T. 1 - CUANTIZACIÓN DEL CAMPO ELECTROMAGNÉTICO

$\Delta E \Delta B \geq$ cte $\rightarrow \exists$ campo vacío, ruido

$$\boxed{\begin{array}{ll} \vec{\nabla}\vec{E} = 0 & \vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla}\vec{B} = 0 & \vec{\nabla}\times\vec{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{array}}$$

Ecs. de Maxwell vacío

$\vec{E}, \vec{B} \perp \vec{k}$ (campos transversales)

$H = \frac{\epsilon_0}{2}\int d^3r\,[\vec{E}^2 + c^2\vec{B}^2]$ → invariancia, simetrías, leyes de conservac

$\vec{P} = \epsilon_0 \int d^3r\ \vec{E}\times\vec{B}$

$\vec{J} = \epsilon_0 \int d^3r\ \vec{r}\times[\vec{E}\times\vec{B}]$

$\vec{E}(\vec{r},t) = \int d^3k\ e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}\,\vec{\mathcal{E}}(\vec{k},t)$; $\vec{\mathcal{E}}(\vec{k},t) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int d^3r\ \vec{E}(\vec{r},t)\cdot e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}}$

$\vec{B}$ $\qquad \vec{\mathcal{B}}$

$\vec{\mathcal{E}}(-\vec{k},t) = \vec{\mathcal{E}}^*(\vec{k},t)$ (hermítico)

$i\vec{k}\cdot\vec{\mathcal{E}}(\vec{k},t) = 0 \qquad i\vec{k}\times\vec{\mathcal{E}}(\vec{k},t) = -\dot{\vec{\mathcal{B}}}$

$i\vec{k}\cdot\vec{\mathcal{B}}(\vec{k},t) = 0 \qquad i\vec{k}\times\vec{\mathcal{B}}(\vec{k},t) = \frac{1}{c^2}\dot{\vec{\mathcal{E}}}$

Ecs. de Maxwell en espacio recíproco

→ Transversalid: $\vec{\mathcal{B}} = i\frac{\vec{k}}{\omega^2}\times\dot{\vec{\mathcal{E}}}$

$$\vec{\alpha} \equiv \frac{1}{2iN(k)}\left[\vec{\mathcal{E}}(\vec{k},t) + \frac{i}{\omega}\dot{\vec{\mathcal{E}}}(\vec{k},t)\right]$$

$\vec{\mathcal{E}}(\vec{k},t) = iN(k)\cdot[\vec{\alpha}(\vec{k},t) - \vec{\alpha}^*(-\vec{k},t)]$

$\dot{\vec{\mathcal{E}}}(\vec{k},t) = \omega N(k)\cdot[\vec{\alpha}(\vec{k},t) + \vec{\alpha}^*(-\vec{k},t)]$

↳ $\dot{\vec{\alpha}}(\vec{k},t) = -i\omega\vec{\alpha}(\vec{k},t)$ $\quad \dot{\alpha}_\sigma(\vec{k},t) = -i\omega\alpha_\sigma(\vec{k},t)$

$\vec{\alpha}(\vec{k},t) = \sum_\sigma \alpha_\sigma(\vec{k},t)\,\hat{e}_\sigma(\vec{k})$

Receta de cuantizac → $\alpha_\sigma \rightsquigarrow a_\sigma$; $\alpha_\sigma^* \rightsquigarrow a_\sigma^+$ ... $|\alpha|^2 = \frac{\alpha\alpha^* + \alpha^*\alpha}{2}$

$H = \int d^3k \sum_\sigma \left[a_\sigma^+(\vec{k},t)\,a_\sigma(\vec{k},t) + \frac{1}{2}\right]\hbar\omega$

$\vec{P} = \int d^3k \sum_\sigma \hbar\vec{k}\left[a_\sigma^+(\vec{k},t)\,a_\sigma(\vec{k},t) + \frac{1}{2}\right]$

$\vec{J} = \hbar\int d^3k \sum_\sigma [\alpha_\sigma^*(\vec{k},t)(-i\vec{k}\times\vec{\nabla}_k)\,\alpha_\sigma(\vec{k},t) - i\,\underbrace{\vec{\alpha}^*(\vec{k},t)\times\vec{\alpha}(\vec{k},t)}_{\vec{S}}]$

onda plana no transporta L pero sí $\vec{S} = \pm\hbar\,|\alpha_\sigma|^2 \sum \vec{k}$ → espín 1, mom $\hbar k$, masa 0, energía $\hbar\omega$, bosón → fotón

con lineal → promedio = 0 $\qquad = \begin{pmatrix}1\\i\\0\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1\\-i\\0\end{pmatrix}$

Cuantizac en un cubo L^3

CONTINUO

$\vec{k}, a_\sigma(\vec{k})$ ... dimensiones $\frac{1}{k^3}$ = volumen

$[a_{\sigma_i}(\vec{k}), a^+_{\sigma_j}(\vec{k}')] = \delta(\vec{k}-\vec{k}')\,\delta_{\sigma_i\sigma_j}$

$\left(\frac{2\pi}{L}\right)^{3/2} a_{\sigma_i}(\vec{k}_i)$

↑

a_i

DISCRETO

$\vec{k}_{n_x,n_y,n_z} = \frac{2\pi}{L}(n_x,n_y,n_z)$, a_{σ_i,n_x,n_y,n_z}

$[a_i, a_j^+] = \delta_{ij}$

↓

$H = \sum_i \hbar\omega_i\left(a_i^+a_i + \frac{1}{2}\right)$

$\vec{E} = i\sum_j \mathcal{E}_j\left(a_j\hat{e}_j\,e^{i\vec{k}_j\cdot\vec{r}} - a_j^+\hat{e}_j^*\,e^{-i\vec{k}_j\cdot\vec{r}}\right)$; $\mathcal{E}_j = \sqrt{\frac{\hbar\omega_j}{2\epsilon_0 L^3}}$

Cada modo → 1 oscilador

$H = \hbar\omega\left(N + \frac{1}{2}\right)$ → $N|n\rangle = n|n\rangle$ → estados número o de Fock

$a|n\rangle = \sqrt{n}\,|n-1\rangle$; $[N,a] = -a$, $N^k a = a(N-1)^k$; $f(N)\,a = a\,f(N-1)$

$a^+|n\rangle = \sqrt{n+1}\,|n\rangle$ $\qquad f(N)\,\hat{a}^+ = \hat{a}^+ f(N+1)$

$|n\rangle = \frac{(a^+)^n}{\sqrt{n!}}|0\rangle$ → $|0\rangle \equiv$ vacío

Un modo: $\vec{E}(\vec{r}) = i\mathcal{E}\left(\hat{e}\,\hat{a}\,e^{i\vec{k}\vec{r}} - \hat{e}^*\,a^+\,e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}}\right)$, $\mathcal{E} = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 L^3}}$

$|\psi(t)\rangle = e^{-\frac{iHt}{\hbar}}|\psi(0)\rangle$

Si $|\psi(0)\rangle = |n\rangle \to |\psi(t)\rangle = e^{-i\omega(n+\frac{1}{2})t}|n\rangle$, $H|\psi(t)\rangle = \hbar\omega(n+\frac{1}{2})|\psi(t)\rangle$

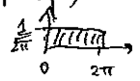
- $|n\rangle$ no es propio de $\vec{E}$
  - $\langle\vec{E}\rangle_n = 0$
  - $\langle E^2\rangle_n = \frac{\hbar\omega}{\varepsilon_0 L^3}(n+\frac{1}{2})$

  $\Big\}\ \Delta E \propto \sqrt{n+\frac{1}{2}}$ campo de vacío fluctuante

$(\Delta E)_{|0\rangle} = \mathcal{E} = c(\Delta B)_{|0\rangle} \to$ fluctuacs de vacío

fotón
- → cuanto de excitac de un modo del campo EM ≠ estado campo
- → no localizable $\Delta x \to 0$ xq ∄ modo puntual
- → H, p, L definidos (prop. mecánicas) pero no ΔE (ondulatorias), fase, intensid
- → láser: sale c.lin. fotones, paquete energía, ondul ✓, mecán ✗
- → estados de Fock: exóticos, se deshacen

$E = E_0\cos(\omega t + \varphi) \;\cdots\; P(\varphi)$ → fase aleatoria



$\hookrightarrow \langle E\rangle = 0$

$\langle E^2\rangle = \frac{E_0^2}{2}$

$E_{onda} \sim \frac{\varepsilon_0}{2}E_0^2 \longrightarrow E_0^2 \sim \frac{2(n+\frac{1}{2})\hbar\omega}{\varepsilon_0 L^3}$

Efecto Casimir

- placas neutras en el vacío
- estacionarios se cancelan → presión 2p externa → placas se acercan

$\frac{E_{vac}}{L^3} = \sum \frac{1}{(2\pi)^3}\cdot\frac{(2\pi)^3}{L^3}\hbar\omega_i \longrightarrow \int\frac{1}{(2\pi)^3}d^3k\,\hbar\omega = \frac{\hbar\,\omega_{max}^4}{8\pi^2c^3} \overset{\infty}{=} \int\rho(\omega)\,d\omega$

$\hookrightarrow \rho(\omega) = \frac{\hbar\omega^3}{2\pi^2c^3}$ → Densid espectral de energía (finita!)

