



$$V(\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma) = \vec{V}$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 \rightarrow \text{Cosenos directores}$$

$$\vec{u}_0 = \frac{\vec{V}}{|\vec{V}|}$$

$$PE \quad \vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cdot \cos(\angle A, B) = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \quad ij=0$$

$$\cos(\angle A, B) = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$$

$$PV \quad \vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \quad |\vec{A} \wedge \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \cdot \text{sen}(\angle A, B) \quad (\text{área sup.})$$

$$D \quad \frac{d\vec{V}}{dt} = \left(\frac{dV_x}{dt}, \frac{dV_y}{dt}, \frac{dV_z}{dt} \right)$$

$$I \quad \int a(t) dt = (\quad , \quad , \quad)$$

Circula

$$C = \int_a^b \vec{V} \cdot d\vec{r} = \int_a^b (V_x dx + V_y dy + V_z dz)$$

Flujo

$$\phi = \int_S \vec{V} \cdot d\vec{S} = \int_S (V_x ds_x + V_y ds_y + V_z ds_z)$$

$$\vec{F} = A \cdot \vec{E}$$

Nabla

$$\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

Gradiente: $\vec{\nabla} f$

Divergencia: $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$

Rotacional: $\vec{\nabla} \wedge \vec{F}$

T. de Gauss

$$\phi = \oint_S \vec{F} \cdot d\vec{S} = \int_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{F}) \cdot dV$$

T. de Stokes

$$C = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_S (\vec{\nabla} \wedge \vec{F}) \cdot d\vec{S}$$

$$C. \text{ Gauss } \oint \vec{F} \cdot d\vec{V} = 0$$

si irrotacional

POLARES

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$\theta = \arctg \frac{y}{x}$$

$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$u_r = \cos \theta \vec{i} + \sin \theta \vec{j}$$

$$u_\theta = -\sin \theta \vec{i} + \cos \theta \vec{j}$$

VELOCIDAD

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dr}{dt} \vec{u}_r + r \frac{d\theta}{dt} \vec{u}_\theta = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt} \right)$$

ACELERACIÓN

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \left(\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}, \frac{d^2z}{dt^2} \right)$$

$$a_\theta = 0 \rightarrow \vec{v}_\theta = d\theta$$

$$r = \vec{v}_\theta t + r_0$$

$$\vec{v} = d\theta$$

$$\vec{r} = \frac{1}{2} a t^2 + \vec{v}_0 t + \vec{r}_0 \quad (\vec{v}_0 = d\theta \cdot r_0)$$

TRIEDRO DE FRENET

$$\vec{v} = |\vec{v}| \cdot \vec{t}$$

$$\frac{d\vec{v}}{ds} = \frac{1}{\rho} \rightarrow \frac{1}{\rho} \cdot \vec{n} = \frac{d\vec{t}}{ds} \rightarrow \vec{n} = \rho \cdot \frac{d\vec{t}}{ds}$$

$$\vec{b} = \vec{t} \wedge \vec{n}$$

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} \left(\sin \theta \right) \frac{d\theta}{ds} \rightarrow \frac{d\theta}{ds} = \frac{d\theta}{dt} \cdot \frac{dt}{ds}$$

$$\star \vec{a} = \underbrace{\frac{dv}{dt}}_{a_T} \cdot \vec{t} + \underbrace{\frac{v^2}{\rho}}_{a_N} \cdot \vec{n}$$

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} = a_T \vec{t} + a_N \vec{n}$$

