T. 1

Ondas unidimensionales

$f(x - vt) \to$ onda viajera $\to$ sin deformarse

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0$$ Ec. ondas 1D (no dispersiva) lineal (en ψ)

$$\vec{\nabla}^2 \psi - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0 \quad 3D$$

Ondas planas $\to$ caso particular

$\vec{r} \in \mathbb{R}^3$, $\hat{s} = (s_x, s_y, s_z) \to \hat{s}\cdot\vec{r} = K = \gamma \to \forall P \in$ plano $\to \psi =$ cte

$\leftrightarrow$ sandwich colores

1) $\psi(x,y,z,t) = \psi(\vec{r}\cdot\hat{s}, t)$

2) $\hookrightarrow$ sol. E. ondas

esférica $\to \psi(r) =$ cte + sol. Eo

$\to$ eje local $\to \frac{\partial^2 \psi}{\partial \gamma^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0 \to 3D \to 1D$ planos en $\hat{s}$ campo cte en dir. perpendic.

Ondas monocromáticas $\to$ armónica temporal

$\psi(\vec{r}, t) = A(\vec{r})\cos(\omega t - g(\vec{r}))$ $\quad A, g \in \mathbb{R}$

$= \mathrm{Re}\{U(\vec{r})\cdot e^{i\omega t}\}$ $\quad U(\vec{r}) = A(\vec{r})\cdot e^{-ig(\vec{r})} = \psi(\vec{r}, t)$

$\to T = \frac{2\pi}{\omega} \to$ frec. / color único

$\to \nabla^2 U(\vec{r}) + \frac{\omega^2}{v^2}U(\vec{r}) = 0$ Ec. de Helmoltz (espacial!)

Onda monocr $<$ $e^{i\omega t}$ / verifique Helmholtz

Ondas planas monocromáticas

$\to$ doble periodicid: espacial + temporal $<$ $e^{i\omega t}$, γ, ec. h.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \gamma^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0$$
$$\left.\psi(\vec{r}, t) = U(\vec{r})e^{i\omega t}\right\} \to U(\gamma) \to \frac{d^2 U}{d\gamma^2} + \frac{\omega^2}{v^2}U \to \text{O.A.S}$$

$\Rightarrow \psi(\vec{r}, t) = A\cdot e^{i(\omega t - \frac{\omega}{v}\vec{r}\cdot\hat{s} - \delta)} = A\cdot e^{i(\omega t - K\cdot\vec{r}\cdot\hat{s})}$ $\quad \frac{\omega}{v}(vt - z)$, $\omega(t - \frac{\vec{r}\hat{s}}{v})$

$K \equiv$ nº de ondas

frentes de ondas $\to$ planos t fijo que determinan superficies fase de $Kz =$ cte

Onda plana monocromática 3D

$\psi(\vec{r}, t) = A\cdot\exp\{i(\omega(t - \frac{\vec{r}\cdot\hat{s}}{v}) - \delta)\}$ $\longrightarrow$ OPM = $\psi(\vec{r}, t)$ ① $\cdot$ OP $\to$ t fijo, frentes = fase $+ \lambda, \gamma$ periodic. OM $\to$ oscila t fijo cada z

$\to \psi(\vec{r}, t + T) = \psi(\vec{r}, t)$ $\quad T = \frac{2\pi}{\omega} \to$ periodicid temporal $\quad \omega = \frac{2\pi}{T}$

$\to \psi(\vec{r}\cdot\vec{s}, t) = \psi(\gamma, t) = \psi(\gamma + \lambda, t)$ $\quad \lambda = \frac{2\pi}{K} \to$ " espacial $\quad K = \frac{2\pi}{\lambda}$

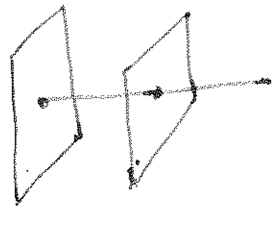
$K\hat{s}\cdot\vec{r} = \vec{K}\cdot\vec{r} \to \vec{K} = K\cdot\hat{s} \equiv$ vector de ondas, K: nº de ondas

Velocid fase OPM

$\frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{\omega}{K} \equiv v_{fase} \to \psi_1 = \psi_2$ $\to$ tb. sup. esféricas, paraból, ... curvatura suave $\to$ onda local plana

$v_g = \frac{\omega}{K} = \frac{2\pi/T}{2\pi/\lambda} = \frac{\lambda}{T} = \frac{p.\ esp}{p.\ temp}$

fz



Ecuacs Maxwell SI, macrosc, $\int$ diferenc. T1B ②

$\vec\nabla \times \vec H = \vec J + \frac{\partial \vec D}{\partial t}$ $\vec H$: inducción magnética $\vec J$: densid corriente eléctrica (cargas libres) $\int \vec H \cdot d\vec l = I_s + \varepsilon \frac{\partial \Phi_{Es}}{\partial t}$ L. ampère-Maxwell

$\vec\nabla \times \vec E = -\frac{\partial \vec B}{\partial t}$ 8. E.D. $\int \vec E \cdot d\vec l = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}$ L F-Lenz

$\vec\nabla \cdot \vec D = \rho$ vacío, $J=0 \rightarrow \frac{H}{D} \rightarrow \frac{B}{E}$ $\int \vec D \cdot d\vec S = Q_{enc}$ Ley Gauss

$\vec\nabla \cdot \vec B = 0$ $H = \frac{B}{\mu_0}$, $D = \varepsilon_0 E$ $\int \vec B \cdot d\vec S = 0$ Ley Gauss magnética

Relaciones constitutivas:

$\vec H = \vec F_H(\vec E, \vec B)$

$\vec D = \vec F_D(\vec E, \vec B)$

→ Dieléctricos : $\vec D = \varepsilon \cdot \vec E$ → cargas asociadas a átomos, no cond. metal,