∝ tasa emisión espontánea $\propto \omega_{12}^3$ ≙ emisión estimulada x excitacs/fluctuacs de vacío

$\frac{F}{L^2} = -\frac{\pi^2\hbar c}{240 d^4}$

$U(d) = -\left(\frac{\pi^2\hbar c}{720 d^3}\right)\cdot L^2$

Im. de Heisenberg

$|\psi,t\rangle_H = |\psi,0\rangle_S = U^{+}|\psi\rangle_S = \overbrace{U^+U}^{I}|\psi,0\rangle_S$

$O_H = U O_S U^+$

$i\hbar\dot{O}_H = [O_H, H]$ si O_S era cte(t)

$\hookrightarrow \dot{a} = -i\omega a$

$e^{\hat{A}+\hat{B}} = e^{\hat{A}}e^{\hat{B}}\cdot e^{-\frac{1}{2}[\hat{A},\hat{B}]}$ si $[A,[A,B]] = 0$, $[B,[A,B]] = 0$

$e^{x\hat{A}}Be^{-x\hat{A}} = B + x[A,B] + \frac{x^2}{2!}[A,[A,B]] + \ldots$

$\bar{H} = i\hbar\dot{U}U^{-1} + UHU^{-1}$

T.2 - ESTADOS COHERENTES

$\vec{E} \to$ observable, operador autoadjunto

Estados cuasiclásicos: $|\alpha\rangle$

$\langle \hat{\vec{E}} \rangle_\alpha = \mathcal{E}_{clas} \to \langle \hat{a} \rangle_\alpha = \alpha$, $\langle \hat{a}^+ \rangle = \alpha^*$

$\langle \hat{H} \rangle_\alpha = \mathcal{H}_{clas} \to \langle a^+ a \rangle_\alpha = |\alpha|^2$

$\} \hat{b} = \hat{a} - \alpha \to a|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$

$\langle\alpha| a^+ = \langle\alpha|\alpha^*$

Estados coherentes propios de a

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad , \alpha \in \mathbb{C}$$

estado nº $\to$ E definida, fase mal

" coherente $\to$ fase bien a costa de n, E mal $\to$ pierdes propieds corpusculares

Operador desplazamiento de Glauber

$\hat{D}(\alpha)|0\rangle = |\alpha\rangle$

$\hat{D}(\alpha) = e^{\alpha\hat{a}^+ - \alpha^*\hat{a}} \triangleq e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_D t}$; $\hat{H}_D = -\frac{i\hbar}{t}(\alpha\hat{a}^+ - \alpha^*\hat{a}) \to$ operadores del campo, no de la materia

$|\alpha\rangle \hookrightarrow$ generado por materia clásica $\to$ radiación dipolar interacción con campo cuántico

Polariz clásica: $\vec{P}(\vec{r},t) = \vec{e} p \cdot e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - wt)} + \vec{e}^* p^* e^{-i(\vec{k}\cdot\vec{r} - wt)}$

$\int \vec{P}\cdot\vec{E} \cdot d^3 r = i\mathcal{E}L^3 (p\hat{a}^+ e^{-iwt} - p^* \hat{a} e^{+iwt})$

$\hookrightarrow \hat{H} = \hbar w \hat{a}^+\hat{a} + i\hbar(\beta\hat{a}^+ e^{-iwt} - \beta^*\hat{a} e^{+iwt})$; $\beta = \frac{\mathcal{E}L^3 p}{\hbar}$

$|\tilde{\psi}\rangle = U|\psi\rangle$

$\hookrightarrow \hat{\tilde{H}} = U\hat{H}U^{-1} + i\hbar \dot{U} U^{-1}$

Imagen de Heisenberg: $U = e^{+i\frac{Ht}{\hbar}} \to \hat{\tilde{H}} = 0$ (estados no evolucionan)

Imagen de Dirac: $U = e^{i\frac{H_0 t}{\hbar}} \to \hat{\tilde{H}} = U\hat{H}_{int}U^{-1}$ $\quad (H = H_0 + H_{int})$

$\Rightarrow H_0 = \hbar w a^+ a \to \hat{\tilde{H}}_{int} = i\hbar(\beta\hat{a}^+ - \beta^*\hat{a})$

$|\tilde{\psi}(t)\rangle = \exp(\beta t\hat{a}^+ - \beta^* t\hat{a})|\tilde{\psi}(0)\rangle \triangleq \exp(\alpha\hat{a}^+ - \alpha^*\hat{a})$; $\alpha \equiv \beta t = \frac{\mathcal{E}L^3 p t}{\hbar}$

$= |\alpha\rangle$

$\hookrightarrow$ estados coherentes generados por una fuente clásica

PROPIEDADES:

- $\bar{n} = |\alpha|^2 = \langle \hat{N} \rangle_\alpha = \sum_n n P(n)$
- $\overline{n^2} = |\alpha|^4 + |\alpha|^2 = \sum_n n^2 P(n)$
- $V(\hat{N}) = |\alpha|^2 \to \Delta\hat{N} = |\alpha|$
- $\frac{\Delta\hat{N}}{\bar{n}} = \frac{1}{|\alpha|} \xrightarrow[|\alpha|\to\infty]{} 0$ $\to$ fluctuds de origen cuántico, cuando $\alpha \to \infty \Rightarrow$ campo clásico E alto, fluctuds despreciables en la caja
- $P(n) = e^{-|\alpha|^2} \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} = |\langle n|\alpha\rangle|^2 = \frac{e^{-\bar{n}}\,\bar{n}^n}{n!} \Rightarrow$ Distribución de Poisson

- $\langle \hat{E} \rangle_\alpha = -2\mathcal{E}|\alpha| \sin(\vec{k}\cdot\vec{r} - wt + \theta)$
- $\langle \hat{E}^2 \rangle_\alpha = \mathcal{E}^2[1 + 4|\alpha|^2 \sin^2(\vec{k}\cdot\vec{r} - wt + \theta)]$
- $(\Delta\hat{E})_\alpha = \mathcal{E} = (\Delta\hat{E})_{n=0} = cte \to$ siempre $\exists$ indeterminid de fondo
- $\frac{\Delta\hat{E}}{E} \propto \frac{1}{|\alpha|} \to 0$ si $|\alpha|$ grande (indeterminid relativa $\to 0 \triangleq$ límite clásico)
- $|0\rangle$ ~~es~~ estado nº y coherente a la vez; $|n\rangle$ ya no coherente si $n \geq 1$
- Estado coherente $\equiv$ onda clásica + fluctuds del vacío cuántico ($n=0$).

1 $|\alpha\rangle$ no ortogonales $\to \langle\alpha|\beta\rangle = e^{-|\alpha-\beta|^2/2} \neq 0$

2 $\{|\alpha\rangle\}^\infty$ es linealmente dependiente, pero cualquier conjunto finito es lin. independiente

3 $\{|\alpha\rangle\}^\infty_2$ es un conjunto completo (base sobrecompleta)

4 $\mathbb{I} = \frac{1}{\pi}\int d^2\alpha\, |\alpha\rangle\langle\alpha|$

Representaciones coherentes del operador densidad

$|\psi\rangle = \sum_n c_n |n\rangle$ Estado puro → estado aislado ≠ mezcla

$\hat\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$ ≡ Operador densidad (von Neumann) → Caracteriza estado, no un observable

$= \sum_{n,m} \rho_{nm} |n\rangle\langle m|$

$\rho_{nm} = \langle n|\hat\rho|m\rangle$ ≡ coherencias $= |c_n|\cdot|c_m|\cdot e^{i(\varphi_m-\varphi_n)}$ → dependen de la dif. de fases entre estados

$\rho_{nn} = \langle n|\hat\rho|n\rangle = |\langle n|\psi\rangle|^2$ ≡ poblacs

A térmico $\langle\Delta\varphi\rangle=0$, decoherencia → sólo importa ρ_{nn}

interfer Es, cuántica → coher Es ρ_{nm}

$Tr(\rho)=1$

Estados puros → $\hat\rho^2=\hat\rho$, $Tr(\hat\rho^2)=1$

$\frac{d}{dt}\hat\rho = -\frac{i}{\hbar}[\hat H, \hat\rho]$

Estados mezcla

$\hat\rho = \sum_\psi p_\psi |\psi\rangle\langle\psi|$; $\sum_\psi p_\psi = 1$ (pesos) → promedio estadístico de matrices densid de estados puros no necesaria ortogonales

$\hat\rho = \hat\rho^+$

$|\psi\rangle = \sum_n c_{n\psi}|n\rangle$; $\sum |c_{n\psi}|^2 = 1$; $\langle\psi|\psi\rangle = 1$

$\hat\rho = \sum_\psi \sum_n p_\psi (c_{n\psi})(c_{m\psi})^* |n\rangle\langle m|$

$Tr(\hat\rho) = 1$

$\left.\begin{array}{l}\rho_{nn} = \sum_\psi p_\psi |c_{n\psi}|^2 \\ \rho_{nm} = \sum_\psi p_\psi c_{n\psi}(c_{m\psi})^*\end{array}\right\}$ $\rho_{nn}\rho_{mm} \neq |\rho_{nm}|^2$

Valor esperado

$\langle\hat A\rangle_\rho = Tr(\rho\hat A) = \sum_\psi p_\psi \langle\hat A\rangle_\psi$ → promedio estadístico de valores esperados

$\boxed{A}\,B$ A+B → $\mathcal{H} = \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ → $\langle\hat A\rangle = Tr(\hat\rho^A \hat A)$; $\hat\rho^A = Tr_B(\hat\rho) = \sum_{n_B}\langle n_B|\rho|n_B\rangle$

stma. bipartito → operador densid reducida

$\hat\rho^A = \sum_{n_B} \langle n^B|\Phi\rangle\langle\Phi|n^B\rangle = \sum_{n_B} p_{n_B} |\psi^A_{n_B}\rangle\langle\psi^A_{n_B}|$ → $|\psi^A_{n_B}\rangle = \frac{\langle n_B|\Phi\rangle}{\sqrt{p_{n_B}}}$

