T_p + 2m_p \approx T_p = 7 \text{ TeV}$ ;  $\sqrt{s} = (2m_p + T_p, \sqrt{(m_p + T_p)^2 - m_p^2})$

$s = T_p^2 + 4m_p^2 + 2T_p m_p - m_p^2 - T_p^2 + m_p^2 - 2T_p m_p = 2m_p(T_p - 2m_p) \approx 4 \cdot 10^3 \text{ GeV}^2 \rightarrow \sqrt{s} = E_{cm} = 11,8,3 \text{ GeV}$

• Si chocan con un protón acelerado en dirección contraria:

$E_T = (T_p + m_p) \cdot 2 \approx 2T_p = 14 \text{ TeV} = \sqrt{s}$

• Peso de una bacteria

$m_b = \frac{1 \text{ mg}}{5 \cdot 10^9} = 2 \cdot 10^{-16} \text{ kg}$

Energía en reposo:

$E_b = m_b \cdot c^2 = 2 \cdot 10^{-16} \text{ kg} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 18 \text{ J} = 1,125 \cdot 10^{20} \text{ eV}$

$\approx 1,13 \cdot 10^8 \text{ TeV} \gg 7 \text{ TeV}$  : No es comparable. ( $\gg$ )

$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

•  $E_{cin}$  de una moneda al caer desde un metro de altura:

$E_{cin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = mgh = 10 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ m} = 9,8 \cdot 10^{-2} \text{ J}$

$= 6,125 \cdot 10^{17} \text{ eV} \approx 6,13 \cdot 10^5 \text{ TeV} \gg 7 \text{ TeV}$  : No es comparable ( $\gg$ )

② Neutrón libre  $\rightarrow$  inestable vía  $\beta^-$ :  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$  ( $\tau \approx 15 \text{ min}$ )

En el núcleo, neutrón está ligado. Si el núcleo atómico es estable, la energía de enlace es la causa de que el neutrón no se desintegre. Si se desintegrara vía  $\beta^-$ , el  $e^-$  no tendría energía libre suficiente para escapar del núcleo (se absorbería). Energéticamente, es más eficiente para el núcleo tener un neutrón que un protón (habría más repulsión).

Por otro lado, las interacciones fuertes que ligan  $p$  y  $n$  dominan <sup>el producto de la desintegración</sup>

③  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma$

Prohibido por conservación de momento

En el SCM:

$p_{e^+} = (E_e, \vec{p})$

$p_{e^-} = (E_e, -\vec{p})$

$p_{e^+} + p_{e^-} = (2E_e, 0) \stackrel{?}{=} p_\gamma = (E_\gamma, \vec{p}_\gamma)$

Si  $\vec{p}_\gamma = 0 \rightarrow E_\gamma = 0 \neq 2E_e \rightarrow$  Prohibido porque el fotón tiene masa 0

↳ Necesitas presencia de un núcleo que absorba momento, o ir a dos fotones.

•  $Z^0 \rightarrow e^+ + e^-$

↳ Permitido, porque  $m_Z \neq 0$ . En SCM ( $Z^0$  en reposo)

$2E_e = m_Z$  y porque  $m_Z > 2m_e = 2E_e|_{min}$ ; BR( $Z^0 \rightarrow e^+e^-$ ) = 3,363%

•  $W^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$

↳ Permitido,  $m_W > m_e + m_{\bar{\nu}_e}$  BR( $W^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$ )

•  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma\gamma$

↳ Permitido

$(2E_e, 0) = p_{\gamma 1} + p_{\gamma 2} = (E_\gamma, \vec{p}_\gamma) + (E_\gamma, -\vec{p}_\gamma)$

↳  $E_\gamma = E_e = |\vec{p}_\gamma|$

•  $N \rightarrow N + \pi$

↳ Prohibido, si  $N$  en reposo:  $m_N < m_N + m_\pi$  (SCM)

•  $N + \pi \rightarrow N + \pi$

↳ SC permitido, interacción fuerte (Yukawa)  $\rightarrow$  Scattering elástico

④ •  $\gamma + p \rightarrow \pi^+ + n$

En umbral  $\rightarrow$  en el SCM, generados en reposo

$(E_\gamma, \vec{p}_\gamma) + (E_p, -\vec{p}_\gamma) \Big|_{th} = (m_{\pi^+} + m_n, 0)$

$(E_\gamma + E_p)_{th} = m_{\pi^+} + m_n$

$|\vec{p}_\gamma| + \sqrt{m_p^2 + |\vec{p}_\gamma|^2} = m_{\pi^+} + m_n \equiv M$

$m_p^2 + |\vec{p}_\gamma|^2 = M^2 + |\vec{p}_\gamma|^2 - 2M|\vec{p}_\gamma|$

$E_\gamma \equiv |\vec{p}_\gamma|_{th} = \frac{M^2 - m_p^2}{2M} = \frac{M}{2} - \frac{m_p}{2} \cdot \left(\frac{m_p}{M}\right)$

En LAB:

$(E_\gamma, \vec{p}_\gamma) + (m_p, 0) = p_n + p_\pi \rightarrow m_p^2 + 2m_p E_\gamma = m_n^2 + m_\pi^2 + 2p_n p_\pi$

↳ Derivando, se puede ver que  $p_n p_\pi \geq m_n m_\pi \rightarrow E_\gamma = \frac{m_n^2 + m_\pi^2 + 2m_n m_\pi}{2m_p} \geq \frac{(m_n + m_\pi)^2 - m_p^2}{2m_p}$

$\Rightarrow E_\gamma^{th LAB} = \frac{M^2 - m_p^2}{2m_p} //$  Obien  $M^2 = m_p^2 + 2E_\gamma m_p$

o bien:

$(p_\gamma + p_p)^2 = M^2$

$m_p^2 + m_p^2 + 2E_\gamma E_p + 2|\vec{p}_\gamma|^2 = M^2$

$2E_\gamma(M - E_\gamma) + 2E_\gamma^2 + m_p^2 = M^2$

$2E_\gamma M = M^2 - m_p^2$

$E_\gamma = \frac{M^2 - m_p^2}{2M}$

•  $p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$

En SCM:

$2E_p |_{th} = 4m_p = \sqrt{s_{th}}$

$\hookrightarrow E_p |_{th} = 2m_p //$

En SLAB:

$\rightarrow$  Invariante  $S_{th} = (P_{p1} + P_{p2})^2 = 2m_p^2 + 2E_{p1}m_p$   
 $\hookrightarrow 4m_p^2 = 2E_{p1}m_p$   
 $\hookrightarrow E_{p1} = 2m_p$

•  $\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$

$E_{\pi^-} + E_p |_{th} = m_{\pi^0} + m_n \equiv M$

$E_{\pi^-}^2 = (M - E_p)^2$

$m_{\pi^-}^2 + |\vec{p}|^2 = M^2 + m_p^2 + |\vec{p}|^2 - 2ME_p$

$E_p |_{th} = \frac{M^2 + m_p^2 - m_{\pi^-}^2}{2M} < m_p \quad |\vec{p}| < 0$

NO hay umbral

$m_{\pi^-} + m_p = 133 + 938 > m_{\pi^0} + m_n = 134 + 939$

En SLAB

$\rightarrow P_p = (E_p, \vec{p}) ; S_{th} = M^2 = m_p^2 + m_{\pi^-}^2 + 2E_{\pi^-}m_p$

$P_{\pi^-} = (E_{\pi^-}, -\vec{p}) ; E_{\pi^-} = \frac{M^2 - m_p^2 - m_{\pi^-}^2}{2m_p}$

$= \frac{m_n^2 - m_p^2 + m_{\pi^0}^2 - m_{\pi^-}^2}{2m_p} \ll m_p$

5

$\pi^- + p \rightarrow n + \pi^0$   
 $\hookrightarrow \gamma + \gamma$



$\cos^2(\frac{\phi}{2}) = 0,040 \pm 0,004 \rightarrow$  Ángulo mínimo

$\hookrightarrow m_{\pi^0}$ ?

$\pi^-$ : en reposo FLUO

$(m_{\pi^-}, 0) + (E_p, \vec{p}_p) = (E_n, \vec{p}_n) + (E_{\pi^0}, \vec{p}_{\pi^0})$   
 $= (E_{\gamma 1}, \vec{p}_{\gamma 1}) + (E_{\gamma 2}, \vec{p}_{\gamma 2})$

$p_{\gamma 1} + p_{\gamma 2} = P_{\pi^0}$   
 $E_{\pi^0} = m_{\pi^-} + E_p - E_n$

$2p_{\gamma 1} p_{\gamma 2} = (m_{\pi^0})^2$

$2 \cdot (E_{\gamma 1} E_{\gamma 2} - E_{\gamma 1} E_{\gamma 2} \cos \phi) = 2E_{\gamma 1} E_{\gamma 2} (1 - \cos \phi) = 4E_{\gamma 1} E_{\gamma 2} \sin^2 \frac{\phi}{2} = m_{\pi^0}^2$

$\sin^2(\frac{\phi}{2}) = \frac{m_{\pi^0}^2}{4E_{\gamma 1} (E_{\pi^0} - E_{\gamma 1})} \rightarrow$  El ángulo es mínimo si el denominador es máximo.

$E_{\gamma 1} (E_{\pi^0} - E_{\gamma 1})$  máximo: Derivar respecto a  $E_{\gamma 1}$  e igualar a 0.

$\hookrightarrow E_{\pi^0} - 2E_{\gamma 1} = 0 \rightarrow E_{\gamma 1} = \frac{E_{\pi^0}}{2} ; E_{\gamma 2} = E_{\pi^0} - E_{\gamma 1} = \frac{E_{\pi^0}}{2} = E_{\gamma 1}$

$\hookrightarrow \sin^2(\frac{\phi}{2})_{min} = \frac{m_{\pi^0}^2}{4 \frac{E_{\pi^0}}{2} (\frac{E_{\pi^0}}{2} - \frac{E_{\pi^0}}{2})} = \frac{m_{\pi^0}^2}{E_{\pi^0}^2} \rightarrow \cos^2(\frac{\phi}{2})_{min} = 1 - \frac{m_{\pi^0}^2}{E_{\pi^0}^2}$

$\hookrightarrow E_{\pi^0} |_{max} = [m_{\pi^-} + E_p - E_n]_{max} = m_{\pi^-} + E_p - E_{nmin}$   
 $\rightarrow$  La 2ª condición de mínimo es que  $E_{\pi^0}$  sea máximo.

$= m_{\pi^-} + E_p - m_n \Rightarrow (m_{\pi^-}, 0) + (E_p, \vec{p}) = (m_n, 0) + (E_{\pi^0}, \vec{p})$

En SLAB = m\_n + m\_p + m\_{\pi^0} + m\_{\pi^-} = m\_n + m\_p + m\_{\pi^0} + m\_{\pi^-} + m\_{\pi^-} + m\_p  
 (Aproximación)  $\rightarrow$   $\Delta$  NAUT. ERROR  $\rightarrow$  Muy pequeño a SCM y hacer boost

$$m_{\pi^0}^2 + m_p^2 + 2m_{\pi^0} \cdot (m_u + E_{\pi^0} - m_{\pi^0}) = m_u^2 + m_{\pi^0}^2 + 2 E_{\pi^0} m_u$$

$$m_{\pi^0}^2 = 2 E_{\pi^0} m_u + m_{\pi^0}^2 + m_p^2 + 2m_{\pi^0} m_u - 2m_{\pi^0}^2 - m_u^2$$

$$m_{\pi^0}^2 + 2 E_{\pi^0} m_u = m_p^2 + 2m_{\pi^0} m_u - m_{\pi^0}^2 - m_u^2 = m_p^2 - (m_{\pi^0} - m_u)^2$$

$$m_{\pi^0} = \frac{m_p^2 - (m_u - m_{\pi^0})^2}{2 E_{\pi^0}} + \sqrt{\frac{(m_u - m_{\pi^0})^2}{(\sin^2 \theta/2)_{\min}} + [m_p^2 - (m_u - m_{\pi^0})^2]} \approx 131 \text{ MeV} \pm 13 \text{ MeV}$$

masas del PDG  
 $m_{\pi^0} |_{\text{PDG}} = 134,9766 \text{ MeV}$

6)  $Z^0 \rightarrow Z^+ + Z^-$

a)  $(M_Z, 0) = (E_{Z^+}, \vec{p}) + (E_{Z^-}, -\vec{p})$   
 $\rightarrow m_Z = m_{Z^-}; |\vec{p}_{Z^+}| = |\vec{p}_{Z^-}| = |\vec{p}|$

$$M_Z = E_{Z^+} + E_{Z^-} = 2E_Z$$

$$\hookrightarrow E_Z = \frac{M_Z}{2}$$

$$\hookrightarrow |\vec{p}_Z| = \sqrt{E_Z^2 - m_Z^2} = \sqrt{\frac{M_Z^2}{4} - m_Z^2}$$

b)  $Z^- \rightarrow \pi^- + \gamma_Z$  ( $Z^-$  en reposo)

$$(m_Z, 0) = (E_{\pi^-}, \vec{p}) + (E_{\gamma_Z}, -\vec{p}) \quad (1)^2$$

$$m_Z^2 = m_{\pi^-}^2 + m_{\gamma_Z}^2 + 2E_{\pi^-} E_{\gamma_Z} + 2|\vec{p}|^2$$

$$m_Z^2 = m_{\pi^-}^2 + m_{\gamma_Z}^2 + 2E_{\pi^-} m_Z - 2m_{\pi^-}^2$$

$$m_Z^2 = m_{\gamma_Z}^2 + m_{\pi^-}^2 = 2E_{\pi^-} m_Z$$

$$E_{\pi^-} = \frac{m_Z^2 + m_{\pi^-}^2 - m_{\gamma_Z}^2}{2m_Z} \xrightarrow{m_{\gamma_Z} \rightarrow 0} \frac{m_Z^2 + m_{\pi^-}^2}{2m_Z} = \frac{m_Z}{2} + \frac{m_{\pi^-}}{2} \frac{m_{\pi^-}}{m_Z}$$

$$|\vec{p}_{\pi^-}| = \sqrt{E_{\pi^-}^2 - m_{\pi^-}^2} = \sqrt{\frac{m_Z^4 + m_{\pi^-}^4 + 2m_Z^2 m_{\pi^-}^2}{4m_Z^2} - m_{\pi^-}^2}$$

$$= \sqrt{\frac{m_Z^4 + m_{\pi^-}^4 - 2m_Z^2 m_{\pi^-}^2}{4m_Z^2}} = \frac{1}{2m_Z} \cdot (m_Z^2 - m_{\pi^-}^2) \approx 883 \text{ GeV}$$

$$= \frac{1}{2m_Z} \lambda^{1/2}(m_Z^2, m_{\pi^-}^2, 0) \quad \text{m.u.z}$$

c) En el sistema en reposo de  $Z^0$ .  
 (Ver apartado a),  $E_Z = \frac{M_Z}{2}$ ;  $\vec{p}_Z = \sqrt{\frac{M_Z^2}{4} - m_Z^2}$ .  $\hat{e}$  vector unitario real orientación arbitraria

$$(E_Z, \vec{p}_Z) = (E_{\pi^-}, \vec{p}_{\pi^-}) + (E_{\gamma_Z}, \vec{p}_{\gamma_Z})$$

$$E_{\pi^-} = \sqrt{m_{\pi^-}^2 + (\vec{p}_{\pi^-} - \vec{p}_{\gamma_Z})^2} \rightarrow E_{\pi^-} = E_{\pi^-}(\vec{p}_{\pi^-} - \vec{p}_{\gamma_Z}) = \sqrt{m_{\pi^-}^2 + 0^2} = m_{\pi^-}$$