~ lineales $\vec H = \frac{\vec B}{\mu} \simeq \frac{\vec B}{\mu_0}$ → no magnéticos, no intrínsecos, magnetizació cargas quietas

σ, μ, ε no dependen $\vec J = \sigma \cdot \vec E$ σ: conductivid

de posición: homogéneos, isótropo (ε escalar) → matriz: anisótropo

Creas $\vec B, \vec E$ con $\rho, \vec J$ → fuera región $\Delta\vec B, \Delta\vec E$ → Onda electromagnética

Carga oscilante: antena

→ $\nabla^2 \vec E - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec E}{\partial t^2} = 0$ $c^2 = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ N/A^2$ $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ C^2/Nm^2$

$v^2 = \frac{1}{\mu\varepsilon}$, $\mu' = \mu/\mu_0$, $\varepsilon' = \varepsilon/\varepsilon_0$ → $v = \frac{c}{\sqrt{\mu'\varepsilon'}}$ ⟹ $n = \sqrt{\mu'\varepsilon'}$

$v = \frac{c}{n}$, $n = \frac{c}{v}$ → Gases ≈ 1 $n(\omega)$ → viable poca pavid

Líquidos ≈ 1,3 lejos resonancia

Sólidos ≈ 1,5 fenóm. macrosc.

Diamante → 2,4

$\vec D = \varepsilon_0 \vec E + \vec P$ $\vec P$: polarizabilid del medio

$\vec H = \frac{\vec B}{\mu_0} - \vec M$ $P(E) = \varepsilon_0 (\chi^{(1)} E + \chi^{2} E^2 + \dots)$ Resumen: Ej...

$\chi^{(1)}$: susceptibilid lineal $\varepsilon = \varepsilon_0 (1 + \chi^{(1)} + \dots)$

$\simeq \varepsilon_0 (1 + \chi^{(1)})$ ⟹ ε_0 ondas lineal

$\nabla^2 \vec E - \varepsilon\mu \partial_t^2 \vec E = 0$ $\xrightarrow[OPH]{}$ $\vec E_0 \cdot e^{i(\omega t - \vec k \cdot \vec s)}$

$\nabla^2 \vec H - \varepsilon\mu \partial_t^2 \vec H = 0$ $H_0 \cdot$ "

$\varphi = \omega t - k\vec r \cdot \vec s = \frac{2\pi}{\lambda}(vt - \vec r \cdot \vec s) = k_0(ct - n\vec r \cdot \vec s)$ ⊕ relación dispersión ω

$\partial_i \vec E = (-ik s_i)\vec E \rightarrow \partial_{tt}^2 \vec E = -\omega^2 \vec E$ $\nabla^2 \vec E = -k^2 \vec E$ $\partial_t \leftrightarrow -i\omega$

$\vec\nabla \leftrightarrow -i\vec k$

→ $\omega^2 = v^2 k^2$ → RDisp. OP esp o de temp

↳ $\vec E = \frac{n}{\varepsilon_c} \vec H \times \vec s$, $\vec B = \frac{n}{c} \vec s \times \vec E$ (en general D, H, s)

Frente se propaga en $\vec s$

$\vec E \cdot \vec s = 0$ → Ondas transversales

$\vec B \cdot \vec s = 0$ OEM

Energía c. em.

$w = \frac{1}{2}\varepsilon(|E|^2 + \frac{1}{\mu}|B|^2) \equiv$ densid E (J/m^3) → transportada por onda plana

Vector Poynting: $\vec S_p = \vec E_r \times \vec H_r \equiv$ flujo Eem $|\vec S_p| \equiv$ intensid instantánea (t, x) flujo en $\vec s$

→ promedio temporal: $\langle A \rangle = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau dt\, A(t)$, $\tau > 0$

$\vec S_p = n\varepsilon_0 c |E_0|^2 \cos^2(\omega t - k\vec r + \delta)\,\hat s$

Intensid/Irradiancia $I = \langle|\vec S_p|\rangle = \frac{1}{2} n \varepsilon_0 c |E_0|^2$ (W/m^2)

T1C

Aproxim. geométrica de la óp. EM.

flujo E → rayos → trazado fácil

$\nabla^2 \vec{E}_\omega + \frac{\omega^2}{v^2}\vec{E}_\omega = 0$ → OMon. — componente de frec. ω

$(\nabla^2 + K_0^2 n^2)\vec{E} = 0$ $\quad \vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_\omega(\vec{r})e^{i\omega t}$ Ec. Helm. vectorial

→ Aproximación escalar (m. homog.)

$\vec{E}_\omega(\vec{r},t) = u(\vec{r})\cdot\hat{u}$ ↳ escalar

↓

$(\nabla^2 + K_0^2 n^2)u(\vec{r}) = 0$ $\quad n$ cte, $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 0$ → no se cumple en interfases, m. inhomogéneos

→ única var. importante: flujo E, trayectoria, rayo

m. inh: $\times (\nabla^2 + k^2 n^2)u = 0$ → S. part: OP

$\vec{E}_\omega = u(\vec{r}_0)\hat{u}$, $u(\vec{r}) = A\cdot e^{-i\vec{k}\vec{r}}$ onda no plana $g(\vec{r}) = $ cte, curvatura

→ cada punto: plano tangente ≃ Taylor 1er orden

↳ frente ondas localm. plano en entorno

$(\nabla^2 + K_0^2 n^2)u(\vec{r}) = 0$, $\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_\omega(\vec{r})\cdot e^{i\omega t}$, $\vec{E}_\omega(\vec{r}) \simeq u(\vec{r})\cdot\hat{u}$

$u(\vec{r}) = A(\vec{r})\cdot e^{-ig(\vec{r})}$, $g(\vec{r}) = $ cte, $T_{\vec{r}_0}$ = plano tangente a $g(\vec{r})$ en $\vec{r}_0$