= undub

MOV. CIRCULAR

$$\vec{v} = R \cdot \frac{d\theta}{dt} \vec{u}_\theta$$

$$a = -R \underbrace{\left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2}_{\omega^2} \vec{u}_r + R \underbrace{\frac{d^2\theta}{dt^2}}_{\alpha} \vec{u}_\theta$$

$$\vec{v} = R \omega \vec{u}_\theta$$

$$\vec{a} = -R \omega^2 \vec{u}_r + R \alpha \vec{u}_\theta$$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}$$

$$\vec{v}_{abs} = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_{sis}$$

$$\vec{a} = \dots$$



$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$\vec{p} = \vec{p}^i$ l. de conservación del momento (s. aislado)

$$\vec{p} = \sum_i \vec{p}_i = \text{cte}, \quad \Delta \vec{p}_1 = -\Delta \vec{p}_2 \quad (\text{interacción} \equiv \text{intercambio de mo/s})$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \rightarrow \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

L D N

1. Si un cuerpo (SRI) no interacciona con ningún otro cuerpo, permanece en reposo o se mueve con velocidad constante.

2. $\frac{\Delta p}{\Delta t} = \vec{F}$ (acción)

3. $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} \rightarrow W_A^B = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B m v dv = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\vec{p} = \vec{F} \cdot \vec{v} = \frac{W}{t}$$

$$\downarrow$$

$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow W_{AB} = \Delta E_c \rightarrow T_{ma.} \text{ de las fuerzas vivas}$

Energía

$$\int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \phi_A - \phi_B(x,y,z)$$

$$W_{AB} = E_{p(A)} - E_{p(B)} = -\Delta E_p, \quad dW = -dE_p \rightarrow W_A^B = \Delta E_c \text{ (siempre)}$$

$$= -\Delta E_p \text{ (campo de fuerza conservativo)}$$

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} E_p$$

$$\vec{F} = A \cdot \vec{E}, \quad E_p = -\int A \vec{E} \cdot d\vec{r} \Leftrightarrow \frac{E_p}{A} = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r} \text{ Potencial de campo}$$

$$V = \frac{E_p}{A} = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r} \Leftrightarrow \vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

Rozamiento

$$\vec{F}_R = \mu |\vec{N}| \leftarrow \vec{F}_R = -\mu |\vec{N}| \vec{u}_o \text{ (opuesto a m. relativo)} \quad \begin{matrix} \mu_s \\ \mu_d \end{matrix} \quad \mu_s > \mu_d$$

\rightarrow Fuerza disipativa. $\int \neq 0$ se opone a desplazamiento \rightarrow NO CONSERVATIVAS

Conservación energía

$$\Delta E_{mec} = \Delta E_{p1} + \Delta E_{p2} + \Delta E_c = \begin{matrix} 0 & \text{si no } \exists W_{nc} \\ < 0 & \text{si } \exists \end{matrix}$$

$$W_{ext} = \Delta E_c + \Delta E_p$$

(IV)

$$\sum F_{ext} = 0$$

CM

$$\vec{v}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^N m_i} = \frac{1}{M} (\sum m_i x_i, \sum m_i y_i, \sum m_i z_i) ; \vec{r}_{CM} = \frac{\int \vec{r} \cdot dm}{M}$$

$$\vec{P}_{tot} = \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i = M \cdot \vec{v}_{CM} \rightarrow F = \frac{d\vec{P}}{dt} = M \cdot \vec{a}_{CM}$$

Si F nula $\rightarrow \sum m \vec{v}_i = cte \rightarrow$ Ley de cons. del momento

\rightarrow S. de referencia CDM

$$\vec{r}_{CM} = 0, \vec{v}_{CM} = 0$$

$$\vec{u}_i = \vec{v}_i - \vec{v}_{CM} \text{ (rel. relative)}$$

Masa reducida

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad \text{+ ligere } m_1 \ll m_2$$

En cinética

$$E_c = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2 \text{ lab } \rightarrow E_{cm} = \sum \frac{1}{2} m_i u_i^2 \rightarrow E_c = E_{cm} + \frac{1}{2} M V_{CM}^2$$

$$F_{ext} = 0 \rightarrow \Delta E_c = \Delta E_{cm} \text{ (} v_{cm} \text{ cte.)}$$

Impulso

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \cdot dt = \Delta \vec{p}, \quad F_{11} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