$\vec{p}_{\pi^-} = 0 \rightarrow$  se crea en reposo

~~$$p_{\nu_e} = p_{\tau^-} - p_{\pi^-} \quad (1)^2$$~~

~~$$m_{\nu_e}^2 = m_{\tau^-}^2 + m_{\pi^-}^2 - 2E_{\tau^-}E_{\pi^-} + 2\vec{p}_{\tau^-} \cdot \vec{p}_{\pi^-}$$~~

~~$$2E_{\tau^-}E_{\pi^-} = m_{\tau^-}^2 + m_{\pi^-}^2 + 2|\vec{p}_{\tau^-}| \cdot |\vec{p}_{\pi^-}| \cos\theta$$~~

~~$$p_{\tau^-} - p_{\nu_e} = p_{\pi^-} \quad (1)^2$$~~

o bien:

~~$$m_{\tau^-}^2 + m_{\nu_e}^2 - 2E_{\tau^-}E_{\nu_e} + 2\vec{p}_{\tau^-} \cdot \vec{p}_{\nu_e} = m_{\pi^-}^2$$~~

~~$$m_{\tau^-}^2 - 2E_{\tau^-}(E_{\tau^-} - E_{\pi^-}) + 2\vec{p}_{\tau^-} \cdot (\vec{p}_{\tau^-} - \vec{p}_{\pi^-}) = m_{\pi^-}^2$$~~

~~$$m_{\tau^-}^2 + 2E_{\tau^-}E_{\pi^-} - 2m_{\tau^-}^2 - 2\vec{p}_{\tau^-} \cdot \vec{p}_{\pi^-} = m_{\pi^-}^2$$~~

~~$$\hookrightarrow 2E_{\tau^-}E_{\pi^-} = m_{\pi^-}^2 + m_{\tau^-}^2 + 2\vec{p}_{\tau^-} \cdot \vec{p}_{\pi^-}$$~~

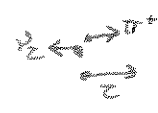
~~$$p_{\tau^-} - p_{\nu_e} = p_{\pi^-} \quad (1)^2$$~~

~~$$m_{\tau^-}^2 - 2E_{\tau^-}E_{\nu_e} + 2\vec{p}_{\tau^-} \cdot \vec{p}_{\nu_e} = m_{\pi^-}^2$$~~

~~$$m_{\tau^-}^2 - 2E_{\tau^-}(E_{\tau^-} - |\vec{p}_{\tau^-}| \cos\theta) = m_{\pi^-}^2$$~~

$$E_{\nu_e} = \frac{m_{\tau^-}^2 - m_{\pi^-}^2}{2(E_{\tau^-} - |\vec{p}_{\tau^-}| \cos\theta)} \Rightarrow E_{\pi^-} = E_{\tau^-} - E_{\nu_e} = E_{\tau^-} - \frac{m_{\tau^-}^2 - m_{\pi^-}^2}{2(E_{\tau^-} - |\vec{p}_{\tau^-}| \cos\theta)}$$

$$\hookrightarrow E_{\pi^-} = \frac{2E_{\tau^-}^2 - 2E_{\tau^-}|\vec{p}_{\tau^-}| \cos\theta - m_{\tau^-}^2 + m_{\pi^-}^2}{2(E_{\tau^-} - |\vec{p}_{\tau^-}| \cos\theta)}$$

$E_{\pi^-} |_{\max}$  cuando  $(E_{\tau^-} - |\vec{p}_{\tau^-}| \cos\theta)$  sea máximo:  $\theta = \pi$    $\rightarrow$  direcciones opuestas  $\nu_e$  y  $\tau^-$

$E_{\pi^-} |_{\min}$  " " " " mínimo:  $\theta = 0$    $\rightarrow$  salen misma dirección

$\theta$ : ángulo entre neutrino y  $\tau^-$ .

$$E_{\pi^-} |_{\max} = E_{\tau^-} - \frac{m_{\tau^-}^2 - m_{\pi^-}^2}{2 \cdot (E_{\tau^-} + |\vec{p}_{\tau^-}|)} \quad ; \quad E_{\pi^-} |_{\min} = E_{\tau^-} - \frac{m_{\tau^-}^2 - m_{\pi^-}^2}{2(E_{\tau^-} - |\vec{p}_{\tau^-}|)}$$

d)

$E_{\min}$ :  $\nu$  sale con  $\theta = 0^\circ$  respecto al  $\tau^-$ . Por conservación de momento, el ángulo entre  $\pi^-$  y  $\tau^-$  ( $\theta'$ ) será  $0 \leq \theta' < \pi$ . misma dirección  $\nu$

$$\rightarrow p_{\tau^-} = p_{\nu} + p_{\pi^-} \rightarrow m_{\tau^-}^2 = m_{\pi^-}^2 + 2E_{\nu} (E_{\pi^-} + |\vec{p}_{\pi^-}|) \rightarrow \frac{m_{\tau^-}^2 - m_{\pi^-}^2}{2} = (E_{\tau^-} - E_{\pi^-}) (E_{\pi^-} + |\vec{p}_{\pi^-}|)_{\min}$$

$$\rightarrow \frac{m_{\tau^-}^2 - m_{\pi^-}^2}{2} = \frac{m_{\tau^-}^2 - m_{\pi^-}^2}{2(E_{\tau^-} - |\vec{p}_{\tau^-}|)} \cdot (E_{\tau^-} - |\vec{p}_{\tau^-}|) \rightarrow E_{\tau^-} - |\vec{p}_{\tau^-}| = E_{\pi^-} + |\vec{p}_{\pi^-}| \rightarrow \dots (1)^2$$

Más fácil: En el SC del  $\tau^-$ ,  $\tau^- \rightarrow \pi^+$  y  $\nu_e$  se generan en reposo. Al aplicar un boost para que  $\nu_e$  salga con  $\theta = 0$ , inmediatamente  $\pi^+$  irá pegado a la misma velocidad.  $\tau^-$  también irá en la misma dirección.

7)  $a \rightarrow 1 + 2 + 3$

a) 4 partículas: cuadrivectorio  $\rightarrow$  4 componentes  $\rightarrow$  16 variables

$p_i^2 = m_i^2 \rightarrow$  4 ligaduras  $\rightarrow$  12

Conservación  $p^\mu$ : 4 ligaduras  $\rightarrow$  8

"  $\vec{L}$ : 3 "  $\rightarrow$  5

Velocidad CM: 3 "  $\rightarrow$  2

$\circ$  bien:  $3N - 7 = 2 \checkmark$   
 $N=3$

b)

$S_{ij} = p_i \cdot p_j$

No analizamos solo en el SCM (a en reposo). En otro sistema, hacer boost de Lorentz sobre cuadrivectores - solución.

$p_a = p_1 + p_2 + p_3$ ;  $p_a = (m_a, \vec{0})$

$S_{12} = p_1 p_2 = p_2 (p_a - p_1 - p_3) = E_2 m_a - m_1^2 - S_{13}$

$\hookrightarrow E_2 = \frac{S_{12} + S_{13} + m_1^2}{m_a}$  } en SCM

$\hookrightarrow |\vec{p}_2|^2 = E_2^2 - m_2^2 = \frac{1}{m_a^2} \cdot (S_{12}^2 + S_{13}^2 + m_1^4 + 2S_{12}S_{13} + 2S_{12}m_1^2 + 2S_{13}m_1^2 - m_1^2 m_a^2)$

$|\vec{p}_2| = \frac{1}{m_a} \cdot (S_{12}^2 + S_{13}^2 + 2S_{12}S_{13} + m_1^2 (2S_{12} + 2S_{13} - m_a^2))^{1/2}$   
 $= \frac{1}{m_a} \cdot ((S_{12} + S_{13})^2 + m_1^2 (2(S_{12} + S_{13}) - m_a^2))^{1/2}$

$S_{12} + S_{13} = p_1 (p_2 + p_3) = p_1 (p_a - p_1) = p_1 p_a - m_1^2$

$S_{12} + S_{23} = p_2 p_a - m_2^2$

$S_{13} + S_{23} = p_3 p_a - m_3^2$

$\hookrightarrow$  Suma:  $2(S_{12} + S_{13} + S_{23}) = m_a^2 - m_1^2 - m_2^2 - m_3^2 = m_a^2 - M^2$

$|\vec{p}_2| = \frac{1}{m_a} \left( \left( \frac{m_a^2 - m_1^2 - m_2^2 - m_3^2}{2} - S_{23} \right)^2 - m_1^2 (m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + 2S_{23}) \right)^{1/2}$

Análogamente:

$E_2 = \frac{S_{12} + S_{23} + m_2^2}{m_a} = \frac{1}{m_a} \left( \left( \frac{m_a^2 - M^2}{2} - S_{23} \right)^2 - m_1^2 (M^2 + 2S_{23}) \right)^{1/2}$

$|\vec{p}_2| = \frac{1}{m_a} \left( \left( \frac{m_a^2 - M^2}{2} - S_{13} \right)^2 - m_2^2 (M^2 + 2S_{13}) \right)^{1/2}$

$E_3 = \frac{S_{13} + S_{23} + m_3^2}{m_a}$

$|\vec{p}_3| = \frac{1}{m_a} \left( \left( \frac{m_a^2 - M^2}{2} - S_{12} \right)^2 - m_3^2 (M^2 + 2S_{12}) \right)^{1/2}$



c)  $S \equiv S_{12} + S_{23} + S_{13} = (m_1^2 - m_2^2 - m_3^2) / 2$

d)  $m_i = 0$ , poner todo en función de  $S_{13}, S_{23}$

Lo  $S = ma^2/2$

$\Rightarrow E_1 = |\vec{p}_1| = \frac{S_{12} + S_{13}}{ma} = \frac{S - S_{23}}{ma} //$

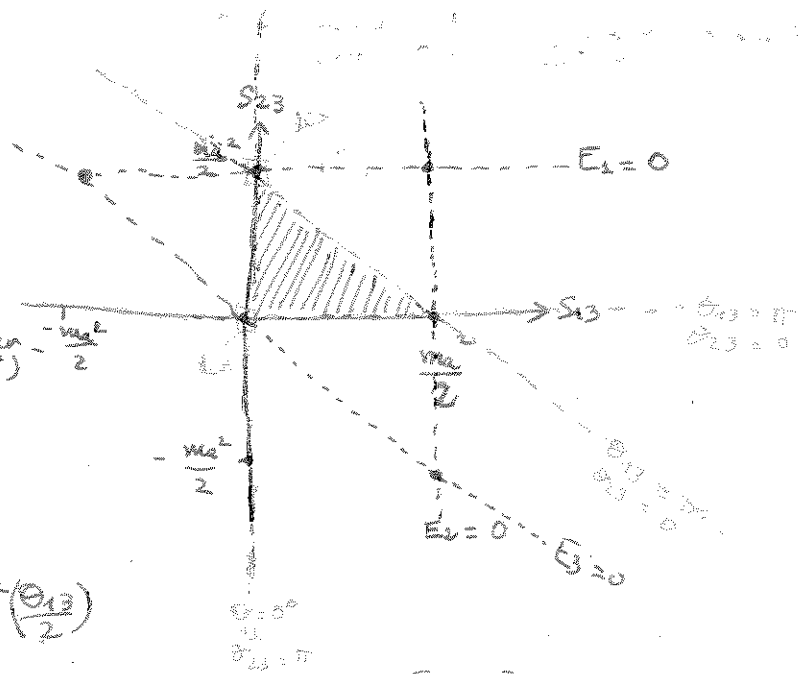
$\Rightarrow E_2 = |\vec{p}_2| = \frac{S_{12} + S_{23}}{ma} = \frac{S - S_{13}}{ma} //$

$\Rightarrow E_3 = |\vec{p}_3| = \frac{S_{13} + S_{23}}{ma} //$

1ª Condición que limita la región física:  $|\vec{p}_i| = E_i \geq 0$

- $S - S_{23} \geq 0 \rightarrow S_{23} \leq S$
- $S - S_{13} \geq 0 \rightarrow S_{13} \leq S$
- $S_{13} + S_{23} \geq 0 \rightarrow S_{23} \geq -S_{13}$

↳ Pero no es suficiente, no puede darse  $E_1 = E_2 = 0$  a la vez (no conservar energía)  
 Los son límites "exteriores".