$\hat\rho = \mathbb{I}\rho\mathbb{I} = \frac{1}{\pi^2}\int d^2\alpha \int d^2\beta\, R(\alpha^*,\beta)\, e^{-\frac{|\alpha|^2+|\beta|^2}{2}} |\alpha\rangle\langle\beta|$ (base $|\alpha\rangle$)

$R(\alpha^*,\beta) = \langle\alpha|\hat\rho|\beta\rangle e^{\frac12(|\alpha|^2+|\beta|^2)} = \sum_{n,m} \frac{(\alpha^*)^n\beta^m}{\sqrt{n!m!}}\rho_{nm}$ ⇒ Representa R

$\hat\rho = \sum_{n,m}|n\rangle\rho_{nm}\langle m|$

$= \frac{1}{\pi}\int d^2\alpha\, P(\alpha)|\alpha\rangle\langle\alpha|$ → parece diagonal (sólo poblacs) pero no lo es

∃ $P(\alpha)$ para estado coherente → $P(\alpha) = \delta^{(2)}(\alpha-\alpha')$ ⇒ Representa P (Glauber - Sudarshan)

- $P(\alpha)\in\mathbb{R}$, $\rho=\rho^+$
- $Tr(\hat\rho)=1$ → $\int d^2\alpha\, P(\alpha) = 1$
- Orden normal → $\langle(\hat a^+)^l(\hat a)^m\rangle = \frac{1}{\pi}\int d^2\alpha\, P(\alpha)\, Tr[(\hat a^+)^l \hat a^m |\alpha\rangle\langle\alpha|]$
  - P útil si
  $= \frac{1}{\pi}\int d^2\alpha (\alpha^*)^l \alpha^m P(\alpha)$
- distribución de cuasiprobabilid (singularids, $P(\alpha)<0$, $\alpha=\alpha_{re}+i\alpha_{im}$

$Q(\alpha) = \frac{1}{\pi}\langle\alpha|\hat\rho|\alpha\rangle$ → Representa Q, útil en orden antinormal

$= \frac{1}{\pi}R(\alpha^*,\alpha)e^{-|\alpha|^2} = \frac{1}{\pi}\int d^2\beta\, P(\beta)\cdot e^{-|\alpha-\beta|^2}$

T.3 - INTERACCIÓN LUZ - ÁTOMOS

Hamiltoniano dipolar eléctrico $\rightarrow$ aproximac de onda larga (d.e.) $\quad 500\,nm \ll 1 Å$

$A(\vec r,t) = A(\vec R,t) + (\delta\vec r\cdot\vec\nabla)\cdot\vec A(\vec R,t)$

$\downarrow \quad \vec A' = \vec A + \vec\nabla\chi \quad ; \chi = -\delta\vec r\,\vec A(\vec R,t) \quad ; \vec A(\vec R,t)=0$

$H = \underbrace{\left(\frac{p^2}{2m} + V_{coul}\right)}_{H_0} \underbrace{- \vec\mu\cdot\vec E(\vec r,t)}_{H_{int}} \quad ; \vec\mu = q\cdot\delta\vec r$ ...operador

- Si $\vec E$ clásico, H_0 cuántico (átomo) $\rightarrow$ H semiclásico

$W = q\cdot V(r) = q\cdot\left(V(0) + \left(\frac{\partial V}{\partial x_j}\right)_{x_j=0} x_j + \frac{1}{2!}\frac{\partial V}{\partial x_j\partial x_k}\Big|_{=0}\cdot x_j x_k + \dots\right) \simeq q V(0) - \mu_j E_j(0) - \frac{1}{2!} Q_{ij}\partial_i E_j + \dots$ $\quad q x_j \quad \approx 0$

$\hat H = \hat H_0 - \hat\mu\cdot\vec E(t) \rightarrow \vec E$ clásico, $\vec R=0$, átomo en $\hat H_0$ y $\hat\mu$ (Teoría semiclásica)

situac sencilla $\rightarrow \vec E$ monocromático + 1 solo átomo de 2 niveles $\quad \hbar\omega_0 \quad |1\rangle\ \hbar\omega_0/2 \quad |0\rangle\ -\hbar\omega_0/2 \quad 0$

$\vec\mu : \vec\mu_{01}|0\rangle\langle 1| + \vec\mu_{10}|1\rangle\langle 0| \quad ; \vec\mu_{10}^{\,*} = \vec\mu_{01} \quad \hookrightarrow H_0|1\rangle = \frac{\hbar\omega_0}{2}$
$H_0|0\rangle = -\frac{\hbar\omega_0}{2}$

$|\psi\rangle = c_0(t)|0\rangle + c_1(t)|1\rangle$

$i\hbar|\dot\psi\rangle = \begin{pmatrix} -\frac{\hbar\omega_0}{2} & -\vec\mu_{01}\vec E \\ -\vec\mu_{10}\vec E & \frac{\hbar\omega_0}{2}\end{pmatrix}|\psi\rangle \quad \rightarrow \vec\mu_{11} = \vec\mu_{22} = 0$ por parid $; \psi_1(\vec r) = \psi_1(-\vec r)$

$\vec E(t) = \frac12\vec e\,\mathcal E\cdot e^{i\omega t} + c.c. \quad ; \vec e, \vec\mu$ reales $; \mathcal E$ cte

$\Omega \equiv \frac{\vec\mu_{10}\cdot\vec e}{\hbar}\cdot\mathcal E \equiv$ frecuenc de Rabi

Cambio imagen $\rightarrow \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\omega_0}{2}t} & \\ & e^{i\frac{\omega_0}{2}t}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_0 \\ c_1\end{pmatrix}$ o mejor $\begin{pmatrix} e^{-i\frac{\omega}{2}t} & \\ & e^{+i\frac{\omega}{2}t}\end{pmatrix}$

$\hookrightarrow$ Rotating Wave Approximation $\rightarrow \omega+\omega_0 \rightarrow$ desprecias

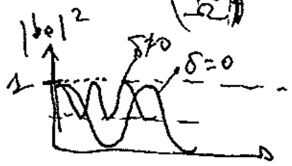
$\Downarrow$

$\begin{pmatrix}\dot b_0 \\ \dot b_1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i\delta/2 & i\Omega^*/2 \\ i\Omega^*/2 & i\delta/2\end{pmatrix}\begin{pmatrix} b_0 \\ b_1\end{pmatrix}$ $\quad \delta \equiv \omega - \omega_0$ (desintonía), $\Omega = |\Omega|\cdot e^{i\varphi_E}$ $\quad$ exp( ) / 2 EDOs

$\Downarrow$

$|b_0|^2 = 1 - \left(\frac{\Omega}{\tilde\Omega}\right)^2\sin^2\left(\frac{\tilde\Omega}{2}t\right) \quad ; \tilde\Omega^2 = |\Omega|^2 + \delta^2 \equiv$ frecuenc generalizada de Rabi

$|b_1|^2 = \left(\frac{\Omega}{\tilde\Omega}\right)^2 \sin\left(\frac{\tilde\Omega t}{2}\right)$



$\rightarrow$ Oscilacs de Rabi
- emisión y absorción estimulada
- no predice emisión espontánea $\rightarrow$ cuantizar campo vacío, fluctuacs

---

Procesos estimulados $\rightarrow$ campo cuántico

$a_{i\to f} = \langle f|U|i\rangle \rightarrow P_{i\to f} = |c_{if}|^2 \hookrightarrow \langle f, n\pm1|\hat\mu\cdot\hat E|a,n\rangle$

$F(\omega_{fi}, t)$

Aproximac de Born: (1er orden)

$P_{i\to f}(t,0) = \frac{|\langle f|H_{int}|i\rangle|^2}{\hbar^2}\cdot\frac{\sin^2\frac{\omega_{fi}}{2}t}{\left(\frac{\omega_{fi}}{2}\right)^2} \quad ; \langle f|H_{int}|i\rangle = -\vec\mu_{ba}\langle n\pm1|\vec E|n\rangle$

$P_{i\to f} = \frac{\omega_{ab}^2}{2\varepsilon_0\hbar L^3\omega}|\vec\mu_{ab}\cdot\vec e_\alpha|^2\cdot\begin{cases}(n+1)\cdot F(t,\omega-\omega_{ab}) \\ n\cdot F(t,\omega_{ba}-\omega)\end{cases} \quad \approx$ salvo en vacío
$\hookrightarrow$ emisión espontánea ✓
absorción " ✓

Procesos multifotónicos

$\vec\mu$ cambia parid cada vez que actúa $\rightarrow$ pasar con 1, 3, ... fotones

proceso simultáneo

- Procesos elásticos $\quad$ difusión Rayleigh ($\omega \ll \omega_{ab}$)
  " Thompson ($\omega \gg \omega_{ab}$) $\rightarrow$ en rayos X $\rightarrow$ Compton

$\hookrightarrow$ Ej. Raman $\quad$ tipo Stokes $\quad$; $\quad$ anti-Stokes (tarda en desexcitarse)

- Procesos inelásticos $\quad$ absorbe 2ω, emite $2\omega'$ $\rightarrow$ Hiper-Raman