⇒ $D\lambda(\vec{r}_0) \equiv \{\vec{r} \in T_{\vec{r}_0} / |\vec{r}-\vec{r}_0| \leq \lambda\}$ → ~~$g(\vec{r}_0) = $ cte, $g(\vec{r})$~~

Onda monoc. localmente plana

glob. inh, loc. hom., sup. suave frente a λ ↳ $\lambda \to 0$

1) $\vec{r} \in D\lambda(\vec{r}_0)$ → $n(\vec{r}) \simeq n(\vec{r}_0)$ $\qquad$ λ (dist. típicas sistema)

2) → $g(\vec{r}) = g(\vec{r}_0) + (\vec{r}-\vec{r}_0)\vec{\nabla}g(\vec{r}_0)$

3) → $A(\vec{r}) = A(\vec{r}_0)$

$u(\vec{r}) \simeq A(\vec{r}_0)\cdot e^{-ig(\vec{r}_0)}\cdot e^{-i\vec{r}\vec{\nabla}g(\vec{r}_0)}\cdot e^{i\vec{r}_0\vec{\nabla}g(\vec{r}_0)} = \hat{A}(\vec{r}_0)\cdot e^{-i\vec{r}\vec{\nabla}g(\vec{r}_0)}$

$U(\vec{r}) = A\cdot e^{-in(r_0)K_0\hat{s}\cdot\vec{r}}$

↳ $\vec{\nabla}g(\vec{r}_0) = n(\vec{r}_0)K_0\hat{s}$ → $\frac{|\vec{\nabla}g(\vec{r}_0)|^2}{K_0^2} = n^2$ $\quad \forall \vec{r}_0 \to \vec{r}$ → $|\vec{\nabla}S(\vec{r})| = n(\vec{r})$

$\Longrightarrow |\vec{\nabla}S|^2_{(\vec{r}_0)} = n^2(\vec{r}_0)$

Función Eikonal: $S(\vec{r}) = \frac{g(\vec{r})}{K_0}$

1) Superficies = ∂ para OLP dadas por $S = $ cte

2) $\vec{\nabla}S(\vec{r}_0) \parallel \hat{s}$, $\hat{s}$ de una OLP en entorno $\vec{r}_0$

3) $|\vec{\nabla}S| = n$

$\hat{S}_0 \sim \vec{\nabla}S(\vec{r}_0)$ o plana: $\hat{s}_i = \hat{s}_j$

f. cont. diferenciable (eliges)

relx biunívoca tangentes-normales, cond. matemática:

tangentes cada punto trayectoria paralelos a $\hat{s}$ local

$|d\vec{r}| ↳ ds$ = desplazam. sobre ∪ $\qquad ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$

$\boxed{\frac{d\vec{r}}{ds} = \hat{s}}$ Ecuac. de la trayectoria → + condic. $r(s_0) = r_0$ → define trayectoria q. pasa x $\vec{r}_0$ y sigue $\hat{s}$ loc.

⇓

rayos no se cruzan

$S_p \parallel \vec{s} = \frac{d\vec{r}}{ds}$

$n\frac{d\vec{r}}{ds} = \vec{\nabla}S$ $\qquad dS = \vec{\nabla}S\cdot d\vec{r}$, $n\cdot\hat{s} = |\vec{\nabla}S|\hat{s} = \vec{\nabla}S$ $\qquad \frac{dS}{ds} = n$

$= \vec{\nabla}S\cdot\hat{s}\cdot ds$

$\frac{d}{ds}\left(n\cdot\frac{d\vec{r}}{ds}\right) = \vec{\nabla}n$ $\qquad n = n(x,y,z) \to x(s), y(s), z(s)$

$\frac{d}{ds}(n\,\hat{s}) = \vec{\nabla}n$

$\left(\vec{\nabla}n\cdot\frac{d\vec{r}}{ds}\right)\frac{d\vec{r}}{ds} + n\frac{d^2\vec{r}}{ds} = \vec{\nabla}n$

Medio inhomogéneo estratificado

$\rightarrow n(y)$

$\frac{d}{ds}(n\hat{s}) = \frac{dn}{dy}\hat{j}$

Conservac del plano de propagación: $\vec{C} = \hat{j} \times n\hat{s} = \vec{cte}$

$\Rightarrow n(y)\,\mathrm{sen}(y) = C$: Relación de Bouguer

$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{n^2}{c^2} - 1$ $\qquad \frac{dy}{dx} = \cot \varepsilon$

$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{2c^2}\frac{dn^2(y)}{dy} \leftrightarrow \ddot{x} = -\frac{dV}{dx}$ $\qquad V \sim -n^2$ $\qquad$ ≡ balística

→ hacia max (n)

tangentes se aproximan ⊥ a las normales si $n_2 > n_1$

punto de retorno: $n^2 = c^2$ (intersección)

discontinuid:

$n_0 \,\mathrm{sen}\, \varepsilon_0 = n_1 \,\mathrm{sen}\, \varepsilon_1$ → Ley de Snell

Guiado de luz

α / siempre punto retorno  $n_m^2 = n_M^2 \sin \varepsilon_l^2, \ \sin \varepsilon_l = \frac{n_m}{n_M}$

Camino óptico

$dL = n\,ds$, $L_{12} = \int_1^2 n \cdot ds$ $\qquad n(\vec{r}(s))$ → cada trayectoria, parámetros

Onda localmente plana: $dS = dL$ (sobre la trayectoria)

$d\delta' =$ → $K_0 dS$ (xa cualquier p.ja) ; → $K_0 dL$ (sobre tray.)

entre par de puntos m/s sups

$\delta(\vec{r},t) = \omega(t-t_0) + \delta(\vec{r},t_0) = c_0 - \omega(t-t_0)$

S dif. exacta: $\oint_C dS = 0 \quad \forall C$ → si dominio simplemente conexo $\Delta S = S_2 - S_1 \quad \forall C$

$S_{12} = L_{12}$ (sobre tray.)  δL : dif. inex.