2ª condición:

•  $S_{13} = \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_3 = E_1 E_3 \cos \theta_{13} = E_2 E_3 (1 - \cos \theta_{13}) = 2 E_2 E_3 \sin^2(\frac{\theta_{13}}{2})$

$\sin^2(\frac{\theta_{13}}{2}) = \frac{S_{13} \cdot ma^2/2}{(S - S_{23})(S_{13} + S_{23})} \in [0, 1]$  ya que  $\theta_{13} \in [0, \pi]$

Caso  $\theta_{13} = 0 \rightarrow S_{13} = 0$  (con  $S_{23} \neq 0$  para evitar divergencias) ...  $S_{23} \neq 0$  quietos, ángulo,  $E_2 = 0, E_3 = 0$  respectivamente

$\theta_{13} = \pi \rightarrow S_{13} + S_{23} - S_{23} S_{13} - S_{23}^2 = S S_{13} \rightarrow S_{23} \cdot (S - S_{13} - S_{23}) = 0$   
 $\hookrightarrow S = S_{13} + S_{23} \rightarrow S_{23} = S - S_{13}$

(Se puede hacer análogamente con  $S_{23}$ , con idéntico resultado)  $\left\{ \begin{array}{l} \theta_{23} = 0 \text{ si } S_{13} = 0 \\ \theta_{23} = \pi \text{ si } S_{13} = 0 \end{array} \right.$   
 $S = S_{12} + S_{13}$

Combinando ambas condiciones:

$0 \leq \sin^2(\frac{\theta_{13}}{2}) \leq 1 \rightarrow 0 \leq \frac{S_{13} S}{(S - S_{23})(S_{13} + S_{23})} \leq 1$

$0 \leq S_{13} S \leq S S_{13} + S S_{23} - S_{23} S_{13} - S_{23}^2$

$- S S_{13} \leq 0 \leq S S_{23} - S_{23}(S_{13} + S_{23})$

$- S S_{13} \leq 0 \leq S_{23} \cdot (S - S_{13} - S_{23}) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \bullet S_{13} \geq 0 \\ \bullet S - S_{13} \geq S_{23} \geq 0 \end{array} \right.$

•  $(S - S_{23}) \cdot (S_{13} + S_{23})$   
 ↳ No cambie signo de la desigualdad porque se cumple la condición 1

ii) 1ª Condición:  $(m_2 = 0, m_2 = m_3 = m, S = \frac{ma^2 - 2m^2}{2}) \rightarrow S + m^2 = \frac{ma^2}{2}; ma > 2m$

•  $E_2 > 0 \rightarrow S - S_{23} > 0$

•  $E_2 > m \rightarrow S - S_{13} - m(m_2 - m) > 0$  o bien  $\frac{ma}{2}(m_2 - 2m) - S_{13} > 0$

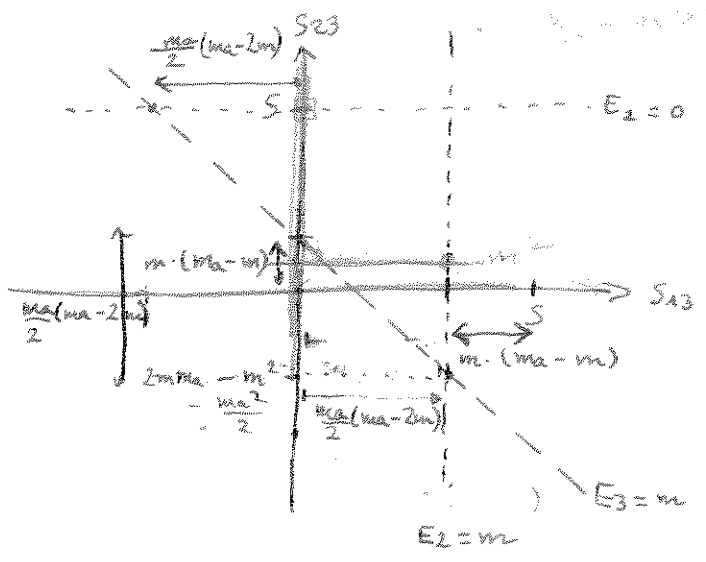
•  $E_3 > m \rightarrow S_{13} + S_{23} - m(m_2 - m) > 0$

Lo  $S_{23} \leq S$  equivale a  $|\vec{p}_3| > 0$

Lo  $S_{13} \leq \frac{ma}{2}(m_2 - 2m) = S - m(m_2 - m)$

Lo  $S_{23} \geq m(m_2 - m) - S_{13}$

$S_{23}(S_{13} = \frac{ma}{2}(m_2 - 2m)) = mma - m^2 - \frac{ma^2}{2} + mam$   
 $= m(ma - m^2) - \frac{ma^2}{2} = m(2ma - m) - \frac{ma^2}{2}$



2ª Condición

$S_{13} = E_2 E_3 - E_2 \cdot |\vec{p}_3| \cdot \cos \theta_{13}$

$= E_2 (E_3 - |\vec{p}_3| \cos \theta_{13}) = \frac{S - S_{23}}{ma} \cdot \left( \frac{S_{13} + S_{23} + m^2}{ma} - \left( \left( \frac{S_{13} + S_{23} + m^2}{ma} \right)^2 - m^2 \right)^{1/2} \cdot \cos \theta_{13} \right)$

$\frac{S_{13} ma}{S - S_{23}} = \frac{S_{13} + S_{23} + m^2}{ma} - \frac{1}{ma} \cdot \left( (S_{13} + S_{23} + m^2)^2 - m^2 ma^2 \right)^{1/2} \cdot \cos \theta_{13}$

$S_{13} + S_{23} + m^2 - \frac{S_{13} ma^2}{S - S_{23}} = \left( (S_{13} + S_{23} + m^2)^2 - m^2 ma^2 \right)^{1/2} \cdot \cos \theta_{13} \quad (1)^2$

$(S_{13} + S_{23} + m^2)^2 + \frac{S_{13}^2 ma^4}{(S - S_{23})^2} - \frac{2 S_{13} ma^2}{S - S_{23}} (S_{13} + S_{23} + m^2) = \left( (S_{13} + S_{23} + m^2)^2 - m^2 ma^2 \right) \cdot \cos^2 \theta_{13}$

$(S_{13} + S_{23} + m^2)^2 \cdot (S - S_{23})^2 + S_{13}^2 ma^4 - 2 S_{13} ma^2 (S_{13} + S_{23} + m^2) (S - S_{23}) = \cos^2 \theta_{13} \in [0, 1]$

$(S - S_{23})^2 \cdot \left( (S_{13} + S_{23} + m^2)^2 - m^2 ma^2 \right)$

$\frac{\left[ (S_{13} + S_{23} + m^2) \cdot (S - S_{23}) - S_{13} ma^2 \right]^2}{\left[ (S_{13} + S_{23} + m^2)^2 - m^2 ma^2 \right] \cdot (S - S_{23})^2} = \cos^2 \theta_{13}$

Si  $\theta_{13} = \pi \rightarrow (S_{13} + S_{23} + m^2)(S - S_{23}) = S_{13} ma^2$

$S_{13} \cdot (S - ma^2) + S_{23} (S - S_{23}) + m^2 S = 0$   
 $S_{23}^2 + S_{23} (m^2 + S_{13} - S) + S_{13} (S - ma^2) - m^2 S = 0$   
 $S_{23} = \frac{-(m^2 + S_{13} - S) \pm \sqrt{\left( \frac{m^2 + S_{13} - S}{2} \right)^2 + S_{13} (S - ma^2) + m^2 S}}{2}$

+ fácil al revés  
 $S_{13} \left( \frac{ma^2}{S - S_{23}} - 1 \right) = S_{23} + m^2$   
 $S_{13} = \frac{S_{23} + m^2}{\frac{ma^2}{S - S_{23}} - 1}$

$S_{13} (S_{23} = S) = 0$  (en realidad hay divergencia)

Ver  $\vec{p}_3 \cdot \vec{TQC}$  (4º Grado)

MAL: REFINANCED TDM

8)  $\eta \rightarrow 3\pi$

a) Origen EM porque:  
 $\mu = 4,29 \pm 0,07 \text{ KeV} \rightarrow T_{1/2} = \frac{h}{\mu} = 5,1 \cdot 10^{-13} \text{ s} \rightarrow \text{típico de EM}$

$\frac{\Gamma_i}{\Gamma} (3\pi^0) = (32,51 \pm 0,29)\%$   
 $\frac{\Gamma_i}{\Gamma} (\pi^+\pi^-\pi^0) = (22,6 \pm 0,4)\%$

b)  $C(\pi^+\pi^-) = (-)^L$ ;  $C(\pi^0) = +1$ ;  $C(\eta) = +1$  (PDG)

$C(\pi^+\pi^-\pi^0) = C(\pi^+\pi^-) \cdot C(\pi^0) = (-)^L \rightarrow \text{Exige } L \text{ para conservar } C$   
 $= C(\eta) = +$

Por otro lado,  
 $I(\eta) = 0$ ;  $I_3(\pi^\pm) = \pm 1$ ;  $I_3(\pi^0) = 0$ ;  $I(\pi) = 1$

$I(\pi^+\pi^-\pi^0) = (\bar{1} + \bar{1}) + \bar{1} = \begin{matrix} 2 \\ 0 \end{matrix} + 1 = 1, 2, 3 \neq I(\eta) = 0$

↳ Está suprimida... si forzamos a que conserve I

↳ No conserva simultáneamente C e I;  $1 \times 1 = 1 \rightarrow 1 + 1 = 2$

↳ otra opción: usar G-paridad.  $G(\eta) = + \neq G(\pi^+\pi^-\pi^0) = (-1)^3 = -1$   
 ↳ G no se conserva: C ó I tampoco. También se puede ver con coeficientes de Clebsch-Gordan. (1, 0, 0)

c)  $\eta \rightarrow 3\pi^0$

$C(3\pi^0) = C(\eta) = +1 = (-)^L \rightarrow L \text{ par para conservar } C$

$1 \times 1 < \begin{matrix} 2 \\ 0 \end{matrix} \text{ (descarto antis)} \rightarrow \begin{matrix} 0 \\ 2 \end{matrix} + 1 = 1, 2, 3$

$I = 3, 2, 3 \neq 0 = I(\eta)$

→ No conserva simultáneamente.

EM puede violar  $I_3$ . BR ( $\eta \rightarrow 3\pi^0$ ) = 39,43%  $\mu = 4,29 \text{ keV}$   
 BR ( $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ ) = 22,6%

9)  $^{20}\text{Ne}^* \rightarrow ^4\text{He} + ^{16}\text{O} \rightarrow \text{Emisión } \alpha$ : interacción fuerte (pozo potencial, barrera Coulombiana)

J:  $1 = 0 + 0 + L \Rightarrow L = 1$

P:  $1 \neq 1 \cdot 1 \cdot (-1)^L \rightarrow \text{NO conserva } P \rightarrow \text{prohibido por ser int. fuerte}$

1)  $|1^+ \rangle |1^+ \rangle = |1, 1 \rangle |1, -1 \rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} |2, 0 \rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |2, 0 \rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |0, 0 \rangle$ ;  $\eta = 10, 0$ ;  $|\pi^0 \rangle = |1, 0 \rangle$

$L = \text{par} \rightarrow$  factor  $|2, 0 \rangle$  es antisimétrico, descartar.  $|\pi^+\pi^-\pi^0 \rangle \sim |3, 0 \rangle, |2, 0 \rangle, |1, 0 \rangle$   
 ↳ Se conserva C

$L = \text{impar} \rightarrow$  sólo factor  $|2, 0 \rangle \rightarrow |\pi^+\pi^-\pi^0 \rangle \sim |2, 0 \rangle, |1, 0 \rangle, |0, 0 \rangle \rightarrow \langle \eta | \pi^+\pi^-\pi^0 \rangle \neq 0$   
 ↳ No se conserva C

↳ I se puede conservar

10)  $\gamma + p \rightarrow \Lambda + K^+$   
 $\hookrightarrow \pi^+ + \pi^0$

a) Eumbral: en SCM  $\Lambda + K^+$  en reposo (Como  $m_{K^+} > m_{\pi^+} + m_{\pi^0}$ , se puede desintegrar en reposo)

$(E_p, -\vec{p}_p) + (E_\gamma, \vec{p}_\gamma) = (m_\Lambda, \vec{0}) + (m_{K^+}, \vec{0})$

$E_p + E_\gamma = m_\Lambda + m_{K^+} \equiv M \rightarrow S_{th} = M^2$

$E_p = M - E_\gamma \quad | \cdot c|^2$

$m_p^2 + |\vec{p}_p|^2 = M^2 + E_\gamma^2 - 2ME_\gamma$

$2ME_\gamma = M^2 - m_p^2$

$\hookrightarrow E_\gamma|_{th} = \frac{(m_\Lambda + m_{K^+})^2 - m_p^2}{2(m_\Lambda + m_{K^+})} = \frac{m_\Lambda + m_{K^+}}{2} - \frac{m_p^2}{2M} \equiv Z$

En SLAB:

$s_{th} = m_p^2 + 2E_\gamma|_{th} m_p \rightarrow E_\gamma|_{th} = \frac{M^2 - m_p^2}{2m_p}$

$\Lambda, K$  en reposo en SCM  
 Si aplacamos boost, inbio paralelos a la misma velocidad

b)  $K^+$  en reposo, en SCM:

$(m_{K^+}, \vec{0}) = (E_{\pi^+}, \vec{p}_{\pi^+}) + (E_{\pi^0}, -\vec{p}_{\pi^+})$

$p_{K^+} - p_{\pi^+} = p_{\pi^0} \quad | \cdot c|^2$

$m_{K^+}^2 + m_{\pi^+}^2 - 2m_{K^+} E_{\pi^+} = m_{\pi^0}^2$

$E_{\pi^+} = \frac{m_{\pi^+}^2 + m_{K^+}^2 - m_{\pi^0}^2}{2m_{K^+}} ; |\vec{p}_{\pi^+}|^2 = E_{\pi^+}^2 - m_{\pi^+}^2 = \frac{2(m_{\pi^+}^2 m_{K^+}^2 - m_{\pi^0}^2 m_{K^+}^2)}{2m_{K^+}}$

En SLAB:

$(m_p, \vec{0}) + (E_\gamma, \vec{p}_\gamma) \Rightarrow p_\Lambda + p_{K^+} \quad | \cdot c|^2$   
 $S = m_\Lambda^2 + m_{K^+}^2 + 2E_\Lambda E_{K^+} - 2\vec{p}_\Lambda \vec{p}_{K^+}$

$E_{K^+} \equiv Z \quad \vec{p}_\gamma = Z \cdot \hat{i}$   
 $\vec{p}_p = -\vec{p}_\gamma$

Mediante un boost:

$\begin{pmatrix} E_p \\ \vec{p}_p \end{pmatrix}^{CM} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta \\ -\gamma\beta & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_p \\ \vec{0} \end{pmatrix}^{SLAB} \Rightarrow \begin{pmatrix} E_p \\ \vec{p}_p \end{pmatrix}^{th} = \begin{pmatrix} \sqrt{m_p^2 + Z^2} \\ -Z \end{pmatrix}$

$\hookrightarrow \sqrt{m_p^2 + Z^2} = \gamma m_p \rightarrow \gamma = \sqrt{1 + \left(\frac{Z}{m_p}\right)^2}$   
 $-Z = -\gamma\beta m_p \rightarrow \beta = \frac{Z}{m_p} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{Z}{m_p}\right)^2}} = \frac{Z}{\sqrt{m_p^2 + Z^2}}$

$\Rightarrow \begin{pmatrix} E_{K^+} \\ \vec{p}_{K^+} \end{pmatrix}^{SL} = \begin{pmatrix} \gamma & \gamma\beta \\ \gamma\beta & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{K^+} \\ \vec{0} \end{pmatrix}^{SCM}$