Emisión espontánea monocromático

$|e\rangle$ excitado

$|g\rangle$

$\infty - 1$ modos vacíos; 2 niveles

$|\psi(t=0)\rangle = |e, 0, \dots 0\rangle$ ← el estado final

$\hat{\vec{E}} = i \sum_{k,\sigma} \vec{e}_\sigma \, \mathcal{E}_\omega (a_{k,\sigma} - a^+_{k,\sigma})$; $\mathcal{E}_\omega = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 L^3}}$

$|\psi(t)\rangle = c_e(t)|e, \{0\}\rangle + \sum_f \sum_{k,\sigma} c_{f,k,\sigma}(t) |g, 1_{k,\sigma}\rangle$

$i\hbar \frac{d}{dt} c_{e \, f,k\sigma} = \langle e, 0 | H | \psi(t) \rangle$ $g\,f,k\sigma\,1$

Teoría de Wigner - Weisskopf

$\hat{H} = \underbrace{\sum_{k\sigma} \hbar\omega \, a^+_{k\sigma} a_{k\sigma} + \hat{H}_{at}}_{H_0} - \underbrace{\hat{\vec{\mu}} \cdot \vec{E}}_{H_{int}}$ $\to \vec{E}(0)$

$i\hbar \frac{d}{dt} c_e = E_e c_e - i \sum_{f,k,\sigma} c_{fk\sigma} \mathcal{E}_\omega (\vec{\mu}_{eg} \cdot \vec{e}_\sigma)$ $\langle e|\vec{\mu}|g\rangle$

$\quad\quad c_f = E_f c_f + i c_e \mathcal{E}_\omega (\vec{\mu}_{eg} \cdot \vec{e}_\sigma)$

$E_e = \hbar\omega_e$

$E_g = \hbar\omega_f + \hbar\omega$

$b_e = c_e \cdot e^{i\omega_e t}$

$b_f = c_f \cdot e^{i(\omega_f + \omega)t}$

- ↳ Ansatz: $b_e = e^{-\frac{1}{2}\beta t} \Rightarrow \begin{cases} \gamma = Re(\beta) \propto \delta(\omega_{ef} - \omega) \\ \Delta E_e = \frac{1}{2}\hbar \, Im(\beta) \propto \omega \, PP\left(\frac{1}{\omega_{ef} - \omega}\right) \end{cases}$ se desplaza al interaccionar con vacío

  ↳ $b_e = e^{-\frac{1}{2}\gamma t} e^{-i(\omega_e + \Delta\omega_e)t}$

  ↳ corrimiento de energía del nivel excitado

  $|c_e|^2 = e^{-\gamma t}$ → $\gamma \equiv$ cte de relajación del nivel, $\frac{1}{\gamma} \equiv$ tiempo de vida media, coefic. A de Einstein

- Aproximación de Markoff → lo + aleatorio, $\nexists$ coherencia

  ↳ $b_e(t')$ no tiene memoria

$\sum_{k,\sigma} \to \left(\frac{L}{2\pi}\right)^3 \int d^3K \sum_{\sigma \perp K}$

Continuo

$\gamma = \frac{1}{3\pi\varepsilon_0 \hbar c^3} \sum_f |\vec{\mu}_{ef} \cdot \vec{e}_\sigma|^2 \omega_{ef}^3 \equiv A$ (Einstein) → difícil láser rayos X

↳ si modificas vacío, cambias γ < interacción vacío $\gamma/2$; auto campo $\gamma/2$

$|b_{fk\sigma}|^2 = \frac{|\vec{\mu}_{ef} \vec{e}_\sigma|^2}{\hbar^2} \mathcal{E}_\omega^2 \frac{1}{\left(\omega_{ef} - \omega + \frac{\Delta E_e}{\hbar}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\gamma\right)^2}$ → Lorenciana $\equiv TF(e^{-kt})$ centrada en $\omega_{ef} + \frac{\Delta E}{\hbar}$ ... corrimiento medible

$D_f(\omega) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3}$ → función de distribución de modos del vacío

En cavidad:

$D_c(\omega) = \frac{\frac{1}{2}\Delta\omega_c}{\pi L^3} \cdot \frac{1}{(\omega - \omega_c)^2 + \left(\frac{1}{2}\Delta\omega_c\right)^2}$; $Q = \frac{\omega_c}{\Delta\omega_c}$

$\frac{\gamma_f}{\gamma_c} = \frac{D_f}{D_c}$ → $\omega = \omega_c \quad \propto \frac{1}{Q}$ → controlas relajación

→ $\omega - \omega_c \simeq \omega \to \propto Q$

Desplazamiento

$\Delta E_e \to \infty \Rightarrow$ Renormalización de la masa

- interacción e^- consigo mismo
- $m_{real} \neq m_{bare}$

$\frac{1}{m_{obs}} = \frac{1}{m_{bare}} + \frac{1}{m_{EM}}$ → 1040 MHz Lamb

↳ corrimiento en estados S sólo

Hsc → $\hat{\sigma}_z$ $\hat{\vec{\mu}}$, $\vec{E}^0$ → $\frac{\hbar\omega_0}{2}\hat{\sigma}_z - \vec{\mu}\cdot\vec{E} \xrightarrow{RWA} \begin{pmatrix} -\delta & \Omega \\ \Omega^* & \delta \end{pmatrix}$ → Oscilaciones de Rabi < E + A est. ; $\nexists$ em. esp.

PE → $P_{i \to g} = I() \cdot \langle f | H_{int} | i \rangle$ → prob $\langle n \pm 1 | \hat{\vec{E}} | n \rangle$ → $\exists$ emis. espontánea

WW → H_{at}, $\hat{\vec{\mu}}$, $\hat{\vec{E}}(0)$ → $b_e = e^{-\frac{1}{2}\beta t}$ → Decaimiento espont. ; Markov ($b_e(t)$ pura, aleatorio) → manipulable γ_c

∞ modos Corrimiento ΔE, renormalización, m_{bare} ; Lamb 1057 MHz, virtuales

JCM → $\hat{\mu}\hat{E} \Rightarrow H_{rabi} \to H_u = H_{sc}$, H_{JCM} → a^+a ! hay un modo del campo ω $|e n\rangle$ $|g n+1\rangle$

ION → $\hbar\omega_T b^+ b + \frac{1}{2}\omega_A \sigma_z + (\sigma^+ + \sigma^-)(\omega_L)$ → resonancias, sidebands → $\omega_L = \omega_A$ → Hsc ; $\omega_L = \omega_A + \omega_T$ → JCM ; $\omega_L = \omega_A - \omega_T$ → $\nexists$ contrar.

↳ Estados vestidos → f. osc. Rabi < + comp. n: período ; α: revivals → $\varepsilon \to 0$, Lamb-Dicke ; $\neq$ esencial en $n=0$ → Rabi en vacío, desexcitación atómica EJCM

→ Rydberg, Paul

T.4 - EL MODELO DE JAYNES - CUMMINGS

interacción 1 modo campo ⟷ 1 átomo de 2 niveles (láser) con RWA

$\{|n\rangle\}$ $\{|e\rangle, |g\rangle\}$

$$\hat{H} = \underbrace{\hat{H}_{at} + \hat{H}_{rad}}_{H_0} + H_{int} = \frac{\hbar\omega_A}{2}[\underbrace{|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|}_{\hat{\sigma}_z}] + \hbar\omega\hat{a}^+\hat{a} - \hat{\vec{\mu}}\cdot\hat{\vec{E}}$$

$$\hat{\vec{\mu}} = \vec{\mu}\,(|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|) = \vec{\mu}\,(\hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_-)$$

$\{\sigma_z, \sigma_+, \sigma_-\} \to$ operadores de pseudoespín ; $[\sigma^+, \sigma_-] = \sigma_z$

$$\vec{E} = i\vec{\epsilon}\,\mathcal{E}\,(\hat{a} - \hat{a}^+) \quad , \quad \mathcal{E} = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V}}$$

$$\hat{H}_{total} = \hbar\left[\frac{\omega_A}{2}\hat{\sigma}_z + \omega\hat{a}^+\hat{a} - i\frac{\vec{\mu}\cdot\vec{\epsilon}}{\hbar}\mathcal{E}(\hat{a} - \hat{a}^+)(\hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_-)\right]$$

T. perturbación $\frac{1}{\omega_A - \omega} \gg \frac{1}{\omega_A + \omega}$ (RWA) $\Big/ U = e^{\frac{iH_0 t}{\hbar}}$ ... , $g \equiv \frac{2\mu\mathcal{E}}{\hbar}$

$$\hat{H}_{JCM_n} = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} -\delta & -\Omega_n \\ -\Omega_n^* & \delta \end{pmatrix} \quad ; \quad \hat{H}_{JCM} = \frac{\hbar}{2}\left[-\delta\hat{\sigma}_z + ig\,(\hat{\sigma}_+\hat{a} - \hat{\sigma}_-\hat{a}^+)\right]$$

→ ec. d/dt

→ diagonalizar

$$\Omega_n = ig\sqrt{n+1}$$

Ión atrapado interaccionando con luz clásica

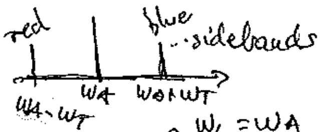
V armónico

$$\hat{H}_0 = p^2/2m + \frac{1}{2}m\omega_T^2\hat{x}^2 + \frac{1}{2}\hbar\omega_A\hat{\sigma}_z \quad \to \text{ya no aprox. d-e.}$$

$$\hat{H}_{int} = -\hat{\vec{\mu}}\cdot\vec{E}_{clásico} = \hbar\omega\,\Omega_S\,(\hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_-)\cos(\omega_L t - k_L\hat{x})$$

$$\hat{x} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_T}}\,(\hat{b} + \hat{b}^+)$$

$$\hat{p} = i\sqrt{\frac{\hbar}{\ldots}}\,(\hat{b} - \hat{b}^+)$$



$\bar{H} = \frac{1}{2}\hbar\,\Omega_S\,(\hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_-)$ → modelo semiclásico

