

Trabajos Tutelados de Física Cuántica 2009-2010

BOLETÍN 1: ORÍGENES DE LA FÍSICA CUÁNTICA

Cuestión 1. 1

Demostrar las siguientes equivalencias entre unidades

$$\begin{aligned}1 \text{ s} &= 1.519 \cdot 10^{21} \text{ MeV}^{-1} \\1 \text{ fm} &= 5.068 \cdot 10^{-3} \text{ MeV}^{-1}\end{aligned}$$

Cuestión 1. 2

Si $a_0 = 0.52918 \cdot 10^{-8}$ cm, calcule la masa de l'electró en MeV. Calcular la masa del protón en MeV.

Cuestión 1. 3

Completar las siguientes expresiones con las \hbar y c necesarias (e es la carga del electrón en el sistema CGS).

- a) $\lambda = m^{-1}$ $[\lambda] = L$
- b) $\sigma = 4\pi \frac{e^2}{m^2 v}$ $[\sigma] = L^2$
- c) $E = \sqrt{p^2 + m^2}$
- d) $\Psi = A e^{i(px-Et)}$ $[\Psi] = [A]$

Cuestión 1. 4

Calcular cuántos fotones por segundo emite una bombilla de 100 W. La longitud de onda visible es $\lambda \sim 6000 \text{ \AA}$.

Cuestión 1. 5

Un paquete de electrones es acelerado mediante una diferencia de potencial de 50 000 V y posteriormente lanzado contra una placa de plomo para producir rayos X por bremsstrahlung. Determinar la longitud de onda mínima de los rayos X que se puede obtener con este montaje. ¿Es posible que esta radiación produzca un par electrón - positrón en presencia de materia?

Cuestión 1. 6

Una bala de 40 g viaja a la velocidad del sonido. ¿Qué longitud de onda se le puede asociar? ¿Por qué no se revela la naturaleza ondulatoria de la bala con efectos de difracción? Hacer los mismos cálculos para:

- a) la misma bala moviéndose a $0.99 c$.
- b) un neutrón térmico.
- c) un electrón en el experimento de Davisson-Germer (difracción de electrones en nuestro laboratorio $V \leq 7 \text{ kV}$).

Cuestión 1. 7

En mecánica relativista la energía total y el momento de una partícula vienen dados por $E = \gamma mc^2$ y $p = \gamma mv$. Deducir la igualdad entre la velocidad de las partículas y la velocidad de grupo de la onda asociada de De Broglie. Calcular la velocidad de fase,

- a) demostrar que es superior a c .
- b) demostrar que el producto de la velocidad de fase por la velocidad de grupo es c^2 .

MURIA RIVS

IFIC B-6-3

L, M, X 10-12

Fuencitica 1º expeñis luego teorí

hacer problemas xa q meñte, asigna problemas xa hacer

Alvaro de Ríjula - confere LHC 1 nov.

+ hacer teorí

Unidad natural

[E] → MeV → todo E²

ħ = 6,58 · 10⁻²² MeV·s

ħ, c = 1

1 fm = 10⁻¹⁵ m

ħ, c → cm·g·s

1 erg = 0,624 · 10⁶ MeV ·, en general da =, - la carga eléctrica

F_{cg} = g²/r²

[A]_{CGS} = [A]_{CGS} ħ^x · c^y = [E_{MeV}]^z = [A]_{SI}

F_{si} = k q_{si}²/r²

= M^α L^β T^γ (ML²T⁻¹)^x · (LT⁻¹)^y = (ML²T⁻²)^z ← Resolver sistema

x = -β - γ

y = 2α - β

z = α - β - γ

m_p = 1,67 · 10⁻²⁴ g

→ te da energía en esas unidades

1.1.

a) 1s ⇒ α = 0, β = 0, γ = 1 → x = -1

y = 0

z = -1

1s/ħ = 1,519 · 10²¹ MeV ✓

b) 1 fm ⇒ α = 0, β = 1, γ = 0 → x = -1, y = 1, z = 2 - 1

1 fm / ħc = (1 · 10⁻¹⁵ m) / (3 · 10⁸ m/s · 6,58 · 10⁻²² MeV·s) = 5,067 · 10⁻³ MeV⁻¹

1.2.

α = 1, β = 0, γ = 0 → x = 0, y = 2, z = 1

[m_p] = $\frac{ML}{T^2}$ =

1 erg = 0,624 · 10⁶ MeV

III

1 kg = 1 kg · c³ = 9 · 10¹⁶ MeV

m_p = 1,6 · 10⁻²⁷ kg · (3 · 10⁸ m/s)³ / 1,6 · 10¹⁰ c = 938 MeV
o = 1,67 · 10⁻²⁴ g · (3 · 10¹⁰ cm/s)² · 0,6 · 10⁶ MeV/erg = 938 MeV

1.3.