$E_{K^+}^{th} = \gamma m_{K^+} \equiv w$

$\vec{p}_{K^+}^{th} = \gamma\beta m_{K^+} \hat{i}$

$|\vec{p}_{K^+}^{th}|^c = \frac{Z}{m_p} \equiv v$

$\begin{pmatrix} E_{\pi^+} \\ \vec{p}_{\pi^+} \end{pmatrix}^{SL} = \begin{pmatrix} \gamma & \gamma\beta \\ \gamma\beta & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{\pi^+}^{CM} \\ ? \end{pmatrix}$   
 ... solo sabemos modulo

$$(w, v, 0, 0) = (E_{\pi^+}, \vec{p}_{\pi^+}) + (E_{\pi^0}, \vec{p}_{\pi^0})$$

$$w^2 - v^2 = m_K^2$$

$$w > v$$

$$(w, v, 0, 0) - (E_{\pi^+}, \vec{p}_{\pi^+}) = (E_{\pi^0}, \vec{p}_{\pi^0}) \quad (1)^2$$

$$m_K^2 + m_{\pi^+}^2 - 2wE_{\pi^+} + 2v p_{\pi^+} \cos \theta = m_{\pi^0}^2$$

$$2v p_{\pi^+} \cos \theta = m_{\pi^0}^2 - m_K^2 - m_{\pi^+}^2 + 2wE_{\pi^+} \quad \downarrow (1)^2$$

$$4v^2 \cos^2 \theta (E_{\pi^+}^2 - m_{\pi^+}^2) = \frac{\mu^4}{4} + 4w^2 E_{\pi^+}^2 - 4w\mu^2 E_{\pi^+}$$

$$E_{\pi^+}^2 (w^2 - v^2 \cos^2 \theta) - E_{\pi^+} w \mu^2 + \left( \frac{\mu^4}{4} + m_{\pi^+}^2 v^2 \cos^2 \theta \right) = 0$$

$$E_{\pi^+} = \frac{w\mu^2 \pm \sqrt{w^2 \mu^4 - (w^2 - v^2 \cos^2 \theta) (\mu^4 + 4m_{\pi^+}^2 v^2 \cos^2 \theta)}}{2(w^2 - v^2 \cos^2 \theta)}$$

$$= \frac{w\mu^2 \pm \sqrt{v^2 \cos^2 \theta (\mu^4 + 4m_{\pi^+}^2 v^2 \cos^2 \theta) - 4m_{\pi^+}^2 w^2 v^2 \cos^2 \theta}}{2(w^2 - v^2 \cos^2 \theta)}$$

$$= \frac{w\mu^2 \pm v |\cos \theta| \sqrt{\mu^4 + 4m_{\pi^+}^2 (v^2 \cos^2 \theta - w^2)}}{2(w^2 - v^2 \cos^2 \theta)}$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$w^2 - v^2 = m_K^2$$

$$= \frac{w\mu^2 \pm v |\cos \theta| \sqrt{\mu^4 - 4m_{\pi^+}^2 (m_K^2 + v^2 \sin^2 \theta)}}{2(m_K^2 + v^2 \sin^2 \theta)}$$

inmediato comprobar que:

$$E_{\pi^+} \Big|_{\max} = E_{\pi^+} (\theta = 0) = \frac{w\mu^2 + v \sqrt{\mu^4 - 4m_{\pi^+}^2 m_K^2}}{2m_K^2}$$

alternativamente, en S'AB desde el principio sus bases:

$\vec{p}_K = \vec{p}_A + \vec{p}_B \rightarrow$  Como  $\vec{p}_K$  y  $\vec{p}_B$  son los mismos, quitos  $\vec{p}_B$  y queda  $\vec{p}_A = \vec{p}_K - \vec{p}_B$  en la dirección del dotado incidente.

en S'AB se mueven juntos:  $\vec{p}_A = \vec{p}_K - \vec{p}_B$  en la dirección del dotado incidente.

$(\vec{p}_A) = \gamma m_A \vec{v}_A = \gamma m_A v_A \Rightarrow |\vec{p}_A| = \gamma v (m_A + m_B)$

$\Rightarrow |\vec{p}_A| = m_K v \Rightarrow \frac{m_K v}{m_A + m_B} = \gamma v$

$\Rightarrow E_K = |\vec{p}_A|^2 + m_K^2$

$\frac{|\vec{p}_A|}{m_A} = \gamma v \Rightarrow \frac{m_K v}{m_A + m_B} = \gamma v$

$m_K^2 + m_{\pi^+}^2 - 2E_K E_{\pi^+} + 2|\vec{p}_A| |\vec{p}_{\pi^+}| \cos \theta = m_{\pi^0}^2$

$\frac{|\vec{p}_A|}{|\vec{p}_{\pi^+}|} \cos \theta = \frac{E_K E_{\pi^+} - m_K^2 - m_{\pi^+}^2 + m_{\pi^0}^2}{2|\vec{p}_A| |\vec{p}_{\pi^+}|}$

$\frac{|\vec{p}_A|}{|\vec{p}_{\pi^+}|} \cos^2 \theta = \frac{E_K E_{\pi^+} - m_K^2 - m_{\pi^+}^2 + m_{\pi^0}^2}{2|\vec{p}_A| |\vec{p}_{\pi^+}| \cos \theta} = 0$

la ecuación de 2º grado

$\vec{p}_K = \vec{p}_A + \vec{p}_B \Rightarrow \sqrt{m_A^2 E_A^2 - 4 \left( \frac{m_A^4}{4} + m_B^2 |\vec{p}_B|^2 \cos^2 \theta \right)}$

$2(E_A^2 - |\vec{p}_A|^2 \cos^2 \theta)$

$m_A E_A \pm \sqrt{-4m_B^2 |\vec{p}_B|^2 \cos^2 \theta (E_A^2 - |\vec{p}_A|^2 \cos^2 \theta) + m_A^2 |\vec{p}_B|^2 \cos^2 \theta}$

Atención! Cuentas, fracciones, numerador y denominador máximo igual se cancela máximo, en ambos casos  $\theta = 0$ .

Si  $\theta = 0$ ,  $E_{\pi^+}$  se llama  $E_{\pi^+}$  máxima, es lógico que  $\theta = 0$ . En S'AB, sería  $\theta = \pi$ .

signo +, el máximo

$E_{\pi^+} \Big|_{\max} = \frac{m_A E_A \pm \sqrt{m_A^4 - 4m_B^2 m_A^2}}{2m_A^2}$

# Problemas de Partículas 2011

## Serie 2

1. ¿Tendrán lugar los siguientes procesos?

$$p + p \rightarrow p + p + \pi^0 ; p + n \rightarrow p + p ; n \rightarrow p + \pi^- ; \pi^- + p \rightarrow n + \pi^0 .$$

---

2. ¿Qué puede decir de los siguientes procesos?

$$d \rightarrow p + n ; \tau^- \rightarrow n + \pi^- + \nu_\tau ; p + p \rightarrow d + \pi^+ ; \pi^- + p \rightarrow n + \pi^0 + \pi^+ + \pi^- .$$

---

3. ¿Analice los siguientes procesos desde la perspectiva cinemática siempre que sean posibles por leyes de conservación?

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \gamma ; \tau^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\tau + \gamma ; \tau^- \rightarrow \pi^- + \pi^0 + \bar{\nu}_\tau .$$

4. Averiguar el carácter fuerte, electromagnético, débil o prohibido de cada una de las siguientes reacciones:

$$\begin{aligned} \gamma + p &\rightarrow \Lambda + K^+ ; \pi^- + p \rightarrow \Lambda + n ; \pi^- + p \rightarrow \Xi^- + K^0 + K^+ ; \\ \pi^- + p &\rightarrow n + \pi^0 ; p + \bar{p} \rightarrow \Sigma^0 + \Lambda ; \gamma + p \rightarrow \pi^0 + p . \end{aligned}$$

---

5. Clasificar las siguientes desintegraciones como fuertes, electromagnéticas, débiles o prohibidas:

$$\begin{aligned} \pi^0 &\rightarrow \gamma + \gamma ; \Delta^0 \rightarrow p + \pi^- ; K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^- ; K^{*0} \rightarrow K^+ + \pi^- ; \\ \Sigma^- &\rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e ; \Xi^{*+} \rightarrow p + \bar{K}^0 ; \Xi^- \rightarrow \Sigma^- + \gamma ; \Lambda \rightarrow \Sigma^0 + e^- + e^- . \end{aligned}$$

---

6. Para las siguientes desintegraciones distinguir el tipo de neutrino:

$$\begin{aligned} \Lambda &\rightarrow p + \mu^- + \nu ; \Sigma^- \rightarrow \eta + e^- + \nu ; K^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu ; \\ \Sigma^+ &\rightarrow \Lambda + e^+ + \nu ; \mu^- \rightarrow e^- + \nu + \nu ; \tau^- \rightarrow \mu^- + \nu + \nu . \end{aligned}$$

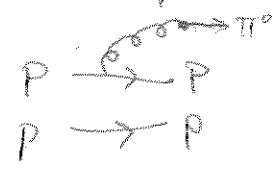
---

Serie 2

1

- a)  $p + p \rightarrow p + p + \pi^0$  ✓
  - Conserva Q, Li, B, I<sub>3</sub>
  - Umbral E: con acelerador.
- b)  $p + n \rightarrow p + p \rightarrow X$ 
  - No conserva Q

→ Es interacción fuerte (p, n, sin fotones)



- c)  $n \rightarrow p + \pi^-$ 
  - Prohibida ⇒  $m_n \not> m_p + m_{\pi^-}$
  - Conserva Q, Li, B
  - Vía  $W^- \rightarrow d\bar{u}$  (cambia isospin)

X

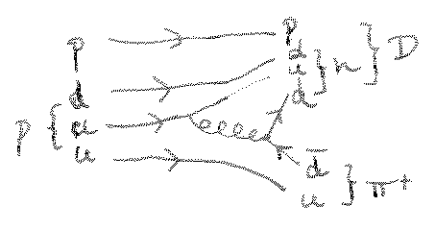
- d)  $\pi^- + p \rightarrow n + \pi^0$ 
  - Umbral E: acelerador
  - Conserva Q, Li, B, I<sub>3</sub>
  - Fuente
  - No cambia isospin

✓

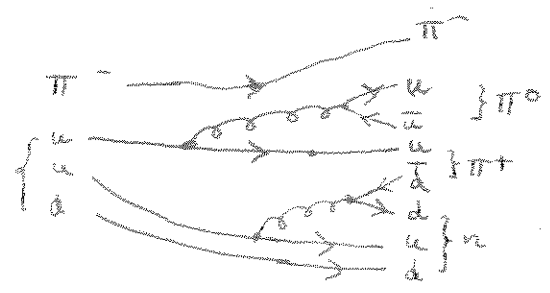
2

- a)  $d \rightarrow p + n \rightarrow d$  es estado ligado, prohibido por umbral E:  $m_d < m_p + m_n$
- b)  $Z^- \rightarrow n + \pi^- + \gamma Z \rightarrow$  Prohibida por violar número bariónico B.

- c)  $p + p \rightarrow D^+ + \pi^+$ 
  - Umbral E: acelerador
  - Conserva Q, Li, B, I<sub>3</sub>
  - Int. fuerte



- d)  $\pi^- + p \rightarrow n + \pi^0 + \pi^+ + \pi^-$ 
  - Umbral E: acelerador
  - Conserva Q, Li, B, I<sub>3</sub>
  - Int. fuerte (2º orden)



3

- a)  $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \gamma \Rightarrow$  Viola  $L_\mu$  (falta  $\nu_\mu$ ). Prohibido.
- b)  $Z^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \gamma Z + \gamma \Rightarrow$  Umbral E ok, Conserva Q, L<sub>Z</sub>, L<sub>e</sub>, B.  
 Está suprimida pero se observa (débil) + EM respecto a la que no tiene  $\gamma$   
 → Automáticamente es posible porque  $m_Z > m_{e^-} + m_{\bar{\nu}_e} + m_{\gamma} + m_{\gamma}$  (BR 4.75%)  
 Variables independientes: 3. 4-7 = 5
- c)  $Z^- \rightarrow \pi^- + \pi^0 + \bar{\nu}_e \Rightarrow$  Viola  $L_Z$  (crea  $\nu_e$ )



4) a)  $\gamma + p \rightarrow \Lambda + K^+$ 

- Q, E, L, B, S, I<sub>3</sub> conservado
- Se generan partículas extrañas por producción asociada
- Int. fuerte + e.m.

b)  $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + \pi$ 

- E, Q, L, X, X → Prohibida, no conserva B

c)  $\pi^- + p \rightarrow \Xi^- + K^0 + K^+$ 

- E, Q, L, B cons.
- S(LΞ<sup>-</sup>) = -2, S(K<sup>0</sup>) = S(K<sup>+</sup>) = +1 → S conservado (prod. asociada)
- Conserva isospin I<sub>3</sub>
- Fuerte (2<sup>o</sup> orden) → suprimida
- También con Z<sup>0</sup> (débil)

d)  $\pi^- + p \rightarrow n + \pi^0$ 

- E, Q, L, B, I<sub>3</sub> cons.
- Fuerte

e)  $p + \bar{p} \rightarrow \Sigma^0 + \Lambda$ 

- E, Q, L cons
- Viola B → prohibido

f)  $\gamma + p \rightarrow \pi^0 + p$ 

- E, Q, L, B, I<sub>3</sub> cons.
- Fuerte + EM.