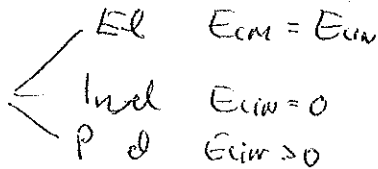
Choque

$$\text{Elast } \rightarrow E_{cm} = cte.$$

$$\rightarrow \vec{u}_a = -\vec{u}_b$$

$v_i = c + u_i$

$$E_c (\text{TRANS}) = \left[\frac{4 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \right] \cdot E_c$$



$$E_{cm} = \frac{1}{2} m v_{cm}^2 + E_{cm} \text{ rel.}$$

In elást

$$\Delta E_c = \left[\frac{m_1}{m_1 + m_2} - 1 \right] \cdot E_c = \frac{-m_2}{m_1 + m_2} \cdot E_c$$

$$V_1 = \left(1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \phi \sqrt{g l}$$

Parcialmente elást

$$c = \frac{|P_x|}{|P_x^0|} \text{ (1 en elást, } k = I \cdot a \text{ ; 0 en inelást) } k = 0 \text{ p. el } 0 < c < 1$$

$$E'_{cm} = c^2 E_{cm}$$

$$c = \frac{|v_1' - v_2'|}{|v_1^0 - v_2^0|} \text{ (signos! } (s_i = m_i))$$

(V)

v_{cm}, v_{cm}, a_{cm}
 Transl. con $\vec{p}_{llinea} + rot \rightarrow = \omega$
 todos =

In. $I = \sum m_i \cdot r_i^2 \quad \int r^2 dm \quad \star$

$E_c = \frac{1}{2} I \omega^2$

T. Steiner

$I = I_{cm} + M d^2$

Mov de una F

$\vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{F} = \vec{r} \wedge \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \star$

$\vec{M}_0 = \underline{I} \cdot \vec{\alpha} \quad (2^a \text{ L. d. N xa la transl}) \quad \star$

Mov angular

$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p} = \vec{r} \wedge m \vec{v} \quad \star$

$\sum \vec{M}_{(ext)} = \frac{d\vec{L}}{dt} \Leftrightarrow \sum \vec{F}_{(ext)} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

$\vec{L}_0 = \vec{L}_{cm} + \vec{r}_{cm} \wedge M \vec{v}_{cm} \quad (2^a \text{ tma. kening})$
Spin

$\vec{M}_{cm} = \frac{d\vec{L}_{cm}}{dt} \xleftrightarrow{\text{siempre}} \text{SRIU} \quad M_0 = \frac{dL_0}{dt}$

$\vec{L} = \underline{\underline{I}} \cdot \vec{\omega} \quad \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix}$

Cons. vel. angular

$\frac{d\vec{A}}{dt} = cte. \quad (\text{módulo cte, trayect. plana, sentido cte})$

Rodadura

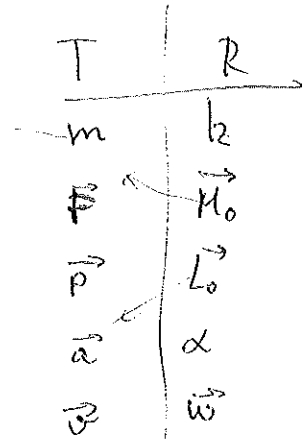
$M \quad v_p = v_{cm} + \vec{\omega} \wedge \vec{r} = 0 \quad \sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad F \cdot R = I_{cm} \cdot \alpha$

$a_{cm} = \frac{2}{3} g \sin \theta \rightarrow \text{Plano inclinado al centro}$

$F_{lig} = \frac{2}{3} m g \sin \theta \rightarrow \text{trayect. } F \leq F_{max} \leq \mu_e \cdot N \quad \text{tg } \theta \leq \mu_e$