a) $L^2 = M^{-2} L^{-1} T \cdot \frac{1}{h^x} c^y$
 $\cdot M^x L^y T^{-x}$
 $= M^{-2+x} L^{-1+y} T^{1-x} \cdot c^y = M^{-2+x} L^{-1+y} T^{1-x} \cdot (L T^{-1})^y = (L^{y-1} T^{1-x-y}) \cdot M^{-2+x}$
 $\frac{4}{h^2} = \frac{4 \pi^2 e^2 \hbar}{m^2 v c^2}$
 $[g^2] = M L^3 T^{-2}$

b) $L = M^{-1} \cdot M L^2 T^{-1} \cdot c^y = L^2 T^{-1} \cdot T$
 $\rightarrow m^{-1} \cdot \hbar \cdot c^{-1} = \frac{h}{mc}$

c) $\sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$
 $M L^2 T^{-2} = M L T^{-1} \cdot L T^{-1} \cdot M \frac{L^2 T^{-2}}{L^2}$

d) $\psi = A \cdot e^{i(px - Et)/\hbar}$
 $(M L T^{-1} - M L^2 T^{-1}) \cdot \hbar^{-1}$
 → dimensional

1.4.

$I = 100W = 100J/s$
 $\lambda = 600nm \rightarrow E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = 3,31 \cdot 10^{-19} J$
 $n \cdot E = I \rightarrow n = \frac{I}{h\nu} = 3,0194 \cdot 10^{20} \text{ fotones/s}$

1.5.

$\Delta V = 50.000V$
 $E = 50keV = 0,05MeV \approx \frac{p^2}{2m}$
 $\lambda_{min} = \frac{h}{\sqrt{2m \cdot 0,05MeV}}$
 $\lambda_{max} = \frac{hc}{E} = 2,48475 \cdot 10^{-11} m = 0,25 \text{ \AA}$
 $E_{max} = E_{min} = E = 0,05MeV$
 $E_{e^+} + E_{e^-} = 0,511 \cdot 2 = 1,022 MeV$

1/5/11

naturales?

17

1.6)

$m = 40g \quad v_0 = 340 \text{ m/s}$

$\lambda = \frac{h}{p} = 4,87 \cdot 10^{-35} \text{ m} \ll d_0$

a)

$E = \gamma m c^2 = 3,161238 \text{ MeV}$

$p = \gamma m v = \gamma m \cdot 0,99c = \frac{1,125 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 0,99 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2,596} = 0,28 \text{ e}$

$\lambda = 7,9 \cdot 10^{-42} \text{ m}$

$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p} = 3,458 \cdot 10^{-43} \text{ m} = 0,35 \text{ pm}$

b)

$E_{\text{kin}} \approx k_B \cdot T = 4,116 \cdot 10^{-21} \text{ J} = 0,03 \text{ eV} \ll 938 \text{ MeV}$

$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}} = \frac{2\pi\hbar c}{\sqrt{2mE}} = 1,785 \cdot 10^{-10} \text{ m} = \frac{2^2}{2m} p = 1,8 \text{ \AA}$

c)

$E = 7 \text{ keV} \ll 511 \text{ keV}$

$p = \sqrt{2mE}$

$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar c}{p} = 1,47 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 0,15 \text{ \AA}$

5 problemas
dica!

se ven círculo

λ

x q
no < v?
v = 1 m/s

x por estruturas
grafito
pico E
luz no
Markis

1.7. Partícula relativista $E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$

Deducir la v_g de la onda asociada de de Broglie y la velocidad clásica de la partícula.

Calcular la v_g .

- a) Demostrar que $v_g \geq c$
- b) Demostrar que $v_g v_p = c^2$

$$E = \hbar \omega \Rightarrow v_g = \frac{d\omega}{dk} \quad v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{E}{p}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$\omega(k) \quad \lambda = \frac{2\pi \hbar}{p} \quad p = \hbar k =$$

$$p^2 c^2 + m^2 c^4 = \hbar^2 \omega^2$$

$$\frac{\hbar^2 \omega^2}{c^2} - m^2 c^2 = \frac{\hbar^2 \omega^2}{c^2}$$

$$\omega^2 = \frac{c^2}{\hbar^2} (k^2 + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2}) \rightarrow v_g = c \sqrt{1 + \frac{m^2 c^2}{k^2 \hbar^2}}$$

$$v_g = \frac{c/2}{\sqrt{1 + \frac{m^2 c^2}{k^2 \hbar^2}}} \quad v_p = \frac{kc}{\sqrt{k^2 + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2}}} = \frac{c}{\sqrt{1 + \frac{m^2 c^2}{k^2 \hbar^2}}} \quad v_g v_p = c^2$$

$$E = \gamma m c^2 = \frac{m c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \gamma = \frac{E}{m c^2} \Rightarrow \left(\frac{m c^2}{E}\right)^2 = 1 - \frac{v^2}{c^2}$$

$$p = \gamma m v$$

$$v^2 = c^2 \left(1 - \frac{m c^2}{E}\right)^2$$

$$v = c \sqrt{1 - \frac{m c^2}{E}} \rightarrow v_g = c \sqrt{1 - \frac{m c^2}{E}}$$

$$v = \frac{pc^2}{E} = \frac{p}{\frac{E}{c}} = \frac{kc}{\sqrt{k^2 + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2}}} = v_g \quad v_p = \frac{pc}{\hbar \omega}$$

v. transmisión señal = v_g 3. $m \neq 0 \rightarrow v \neq c = v_g = v_p$
 v no velocidad física