5) a)  $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ 

- E, Q, L, B, I<sub>3</sub> cons.
- Electromagnética z.c.m.

b)  $\Delta^0 \rightarrow p + \pi^-$ 

- E, Q, L, B, I<sub>3</sub> cons.
- m<sub>0</sub> = 1232 MeV
- Fuerte

c)  $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$ 

- E, Q, L, B cons.
- Cambia I<sub>3</sub>, S ⇒ débil

d)  $K^*0 \rightarrow K^+ + \pi^-$ 

- E, Q, L, B, I<sub>3</sub>, S → fuerte

e)  $\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$ 

- E, Q, L, B cons.
- Viola I<sub>3</sub>, S ⇒ débil

f)  $\Xi^0 \rightarrow p + K^-$ 

- ΔC = 1, ΔS = 0, Viola I<sub>3</sub> ⇒ débil, z = 4.0 x 10<sup>-15</sup> s

g)  $\Xi^- \rightarrow \Sigma^- + \gamma$ 

- E, Q, L, B, I<sub>3</sub>; ΔS = 1 ⇒ débil + EM (suprimida)

h)  $\Lambda \rightarrow \Sigma^0 + e^- + e^-$ 

- Viola L, Q, E → Prohibida

6) No conserva, Viola B

- a)  $\Lambda \rightarrow p + \mu^- + \bar{\nu}_\mu$
- b)  $\Sigma^- \rightarrow \eta + e^- + \bar{\nu}_e$
- c)  $K^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e$
- d)  $\Sigma^+ \rightarrow \Lambda + e^+ + \nu_e$
- e)  $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$
- f)  $\Sigma^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_e$



# Problemas de Partículas 2011

## Serie 3

1. Suponiendo que la estructura de espín sabor de la función de onda de los hadrones del octete es simétrica:

- calculen el momento magnético de los mismos en función de los magnetones de los quarks;
  - ajusten los magnetones para reproducir los momentos magnéticos del protón, neutrón y  $\Lambda$  y obtener los momentos magnéticos de los hadrones resultantes;
  - comparen los resultados obtenidos con los datos experimentales;
  - ¿ qué masas se obtienen para los quarks constituyentes?.
- 

2. Comparen las anchuras de desintegración de los siguientes procesos:

$$K^- \rightarrow \pi^0 + e^- + \nu_e ; K_L^0 \rightarrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e / \pi^- + e^+ + \nu_e$$

$$D^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + (\text{hadrones}) ; B^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + (\text{hadrones})$$

y relacionen las intensidades de la interacción débil en las transiciones  $s \rightarrow u, c \rightarrow s, b \rightarrow c$ .

---

3. Consideren las posibles desintegraciones del bosón  $W^-$  a dos fermiones. Estimen la probabilidad de desintegración en los canales:

- $W^- \rightarrow e^- + \nu_e$  ;
  - $W^- \rightarrow \text{hadrones}$ .
- 

4. Una resonancia mesónica se desintegra fuertemente en la forma  $A \rightarrow \pi^+ + \pi^-$  y que el proceso  $A \rightarrow \pi^0 + \pi^0$  nunca ha sido observado. ¿Qué podemos decir sobre  $J^{PC}(A)$ ?

---

5. Demostrar que la conservación de  $P$  en el proceso  $a + b \rightarrow c + d$  implica:

- $\Delta L = 0, 2, 4, \dots$  si la colisión es elástica.
- $\eta_a \eta_b \eta_c \eta_d (-1)^{\Delta L} = 1$ , si la colisión es inelástica.
- En la colisión elástica  $\pi N$  la conservación de  $J$  y  $P$  implica la conservación de  $L$ .

**Serie 3**

① Octete de hadrones.  $J = \frac{1}{2}$  (bariones)  $\rightarrow$  espín  $|\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)$

Si intercambiamos sabor ( $u \leftrightarrow d$ ), no es simétrica.

" " " " espín+sabor ( $u \leftrightarrow d, \uparrow \leftrightarrow \downarrow$ ) sí es simétrica.

Por ejemplo; añadiendo permutaciones. Para simetrizar el protón ( $uud$ ):

$$p \uparrow = K \cdot [ uud \cdot (2\uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow) + udu \cdot (2\uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow) + duu \cdot (2\downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow) ]$$

Reglas permutacionales:

- Como es  $\uparrow$ , tiene que haber 2 flechas  $\uparrow$  y una  $\downarrow$  (suma =  $\uparrow$ )
- Cuantos repetidos con misma flecha: factor 2
- " " " " con distinta flecha: factor (-1)
- Permutaciones de  $\{uud\}$  • Normalizar:  $k = \frac{1}{\sqrt{18}}$

• Si intercambia posición de quarks y flechas  $i$  por  $j$ ,  $|p \uparrow\rangle$  no cambia.

Más formalmente, se obtendría como:  $spin \otimes isospin \otimes u \otimes \uparrow$

$$p \uparrow = (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)_s \otimes (ud - du) \otimes \uparrow \otimes u + \text{permutaciones cíclicas}$$

El neutrón sería el elemento simétrico del protón bajo cambio de espín-sabor ( $u$  por  $d$ ;  $\uparrow$  por  $\downarrow$ )

$$n \downarrow = \frac{1}{\sqrt{18}} \cdot [ ddu (2\downarrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\downarrow) + dud (2\downarrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\downarrow - \downarrow\downarrow\uparrow) + udd (2\uparrow\downarrow\downarrow - \downarrow\downarrow\uparrow - \downarrow\downarrow\uparrow) ]$$

Si cambias solo  $u$  tendrás  $n \uparrow$

Nota: muy bien explicado en Greiner-Müller Quantum Mechanics Symmetries p. 235

El momento magnético sería:

$$\mu_p = \sum_{i=1}^3 \langle p \uparrow | \mu_i (\sigma_3)_i | p \uparrow \rangle \quad \text{con } (\sigma_3)_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ actuando sobre el espacio de espín de } i = 1, 2, 3$$

↳ un quark (un vector de campo)

$$\sum_{i=1}^3 \mu_i (\sigma_3)_i | p \uparrow \rangle = (\mu_1 (\sigma_3)_1 + \mu_2 (\sigma_3)_2 + \mu_3 (\sigma_3)_3) | p \uparrow \rangle$$

actúa sobre primera flecha (su signo)

↳  $\mu_2 (\sigma_3)_2 | p \uparrow \rangle = \frac{1}{\sqrt{18}} [ \mu_u (uud) \cdot (2\uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow) + \mu_u (udu) \cdot (2\uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow) + \mu_d (duu) \cdot (-2\downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow) ]$

$(\sigma_3)_i \cdot (\uparrow\downarrow\uparrow)$  actúa sobre la flecha  $i$ -ésima, correspondiente a un solo quark según el orden de sabor  $\{uud\}$

↳  $\mu_2 (\sigma_3)_2 | p \uparrow \rangle = \frac{1}{\sqrt{18}} [ \mu_u (uud) \cdot (2, +1, -1) + \mu_u (udu) \cdot (2, -1, -1) + \mu_d (duu) \cdot (-2, -1, -1) ]$

+  $\mu_u (udu) \cdot (2\uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow) + \mu_d (duu) \cdot (-2\downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow)$

↳  $\mu_3 (\sigma_3)_3 | p \uparrow \rangle = \frac{1}{\sqrt{18}} [ \mu_d (uud) \cdot (-2, -1, -1) + \mu_u (udu) \cdot (2, -1, +1) + \mu_u (duu) \cdot (2, -1, +1) ]$

Sumando las tres:

$$\sum_{i=1}^3 \mu_i (\sigma_3)_i | p \uparrow \rangle = \frac{1}{\sqrt{18}} [ (uud) \cdot (4\mu_u - 2\mu_d) + (udu) \cdot (4\mu_u - 2\mu_d) + (duu) \cdot (4\mu_u - 2\mu_d) ]$$

↳  $\mu_3 (\sigma_3)_3 | p \uparrow \rangle = \frac{1}{\sqrt{18}} [ \mu_d (uud) \cdot (-2, -1, -1) + \mu_u (udu) \cdot (2, -1, +1) + \mu_u (duu) \cdot (2, -1, +1) ]$

$$p \uparrow | \uparrow \rangle = \frac{1}{\sqrt{18}} [ (8\mu_u - 4\mu_d + \mu_u + \mu_d) \cdot 3 ] = \frac{1}{\sqrt{18}} [ 8\mu_u - 2\mu_d ] = \frac{1}{3} [ 4\mu_u - \mu_d ]$$

Para el neutrón, basta con cambiar u por d, por simetría:

$$\mu_n = \frac{1}{3} \cdot [4\mu_d - \mu_u] \quad \text{el proceso completo}$$

si se hace con  $|n \downarrow\rangle$ , lógicamente sale un signo menos global, pero el momento magnético de un barión se define como:  $\mu_B = \langle B | \mu_i \hat{\sigma}_i | B \rangle$

• Para  $\Sigma^\pm$ , es análogo a p-n, pero cambiando  $d \rightarrow s$  y  $u \rightarrow s$  respectivamente.

$$\mu_{\Sigma^+} = \frac{1}{3} \cdot [4\mu_u - \mu_s]$$

$$\mu_{\Sigma^-} = \frac{1}{3} \cdot [4\mu_d - \mu_s] \rightarrow \Sigma^- \text{ es el simétrico de } \Sigma^+ \text{ bajo interc. espín-sabor}$$

• Para  $\Xi^-$  y  $\Xi^0$  es análogo a  $\Sigma^-$ ,  $\Sigma^+$  cambiando  $s \leftrightarrow d$  y  $s \leftrightarrow u$  respectivamente.

$$\mu_{\Xi^-} = \frac{1}{3} [4\mu_s - \mu_d] \quad \text{simétr. resp espín-sabor (u} \leftrightarrow \text{d)}$$

$$\mu_{\Xi^0} = \frac{1}{3} [4\mu_s - \mu_u] \quad \text{otra opción = usar operadores } \hat{T}_\pm, \hat{U}_\pm, \hat{V}_\pm$$

•  $\Sigma^0$  y  $\Lambda$ , se distinguen en  $I = \frac{1}{2}, 0$  respectivamente.

→ Para  $\Lambda$ , el par u y d debe estar en  $I = 0$  → singlete, estado de isospín antisimétrico ( $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \begin{cases} 1 \text{ sim.} \\ 0 \text{ antis.} \end{cases}$ ). El espín total debe ser también antisimétrico ( $J = 0$ ).

→ antis. en espín total

o bien:  $(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) \otimes (ud - du)$  teniendo en cuenta permutaciones u y d.

Además añadimos el quark s ↑, que puede estar en 3 posiciones distintas: (flecha en idéntica posición)

$$(\uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow)(uds - dus) + (sud - sdu) \cdot (\uparrow\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow\uparrow)$$

$$+ (usd - dsu) \cdot (\uparrow\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow\uparrow)$$

abrevio:

$$\mu_{\Lambda} = \frac{1}{\sqrt{12}} \left[ (1, -1)_d \cdot \underbrace{(uds - dus)}_B + \underbrace{(sud - sdu)}_C \cdot (1, -1)_u + \underbrace{(usd - dsu)}_E \cdot (1, -1)_s \right]$$

$$\mu_i(\sigma_i) | \Lambda \uparrow \rangle = \frac{1}{\sqrt{12}} \left[ (1, 1)_d (\mu_u A + \mu_d B) + (\mu_s C + \mu_s D) (1, -1)_p + (\mu_u E + \mu_u F) \cdot (1, 1)_r \right]$$

$$+ (-1, -1)_d (\mu_u A + \mu_u B) + (\mu_u C + \mu_u D) \cdot (1, 1)_p + (\mu_s E + \mu_s F) \cdot (1, -1)_r$$

$$+ (1, -1)_d (\mu_s A + \mu_s B) + (\mu_d C + \mu_d D) \cdot (-1, -1)_p + (\mu_d E + \mu_d F) \cdot (-1, -1)_r$$

$$= \frac{1}{\sqrt{12}} \cdot \left[ (-\mu_s + \mu_u - \mu_d, \mu_u - \mu_d - \mu_s)_d A + (\mu_s + \mu_d - \mu_u, \mu_d - \mu_u - \mu_s)_d B \right.$$

$$+ (\mu_s + \mu_u - \mu_d, \mu_u - \mu_d - \mu_s)_p C + (\mu_s + \mu_d - \mu_u, \mu_d - \mu_s - \mu_u)_p D$$

$$\left. + (\mu_s + \mu_u - \mu_d, \mu_u - \mu_d - \mu_s)_r E + (\mu_s + \mu_d - \mu_u, \mu_d - \mu_u - \mu_s)_r F \right]$$

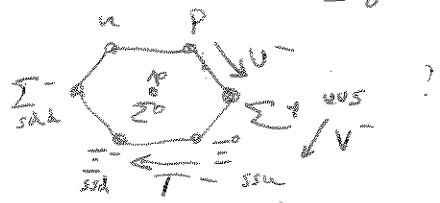
$$\langle \Lambda \uparrow | \sum_i \mu_i(\sigma_i) | \Lambda \uparrow \rangle = \frac{1}{12} \cdot [2\mu_u + 2\mu_s + 2\mu_s + 2\mu_s + 2\mu_s + 2\mu_s + (\mu_u - \mu_d) - (\mu_u - \mu_d)] \cdot 6$$

$$= \frac{2 \cdot 6}{12} \mu_s = \mu_s$$

Para  $\Sigma^0$ :  $\mu_1 \mu_2 \mu_3 = 0$

$I = 1$ , isospin simétrico  $\rightarrow J$  simétrico (espín total)

$u(\uparrow)d(\downarrow) + u(\downarrow)d(\uparrow)$  sim. en esp. total  
 $\downarrow$  + permutaciones  $u-d$   $\rightarrow$  singlete



~~$(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)(ud - du) \otimes 5 \otimes 1$~~

acción por separado (arbitraria) en cada quark del trió.

Lo No, aquí hay que usar operadores de cuerpo, que caracterizan el octete.

Del  $|p \uparrow\rangle$  bajamos al  $|\Sigma^+ \uparrow\rangle$  con  $U_-$ , que actúa como  $U_-|d\rangle = |s\rangle$   
 'cambia d a s'  $U_-|u\rangle = 0$

$|\Sigma^+ \uparrow\rangle = U_- |p \uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{18}} [uus(2\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) + uss(2\uparrow\uparrow - \downarrow\uparrow - \uparrow\downarrow) + uss(2\uparrow\uparrow - \uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow)]$

Para pasar a  $\Sigma^0$ , usamos  $T_-|s\rangle = T_-|d\rangle = 0$ ,  $T_-|u\rangle = |d\rangle \rightarrow$  reduce carga  $-1$

actúa cada vez sobre 1 quark del trió, adicionalmente nunca sobre varios a la vez.