$\hat{H} = \ldots$ → Tres resonancias

$\omega_L = \omega_A$

$\omega_L = \omega_A + \omega_T \xrightarrow{RWA} \hat{H} = \frac{1}{2}i\hbar\,\varepsilon\,\Omega_S\,(\hat{b}\,\hat{\sigma}_+ - \hat{b}^+\hat{\sigma}_-)$ → JCM

$\omega_L = \omega_A - \omega_T \to \hat{H} = \frac{1}{2}i\hbar\,\varepsilon\,\Omega_S\,(\hat{b}^+\hat{\sigma}_+ - \hat{b}\,\hat{\sigma}_-)$ → al revés, quedan los contrarrotantes

2º orden

$$\langle\hat{x}\rangle = 0$$

$$a_0 = 2\langle\hat{x}^2\rangle = 2\sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_T}}$$

$\varepsilon = \frac{a_0}{\lambda/\pi} \ll 1$ → régimen de Lamb-Dicke

$\varepsilon = \sqrt{\frac{E_{rectr}}{E_{vT}}}$ → abs/emis. γ → cambios mixtos en vibral

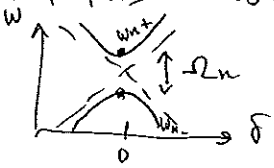
---

Diagonalizando H_n → estados vestidos (dressed)

$$|+\rangle_n = \cos\theta_n\,|e,n\rangle - \sin\theta_n\,|g,n+1\rangle$$

$$|-\rangle_n = \sin\theta_n\,|e,n\rangle + \cos\theta_n\,|g,n+1\rangle \quad ; \quad \operatorname{tg} 2\theta_n = \frac{|\Omega_n|}{\delta}$$

$\delta = 0, \theta = \pi/4$



$$\to |\bar{\psi}\rangle = \sum_n\left[b_{n+}(t)|+\rangle_n + b_{n-}(t)|-\rangle_n\right]$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} E_n(t)|e,n\rangle + F_n(t)|g,n+1\rangle$$

- $p_e(t) = \sum_n p_e(n,t)$

- $\boxed{p_e(t) = \sum_n p_n\cdot|E_n(n,t)|^2}$

- $p_e(n,t) = \underbrace{\left[1 - \left(\frac{\Omega_n}{\tilde{\Omega}_n}\right)^2\sin^2\left(\frac{\tilde{\Omega}_n t}{2}\right)\right]}_{|E_n(n,t)|^2}\cdot\underbrace{|C_n|^2}_{p_n}$

$N^o \to p_n = \delta_{nk}$

$|\alpha\rangle \to p_n = e^{-|\alpha|^2}\frac{\alpha^{2n}}{n!}$

• Campo inicial en estado n:

$p_n = |C_n|^2 = \delta_{nk}$

$p_e(t) = p_e(k,t) = 1 - \left|\frac{\Omega_k}{\tilde{\Omega}_k}\right| \sin^2\left(\frac{\tilde{\Omega}_k}{2} t\right)$ → Oscilaciones de Rabi ↗ raro, son $|n\rangle$; en semiclásico

$W = \frac{1}{2}\varepsilon_0 (\mathcal{E}_{clas})^2 = \bar{n}\frac{\hbar\omega}{V}$ → $|\mathcal{E}_{clas}| = \sqrt{\frac{2\bar{n}\hbar\omega}{\varepsilon_0 V}}$; $\Omega_{sc} = \frac{\mu}{\hbar}\mathcal{E}_{clas}$ ← $\Omega_n = i\sqrt{\frac{2\omega\mu^2(n+1)}{\varepsilon_0\hbar V}}$

$\Omega_{sc} \simeq \Omega_n$ con $\bar{n} = n+1$ → ≤ para n alto

lo + dtto en $n=0$ → $\Omega_{sc} = 0$ ⇔ $\Omega_0 = i\sqrt{\frac{2\omega\mu^2}{\varepsilon_0\hbar V}}$ → diferencia fundamental

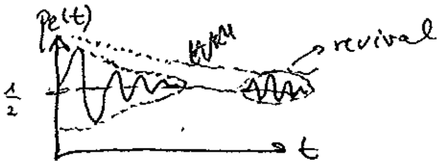
... modos, interfieren → provocan decaimiento, em. espontánea

• Campo inicial en estado coherente

$\delta = 0$ → $p_e(n,t) = \cos^2\left(\frac{\Omega_n}{2}t\right)$ ↗ Colapso de Cummings

$p_e(t) \approx \frac{1}{2}\left(1 + \cos(|\alpha|\tau)\, e^{-\tau^2/8}\right)$ → Oscilaciones de Rabi amortiguada

↳ $\sum_n p_n\, p_e(n,t)$ ↳



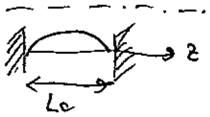
No por disipación sino por interferencia n modos, con ν_n cada uno
↳ interfieren destructivamente

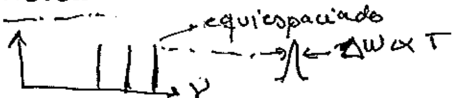
revival → muestra de que el campo está cuantizado

$\int dx \cos(xgt)$ → no saldría revival) ∘ interacc. a 2 átomos

$\nu_n \propto \sqrt{n}\, gt$ si fuese ngt revival se repetiría perfecto
↳ al final ruido

• Observaciones experimentales



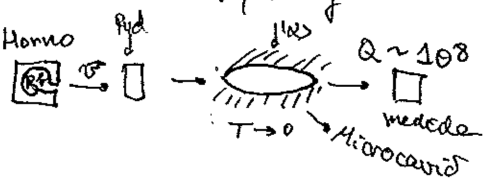


free spectral range ($\exists\, \nu_{min}$; λ_{max})

↳ sólo interacciona con ω discretos (numerable)

↳ 1 solo modo → L_c pequeña

↳ átomos de Rydberg → MWave, $\tau \sim ms$ → acoplamiento fuerte con nivel que queramos

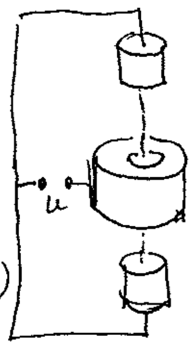


$\tau_{cav} \sim 220\mu s$, se escapan

▲ Trampa de Paul

- micromovimiento a ω_{RF} (rápido y de poca amplitud) → ignorar
- movimiento secular (armónico simple)

- enfriar trampa / estado fundamental
- excitamos controladamente, borde $n=5$
- estado inicial coherente → cuando preparado, se enchufa el láser (interacción)



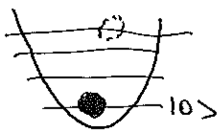
$U = U_0 + V\cos(\omega_{RF} t)$

$r_0 \simeq \sqrt{2}\, z_0 \simeq 100\mu m$

$V \sim 100 - 500V$

$U_0 = 0 - 50V$

$\frac{\omega_{RF}}{2\pi} \approx 100KHz - 100MHz$

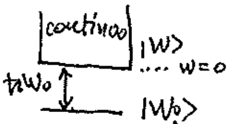


T.5 - FOTODETECCIÓN Y COHERENCIA CUÁNTICAS

Efecto fotoeléctrico:

1887 Hertz, ondas EM → chispas en sup. metálicas
1905 Einstein explica con fotones (cuantos de radiación)
↳ ∄ explicación semiclásica

1) W mínima, $P \propto \hbar$
2) Instantáneo
3) T fotoe. (E. cinét.) indep. Ilum.
4) $N(e^-) \propto I(A) \propto I$ luminosa



P ligado → libre

I baja, t cortos, $T^{\underline{a}}$ perturbac., $H_{int} = -\hat{\vec{\mu}}\cdot\vec{E}$;

$H_{Dirac} = U H_{int} U^{-1}$

$\vec{E}(t) = \frac{1}{2}\vec{e}\,E(t)\,e^{-i\omega t} + \frac{1}{2}\vec{e}^*E^*(t)\,e^{i\omega t}$, $\frac{\partial E}{\partial t} \ll 1$ → cuasimonocromática

$|\psi(t)\rangle \approx |W_0\rangle - \frac{i}{\hbar}\int dt'\,H_D(t')\,|W_0\rangle$

$P_{W_0\to W} = |\langle W|\psi(t)\rangle|^2$; $P_{W_0\to\text{continuo}} = \sum_W P_{W_0\to W}\cdot n(W) \to = \int_0^{W=\infty} P_{W_0\to W}\,\underbrace{dN(W)}_{\rho(W)\cdot dW}$

Nº de estados con energía W; $\rho(W)$ … Densidad espectral de estados

$\langle W|H_D(t')|W_0\rangle = \frac{1}{2}E(t)\,e^{i\left(\frac{W-W_0}{\hbar}-\omega\right)t}\,\vec{\mu}_{WW_0}\cdot\vec{e} + c.c.$

$|\langle W|\psi_0(t)\rangle|^2 = P_{W_0\to\text{cont}} = \frac{1}{(2\hbar)^2}\int_0^t d\tau_1\int_0^t d\tau_2\,E(\tau_1)\,E^*(\tau_2)\,e^{-i\delta(\tau_1-\tau_2)}\,g(\tau_1-\tau_2)$