T^a de Malus - Dupin $(\lambda \to 0)$

si $L_{FA} = L_{FB} \Rightarrow S_B = S_A$, $t_{FA} = t_{FB}$ $\qquad t_{FA} = \frac{L_{FA}}{c}$ 

⇔ A, B my fase, $\delta_A = \delta_B$

$L_{FB} = cte$ → determina superficie de fase

homog: $L_{FO} = nR = cte$ → esfera

T^a de Fermat

Trayectoria entre A, B / mín(t_{AB}) = mín(L_{AB}) $\qquad t_{AB} = \frac{L_{AB}}{c}$

≡ $\delta L_{AB} = 0$ → extremo

$\rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} dx = d\alpha\, a \\ dy = d\alpha\, b \end{matrix} \rightarrow y(x), \ ds = dx\sqrt{a^2+b^2}$

$L = \int n \cdot ds$ $\qquad$ o $y(x)$, $ds = dx\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}$

$x = x_0 + \int_0^y \frac{1}{\sqrt{\frac{n^2}{c^2} - 1}}\, d\alpha$ $\qquad \int n(x(\alpha), y(\alpha), z(\alpha)) \sqrt{\left(\frac{dx(\alpha)}{d\alpha}\right)^2 + \left(\frac{dy(\alpha)}{d\alpha}\right)^2 + \left(\frac{dz(\alpha)}{d\alpha}\right)^2}$ $\quad \alpha = x$

$f(a,b) : J)$

Representa. óptica

Sistema óptico : conjunto superficies que separan medios diferentes índices
↳ simetría de revolución
↳ sistemas centrados ⇒ superficies alineadas — esféricas / asféricas → critas aberraciones
↳ macroscópico o' punto imagen, o punto objeto

Sistema stigmático :  $\angle_{OO'}$ = ∀ camino

Se comporta st. ∅ para ∃ par de puntos O, O' si todos los rayos que salen de O pasan real o virtualmente por O' después de atravesar el sistema — conjugar

Espacios objeto e imagen

- El conjunto de todos los puntos que ~~esta~~ pueden actuar como objeto de un sistema óptico es llamado espacio objeto. → puntos espacio
- El espacio imagen es el conjunto de puntos transformados del espacio objeto por la acción del S.O. → receptores luz

S. óptico perfecto (3 condic. a exigir)

① A un plano normal al eje del sistema que contiene al objeto le corresponde también un plano normal al eje que " la imagen. ≐ copia fiel

② Todos los rayos que entran en el SO procedentes de un punto cualquiera del plano objeto, sea éste real o virtual, pasan por un punto del plano imagen (cond. stigm.)

③ Cualquier figura que esté contenida en el plano objeto se transforma mediante el S.O. en una figura semejante (sentido geométrico) en el plano imagen. La razón de semejanza es la misma para cualquier par de figuras conjugadas contenidas en esos planos.

$f(\lambda)$, policromática → dispersión cromática

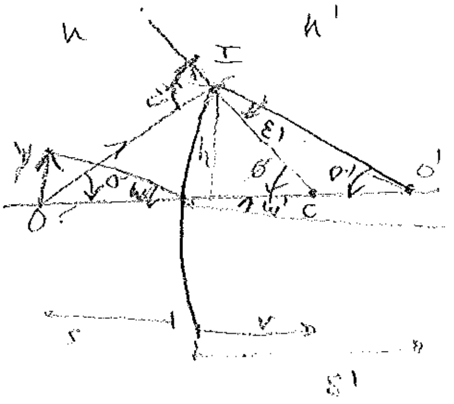
→ cada condición que no se cumple → aberración

SOP → Óptica geométrica paraxial

T2

OGP → S. centrado de revolución en zona paraxial

$\boxed{\mapsto}$ luz hacia la dcha



Criterio signos: DIN 1335

- distancias axiales $\oplus$ $\ominus$ $\Rightarrow$ $\Leftrightarrow$ sentido propagd luz
- dtcias verticales $(+)\uparrow$ $(-)\downarrow$ desde vértice dioptrio: S / " eje óptico / al eje óptico
- ángulos desde el rayo $\langle$ a la normal $\quad + \quad -$

Dioptrio esférico

Ec. de Langue: $n'\sigma' - n\sigma = (n'-n)\phi = (n'-n)\frac{h}{r}$

Invariante de Abbe: $n\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s}\right) = n'\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s'}\right)$

Ec. de conjugación para el dioptrio esférico (paraxial): $-\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = (n'-n)\frac{1}{r}$ → cumple cond. s. óptico perfecto

$\searrow \frac{1}{s'} = \frac{n}{n'}\frac{1}{s} + \frac{n'-n}{n'}\frac{1}{r}$

Aumento lateral: $\beta = \frac{y'}{y} = \frac{n s'}{n' s}$

Invariante de Lagrange - Helmholtz: $n y \sigma = n' y' \sigma'$

$O_1 \xrightarrow{S_1} O_1' \equiv O_2 \xrightarrow{S_2}$

Elementos cardinales

Planos focales: - cualquier rayo del haz paralelo pasa x foco imagen

- rayos paralelos provienen de foco objeto

Planos principales:

H: punto principal objeto ($\in$ plano principal objeto) (punto axial)

H': " " imagen (" " imagen (" ")

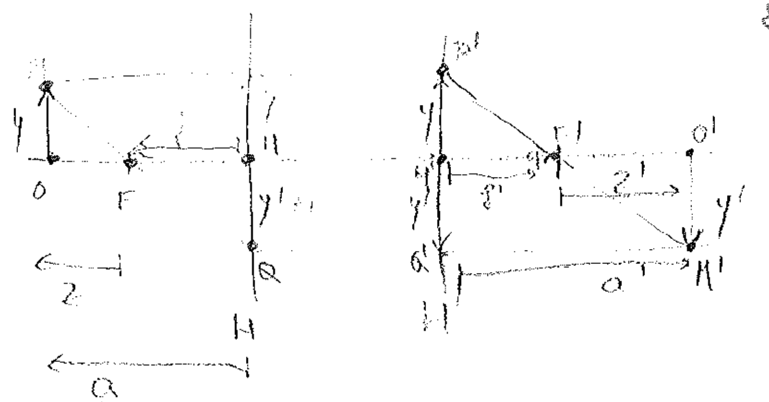
↳ Si en H entra rayo a una altura h, sale a = altura por H'.