$|\Sigma^0 \uparrow\rangle = T_- |\Sigma^+ \uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{18}} [(dus + uds) \cdot (2\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) + (dsu + usd) \cdot (2\uparrow\uparrow - \downarrow\uparrow - \uparrow\downarrow) + (sdu + sud) \cdot (2\uparrow\uparrow - \uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow)]$

$|\Sigma^- \uparrow\rangle$  se obtiene como  $T_- |\Sigma^0 \uparrow\rangle$  o bien intercambiando  $u \leftrightarrow d$  en  $|\Sigma^+ \uparrow\rangle$

$\mu_2(\sqrt{3})_1 |\Sigma^0 \uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{36}} [\mu_1(dus) + \mu_2(uds)] \cdot (2\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) + [\mu_1(dsu) + \mu_2(usd)] \cdot (2\uparrow\uparrow - \downarrow\uparrow - \uparrow\downarrow) + [\mu_1(sdu) + \mu_2(sud)] \cdot (2\uparrow\uparrow - \uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow)$

$\mu_1(\sqrt{3})_2 |\Sigma^0 \uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{36}} [(\mu_{1d}, \mu_d) \cdot (+2, +1, -1) + \mu_s(1, 1) \cdot (-2, -1, -1) + (\mu_u, \mu_u) \cdot (2, 1, -1)]$

$\mu_2(\sqrt{3})_3 |\Sigma^0 \uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{36}} [\mu_s(1, 1) \cdot (-2, -1, -1) + (\mu_u, \mu_u) \cdot (2, 1, +1) + (\mu_u, \mu_d) \cdot (2, -1, +1)]$

$\langle \Sigma^0 \uparrow | \mu_i \sqrt{3} | \Sigma^0 \uparrow \rangle = \frac{1}{36} [(\mu_d + \mu_u) \cdot (4 + 1 - 1) + (\mu_u + \mu_d) \cdot (4 - 1 + 1) + \mu_s \cdot (-4 + 1 + 1) + (\mu_d + \mu_u) \cdot (4 - 1 + 1) + \mu_s \cdot (-4 + 1 + 1) + (\mu_u + \mu_d) \cdot (4 + 1 - 1) + \mu_s \cdot (-4 + 1 + 1) + (\mu_u + \mu_d) \cdot (4 - 1 + 1) + (\mu_u + \mu_d) \cdot (4 + 1 - 1)]$

$= \frac{1}{36} [(\mu_d + \mu_u) \cdot 4 \cdot 6 - \mu_s \cdot 4 \cdot 3] = \frac{1}{3} [2(\mu_u + \mu_d) - \mu_s]$

El  $\Lambda$  ya lo hemos calculado, pero se puede obtener también a partir de  $\Sigma^0$ .

$|\tilde{\Lambda}^0 \uparrow\rangle = U_+ V_- |\Sigma^+ \uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{18}} [ssu(2, -1, -2) + sus(2, -1, -2) + uss(2, -2, -1)]$

$= \frac{1}{\sqrt{18}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (sdu + dsu)(2, -1, -2) + (dus + sud) \cdot (2, -1, -2) + (uds + usd)(2, -1, -2)$

$\rightarrow$  Método de ortogonalización de Gram-Schmidt:  $\langle \Sigma^0 | \tilde{\Lambda}^0 \rangle = 0$

$|\Lambda^0 \uparrow\rangle = N (|\tilde{\Lambda}^0 \uparrow\rangle - \langle \Sigma^0 | \tilde{\Lambda}^0 \rangle |\Sigma^0 \uparrow\rangle) = \frac{N}{6} [(sdu + dsu)(2, -1, -2) + (dus + sud)(2, -1, -2) + (uds + usd)(2, -1, -2) - \frac{1}{36} (-2 + 1 - 2) \cdot 2 \cdot 3] \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$

$= \frac{N}{6} \left\{ sdu \cdot \left(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, 0\right)_\alpha + dsu \cdot \left(\frac{3}{2}, 0, -\frac{3}{2}\right)_\alpha + dus \cdot \left(0, \frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)_\alpha + sud \cdot \left(\frac{3}{2}, 0, -\frac{3}{2}\right)_\beta + uds \cdot \left(0, -\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)_\alpha + usd \cdot \left(0, \frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)_\beta \right\} \rightarrow (a, b, c)_\beta = (c, a, b)_\alpha$

$= \frac{1}{\sqrt{12}} \cdot \left\{ (dus - uds) \cdot (0, \frac{3}{2}, -\frac{3}{2})_\alpha + (sdu - sud) \cdot (1, -1, 0)_\alpha + (dsu - usd) \cdot (1, 0, -1)_\alpha \right\}$

$= \frac{1}{\sqrt{12}} \cdot \left\{ (dus - uds) \cdot (\uparrow\uparrow - \downarrow\uparrow) + (sdu - sud) \cdot (\uparrow\downarrow - \uparrow\uparrow) + (dsu - usd) \cdot (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) \right\}$

Lo es equivalente a la calculada 2 páginas salvo una fase arbitraria e  $i\pi$  irrelevante.

Lo El cálculo de  $\mu$  será idéntico y por tanto no lo repito.

b) Ver p. 182 Griffiths  $\rightarrow$  exp. (UNIVERSITARIAN)  $\rightarrow \mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p c} = 3,152 \cdot 10^{-18} \frac{\text{MeV}}{\text{quarks}}$

$$\mu_p = \frac{1}{3}(\mu_u - \mu_d) = 2,79284735 \mu_N, \mu_N$$

$$\mu_n = \frac{1}{3}(4\mu_d - \mu_u) = -1,913042 \mu_N$$

$$\mu_n = \mu_s = -0,613 \mu_N$$

$$\Rightarrow \mu_s = -0,613 \mu_N$$

$$\mu_u = \frac{3\mu_p + \mu_d}{4} = \frac{3\mu_p + (3\mu_n + \mu_u)/4}{4} = \frac{3\mu_p + \frac{3}{4}\mu_n}{4} + \frac{1}{16}\mu_u$$

$$\frac{15}{16}\mu_u = \frac{3}{16}(4\mu_p + \mu_n) \rightarrow \mu_u = \frac{4\mu_p + \mu_n}{5} = 1,8516693 \mu_N$$

$$\rightarrow \mu_d = \frac{4\mu_n + \mu_p}{5} = -0,9718647 \mu_N$$

Aplicamos al resto:

$$\mu_{\Sigma^+} = \frac{4}{3}\mu_u - \frac{1}{3}\mu_s = 2,673226 \mu_N \leftarrow \text{Exp (PDG): } 2,48 \mu_N$$

$$\mu_{\Sigma^0} = \frac{2}{3}(\mu_u + \mu_d) - \frac{1}{3}\mu_s = 0,79087 \mu_N \leftarrow \text{ : /}$$

$$\text{ : -1,160 } \mu_N$$

$$\mu_{\Sigma^-} = \frac{4\mu_d - \mu_s}{3} = -1,500753 \mu_N \leftarrow$$

$$\mu_{\Sigma^+} = \frac{4\mu_s - \mu_u}{3} = -1,43456 \mu_N \leftarrow \text{ : -1,250 } \mu_N$$

$$\mu_{\Sigma^-} = \frac{4\mu_s - \mu_d}{3} = -0,4934 \mu_N \leftarrow \text{ : -0,6507 } \mu_N$$

La simetría isospín no es exacta, rotura mayor si involucra al quarks.

d)  $\mu_i = Q_i \frac{e\hbar}{2m_i c}$  (quarks)

$$m_i = \frac{Q_i e\hbar}{2\mu_i c} = \frac{Q_i}{2} \cdot \frac{e\hbar}{\mu_i} \cdot \frac{1}{c} \cdot \frac{2m_p c}{e\hbar} = Q_i m_p \frac{1}{\frac{\mu_i}{m_p}}$$

Masas constituyentes: ( $m_p = 338,272 \text{ MeV}$ )

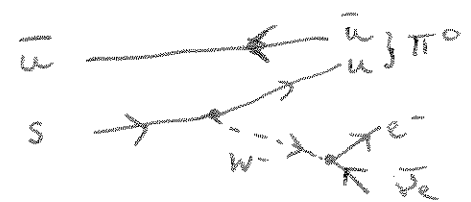
$$m_u = \frac{2}{3} \cdot m_p \cdot \frac{1}{\mu_u/m_p} = 337,811 \text{ MeV} //$$

$$m_d = -\frac{1}{3} \cdot m_p \cdot \frac{1}{\mu_d/m_p} = 321,812 \text{ MeV} //$$

$$m_s = -\frac{1}{3} \cdot m_p \cdot \frac{1}{\mu_s/m_p} = 510,208 \text{ MeV} //$$

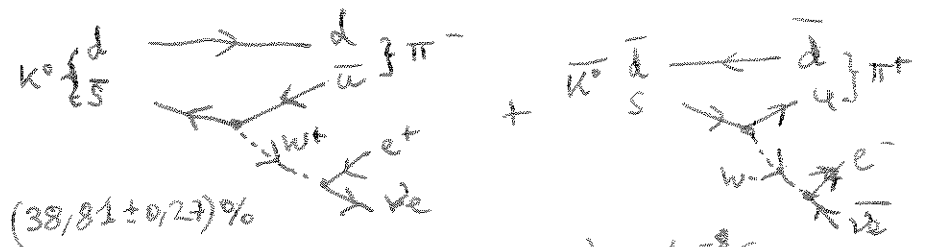
②

a)  $K^- \rightarrow \pi^0 + e^- + \bar{\nu}_e$   
 •  $\Delta S = 1 \rightarrow$  *klbil*  
 •  $\Delta I_3 = \frac{1}{2} \rightarrow$  *klbil*



*desintegracion*  $K_{e3}^-$  (PDG)  $\rightarrow \frac{\Gamma_i}{\Gamma} = (4,87 \pm 0,06)\%$  ;  $\rho = \frac{\tau_e}{\tau}$  ;  $\tau = 1,2384 \times 10^{-8} s$

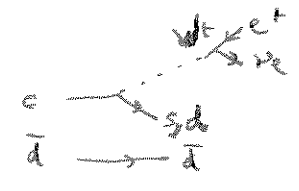
$K_L^0 \rightarrow \pi^\pm + e^\mp + \bar{\nu}_e$   
 •  $\Delta S = 1, \Delta I = \frac{1}{2} \rightarrow$  *klbil*



*desintegracion*  $K_{e3}^0$   $\rightarrow \frac{\Gamma_i}{\Gamma} = (38,81 \pm 0,27)\%$   
 $\tau = (5,18 \pm 0,04) \times 10^{-8} s$

$\Rightarrow \frac{\Gamma_{K^0}}{\Gamma_{K^-}} = \frac{\frac{\tau_e}{\tau_{K^0}} \cdot 38,81}{\frac{\tau_e}{\tau_{K^-}} \cdot 4,87} = \frac{38,81}{4,87} \cdot \frac{1,2384}{5,18} = 1,905 //$

b)  $D^+ \rightarrow e^+ + \nu_e +$  (hadrones) PDG

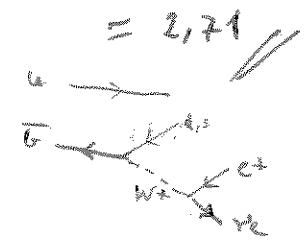


*crudo*  $\Gamma_i/\Gamma = (17,2 \pm 4,9)\%$  ;  $\tau = 2040 \times 10^{-15} s$

$B^+ \rightarrow e^+ + \nu_e +$  (hadrones)  
 $\tau = 1,672 \times 10^{-12} s$

$\Rightarrow \frac{\Gamma_{D^+}}{\Gamma_{B^+}} = \frac{17,2}{10,2} \cdot \frac{1,672 \cdot 10^{-12}}{2040 \cdot 10^{-15}} = 2,71 //$

$\Gamma_i/\Gamma = (10,2 \pm 0,3)\%$  ; (coralidad,  $e^+ + \nu_e$ )



c) Angulos CKM

$\Gamma \sim \frac{g_{e3} g_{e3} M_q^5}{M_W}$  ;  $G_F^2 M_q^5 \sim \left(\frac{g_{e3} g_{e3}}{M_W}\right)^2 M_q^5$   
 $\Gamma\left(\frac{D^+}{K^+}\right) = K \cdot \frac{|g_{cd}|^2 + |g_{cs}|^2}{|g_{ud}|^2} \cdot \left(\frac{m_c}{m_s}\right)^5 \sim \sin^2 \theta_c \cdot \left(\frac{m_c}{m_s}\right)^5$   
 $\Gamma\left(\frac{B^+}{D^+}\right) = K \cdot \frac{|g_{ud}|^2 + |g_{ub}|^2}{|g_{cd}|^2 + |g_{cs}|^2} \cdot \left(\frac{m_b}{m_c}\right)^5$

?

③ PDG:

$$\begin{aligned}
 W^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e & (2 \text{ fermions}) &\rightarrow \rho_i/\rho = 10,72\% \rightarrow \rho_1 = 227,7 \text{ MeV} \\
 W^- &\rightarrow q\bar{q} \text{ hadrons} & &\rightarrow \rho_i/\rho = 67,96\% \rightarrow \rho_2 = 2,124 \text{ GeV}
 \end{aligned}$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{10,72}{67,96} = 0,15 \quad ; \quad \frac{\rho_1}{\rho_2} = 6,34$$

④ A: resonancia mesónica:  $q_i \bar{q}_j$   
 ↳ desintegración fuerte: conservación  $I_3, S, \text{paridad}$   
 • Conservo: Q, E, L,  $I_3, S, B, P, C$   
 (algebra)

$$\begin{aligned}
 A &\rightarrow \pi^+ + \pi^- & \checkmark \\
 A &\rightarrow \pi^0 + \pi^0 & \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q(A) &= 0 \\
 L(A) &= 0 \\
 I_3(A) &= 0 \\
 S(A) &= 0 \\
 B(A) &= 0
 \end{aligned}$$

$$\eta_A \equiv P(A) = P(\pi^+ + \pi^-) = (-1)^2 \cdot (-1)^l = (-1)^l$$

$$C(A) = C(\pi^+ \pi^-) = (-1)^l \quad ; \quad \text{(ver ej. de SERIE 1)}$$

$$J^{PC}(\pi^\pm) = 0^-$$

$$J_A = J_{\pi^+} + J_{\pi^-} + l = 0 + 0 + l = l$$

↳ mesón con uñada

Por otro lado

$$P(\pi^0 \pi^0) = (-1)^2 \cdot (-1)^l$$

$$C(\pi^0 \pi^0) = +1 \quad \leftarrow \Rightarrow J^{PC}(\pi^0) = 0^{-+}$$

Ya que  $\pi^0 = \pi^0$  (partículas) son bosones: f onda simétrica; cargas nulas  
 ↳ l será par  
 ↳ No se ven estas desintegraciones

Como no se observa esta desint., la razón debe ser que  $C(\pi^0 \pi^0) \neq C(A) = (-1)^l$   
 ↳ Es decir, l será impar. Por ejemplo,  $J^{PC}(A)$  será  $1^{--}, 3^{--}, \dots$   
 ↳ lo normal es que sea J más bajo:  $1^-$ .