$g(\tau) = \int_0^\infty dW\,\rho(W)\cdot|\vec{\mu}_{W_0W}\cdot\vec{e}|^2\,e^{i\frac{W}{\hbar}\tau}$ → T. F. picada (ρ suave) $\frac{1}{\hbar\Delta}$

$\tau \sim \frac{1}{\delta} \sim 1\,fs$

$E^*(\tau_2) \simeq E^*(\tau_1)$ (no varía en $\frac{1}{\Delta}$)

$P_{W_0\to\text{continuo}} \simeq \frac{|E(0)|^2}{(2\hbar)^2}\int_0^\infty dW\,\rho(W)\cdot|\vec{\mu}_{WW_0}\cdot\vec{e}|^2\cdot f(W,t)$

$f(W,t) = \frac{\operatorname{sen}\left[\frac{1}{2}(\delta - W/\hbar)t\right]}{\frac{1}{2}(\delta - W/\hbar)}$

t corto respecto varias intensid. / largo / sea tipo δ Dirac $\delta \simeq \frac{W_0}{\hbar} \sim 6$

$P(t) \simeq \frac{\pi}{2\hbar}|\vec{\mu}_{W^*W_0}\cdot\vec{e}|^2\cdot\rho(W^*)\cdot|E(0)|^2\cdot t$

$W^* = \hbar(\omega - W_0)$

↳ linealmente (inst.)
↳ se puebla sólo W^* (resonante radiación, salto energético)
↳ $= T_e$, $f(\omega)$, no $f(I)$
↳ W umbral → gap ↳ $\rho(W<0) = 0$

⇒ Explica semiclásica sin cuantizar campo

$dP_{W_0\to\text{cont}} = p(\vec{r},t)\cdot dt = \xi\cdot I(\vec{r},t)\cdot dt$; $I = |E|^2$; $\xi = \frac{\pi}{2\hbar}|\vec{\mu}_{W^*W_0}|^2\cdot\rho(W^*)$

ξ = eficit … detector, $\delta(\omega)$

$p_1(\vec{r}_1,t_1) = \xi I(\vec{r}_1,t_1)$ ≡ prob. diferenc. de fotodetección simple
$dt^2\,p_2(\vec{r}_1,t_1,\vec{r}_2,t_2) = \xi^2\,I(\vec{r}_1,t_1)\cdot I(\vec{r}_2,t_2)\,(dt)^2$ (sucesos independientes) " doble

$\tilde{p}_1 = \xi\langle I\rangle$; $\tilde{p}_2\,dt^2 = \xi^2\langle I(t)\,I(t+\tau)\rangle\,dt^2$ → indica si luz cuántica o no

Campos estacionarios ⇒ $\langle I(t_1)\rangle = \langle I(t_2)\rangle$

Coherencia temporal de 2º orden

→ Arracimado fotoeléctrico (bunching) ⇒ $g^{(2)}(\tau) = \frac{\tilde{p}_2(t,t+\tau)}{\tilde{p}_1^{\,2}(t)} = \frac{\langle I(t)\cdot I(t+\tau)\rangle}{\langle I(t)\rangle^2}$

… correlación normalizada

- $g^{(2)}(0) \geq 1$
- $g^{(2)}(0) \geq g^{(2)}(\tau)$
- $g^{(2)}(\tau\to\infty) \to 1$

⇒ Bunching, aleatoriedad simult. detección, no se debe a naturaleza luz

Fórmula de Mandel

$P_m(t,T) = \frac{[\xi T I(t,T)]^m}{m!} e^{-\xi T I(t,T)}$, $P_m(T) = \langle p_m \rangle$ → forma del histograma

- Caso coherente (I = cte) → $P_m(T) = \frac{(\xi T I_0)^m}{m!} \cdot e^{-\xi T I_0}$ (Poisson) · $\bar m = \xi T I^0$, $P_m = \frac{\bar m^m}{m!} \cdot e^{-\bar m}$

$\sum_m P_m(T) = 1$, $\Delta m = \sqrt{V(m)}$; $V(m) = \bar m$

$\sum_m m P_m(T) = \bar m$; $\sum m^2 P_m = \overline{m^2}$

si $V(m) \gtrless \bar m$ → distribución superpoissoniana / sub

si $\bar m \ll 1$; $x = \bar m$

$P^0 \approx 1 - x$, $P^1 = x$

si $\bar m \gg 1$

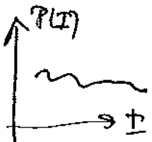
$\Delta m = \sqrt{x}$

- Caso $T \gg \tau_c$, T largo

$\langle I \rangle = I_0$ (media) → $\hat =$ coherente

- Caso $T \ll \tau_c$

$I(t,T) = I(t)$ → $P_m(T) = \int_0^\infty dI \frac{(\xi T I)^m}{m!} \cdot e^{-\xi T I} p(I)$



× Luz térmica

$p(I) = \frac{1}{\langle I \rangle} e^{-I/\langle I \rangle}$ ⟹ $P_m(T) = \frac{x^m}{(1+x)^{m+1}}$; $x = \xi T \langle I \rangle$ BOSE - EINSTEIN

- Caso general

$P_m(T) = \langle p_m(t,T) \rangle$

↳ $V(m) = \bar m + (\xi T)^2 V(I) \geq \bar m$ → poiss / superpoiss. ∄ sub con luz clásica

$\bar m$: Contribución corpuscular ↳ propio detector, aleatoried detección

$(\xi T)^2 V(I)$: Cont. ondulatoria → luz emitida

× $T \ll \tau_c$

↳ $g^{(2)}(0) = \frac{\overline{m^2} - \bar m}{\bar m^2} \geq 1$

Coherencia y fotodetección cuánticas

$\vec E = i \sum_j \mathcal{E}_j [\vec e_j a_j e^{i(\vec k_j \cdot \vec r - \omega_j t)}] + c.c.$

Probabilid transición $T_{if} = \frac{2\pi}{\hbar^2} |\langle f | H_{int} | i \rangle|^2 = \frac{2\pi}{\hbar^2} |\langle n-1, d_f | \vec\mu \cdot \vec E | n\, d_i \rangle|^2$

$\propto \langle n-1 | E^+_{a} | n \rangle \langle n | E^-_{a^+} | n-1 \rangle = \langle n | E^- | n-1 \rangle \langle n-1 | E^+ | n \rangle = \langle \psi | \underbrace{E^- E^+}_{I} | \psi \rangle$

$E^- E^+ \propto a^+ a = N$ → corresponde con T, N - ordena $\langle \nearrow_t \nwarrow_t \rangle$

$g^{(2)}(\tau) = \langle {}^{\circ}_{T\!N} E^{(-)}(t) E^{(-)}(t+\tau) E^+(t) E^+(t+\tau) {}^{\circ}_{\circ} \rangle / \langle E^-(t) E^+(t) \rangle^2$

↳ Monomodo $g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle a^{+2} a^2 \rangle}{\langle a^+ a \rangle^2} = \frac{\langle N^2 \rangle - \langle N \rangle}{\langle N \rangle^2}$ → NO depende de τ !!

↳ $g^{(2)}|_{|n\rangle} \leq 1$ → signatura de fenómeno cuántico

↳ $g^{(2)}|_{|\alpha\rangle} = 1$ → grado coher E, se une a t^{a} clásica

$g^{(2)}$: > 1 Luz clásica (o cuánt q no lo manifiesta eng) $V(m) > \bar m$, SP, bunching

$= 1$ Coherente, P, $V(m) = \bar m$

< 1 Luz cuántica (nunca clásica) $V(m) < \bar m$, SBP, Antibunching

$P_m(T)|_{|K\rangle} = \binom{K}{m} \mu^m (1-\mu)^{K-m}$

$P_1 = \mu$, $P_0 = 1 - \mu$ → eficie E detector ! ($K = 1$)

si $|\psi\rangle = \sum c_K |K\rangle$ → $P_m(T) = \sum_{K=m}^{\infty} \binom{K}{m} \mu^m (1-\mu)^{K-m} \cdot \overset{|c_K|^2}{\overset{\shortparallel}{p_K}}$ → ideal $\mu = 1$ → $P_m = p_m$; $\neq 1$ $P_m \neq p_m$

$P_m(T)|_{|\alpha\rangle} = \text{Poiss}(\underset{\in \mathbb{R}}{\mu \langle n \rangle})$ → útil pa medir efici E

↳ sí copia escalada

$g^{(2)} - 1 = \frac{\text{Var}(m) - \bar m}{\bar m^2} = \frac{\text{Var}(n) - \langle n \rangle}{\langle n \rangle^2}$ (est. coherente)

$\sum P_m = 1$

$\sum m P_m = \bar m$ (")

$\sum m^2 P_m = \mu^2 \langle n^2 \rangle + \mu(1-\mu) \langle n \rangle = \overline{m^2}$

$\text{Var}(m) = \mu^2 \text{Var}(n) + \mu(1-\mu) \langle n \rangle$

T.6 - ESTADOS COMPRÍMIDOS

- láser – coherente, estado clásico ≠ h^o... ondulat (fase) mal definida, indeterminado
- ruido vacío → tb. en coherente, relevante en mínimo interferencia → campo es cuántico
  - ↳ límite de resolución ; Σ_2 ondas gravit. ⇒ invento estados comprimidos. $\Delta A\,\Delta B$
  - ↳ pasar ruido a observable conjugado Heis. pueno midas

$\vec{E} = i\epsilon\vec{\epsilon}\,[a e^{i\Phi} - a^+ e^{-i\Phi}]$, $\Phi = \vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t$

Operadores cuadratura → $\hat{X} = \hat{a} + \hat{a}^+$; $\hat{Y} = -i(\hat{a} - \hat{a}^+)$; $X = X^+$; $Y = Y^+$

$\hat{X}_\theta = a e^{i\theta} + a^+ e^{-i\theta}$; $Y_\theta = X_{\theta + \pi/2}$

↳ $\vec{E} = -\mathcal{E}[X_\theta \sin(\Phi - \theta) + Y_\theta \cos(\Phi - \theta)]$

$[a, a^+] = 1$; $[X, Y] = 2i$

$\Delta X_{|\psi\rangle}\, \Delta Y_{|\psi\rangle} \geq \frac{1}{2}|\langle\psi|[X,Y]|\psi\rangle| = 1$; $\Delta X_\theta \Delta Y_\theta \geq 1$

$[X, Y] \neq 0$ es la consecuencia

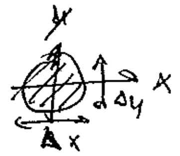
↳ $\vec{E}$ no bien definido en ningún estado → nunca propio.