$\vec{L} \cdot \vec{F}$ no realiza trabajo! \rightarrow no W_{ext}

$L_0 \quad \Delta E_{ct} + \Delta E_{cr} = \Delta E_p$



$a_r = a_R$
 $v = \omega R$

$F = -kx$ coef. elást. dependen de la geometría $x = -\left(\frac{1}{k}\right)F$ $\rightarrow \alpha \ll$ zona lineal

Tensión $\frac{E}{A} \propto \frac{\Delta L}{L_0}$

TRACCIÓN $\frac{\Delta L}{L_0} = \frac{F}{S} \left(\frac{1}{k}\right) \Leftrightarrow \frac{\Delta L}{L_0} = \left(\frac{S}{kL_0}\right) \frac{F}{S}$: Módulo de young $E = \frac{k \cdot L_0}{S}$

$\hookrightarrow \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{S}$ (N/m²)

D. lateral: $\frac{\Delta V}{V_0} = -\sigma \cdot \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{S} \Leftrightarrow \frac{\Delta S}{S} = -\frac{2\sigma}{E} \cdot \frac{F}{S} \Leftrightarrow \frac{\Delta V}{V} = \frac{1-2\sigma}{E} \cdot \frac{F}{S} (>0)$

$0 < \sigma < 0,5$

COMPRESIBILIDAD

$\frac{\Delta V}{V} = \frac{1-2\sigma}{E} (-3\Delta P)$ coef. de compres. isoterma $\chi = 3 \cdot \frac{1-2\sigma}{E}$

$Q = \frac{1}{\chi} = \frac{E}{3(1-2\sigma)}$ \rightarrow módulo de compresibilidad

$= -\frac{1}{Q} \Delta P$

FLEXIÓN

Extr. $s = \frac{4}{E} \frac{L^3}{bd^3} F$ Centro $s = \frac{1}{4E} \frac{L^3}{bd^3} F$ (Fibra neutra)

CIZALLA

$\alpha = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{F}{S}$ mód. elást. $\mu = \frac{E}{2(1+\sigma)}$ $\frac{\Delta V}{V} = 0$

TORSIÓN

$\beta = \frac{1}{R} \cdot M$ $M = \frac{\mu \beta r^4 \pi}{2L}$ $\Leftrightarrow R = \frac{\pi r^4}{2L} \cdot \mu$ (no dep. de α) $\mu = \frac{2CR}{\pi r^4}$

ENERGÍA

$W = \frac{kx^2}{2}$

Tracc: $W = \frac{k \Delta L^2}{2} = \frac{ES \Delta L^2}{2L_0}$

Dobl: $W = \frac{\mu S L \alpha^2}{2}$

$P = \frac{dF}{dS}$ Campo escalar

1 bar = 10^5 Pa
 1 atm = $1,013 \cdot 10^5$ Pa

$\frac{dV}{V} = -k dP \quad k = \frac{1}{\alpha}$

$P = P_0 \pm \rho g h$

Pr. de Pascal

$P_1 = P_2 = \Delta P \rightarrow$ Cualquier variac se transmite a todo el fluido

$F' = F \cdot \frac{S'}{S} \rightarrow$ prensa

Pr. de Arquimedes

$\vec{P} = \vec{E} \quad$ Pesa aparente $P' = \vec{P}_s \cdot \vec{E} = (\rho_s V_2 - \rho_c V_1) \vec{g} \cdot V$

$\vec{a} = \left(1 - \frac{\rho_c}{\rho_s}\right) \cdot \vec{g}$

$\begin{cases} = 0 \\ 0 < a < g \\ a = g \end{cases}$

T. Superf.

$\vec{F}_e = \vec{F}_c + \vec{F}_{pv}$

$dW = \sigma dS$
 coef. tens. superficial

$F_\sigma = \sigma \cdot P_c$

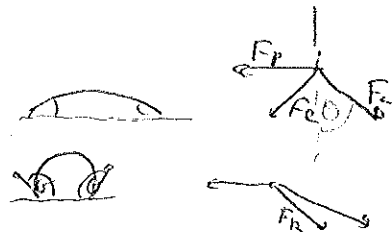
Lap de Laplace
 $\Delta P = \frac{dF}{dS} = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$

1/2/1/3

boba $\Delta P = \frac{2\sigma}{r_{boba}}$
 pompa $\Delta P = \frac{4\sigma}{r}$

Ángulo de contacto

Menisco cóncavo \rightarrow líquido mojado $\rightarrow \theta < 90^\circ$ (agua)



?