↳ planos conjugados / $\beta' = 1$ ... Planos nodales: $\beta' = 1$ / antiprincipales: $\beta' = -1$

→ Relx de conjugd cuando S.O. representado por eleØs cardinales

• Dioptrio: $H \equiv S \equiv H'$

→ $f' = \frac{n'r}{n'-n}$ → $f = \frac{nr}{n-n'}$ → $f = -\frac{n}{n'}f'$



Ecuación de conjugación de Newton:

$$zz' = f \cdot f' = -\frac{n}{n'}f'^2$$

Ecuación de conjugación de Gauss:

$$-\frac{n}{a} + \frac{n'}{a'} = \frac{n'}{f'}$$

a → respecto a H $\quad \beta' = \frac{n a'}{n' a}$

s → " a S

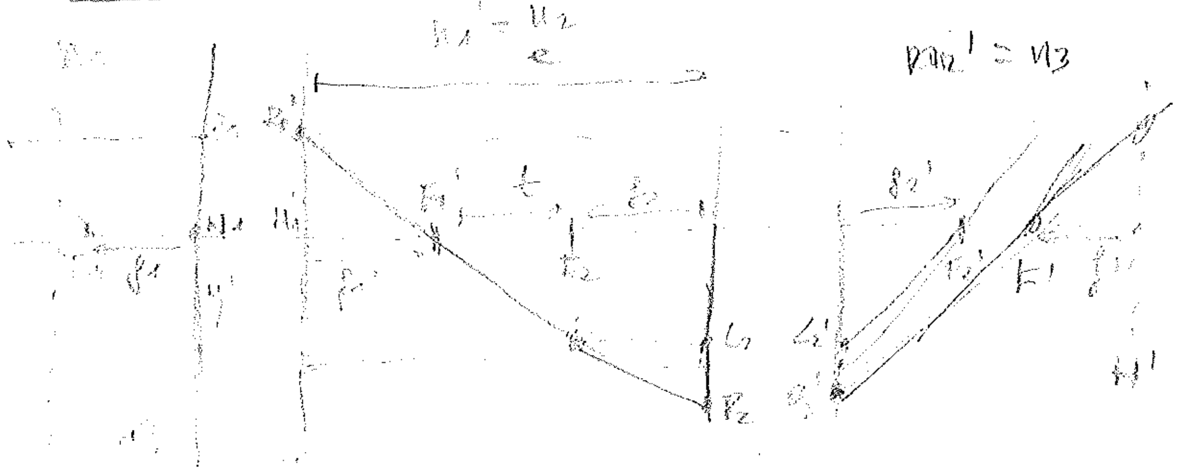
Espejo esférico:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r'}$$

S. óptico convergente $\not\Leftrightarrow f' > 0$ → sino dtcia últ. superficie a $F' > 0$

7

Acoplamiento (e)



$t = F_1'F_2$ = intervalo óptico
e = dtcia de acoplamiento

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1'}\frac{n_2}{n_2'} + \frac{1}{f_2'} - \frac{e}{f_1'f_2'} \quad , \quad e = H_1'H_2 = d$$

$$H_2'H' = \frac{e f_2'}{e - f_1' + f_2} = -\frac{f'e}{f_1'} = \frac{f_2'e}{t} \qquad f' = -\frac{f_1'f_2'}{t} \ , \ f = \frac{f_1 f_2}{t}$$

$$\varphi' = \frac{n_2}{n_2'}\varphi_1' + \varphi_2' - e\,\varphi_1'\varphi_2'$$

$$H_1H = \frac{e f_1}{e - f_1' + f_2} = \frac{f_1 e}{t} = \frac{f e}{f_2}$$

$$f = -\frac{n_1}{n_2'} f'$$

→ Constructor de lentes

Si $n_1 = n_2' = 1$, $n_2 = n$

$$\varphi_1' = \frac{1}{f_1'} = \frac{n-1}{n r_1} \qquad \frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{(n-1)^2}{n}\frac{d}{r_1 r_2}$$

$$\varphi_2' = -\frac{n-1}{r_2} = \frac{1}{f_2'}$$

Lente delgada: $d \to 0$ $\quad \frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$

$$\overline{H_2'H'} = \frac{r_2 d}{n(r_1 - r_2) - (n-1)d} \qquad \overline{H_1H} = \frac{r_1 d}{n(r_1 - r_2) - (n-1)d}$$

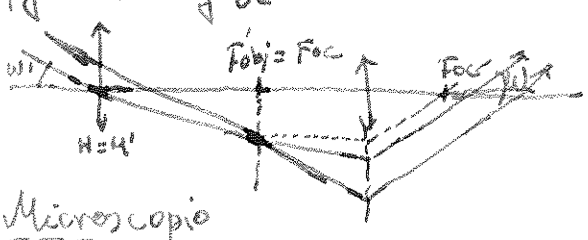
— — — —

— — — —

Telescopio

sistema afocal, no tiene foco f', cualquier haz paralelo → otro haz ∥

$|f'_{ob}| > f'_{oc} \to w' < w \to \beta' = -\frac{f'_{ob}}{f'_{oc}} < -1$



Microscopio

Óptica matricial

T 2 B

$$\begin{pmatrix} h' \\ \sigma' \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} h \\ \sigma \end{pmatrix}$$

$$\beta' = \frac{h'}{h}$$

Refracción: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \underbrace{\frac{n'-n}{n'r}}_{\varphi'} & \frac{n}{n'} \end{pmatrix}$