$|\alpha\rangle$ $\langle\hat{X}\rangle_\alpha = \alpha + \alpha^* = 2\,\mathrm{Re}\{\alpha\}$; $\langle\hat{Y}\rangle_\alpha = -i(\alpha - \alpha^*) = 2\,\mathrm{Im}\{\alpha\}$

$\langle\Delta\hat{X}\rangle = \langle\Delta\hat{Y}\rangle = 1$ → $\hat{\Delta}_X \cdot \hat{\Delta}_Y = 1$ → aquí se cumple = $\forall\,|\alpha\rangle$

$|n\rangle$ $\langle\hat{X}\rangle = \langle\hat{Y}\rangle = 0$; $\langle\hat{X}^2\rangle = 2n + 1 = \langle\hat{Y}^2\rangle$; → mal definido, incertidumbre grande
↳ lógico xq cuadratura es sobre ondulatorio

Detección homodina compensada



beam splitter $E \downarrow R \to E + R$, $\downarrow E - R$ → $I_{\text{dep.}} = -2i\epsilon_0 R(\hat{a}e^{-i\varphi} + \hat{a}^+ e^{i\varphi})$
$= 4\epsilon_0 R\,(\hat{X}\cos\varphi - \hat{Y}\sin\varphi)$

Luz comprimida → deformas círculo, en $X < \Delta x$ q en vacío
↳ detección ondas grav. ; Caves 1980, Yuen 1978, metrología, entangled ; $|n\rangle$ ¿fase?

Operador de compresión ≙ columpio

$\hat{S} = \exp(\frac{1}{2}(z\hat{a}^{+2} - z^*\hat{a}^2))$, $z \in \mathbb{C}$; $S = e^{-A}$; $S^+ = e^{A}$

$|\psi\rangle = \hat{S}(z)|0\rangle$ ≡ vacío comprimido $\langle N\rangle_\psi \neq 0$

$\hat{D}(\alpha)\hat{S}(z)|0\rangle$ → estados de Caves $\hat{D}(\alpha) = e^{(\alpha\hat{a}^+ - \alpha^*\hat{a})}$

$\hat{S}(z)\hat{D}(\alpha)|0\rangle$ → estados de Yuen $\hat{D}(\alpha)|0\rangle = |\alpha\rangle$

$\langle\hat{X}\rangle_\psi = \langle 0|X(z)|0\rangle$; $X(z) = S^+ X S$

$\langle\hat{X}^2\rangle = \langle 0|(X(z))^2|0\rangle$; $\hat{a}(z) = S^+ a S$; $a^+(z) = S^+ a^+ S$

$\hat{a}(z) = \hat{a}\cosh(r) + \hat{a}^+ e^{i\theta}\sinh(r)$; $\mu \equiv \cosh r$, $\nu \equiv e^{i\theta}\sinh r$
$= \mu\hat{a} + \nu\hat{a}^+$; $\mu^2 - |\nu|^2 = 1$

$\hat{X}(z) = a(z) + a^+(z) = [\mu + \mathrm{Re}(\nu)]\hat{X} - i(\mathrm{Im}\,\nu)\hat{Y}$

$\hat{X}_\theta = \hat{a}e^{i\theta} + \hat{a}^+ e^{-i\theta}$, $\hat{Y}_\theta = -i[\hat{a}e^{i\theta} - \hat{a}^+ e^{-i\theta}] = \hat{X}(\theta - \pi/2)$, $\varphi = \theta/2$

$\hat{X}(\varphi, z) = \hat{a}(z)e^{-i\varphi} + \hat{a}^+(z)e^{+i\varphi} = \mu\,\hat{X}(\varphi) + |\nu|\,\hat{X}(+\theta - \varphi) = \mu\hat{X}(+\frac{\theta}{2}) + |\nu|\hat{X}(+\frac{\theta}{2})$
$= e^{r}\,\hat{X}(+\frac{\theta}{2})$ → Anticompresión

$\hat{Y}_{\theta/2} = e^{-r}\,Y_{\theta/2}$ → Compresión

$\langle\hat{X}\rangle_{\psi = |0\rangle_{sq}} = 0 = \langle\hat{Y}\rangle$, $\langle\hat{X}^2\rangle = e^{2r}$; $\langle\hat{Y}^2\rangle = e^{-2r}$ / $\Delta X\,\Delta Y = 1$ (mínima incertidumbre)

$\boxed{\text{PDC}}$

$2\omega \to \boxed{\chi^{(2)}} \to \omega_1, \omega_2$ $\omega_1 + \omega_2 = 2\omega$ → proceso no lineal de 2º orden

$\vec{P} = \vec{e}P_\omega e^{-i(\omega t - kz)} + c.c.$; $P_{\omega i} = \epsilon_0(\chi_{ij}^{(1)} E_j + \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k)$ — susceptibilid. lineal

$U(r) = \frac{1}{2}kr^2 + \frac{1}{3!}k'r^3 + \frac{1}{4!}k''r^4 + \ldots$

$U(r) = U(-r)$ → medios centrosimétricos → $k' = 0$, 1º corrección en k'', efecto Kerr

$\exists\, U(r) \neq U(-r)$ → " no " (cristal perfecto) (anisótropos) → $k' \neq 0$

↳ tensor, parámetro no operador cuántico
campo inicial intenso → clásico
final débil → cuántico

$\omega \to \square \to 2\omega$ (SHG), $\to \omega$; $2\omega \uparrow \downarrow \omega \downarrow \omega$ (transición del bulk)

$\omega_1, \omega_2 \to \square \to 0$, $2\omega_1, 2\omega_2$, ω_1, ω_2, → $\omega_1 + \omega_2$ ⇒ suma, → $\omega_1 - \omega_2$ ⇒ resta, $\to 0$

$(n^2)_{ij} = 1 + \chi_{ij}^{(1)} + \chi_{ijk}^{(2)} E_i E_j E_k$

$H_{int} = -\iiint d^3r\, \vec{P}\cdot\vec{E} = \ldots = \hbar\omega \hat{a}^+\hat{a} + \hbar\left(g\hat{a}^{2} e^{2i\omega t} + g^* \hat{a}^{+2} e^{-2i\omega t}\right)$; $g \equiv \frac{3\chi^{(2)}\omega E_p^*}{2\epsilon_0}$

$\hat{H}_0 = \hbar(g\hat{a}^2 + g^*\hat{a}^{+2})$ → procesos a 2 fotones, ≈ squeezing; crean - destruyen a pares

$z = +2g^* t = +\frac{3i\chi^{(2)}}{\epsilon_0}\omega E_p^* t$

$|\beta\rangle_z = |z;\alpha\rangle \equiv S(z)|\alpha\rangle = S(z)D(\alpha)|0\rangle$ Estado de Yuen o coherente a 2 fotones

$|\alpha; z\rangle \equiv \hat{D}(\alpha)S(z)|0\rangle$ Estado de Caves o comprimido ideal

$\hat{b} = S(z)\,a\,S^+$, $\hat{b}^+ = S a^+ S^+$; $z = re^{i\theta}$; $\mu = \cosh r$, $\nu = \sinh r\, e^{i\theta}$; $S(z) = S^+(-z)$

$= \mu\hat{a} + \nu\hat{a}^+$; $= \mu\hat{a}^+ + \nu^*\hat{a}$; $\mu^2 - |\nu|^2 = 1$

$\hat{S} = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(e^{i\theta}\hat{b}^2 + e^{i\theta}\hat{b}^{+2}\right)\right]$ ⇐ $\hat{D}\hat{a}\hat{D}^+ = \hat{a} - \alpha$; $bS = Sa$

$\hat{b}|\beta\rangle_z = \alpha|\beta\rangle$; $\hat{b}|\alpha, z\rangle = (\mu\alpha - \nu\alpha^*)|\alpha; z\rangle$

$DS = SD(\alpha_+)$; $SD = D(\alpha_-)S$; $\alpha_\pm = \mu\alpha \pm \nu\alpha^*$ → $|\alpha; z\rangle = |z; \alpha_+\rangle$

Estados coherentes (compr, y C) → bases supercompletas de $\mathcal{H}$; $|z;\alpha\rangle = |\alpha_-; z\rangle$

Yuen → $c_n = \frac{1}{\sqrt{n!}}\left(\frac{\nu}{2\mu}\right)^{n/2} H_n\left(\frac{\alpha}{\sqrt{2\mu\nu}}\right)$; $\langle\hat{x}\rangle_{\alpha;z} = \alpha + \alpha^*$; $\langle\hat{x}\rangle_{z;\alpha} = \alpha_- + \alpha_-^*$

$[b, b^+] = 1$

$\hat{x} = \frac{1}{2}(\mu - \nu)(\hat{b} + \hat{b}^+)$; $\hat{y} = \frac{1}{2i}(\mu + \nu)(\hat{b} - \hat{b}^+)$; $aa^+ = |\mu^2 + \nu^2| b^+b - \mu\nu(b^2 + b^{+2}) + \nu^2$

α real, $\mu, \nu \in \mathbb{R}$ → $\langle\hat{x}\rangle_{z;\alpha} = \alpha(\mu - \nu)$; $\Delta\hat{x} = \frac{\mu-\nu}{2}$

$\langle\hat{y}\rangle = 0$; $\Delta\hat{y} = \frac{\mu+\nu}{2}$

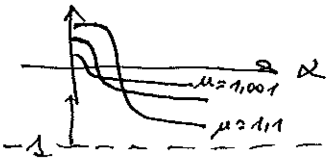
$\langle\hat{N}\rangle = \alpha^2(\mu-\nu)^2 + \nu^2$; $\Delta\hat{N} = \sqrt{\alpha^2(\mu-\nu)^4 + 2\mu^2\nu^2}$

$\neq 0$ en $\alpha = 0$ → no es vacío!