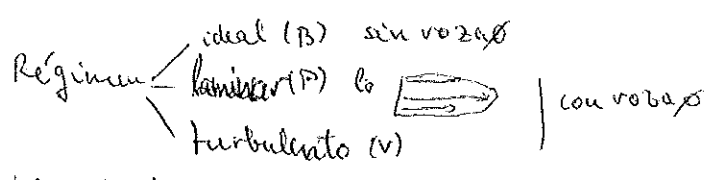
Capilaridad - ley de Jurin

$P_0 = P_c + \frac{2\sigma}{R} \Leftrightarrow \rho g h = \frac{2\sigma}{r}$

$R = r \cos \phi = r \cos \theta$ a. de cont.

$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{R \rho g}$

Fluidos estacionarios, líneas de corriente \times , tubos



$G = S \cdot v$

Fl. ideales

$\left(\frac{dv}{dt}\right)_A = \left(\frac{dv}{dt}\right)_B \rightarrow S_A V_A = S_B V_B \rightarrow S v = \text{cte.}$ (Fluidos estacionarios homogéneos)
Ecuación de continuidad (tubo de corriente)

$P_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 = \text{cte.}$ Tma. de Bernoulli (tubo corr, ideal)
 - P_1 : presión hidrostática
 - $\rho g h$: presión debida a la altura
 - $\frac{1}{2} \rho v^2$: energía cinética
 - v : la velocidad

dismin. aumento

Ej. Venturi:
P hidrostática en estrechada (= + velocidad, = nivel) disminuye

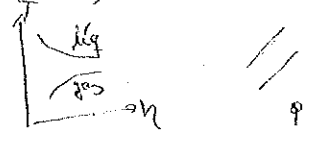
Tma. de Torricelli:
 $S_A \gg S_B \quad v_A \ll v_B$

$v_B = \sqrt{2gh}$

Viscosidad (fluidos reales en movimiento)

$\frac{F}{S} = \eta \frac{dv}{dy}$ $\frac{1}{2}$ fluidos viscosos (fl. newtonianos)
 ($\text{Pas} = 10^{\text{un}} \text{poise}$) $\eta(T, P)$

no newton $\eta(\dot{\gamma})$



Pérdida de carga

fl. reales
 v pequeña \rightarrow R. laminar / Poiseuille (estacionario)
 v grande \rightarrow R. turbulento / Venturi

$G = \text{cte} \rightarrow G = \frac{dv}{dt} = \frac{\pi R^4 (P_1 - P_2)}{8 \eta L}$ Ley de Poiseuille
 ↓ Pérdida de carga

$G_m = S \cdot v$

Número de Reynolds

$N_R = \frac{\rho R v}{\eta}$ (adimensional) $= \frac{v}{v_0} \leftrightarrow v_0 = \frac{\eta}{\rho R}$

$v < 2000 \frac{v_0}{N_R}$ R. laminar
 $N_R < 2000$
 $v > 3000 \frac{v_0}{N_R}$ R. turbulento
 $N_R > 3000$

Sedimentación

$\rho_s v_g - \rho_f v_g - kv = m \cdot a \quad v_c = v_s = \frac{v_g (\rho_s - \rho_f)}{k}$

$k = 6 \pi r \eta$ (resistencia) esféricos $\leftrightarrow v_s = \frac{2r^2 g (\rho_s - \rho_f)}{9 \eta}$

Formas de tuberías



Principio cero

- Sist. aislado alcanza estado de equilibrio q no puede abandonar espontáneamente
- $A \rightleftharpoons C$
- $B \rightleftharpoons C$ Pr. transitiva