⑤ a+b → c+d

a) a+b → a+b (elástica)

$$\rho_i = \rho_f \rightarrow \eta_a \eta_b \cdot (-1)^{L_i} = \eta_c \eta_d \cdot (-1)^{L_f} \rightarrow (-1)^{L_f - L_i} = 1$$

$$\rightarrow \Delta L \equiv L_f - L_i = 0, 2, \dots \text{ (par)}$$

b) a+b → c+d (inelástica)

$$\eta_a \eta_b \cdot (-1)^{L_i} = \eta_c \eta_d \cdot (-1)^{L_f} \Rightarrow (-1)^{\Delta L} \frac{\eta_c \eta_d}{\eta_a \eta_b} = 1$$

Como  $\eta_a, \eta_b = \pm 1 \Rightarrow \eta_a, \eta_b = \frac{1}{\eta_c \eta_d} \Rightarrow (-1)^{\Delta L} \eta_a \eta_b \eta_c \eta_d = 1$

c) Colisión elástica: ΔL par

$$S(\pi) = 0 \quad ; \quad S(N) = \frac{1}{2}$$

$$\vec{J}_i = S(\pi) + S(N) + \vec{L}_i = \vec{L}_i = \vec{L}_f = S(\pi) + S(N) + \vec{L}_f = \vec{L}_f + \frac{1}{2}$$

$$\hookrightarrow \vec{L}_i + \frac{1}{2} = \vec{L}_f + \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta L = L_f - L_i = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0; 1 \Rightarrow \Delta L = 0$$

Como debe ser par: ΔL=0

# Problemas de Partículas 2011

## Serie 4

1. Determinen el espín del pión utilizando el principio de balance detallado en el proceso

$$p + p \rightarrow \pi^+ + d,$$

siendo  $d$  el deuterón.

---

2. Calculen la estructura de los niveles del positronium (estado ligado electrón-positrón) atendiendo a C,P y CP. Notar que esta misma clasificación sirve para el quarkonium (estado ligado de quark-antiquark pesados).
- 

3. Calculen el tiempo que tiene que transcurrir desde la formación de un haz de  $K^0$  para que sea mayoritariamente ( $> 99\%$ )  $K_L$ . ¿Cómo varía tras ese momento la probabilidad de tener un  $K^0$ ? Dibújenla.
- 

4. Alrededor de 1232 MeV existe una resonancia en pión nucleón llamada  $\Delta$ . Utilicen este hecho y la invariancia bajo isospin para calcular el cociente de las secciones eficaces

$$\frac{d\sigma(\pi^- + p \rightarrow (\pi^- + p) + (\pi^0 + n))}{d\sigma(\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p)}.$$

---

5. Estudien el espacio fásico de tres partículas

$$dQ_3 = \frac{1}{(2\pi^5)} \int \frac{d^3p_1}{2E_1} \frac{d^3p_2}{2E_2} \frac{d^3p_3}{2E_3} \delta^4(P - p_1 - p_2 - p_3)$$

- Obtengan su expresión en el sistema de referencia  $P^\mu = (\sqrt{s}, \vec{0})$ .
  - expresen  $dQ_3$  en función de las variables cinemáticas invariantes  $(s_{13}, s_{23})$ .
- 

6. Sabiendo que  ${}^3He$  y  ${}^3H$  forman un doblete de isospín, mientras que  ${}^4He$  es un estado singlete, calculen el cociente de secciones eficaces

$$\frac{\sigma(K^- + {}^4He \rightarrow \Sigma^0 + {}^3H)}{\sigma(K^- + {}^4He \rightarrow \Sigma^- + {}^3He)} = \frac{1}{2}$$

---



7. Se observan las siguientes desintegraciones fuertes del  $K^{*0}$  :

$$K^{*0} \rightarrow K^0 + \pi^0 \text{ (33\% de las veces)}$$

$$K^{*0} \rightarrow K^+ + \pi^- \text{ (66\% de las veces)}$$

¿Cuál es el isospín del  $K^{*0}$ ? ¿Cabe esperar las desintegraciones

$$K^{*0} \rightarrow K^- + \pi^+,$$

$$K^{*+} \rightarrow K^0 + \pi^+ ?$$

En caso afirmativo obtenga la relación entre sus amplitudes de desintegración y las de los procesos anteriores.

Serie 4

①  $p + p \rightarrow \pi^+ + d$

Principio de balance detallado:

$$\frac{\sigma(p+p \rightarrow \pi^+ + d)}{\sigma(\pi^+ + d \rightarrow p + p)} = 2 \frac{(2S_{\pi\pi} + 1)(2S_d + 1)}{(2S_p + 1)^2} \cdot \frac{P_{\pi^+}^2}{P_p^2}$$

C-6

factor espacio fásico, al haber partículas idénticas en el estado final, divide  $\sigma$  entre 2

① Determinar  $S_{\pi\pi}$

$S_d = 1, S_p = \frac{1}{2}$

$$\frac{\sigma_{pp}}{\sigma_{\pi+d}} = 3 \cdot (S_{\pi\pi} + \frac{1}{2}) \cdot \frac{P_p^2}{P_{\pi^+}^2} \rightarrow S_{\pi\pi} = \frac{1}{3} \cdot \frac{P_{\pi^+}^2}{P_p^2} \cdot \frac{\sigma_{pp}}{\sigma_{\pi+d}} - \frac{1}{2}$$

En tablas

Para calcularlo, iremos al umbral de la reacción. (SCM)

$pp \rightarrow \pi^+ + d \rightarrow \sqrt{S_{CM}} = m_{\pi^+} + m_d = 2E_p \rightarrow E_p = \frac{m_{\pi^+} + m_d}{2} \rightarrow P_p^2 = \frac{(m_{\pi^+} + m_d)^2}{4} - m_p^2$

$\pi^+ + d \rightarrow pp \rightarrow S_{CM} = m_p^2 = m_{\pi^+}^2 + m_d^2 + 2E_{\pi^+} E_d + 2P_{\pi^+}^2 = m_{\pi^+}^2 + m_d^2 + 4m_p E_{\pi^+} - 2m_{\pi^+}^2$

$\hookrightarrow E_{\pi^+} = \frac{4m_p^2 + m_{\pi^+}^2 - m_d^2}{4m_p} \rightarrow P_{\pi^+}^2 = E_{\pi^+}^2 - m_{\pi^+}^2 = \frac{1}{16m_p^2} (16m_p^4 + m_{\pi^+}^4 + m_d^4 - 8m_p^2 m_d^2 - 8m_p^2 m_{\pi^+}^2)$

$= \frac{1}{4(2m_p)^2} \cdot \lambda((2m_p)^2, m_{\pi^+}^2, m_d^2) //$

- No le buscado el resultado en tablas

② positronium: estado ligado  $e^+e^-$  (partícula-antipartícula)

① el estado debe ser propio de  $CP_{12} \rightarrow CP_{12} | \underline{1} \underline{2} \rangle = (-1)^{2j} | \underline{1} \underline{2} \rangle$

① caracterizado por  $| j, M, \mu_1, \mu_2 \rangle$

① partículas son distinguibles por su carga

$C | j, M, \mu_1, \mu_2 \rangle = C \cdot (P_{12})^2 | j, M, \mu_1, \mu_2 \rangle = P_{12} C P_{12} | j, M, \mu_1, \mu_2 \rangle = P_{12} (-1)^{2j} | \underline{1} \underline{2} \rangle$

$= (-1)^{2j} | j, M, \mu_2, \mu_1 \rangle$

① Si  $\mu_1 = \mu_2 \rightarrow$  estado es propio de C con v. propio  $(-1)^{2j}$

① "  $\mu_1 \neq \mu_2 \rightarrow$  No es propio de C, necesitarías combinación tipo

$| \Psi \rangle = | j, M, \mu_1, \mu_2 \rangle + (-1)^{2j} | j, M, \mu_2, \mu_1 \rangle$

$C | \Psi \rangle = (-1)^{2j} | j, M, \mu_2, \mu_1 \rangle + (-1)^{2j} | j, M, \mu_1, \mu_2 \rangle = + | \Psi \rangle$

$\hookrightarrow$  valor propio +1

v. propios:  $C = \pm 1$

$CP_{12} = (-1)^{2j}$

$P_{12} = \pm (-1)^{2j}$

$\rightarrow$  Para estados LS:  $C | j, M, L, S \rangle = (-1)^{L+S} | j, M, L, S \rangle$

Interacción  $e^+e^- \rightarrow$  se conserva C y P

$C = (-1)^{L+S}$

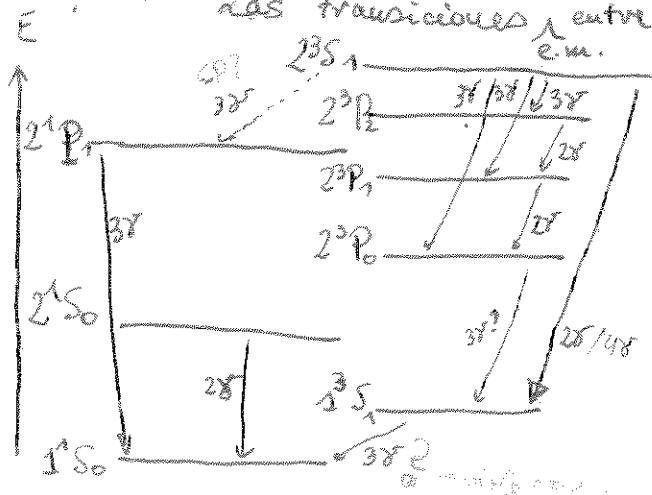
$P = (-1)^{L+1}$

$n = 1, 2, \dots$   
 $L = 0, \dots, n-1$   
 $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \neq L + S$

Estado:	$n$	$L$	$S$	$J = \vec{L} + \vec{S}$	$2S+1$	$P = (-1)^{L+1}$	$C = (-1)^{L+S}$	$CP = (-1)^{2L+1}$	$n^{2S+1} L_J$
a	1	0	0	0	1	-1	1	-1	$1^1 S_0$
b	1	0	1	1	3	-1	-1	+1	$1^3 S_1$
c	2	0	0	0	1	-1	1	-1	$2^1 S_0$
d	2	0	1	1	3	-1	-1	+1	$2^3 S_1$
e	2	1	0	1	1	+1	-1	-1	$2^1 P_1$
f	2	1	1	2	3	+1	+1	+1	$2^3 P_2$
g	-	-	-	1	3	+1	+1	+1	$2^3 P_1$
h	-	-	-	0	3	+1	+1	+1	$2^3 P_0$

los que cumplen  $CP = -1 \rightarrow$  asociamos a para-positronium.

" " "  $CP = +1 \rightarrow$  " " orto- "



deben tener un número par de fotones  
 luego  $C(P) = P(C) = -1$   
 para que fotones no violen  $CP, C, P$

Int. em:  $\begin{cases} C, P, CP \\ \text{se debe conservar} \end{cases}$   
 $[a, c]: (-1, 1)$   
 $[c, d]: (-1, -1)$   
 $[e]: (1, -1)$   
 $[f, g, h]: (1, 1)$

Si cambia  $C$  o  $P$   
 lo n° impar de fotones ( $3\gamma$ )

y siempre a energías menores (hacia abajo)

$CP = -1$  Para-positr.  
 $CP = +1$  Orto-positr.

③  $K^0 \rightarrow K^L$

$|K^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K_1^0\rangle + |K_2^0\rangle)$  (inicialmente)

estados 1, 2: distinta vida media:

$|K^0(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{-iM_1 t} e^{-\beta_1 t/2} |K_1^0\rangle + e^{-iM_2 t} e^{-\beta_2 t/2} |K_2^0\rangle)$  ( $\hbar=1$ )

1: Short ; 2: Long  $\beta_1 \gg \beta_2 ; \tau_1 \ll \tau_2 \xrightarrow{PDG} \tau_1 = 0,895 \times 10^{-10} s ; \tau_2 = 5,18 \times 10^{-8} s$

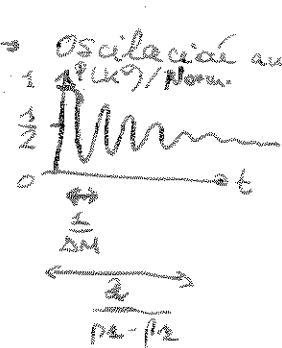
$| \langle K_2^0 | K^0(t) \rangle |^2 = \frac{1}{4} e^{-\beta_2 t} \rightarrow 99\% = \frac{e^{-\beta_2 t}}{e^{-\beta_1 t} + e^{-\beta_2 t}} = \chi$   
 $| \langle K_1^0 | K^0(t) \rangle |^2 = \frac{1}{4} e^{-\beta_1 t}$  ... normalización a tiempo t

$\frac{1}{\chi} = e^{-(\beta_1 - \beta_2)t} + 1 \rightarrow t_{crit} = \ln(\frac{1}{\chi} - 1) = \frac{-\ln(\frac{1}{\chi} - 1)}{\beta_1 - \beta_2} = \frac{-\ln(\frac{1}{\chi} - 1)}{\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2}} = 4,12 \times 10^{-10} s$

$\frac{|K^0(t)\rangle}{\sqrt{t}}$  No tiene en cuenta la desintegración, sólo la proporción relativa entre  $K_1$  y  $K_2$ .