No es lo mismo desplazar y comprimir que comprimir y desplazar

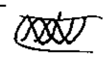
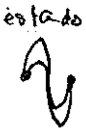
Parámetro Q de Mandel:

$Q = \frac{\Delta\hat{N}^2 - \langle\hat{N}\rangle}{\langle\hat{N}\rangle}$ = >0 supp. ; 0 coher ; <0 sub P

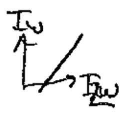


comprim: sub/sup (α)

$\lim_{\substack{\alpha\to\infty \\ \mu\to\infty}} Q = -1$ → antibunching perfecto

estado nº  no sabes fase | estado fase  no sabes ampl.

→ PDC en cavidad
↳ cerca de I_{min} → max compresión (90%)

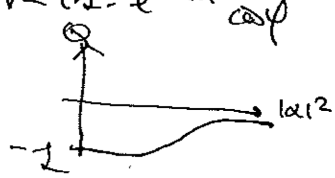


Estados gato

$|\psi\rangle = N\left[|\alpha\rangle + e^{i\varphi}|-\alpha\rangle\right]$ $\begin{cases}\varphi = 0 & \text{gato par} \\ \varphi = \pi & \text{" impar} \\ \varphi = \pi/2 & \text{Yurke-Stoler}\end{cases}$; $N = \frac{1}{\sqrt{2(1 - e^{-2|\alpha|^2}\cos\varphi)}}$

$\langle\hat{N}\rangle = |\alpha|^2 \coth|\alpha|^2$

$\mathrm{Var}\,\hat{N} = |\alpha|^4(1 - \coth^2|\alpha|^2) + |\alpha|^2\coth|\alpha|^2$ → $Q < 0$



$p_n = \begin{cases} 0, & n \text{ par} \\ \frac{4N^2 e^{-|\alpha|^2}}{n!}|\alpha|^{2n}, & n \text{ impar}\end{cases}$ → Sólo n impar fotones

→ tiene squeezing, poco robustos ante decoherencia (scatt, abs, ruido), + fácil $|Y-S\rangle = N[|\alpha\rangle + i|-\alpha\rangle]$

Medio Kerr $\boxed{\chi^{(3)}}$ $n = n_0 + n_2 I$, $\hat{H} = \hbar g(\hat{a}^+\hat{a})^2$

↳ $|\psi(\frac{\pi}{2g})\rangle \sim |YS\rangle$ → fibra óptica con longitud OK.

- ordenador cuántico, puertas lógicas
- 4-5 iones... < 20-30

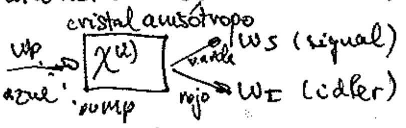
T. 7 - ESTADOS ENTRELAZADOS

Ⓐ Alice $|a_i\rangle$ Ⓑ Bob $|b_j\rangle$

$|\psi\rangle \to$ separable $|A\rangle \times |B\rangle$
$|\psi\rangle \to$ no separable $\frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1\rangle|b_1\rangle + |a_2\rangle|b_2\rangle)$

- estado compartido → cada uno acceso a una parte
- Al medir colapsa → A fija la medida de B → ∃ informac compartida
- Ⓔ interfiere → A y B se dan cuenta, no utilizan clave
- Clave ≡ resultado medida
- Clave privada → no se desvela hasta el final

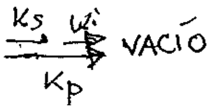
Parametric Down Conversion



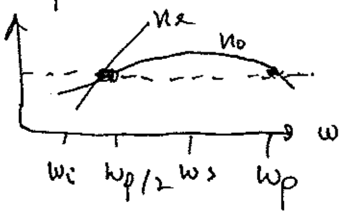
↦ tipo I : pol. paralelas
↦ " II : " ortogonales

V anarmónico → $F \propto x^2 x^n \to (e^{i\omega t})^2$ → sumas y restas de frecuencias

$w_p = w_s + w_i$
$\vec{k}_p = \vec{k}_s + \vec{k}_i \to k_p = n_p w_p/c$, $k_s = n_s w_s/c$, $k_i = n_i w_i/c$

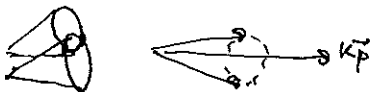


Dispersión $n(\omega)$, anis. → n_o : índice ordinario, n_e : extra "



$n_p(w_p) = n_e\left(\frac{w_p}{2}\right) = n_o\left(\frac{w_p}{2}\right) = n_o(w_p)$

↳ + ∃ situac en que $w_i = w_s = w_p/2$
$\vec{k}_p = \vec{k}_s + \vec{k}_i$ (Phase matching)



2 puntos de intersección

↳ Aislamos esas dos direcciones, con $w_s = w_i = w_p/2$
↳ Envías uno a cada uno → como w ≘, no sabes de dónde proviene, el otro medirá el ⊥ ↳ entrelazados

$\hat{H}_I = g(\hat{a}_p \hat{a}^+_{Vs} \hat{a}^+_{H} + \hat{a}_p \hat{a}^+_{Hs} \hat{a}^+_{Vi}) + C.H.$ → s, I indistinguible
$= \hbar\eta(a^+_{Vs} a^+_{Hi} + \hat{a}^+_{Hs} a^+_{Vi}) + C.H.$ $g\alpha_p = \eta$ → inicial I intenso → $|\alpha\rangle \to \alpha$

$|\psi_0\rangle = |0\rangle_{Vs}|0\rangle_{Hs}|0\rangle_{Vi}|0\rangle_{Hi}$

$|\psi(t)\rangle \approx \left(1 - \frac{1}{2}\mu^2\right)|\psi_0\rangle - \frac{i\mu}{\sqrt{2}}[|1\rangle_{Vs}|0\rangle_{Hs}|0\rangle_{Vi}|1\rangle_{Hi} + |0\rangle_{Vs}|1\rangle_{Hs}|1\rangle_{Vi}|0\rangle_{Hi}]$
$= \left(1 - \frac{1}{2}\mu^2\right)|0_s\rangle|0\rangle_i + \frac{i\mu}{\sqrt{2}}[|V\rangle_s|H\rangle_i + |H\rangle_s|V\rangle_i]$ ⇒ entanglement
... no genera señal

Base de Bell
$|\psi^{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|H\rangle_s|V\rangle_i \pm |V\rangle_s|H\rangle_i]$
$|\Phi^{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|H\rangle_s|H\rangle_i \pm |V\rangle_s|V\rangle_i]$, $\Pi_{\psi^+} = |\psi^+\rangle\langle\psi^+|$

Aplicas

- qubit → $|\psi\rangle = C_0|0\rangle + C_1|1\rangle$ (2 niveles)

A ↔ B ⇒ estado compartido $|\psi_{AB}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|0\rangle_A|0\rangle_B + |1\rangle_A|1\rangle_B]$ ...tipo I
- damos a cada uno su trozo (γ), + base a A ($|\psi\rangle$)
- $|\Phi_{AB}\rangle = |\psi\rangle|\psi_{AB}\rangle$ = c.l $|\phi^{\pm}\rangle$, $|\psi^{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|0\rangle|0\rangle_A \pm |1\rangle|1\rangle_A]$; $\frac{1}{\sqrt{2}}[|0\rangle|1\rangle_A \pm |1\rangle|0\rangle_A]$
- Si Alice obtiene $|\Phi^+\rangle$ → Bob tiene el original → le avisa A por teléfono
- Si comparten ρ_{AB} → separable, teleporta clásica no es posible → no hay entangle ∅
- Criptografía → descomponer en 2 primos ($> x^n$) → destripable con ord. cuántico
  - ↳ A genera la clave en base $|x\rangle|x'\rangle|y'\rangle|x\rangle|y\rangle$
  - ↳ B mide en base aleatoria $|x'\rangle|x\rangle|y\rangle$
  - ↳ Por Internet comparten públicamente la base utilizada → A = 1221 ×0(1/0) V - H ; B = ...
  - ↳ miran sólo lo coincidente → ya tienen llave pública
  - ↳ si E mira sin destruir estado → $\frac{1}{2}$ de acertar base → estado Bob modificado
  - ↳ $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ prob. de "mirados" → lo detectan → NO usan esa clave