Primer principio

$W + \Delta U (\neq 0) = Q$ \rightarrow Mecanismos de variación E_{int} \rightarrow trabajo
 \rightarrow manifestación del intercambio con el exterior

Segundo principio

Espontaneidad

\rightarrow K: XW de 1 solo foco

U: X $\eta = 1$

G: X proceso convierte calor en trabajo sin compensación

Case
 $\Delta S_{tot} = \frac{Q}{T_c} - \frac{Q}{T_h}$

T. Carnot

No $\exists \eta > \eta_c$ entre T_1 y T_2

$n_{ad}^{exp} = (P_2 V_2 - P_1 V_1) / (\gamma - 1)$

CC $dV = \alpha dT - \chi dP$

CE $P \cdot V = nRT$

CE $W = \int P dV \geq 0 \rightarrow \delta W$

CE $W + \Delta U = 0$ (ad) \parallel GE $U = \frac{3}{2} nRT$

$\neq 0$ (g.) δQ
 $W + \Delta U = Q \rightarrow \delta Q = \delta W + dU$

CC $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$ CE: $Q = m \int_{T_1}^{T_2} c_V dt$ \rightarrow calor latente

EN $H = U + PV \rightarrow dH$ (f. estado) $= dU + PdV + VdP$

$C_P = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P$ $\delta Q = dH - VdP \rightarrow$ isot. $Q = n C_P (T_2 - T_1)$

CE $\frac{C_P}{C_V} = \gamma$

GE $\Delta U = n C_V \Delta T$
 RDM $\Delta H = n C_P \Delta T$ $\left. \begin{matrix} C_P - C_V = R \\ \text{(molar)} \end{matrix} \right\}$

IP $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$

TV^(\gamma-1) = cte, PV^{\gamma} = cte, TP^(\frac{\gamma}{\gamma-1}) = cte.
 AD: PV^{\gamma} IS: PV ISO: TP^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} isOB: TV^{\gamma-1}

Tablas
 $R = 8.31$
 0.082
 1.98
 $R = \dots$
 Caloría

Real: 101.3
 Ideal: 101.87
 $\Delta T = 0.124 \text{ cal}$

$\eta_c = 1 - \frac{|Q_c|}{|Q_h|}$
 $\epsilon = \frac{Q_h W}{|Q_c| - |Q_h|} = \frac{-Q_c}{W}$ GE $\eta = 1 - \frac{T_c}{T_h}$
 $\epsilon = \frac{T_h T_c}{T_h - T_c}$
 $\frac{1}{T} = \frac{dS}{dQ}$

ENTROPIA

$\int \frac{\delta Q}{T}$ Igualdad de Clausius
 no dep. del camino $\int_A^B \frac{\delta Q}{T} = \Delta S$ (f. estado)
 $dS = \frac{\delta Q}{T}$ REV

$\int \frac{\delta Q}{T} < 0$ ΔS de Clausius
 $S_f > S_i$
 no $\Delta S_s + \Delta S_A > 0$ IRR

Ec. de Gibbs
 REV) $T ds = du + pdv$
 $\Delta S(T, V) = n C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + n R \ln \frac{V_2}{V_1}$
 (T, P) $n C_P \ln \frac{T_2}{T_1} - n R \ln \frac{P_2}{P_1}$



1. Estado

Variables termodinámicas

u de estado
" < intensivas
extensivas

2. Equilibrio Termodinámico

Estado estacionario

Eq < térmico
mecánico
químico

3. Proceso < cuasi-estáticos (q, es, ...) verd. var

Diagrama termodinámico

Sistema } Universo termodinámico
Entorno/Ambiente }

Paredes { Rígida W Sistema - Abierto E M
Móvil
Adiabática Q
Diatérmica
Impermeable M
Semipermeable