Traslación: $\begin{pmatrix} 1 & -d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{d}, > 0$

Transferencia:

$s \quad n \quad n' \quad s'$

$$\begin{pmatrix} 1 & -s' \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \varphi' & \frac{n}{n'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

esquema

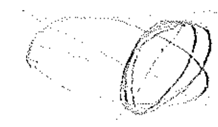
ver ejer. métodos alternativos, stmas. equivalentes

teoría → Eikonal, Ppos. Fermat / Malus, Coef. Fresnel / Refl. total interna, Elipso...

Malus – Dupin

T.3 - Polarización

$E_i(\vec{r},t) = E_{0i}\cos(\omega t - k\vec{r}\cdot\vec{s} + \alpha_i) \rightarrow E_z' = 0$



$E_x(t) = E_{0x}\cos(\omega t + \varphi_x) \rightarrow \varphi_i = \delta_i - k\vec{r_0}\cdot\vec{s}$, $\vec{r_0}$ fijo

$E_y(t) = E_{0y}\cos(\omega t + \varphi_y)$

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\cos\varphi\,\frac{E_x E_y}{E_{0x}E_{0y}} = \sin^2\varphi$$

Elipse de polarización

$\Lambda \equiv$ forma cuadrática

$\det \Lambda = \dfrac{\sin^2\varphi}{E_{0x}^2 E_{0y}^2} \geq 0$

$L_z = -E_{0x}E_{0y}\,\omega\sin\varphi \rightarrow [0,\pi] \Rightarrow$ dextrógira

$[\pi, 2\pi] \Rightarrow$ levógira

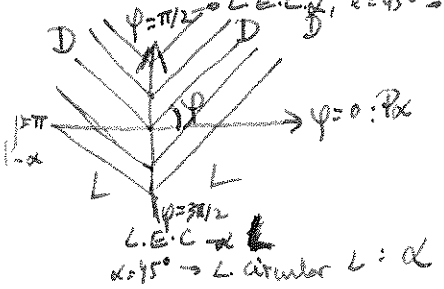
$\tan\alpha = \dfrac{E_{0y}}{E_{0x}}$, $\tan 2\psi = \tan 2\alpha\cos\varphi$

α diagonal $\measuredangle x$

ψ eje mayor $\measuredangle x$

$E_{0x}^2 + E_{0y}^2 = a^2 + b^2$

$\tan\beta = \frac{b}{a}$

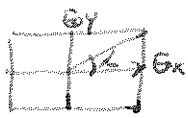


$(E_{0x}, E_{0y}, \varphi)$

$$\vec{E} = \mathrm{Re}\left\{\begin{pmatrix} E_{0x}\cdot e^{i\varphi_x} \\ E_{0y}\cdot e^{i\varphi_y}\end{pmatrix} e^{i\omega t}\right\} = \mathrm{Re}\{\vec{\mathcal{E}}\}$$

$\dfrac{I_{min}}{I_{max}}$ $\frac{b^2}{a^2}$

Vectores de Jones



$$\mathcal{E} = \begin{pmatrix} E_{0x}e^{i\varphi_x} \\ E_{0y}e^{i\varphi_y}\end{pmatrix} = e^{i\varphi_x}\begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y}e^{i\varphi}\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y}e^{i\varphi}\end{pmatrix}$$

$\rightarrow$ si no te preocupa Int $\rightarrow$ 2 grados lib. α, φ

$$\mathcal{E}_N = \frac{1}{\sqrt{E_{0x}^2 + E_{0y}^2}}\begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y}e^{i\varphi}\end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix}\cos\alpha \\ \sin\alpha\, e^{i\varphi}\end{pmatrix}}$$

$\mathcal{R} = \begin{pmatrix}\cos\alpha \\ i\sin\alpha\end{pmatrix}$, $\mathcal{L} = \begin{pmatrix}\cos\alpha \\ -i\sin\alpha\end{pmatrix} \rightarrow \mathcal{R} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 \\ i\end{pmatrix}$ $\langle R|L\rangle = 0$

$P_\alpha = \begin{pmatrix}\cos\alpha \\ \sin\alpha\end{pmatrix}$ $P_{-\alpha} = \begin{pmatrix}\cos\alpha \\ -\sin\alpha\end{pmatrix}$ $\mathcal{L} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 \\ -i\end{pmatrix}$

$\rightarrow$ canón $\begin{pmatrix}1 \\ 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0 \\ 1\end{pmatrix}$ P_0, $P_{\pi/2}$

$\langle \mathcal{E}_1 | \mathcal{E}_2\rangle = \mathcal{E}_1^\dagger \mathcal{E}_2$ $\mathcal{E} \rightarrow A \rightarrow \mathcal{E}'$

Polarizadores y retardadores

$A|\psi_1\rangle = \lambda_1|\psi_1\rangle$

$A|\psi_2\rangle = \lambda_2|\psi_2\rangle$

$\langle\psi_i|\psi_j\rangle = \delta_{ij}$

$$\rightarrow A = \lambda_1\overbrace{|\psi_1\rangle\langle\psi_1|}^{P_1} + \lambda_2\overbrace{|\psi_2\rangle\langle\psi_2|}^{P_2}$$

P_i: proyector $\begin{pmatrix}|\mathcal{E}_{ix}|^2 & \mathcal{E}_{ix}\mathcal{E}_{iy}^* \\ \mathcal{E}_{iy}\mathcal{E}_{ix}^* & |\mathcal{E}_{iy}|^2\end{pmatrix}$ $P_i = P_i^2$ idempotente