$P(K^0) = | \langle K^0 | K^0(t) \rangle_{norm} |^2$

$= \frac{1}{2(e^{-\beta_1 t} + e^{-\beta_2 t})} | e^{-iM_1 t} e^{-\beta_1 t/2} + e^{-iM_2 t} e^{-\beta_2 t/2} |^2$   
 $= \frac{1}{2(e^{-\beta_1 t} + e^{-\beta_2 t})} \cdot (e^{-\beta_1 t} + e^{-\beta_2 t} + (e^{-i(M_2 - M_1)t} e^{-(\beta_1 + \beta_2)t/2} + c.c.))$   
 $= \frac{1}{2} \cdot (1 + \frac{e^{-(\beta_1 + \beta_2)t/2}}{e^{-\beta_1 t} + e^{-\beta_2 t}} \cdot 2 \cos(\Delta M t))$  (proporción respecto a  $K^0$  + No)  
 $= \frac{1}{2} (1 + \frac{2 \cos \Delta M t}{e^{\frac{\beta_1 - \beta_2}{2} t} + e^{\frac{\beta_2 - \beta_1}{2} t}})$   
 $= \frac{1}{2} (1 + \frac{\cos \Delta M t}{\cosh(\frac{\beta_2 - \beta_1}{2} t)})$

↳ Oscilación amortiguada  


Si no normalizamos:

$| \langle K^0 | K^0(t) \rangle |^2 = \frac{1}{4} | e^{-iM_1 t} e^{-\beta_1 t/2} + e^{-iM_2 t} e^{-\beta_2 t/2} |^2$   
 $= \frac{1}{4} ( e^{-\beta_1 t} + e^{-\beta_2 t} + 2 \cos \Delta M t \cdot e^{-(\beta_1 + \beta_2)t/2} )$  con  $t > t_{crit}$   
 $t > t_{crit} \rightarrow e^{-\beta_1 t} \rightarrow 0 \rightarrow P \approx \frac{1}{4} e^{-\beta_2 t}$

También se puede formular como  $N_L = \frac{N}{2} e^{-t/\tau_2} ; N_S = \frac{N}{2} e^{-t/\tau_1}$   
 $\hookrightarrow 99\% = \frac{N_L}{N_{total}} \rightarrow$  despreciar t //  $N^0$  de  $K^0 \dots N_{no} = N_S + N_L = \frac{N}{2} (e^{-t/\tau_1} + e^{-t/\tau_2}) \approx \frac{N}{2} e^{-t/\tau_2}$

④  $M_\Delta = 1232 \text{ MeV}$

Intr. boro (isospin)

$|\pi N\rangle \rightarrow$  Clebsch-Gordan

$1 \otimes \frac{1}{2} \rightarrow$  C-G (von PDG)

$$|\pi^+ p\rangle = |1, 1\rangle | \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle = | \frac{3}{2}, \frac{3}{2} \rangle$$

$$|\pi^- p\rangle = |1, -1\rangle | \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} | \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} | \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \rangle$$

$$|\pi^0 n\rangle = |1, 0\rangle | \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} | \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} | \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \rangle$$

Amplitudes:  $\langle f | T | i \rangle$  ; or  $\sigma_k \langle f | T | i \rangle|^2$

$T | JM \rangle = T_J | JM \rangle$   
operator          número

$$\langle \pi^- p | T | (\pi^- p) + (\pi^0 n) \rangle = \langle \pi^- p | \left[ T_{\frac{3}{2}} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}} \right) | \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \rangle + T_{\frac{1}{2}} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \right) | \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \rangle \right]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}} \right) T_{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \right) T_{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{3} \left\{ (1 + \sqrt{2}) T_{\frac{3}{2}} + (2 - \sqrt{2}) T_{\frac{1}{2}} \right\} \rightarrow \text{NO! se refiere separadamente}$$

$$\langle \pi^- p | T | \pi^- p \rangle = \frac{T_{\frac{3}{2}}}{3} + \frac{2}{3} T_{\frac{1}{2}}$$

$$\langle \pi^- p | T | \pi^0 n \rangle = \frac{\sqrt{2}}{3} (T_{\frac{3}{2}} - T_{\frac{1}{2}})$$

$$\langle \pi^+ p | T | \pi^+ p \rangle = T_{\frac{3}{2}}$$

$$\chi = \frac{d\sigma(\pi^- p \rightarrow \pi^- p + \pi^0 n)}{d\sigma(\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p)} = \frac{\chi^2}{\chi^2} \cdot \frac{1}{3} \frac{(T_{\frac{3}{2}} + 2T_{\frac{1}{2}})^2 + 2(T_{\frac{3}{2}} - T_{\frac{1}{2}})^2}{(T_{\frac{3}{2}})^2}$$

$$= \frac{1}{9(T_{\frac{3}{2}})^2} \cdot \left\{ 3(T_{\frac{3}{2}})^2 + 6(T_{\frac{1}{2}})^2 + 2T_{\frac{3}{2}}^2 + T_{\frac{1}{2}}^2 + 2T_{\frac{3}{2}}T_{\frac{1}{2}}^2 - 2T_{\frac{3}{2}}^2 + T_{\frac{1}{2}}^2 - 2T_{\frac{3}{2}}T_{\frac{1}{2}}^2 \right\}$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \frac{(T_{\frac{1}{2}})^2}{(T_{\frac{3}{2}})^2}$$

$\rightarrow$   $\exists$  resonancia  $\Delta$  a 1232 MeV  $\rightarrow J_3(\Delta) = \frac{3}{2} \rightarrow |T_{\frac{3}{2}}| > |T_{\frac{1}{2}}|$

$$\chi(\sqrt{s} = M_\Delta) \approx \frac{4}{3}$$

$$⑤ \quad dQ_3 = \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{d^3\vec{p}_1 d^3\vec{p}_2 d^3\vec{p}_3}{2E_1 2E_2 2E_3} \cdot \delta^4(P - p_1 - p_2 - p_3)$$

Utilizamos  $\delta^{(3)}$  para integrar el momento  $\vec{p}_3$ :  $\vec{p}_3 = \vec{P} - \vec{p}_1 - \vec{p}_2$

$$dQ_3 = \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{d^3\vec{p}_1 d^3\vec{p}_2}{8E_1 E_2 E_3} \cdot \delta(P^0 - E_1 - E_2 - E_3)$$

Introducimos los diferenciales en coordenadas esféricas:

$$d^3V = r^2 dr d\cos\theta d\varphi \rightarrow d^3\vec{p}_1 d^3\vec{p}_2 = |\vec{p}_1|^2 \cdot d|\vec{p}_1| \cdot d\Omega_1 \cdot |\vec{p}_2|^2 d|\vec{p}_2| d\Omega_2$$

$$E_i = \sqrt{|\vec{p}_i|^2 + m_i^2} \rightarrow dE_i = \frac{1}{2E_i} \cdot 2|\vec{p}_i| d|\vec{p}_i| \Rightarrow |\vec{p}_i| d|\vec{p}_i| = E_i dE_i$$

$$\rightarrow d^3\vec{p}_1 d^3\vec{p}_2 = |\vec{p}_1|^2 \cdot |\vec{p}_2|^2 dE_1 dE_2 d\Omega_1 d\Omega_2 \cdot E_1 E_2$$

En el SCM:  $\vec{P} = 0 \rightarrow \vec{p}_3 = -(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) \rightarrow E_3^2 = m_3^2 + |\vec{p}_1|^2 + |\vec{p}_2|^2 + 2|\vec{p}_1||\vec{p}_2|\cos\theta_{12}$

$$2E_3 dE_3 = 2|\vec{p}_2| \cdot |\vec{p}_1| d\cos\theta_{12} \quad \text{↳ } |\vec{p}_1|, |\vec{p}_2|, m_3 \text{ variables independientes,}$$

se define posición de  $\vec{p}_2$  respecto a  $\vec{p}_1$ :  $\Omega_2 = (\cos\theta_{12}, \phi_2)$  no se derivan!

$$\text{↳ } d\Omega_2 = d\cos\theta_{12} d\phi_2$$

$$\text{L } dQ_3 = \frac{1}{(2\pi)^5} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{|\vec{p}_1|^2 \cdot |\vec{p}_2|^2 dE_1 dE_2 d\Omega_1 E_1 E_2 d\cos\theta_{12} d\phi_2}{E_1 E_2 E_3} \cdot \delta(P^0 - E_1 - E_2 - E_3)$$

integrar

$$= \frac{1}{(2\pi)^5} \cdot \frac{1}{8} \cdot dE_1 dE_2 d\Omega_1 d\phi_2 \cdot dE_3 \underbrace{\delta(P^0 - E_1 - E_2 - E_3)}_{\text{integrar} = 1} \quad \text{región de integración } E_3 \text{ con limitación angular: } \cos^2\theta_{12} \leq 1$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^5} \cdot \frac{1}{8} \cdot dE_1 dE_2 d\Omega_1 d\phi_2 \cdot \Theta(1 - \cos^2\theta_{12})$$

en SCM en general no  $\vec{J}$  dirección de referencia  $\rightarrow$  integrar sobre  $\Omega_1, \phi_2$ :

$$\frac{d^2Q_3}{dE_1 dE_2} = \frac{1}{(2\pi)^5} \cdot \frac{1}{8} \cdot 2\pi \cdot 2\pi \cdot \Theta(1 - \cos^2\theta_{12}) = \frac{1}{32\pi^3} \cdot \Theta(1 - \cos^2\theta_{12})$$

• En función de  $S_{13}, S_{23}$ :  $P_A = (\sqrt{s}, 0)$

$$S_{13} = (p_1 + p_3)^2 = (P_A - p_2)^2 \Rightarrow s + m_2^2 - 2\sqrt{s} E_2 \rightarrow E_2 = \frac{s + m_2^2 - S_{13}}{2\sqrt{s}}$$

$$S_{23} = (p_2 + p_3)^2 = (P_A - p_1)^2 = s + m_1^2 - 2\sqrt{s} E_1 \rightarrow E_1 = \frac{s + m_1^2 - S_{23}}{2\sqrt{s}}$$

$m_i, s$  fijos:

$$dE_2 = -\frac{dS_{13}}{2\sqrt{s}} \quad ; \quad dE_1 = -\frac{dS_{23}}{2\sqrt{s}}$$

$$\text{L } dQ_3 = \frac{1}{128\pi^3 s} \cdot \Theta(1 - \cos^2\theta_{12})$$

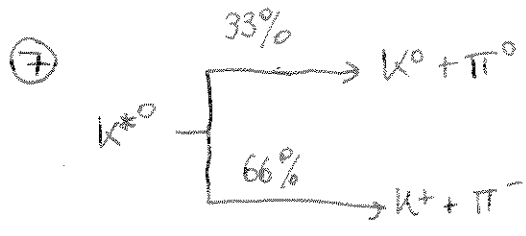
↳ lo sustituimos por límites integración  $S_{13}^{\max}, S_{13}^{\min}, S_{23}^{\max}, S_{23}^{\min}$

$$(m_1 + m_3)^2 \leq S_{13} \leq (\sqrt{s} - m_2)^2 \quad \rightarrow \quad S_{23} \pm = \frac{4}{4s} \left\{ \sqrt{s}^2 - m_1^2 - m_2^2 + m_3^2 \right\}^2 - \left[ \lambda^{1/2}(s, S_{13}, m_1^2, m_2^2) \pm \lambda^{1/2}(S_{13}, m_1^2, m_3^2) \right]^2$$

↑  
copias homogeneidad en plano Dalitz

⑥  ${}^3\text{He}, {}^3\text{H}$  doblete isopín:  $\left(\frac{1}{2}\right) \rightarrow \pm \frac{1}{2}$   ${}^3\text{He}: \left|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\right\rangle$   $\frac{3}{2}$   
 ${}^3\text{H}: \left|\frac{1}{2} -\frac{1}{2}\right\rangle$   
 ${}^4\text{He}$  singlete:  $(0)$   
 ${}^4\text{He}: |0 0\rangle \rightarrow$  sin  $n^{\text{os}}$  cuánticos,  $2p+2n$  espines  
 $K^-: I = \frac{1}{2}; I_3 = -\frac{1}{2} \rightarrow \left|\frac{1}{2} -\frac{1}{2}\right\rangle$   
 $\Sigma^-: I = 1; I_3 = -1 \rightarrow |1 -1\rangle$   
 $\Sigma^0: I = 1; I_3 = 0 \rightarrow |1 0\rangle$   
 $\rightarrow |K^- {}^4\text{He}\rangle = \left|\frac{1}{2} -\frac{1}{2}\right\rangle$   $\rightarrow$   ${}^4\text{He}$  no introduce nada.  
 $\rightarrow |\Sigma^0 {}^3\text{H}\rangle = |1 0\rangle \left|\frac{1}{2} -\frac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} \left|\frac{3}{2} -\frac{1}{2}\right\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} \left|\frac{1}{2} -\frac{1}{2}\right\rangle$   
 $\rightarrow |\Sigma^- {}^3\text{H}\rangle = |1 -1\rangle \left|\frac{1}{2} +\frac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} \left|\frac{3}{2} -\frac{1}{2}\right\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} \left|\frac{1}{2} -\frac{1}{2}\right\rangle$

$\sigma(\rightarrow \Sigma^0 + {}^3\text{H}) = K \left| \sqrt{\frac{1}{3}} T_{1/2} \right|^2$   
 $\sigma(\rightarrow \Sigma^- + {}^3\text{He}) = K \left| -\sqrt{\frac{2}{3}} T_{1/2} \right|^2$   
 Coincide:  
 $\frac{\sigma(\rightarrow \Sigma^0 + {}^3\text{H})}{\sigma(\rightarrow \Sigma^- + {}^3\text{He})} = \frac{1}{2}$



Desintegración fuerte: se conserva  $I_3$ .

$I_3(K^0 + \pi^0) = I_3(K^{*0}) = -\frac{1}{2} + 0$   
 $I_3(K^+ + \pi^-) = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$

$I_3(K^{*0}) = -\frac{1}{2} \parallel I(K^{*0}) = \frac{1}{2}$

$K^{*0} \rightarrow K^- + \pi^+ \rightarrow I_3 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} \neq -\frac{1}{2} = I_3(K^{*0}) \rightarrow$  NO, violaría isospín y S  
 $K^{*+} \rightarrow K^0 + \pi^+ \rightarrow I_3 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} = I_3(K^{*+}) \rightarrow$  Sí, conserva " " "

$K^{*0} \rightarrow \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle$   
 $K^0 \rightarrow \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle$   
 $\pi^0 \rightarrow |1 0\rangle$   
 $K^+ \rightarrow \left| \frac{1}{2} +\frac{1}{2} \right\rangle$   
 $\pi^- \rightarrow |1 -1\rangle$   
 $|K^0 \pi^0\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{3}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle$   
 $|K^+ \pi^-\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}} \left| \frac{3}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle$

1:  $\langle K^{*0} | \pi^+ | K^0 + \pi^0 \rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} T_{3/2} \cdot 0 + \sqrt{\frac{1}{3}} \cdot T_{1/2}$   
 2:  $\langle K^{*0} | \pi^- | K^+ + \pi^- \rangle = \sqrt{\frac{1}{3}} \cdot T_{3/2} \cdot 0 - \sqrt{\frac{2}{3}} T_{1/2}$

$\frac{d\sigma_1}{d\sigma_2} = \frac{\frac{1}{3} \cdot |T_{1/2}|^2}{\frac{2}{3} \cdot |T_{1/2}|^2} = \frac{1}{2} \rightarrow$  coincide con  $\frac{33\%}{66\%}$

Para el otro proceso posible (el 4º),  $K^{*+} = \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle$ ;  $|K^0\rangle = \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle$ ;  $|\pi^+\rangle = |1 1\rangle$   
 $|K^0 \pi^+\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{3}{2} +\frac{1}{2} \right\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} \left| \frac{1}{2} +\frac{1}{2} \right\rangle$

3:  $\sigma_3 = K \frac{2}{3} T_{1/2}^2 \rightarrow \frac{\sigma_3}{\sigma_2} = 1$ ;  $\frac{\sigma_3}{\sigma_1} = 2$