- Cerrado E
- Cerrado M

4. [PO] < Epi Trans

Temperatura < °C
T_a = T₀ si et. ; T °K = 273.15 + t °C

5. E, T, E, V=V(P,T) F.P.V.T=0 ~ gases ideales (p bajos)

Ecuad de Clapeyron

R, N_a, k

Coefficientes térmicos del sistema < dilatación isobara
dV = αdT - XdP < compresibilidad isotérmica

6. W => Δv. ext.

Ⓢ
expansion
compression

Trabajo intercambiado x sist
+ contra F_{ext}
- a favor F_{ext}

δW

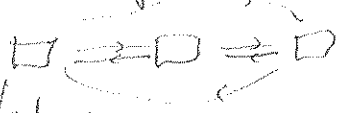
P₀ cuasi → P_{int} = P_{ext} ; W_{12} ≠ W_{21}}}

1. Waditabat no dep. de camino
(Conservativo) Mec.

Energía interna
Función de estado
Energía de estado EEE
T → Tresa EI → E

2. Calor → Ent. transferida x medios no mecánicos
Criterio signo → x un sistema a dta T del entorno
Q, U, W

3. Capacid calorífica, C_v
Cambio de fase



Calor latente
 L_f, L_v

4. Entalpía
 C_p

Calor específico
Gas ideal (no depend. de T) ...

Gas ideal	C_v	C_p	γ
Monató	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$	$\frac{5}{3}$
Diatóm	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$	$\frac{7}{5}$
...			

Relación de Mayer
[Monoatómico
Diatómico
Coeficiente adiabático

6. $u = \frac{C_p - C}{C_v - C}$ (específico a estudiar; as)
C a p, v etc. (molares?)

Judice de politropía
Procesos fundam 4
e, n

	C_e	n
Isobaro	C_p	0
Isocoro	C_v	∞
Isoterma	∞	1
Adiabático	0	γ

(insurrección)

E. Politropica en (T, V)
 (P, V)

XII Espontaneidad

Inversos, Aperto energía

Cuantitativo - Cualitativo

$X Q \rightarrow W$ en pr. útil

Focos

Mág. térmica

Rendimiento, Eficacia

7 Procesos reversible - irreversible
(sin violar) (violar)

Ciclo Carnot

Trabajo,
Rendimiento

Teorema Carnot

Cero absoluto

Escaleta de $\ln T$

$U \rightarrow S$

$Q \geq 0$

$\frac{Q}{T}$ nulo

Igualdad de Clausius

Entropía, Proceso

Desigualdad de Clausius

Proceso. sist. aislado

sist. no aislado

Ecuación Gibbs (con 1^{er} y 2^o principios)

Entropía según $(F, V) / (T, P)$

Procesos \leftarrow

2^o principio

- Kelvin

- Omb

- General

TERMO

Reconocer $\left\{ \begin{array}{l} \text{at} \\ \text{cambio} \\ \text{aislado} \end{array} \right. \rightarrow$ Paredes $\begin{array}{l} m d i \\ r a i \end{array}$

$F(u) = (T^2) + 273,15 / K$

ETE
 $P \cdot V = nRT$
 $F(P, V, T) = 0$

no ideal:
 $dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P \cdot dT + \left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T \cdot dP$

$R = N_A \cdot k$
 $= 8,317 J/Kmol = 2 cal/molK = 0,002 cal/molK$
 $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} part/mol$

$\frac{dV}{V} = \alpha \cdot dT$ \rightarrow coef. de dilata. cubica a presion cte.
 (coef. de dilata. isobara)
 (coef. T. de volumen sistema)

$\frac{dV}{V} = -\chi \cdot dP$ \rightarrow coef. de compresibilidad isoterma

$dU = \alpha V \cdot dT - \chi V dP$
 E.T.E

W \rightarrow varid. var. extens. (PVT \rightarrow V)