$P_i = \psi_i\cdot\psi_i^\dagger$

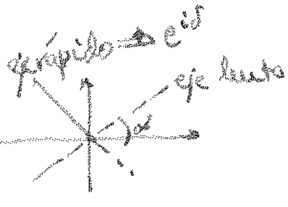
Matriz de Jones

- $A_{P_\alpha} = \begin{pmatrix}\cos^2\alpha & \sin\alpha\cos\alpha \\ \sin\alpha\cos\alpha & \sin^2\alpha\end{pmatrix} \rightarrow$ Polarizador lineal L.T. $\alpha \measuredangle x$

polarizador general: $A = |\psi_1\rangle\langle\psi_1|$

- $C_R = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & -i \\ i & 1\end{pmatrix} \rightarrow$ Polarizador circular D $\rightarrow$ Base LR: $\begin{pmatrix}1 & 0 \\ 0 & 0\end{pmatrix}$

- $\mathcal{R} = |\psi_1\rangle\langle\psi_1| + e^{i\delta}|\psi_2\rangle\langle\psi_2|$



láminas retardadoras:

$R(\alpha,\delta)P_\alpha = P_\alpha$, $R(P_{\alpha+\pi/2}) = e^{i\delta}P_{\alpha+\pi/2}$

$$\rightarrow \begin{pmatrix}\cos^2\alpha + e^{i\delta}\sin^2\alpha & (1-e^{i\delta})\cos\alpha\sin\alpha \\ (1-e^{i\delta})\cos\alpha\sin\alpha & e^{i\delta}\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\end{pmatrix}$$

láminas media onda $\rightarrow \lambda/2 \rightarrow \delta = \pi$

cuarto onda $\rightarrow \lambda/4 \rightarrow \delta = \pi/2$

$\psi_1 \rightarrow$ rotación $\rightarrow P_{-\alpha}$

$\psi_1 \rightarrow$ varía

[illegible]

Albert

$n = 0{,}065$

So vigilancia

- Modelo Lorentz ✓
- × Óptica metales
- × Medios no neutros.
- Young Σ abertura
- Young simple
- × Coherencia temp.

- Fórmulas de Airy ✓
- × Multicapas dieléctricos
- Fab - Perot ✓

- × Ec. Helmh ✓
- Aproxim paraxial ✓
- Difracción Fraunh ✓

$$\sum_{n=0}^{N} r^n = \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

ó

$$= a_1 \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

Medios isótropos

$$|\omega = \frac{c}{n}|\vec{k}||$$

(n) $\vec{E}_{0i} \cdot e^{i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})} + \vec{E}_{0r}\, e^{i(\omega'' t - \vec{k}''\vec{r})}$

(n)' $\vec{E}_{0t}\, e^{i(\omega' t - \vec{k}'\vec{r})}$

$\vec{E} = \vec{E}_\perp + \vec{E}_{\parallel}$ plano. incid.

→ Continuidad paralelas interfase → $E_\perp$

$\forall \vec{r}_t, t \to \omega = \omega' = \omega'' \to \vec{k_t} = \vec{k_t}' = \vec{k_t}''$

↳ $k_y = 0 \to k_x \equiv$

$$\tan\varepsilon = \left|\frac{k_x}{k_z}\right| \qquad \tan\varepsilon' = \left|\frac{k_x}{k_z'}\right| \to |\vec{k}| = |\vec{k}'| \to \varepsilon = \varepsilon'$$

Ley reflexión

$$\Rightarrow \boxed{\vec{B}_0 = \frac{n}{c}\,\hat{s} \times \vec{E}_0}$$

$$\to \sin\varepsilon = \left|\frac{k_x}{|k|}\right| \qquad \sin\varepsilon' = \left|\frac{k_x}{|k'|}\right| = \frac{n}{n'}\left|\frac{k_x}{k}\right| \to \text{Ley Snell}$$

↳ $B_{0x} + B_{0x}'' = B_{0x}'$, $E_0 + E_0'' = E_0'$

$E_{\parallel}$

↳ $B_0 + B_0'' = B_0'$, $E_{0x} + E_{0x}'' = E_{0x}'$ ⇒

coeficientes de Fresnel:

$$r_\perp = \frac{A_\perp''}{A_\perp}, \quad t_\perp = \frac{A_\perp'}{A_\perp}$$

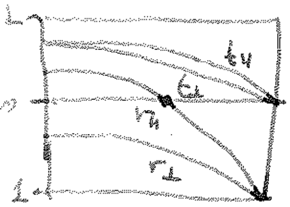
$$r_{\parallel} = \frac{n'\cos\varepsilon - n\cos\varepsilon'}{n'\cos\varepsilon + n\cos\varepsilon'} = \frac{\tan(\varepsilon - \varepsilon')}{\tan(\varepsilon + \varepsilon')} \qquad r_\perp = \frac{n\cos\varepsilon - n'\cos\varepsilon'}{n\cos\varepsilon + n'\cos\varepsilon'} = -\frac{\sin(\varepsilon - \varepsilon')}{\sin(\varepsilon + \varepsilon')}$$

$$t_{\parallel} = \frac{2n\cos\varepsilon}{n'\cos\varepsilon + n\cos\varepsilon'} = \frac{2\sin\varepsilon'\cos\varepsilon}{\sin(\varepsilon+\varepsilon')\cos(\varepsilon+\varepsilon')} \qquad t_\perp = \frac{2n\cos\varepsilon}{n\cos\varepsilon + n'\cos\varepsilon'} = \frac{2\sin\varepsilon'\cos\varepsilon}{\sin(\varepsilon+\varepsilon')}$$

$$\mathcal{E} = \begin{pmatrix} A_{\parallel} \\ A_\perp \end{pmatrix} \to \mathcal{E}'' = \begin{pmatrix} r_{\parallel} A_{\parallel} \\ r_\perp A_\perp \end{pmatrix}, \quad \mathcal{E}' = \begin{pmatrix} t_{\parallel} A_{\parallel} \\ t_\perp A_\perp \end{pmatrix}$$

sólo $r_{\parallel}$ cambia signo!

$n < n'$ → reflexión externa, $\varepsilon > \varepsilon'$
vacío , decrecientes todas



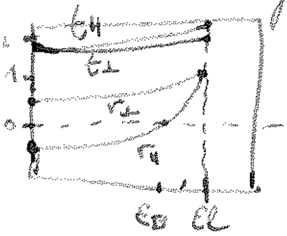
$t_{\parallel,\perp}(\pi/2) = 0$, $t_{\parallel,\perp}(0) = \frac{2n}{n+n'}$

$r_{\parallel,\perp}(\pi/2) = -1$, $r_\perp(0) = \frac{n-n'}{n+n'} < 0$

$= -r_{\parallel}(0)$

$r_{\parallel}(\varepsilon_B) = 0$
↓
$\tan\varepsilon_B = \frac{n'}{n}$
↓
luz reflejada $P\perp$ sólo
si $A_\perp = 0$ → no hay reflexión

$n > n'$ → reflexión interna → $\exists\, \varepsilon_\ell = \operatorname{asin}\frac{n'}{n}$, $n > n'$
crecientes todas



$r_\perp(0) > 0 = \frac{n-n'}{n+n'} = -r_{\parallel}(0)$

$r_\perp(\varepsilon_\ell) = r_{\parallel}(\varepsilon_\ell) = 1$

$t_\perp(\varepsilon_\ell) = 2$, $t_{\parallel}(\varepsilon_\ell) = 2\frac{n}{n'} > 2$

$\mathcal{E}_{\parallel}$, $r_{\parallel}$, $r_\perp$ → cambio elipse α, ψ
→ si $\varepsilon < \varepsilon_B$ desfase π (−1)
cambio poco nítido

$\varepsilon > \varepsilon_\ell \to k_z' = n' k_0 \sqrt{\sin^2\varepsilon_\ell - \sin^2\varepsilon} \to k_z' = -iK$

$\vec{E} = \vec{E}_0'\, e^{-i k_t' \vec{r}_t} \cdot e^{-Kz}$ → Onda evanescente $\quad k_z'^2 = (k_0 n')^2 - (k_t)^2$, $k_t = n k_0 \sin\varepsilon$

reflexión total interna frustrada $\quad \ell_p = \frac{1}{K}$ → Longitud de penetración

↳ $\cos\varepsilon' = -\frac{iK}{n' k_0}$ $\quad \frac{K}{n' k_0} = \sqrt{\sin^2\varepsilon - \sin^2\varepsilon_\ell}$ → $r_{\parallel,\perp} = \frac{c + id}{c - id}$ $\quad |r_{\parallel,\perp}| = 1$

→ desfase relativo δ: $\delta = \delta_\perp - \delta_{\parallel}$, $2\varphi_{\parallel\perp} = \delta_{\parallel\perp} = 2 \cdot \operatorname{atan}\frac{d}{c}$

$$\tan\frac{\delta}{2} = -\frac{\cos\varepsilon\sqrt{\sin^2\varepsilon - (n'/n)^2}}{\sin^2\varepsilon}$$

$\delta \in [0, \pi)$

Análisis energético

$\hat{k} = \hat{n}$

$\langle |\vec{S}_p| \rangle = \frac{n \varepsilon_0 c}{2} |E_0|^2$

$I_N = \langle |\vec{S}_p \cdot \hat{k}| \rangle = I \cos \varepsilon$

$I_N' = \langle |\vec{S}_p' \cdot \hat{k}'| \rangle = I' \cos \varepsilon'$

$I_N'' = \langle |\vec{S}_p'' \cdot \hat{k}| \rangle = I'' \cos \varepsilon$

$I_N = I_N'' + I_N'$

Factor de reflexión ≡ reflectancia:

$A_0 = E_0$

$$R = \frac{I_N'' \cancel{S}}{I_N \cancel{S}} = \frac{I_N''}{I_N} = \frac{I''}{I} = \frac{|A_0''|^2}{|A_0|^2}$$

Factor de transmisión ≡ transmitancia $\Big\}$ $R + T = 1$

$$T = \frac{I_N'}{I_N} = \frac{I' \cos \varepsilon'}{I \cos \varepsilon} = \frac{|A_0'|^2}{|A_0|^2} \cdot \frac{\cos \varepsilon'}{\cos \varepsilon}$$

S_p

Relación coefic. Fresnel:

Caso ⊥

$$T_\perp = \frac{n' \cos \varepsilon'}{n \cos \varepsilon} \cdot t_\perp^2 \qquad R_\perp = r_\perp^2$$

$$\frac{I_{N \perp, \parallel}'}{I_{N \perp, \parallel}} = \frac{n' \frac{\varepsilon_0 c}{2} \cdot |A_{\perp, \parallel}'|^2}{n \frac{\varepsilon_0 c}{2} |A_{\perp, \parallel}|^2} = \frac{n'}{n} t_{\perp, \parallel}^2$$

Caso ∥

$$T_\parallel = \frac{n'}{n} \cdot \frac{\cos \varepsilon'}{\cos \varepsilon} \cdot t_\parallel^2 \qquad R_\parallel = r_\parallel^2$$

$$\left.\begin{aligned} R_\perp + T_\perp &= 1 \\ R_\parallel + T_\parallel &= 1 \end{aligned}\right.$$

Incidencia normal:

$$R = R_\parallel = R_\perp = \left(\frac{n' - n}{n' + n}\right)^2$$

$$T = T_\parallel = T_\perp = \frac{4nn'}{(n' + n)^2}$$