$W_{12} = \int P_{ext} \cdot dV \rightarrow \delta W$

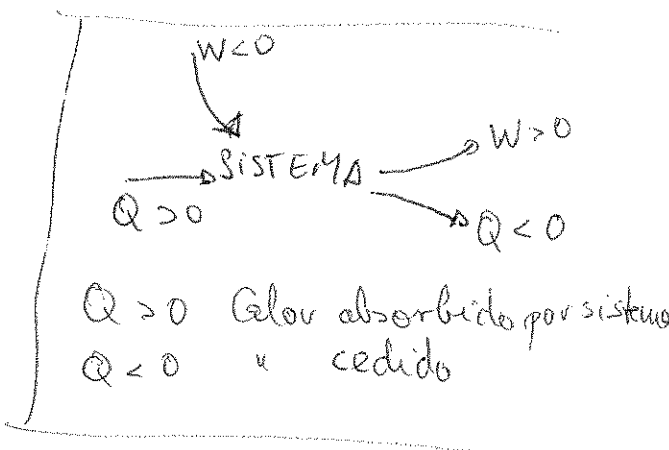
EXP: $V_2 > V_1 \rightarrow W > 0$ (contra. f. ext.)
 COMP: $V_2 < V_1 \rightarrow W < 0$ (a favor. ext.)

P cte $\rightarrow W = (V_2 - V_1) \cdot P_{ext}$

conocer P(V) si P no es cte. (dif. cil)
 Quasi-estatic:
 $P_{ext} = P_{int}$
 $w = \int_1^2 P \cdot dV \rightarrow$ resolver si se sabe el camino libre de él)

W adiabatico no dep. del camino seguido \rightarrow funcion. del punto
 $W_{12} = \phi_1 - \phi_2 = \Delta \phi \rightarrow E_{pot} = -\phi$ (con F conserv.)

Funcion. de En-interna F. de estado solo ΔU
 $W_{12} = -\Delta U = U_1 - U_2$
 $W + \Delta U = 0$
 $U = U(P, V, T)$
 $U = \frac{3}{2} nRT$
 gas ideal



Q > 0 Calor absorbido por sistema
 Q < 0 " cedido

En ciclo $\rightarrow \Delta U = 0$

no conv. $Q = \delta W + dU$
 intercambio de calor y trabajo
 exacta de. en cualquier proceso
 (cuasi-estatic) $= dU + p \cdot dV = i.e.?$

$(\delta Q = C \cdot dT)_{is}$ (Cap. calorif.)
 $(\delta Q) = C_v \cdot dT$ proceso V cte.
 $(\delta Q) = C_p \cdot dT \rightarrow$ P cte

$dU = \frac{\partial U}{\partial V} dV + \frac{\partial U}{\partial T} dT$
 $\delta Q = p dV + C_v dT \leftrightarrow C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$
 n. varid. ul. con T

$Q = m \cdot L$
 $L_f = 80 cal/g$
 $L_{vap} = 540 cal/g$

① Entalpía \sim (molar)

$$H = U + P \cdot V$$

$$dH = dU + P \cdot dV + V \cdot dP$$

$$\Rightarrow \delta Q + V dP$$

$$\delta Q = dH - V dP$$

$$\rightarrow \text{Pote} \rightarrow (\delta Q)_P = dH \rightarrow Q_p = \Delta H = H_2 - H_1$$

$$(\delta Q)_P = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P \cdot dT \rightarrow dP=0 \quad \left[\delta Q = \left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P dT - V dP \right]$$

$$\sim \left[C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P \right] \approx C \rightarrow \Delta f. \text{ de estado entalpía con } T \rightarrow G \Delta U$$

⑤ C. específicos

$$C_p = \frac{1}{m} \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P \rightarrow C_v = \frac{1}{m} \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$$

$$C_m = \frac{C}{m} \quad \text{molar}$$

$$U = \int m c_v dT$$

$$H = \int m c_p dT$$

gas ideal \rightarrow cualquier proceso f. estado, $du = v \cdot dP$

$$\Delta U = m c_v \Delta T$$

$$\Delta H = m c_p \Delta T$$

Unidad de calor
de calor
m. $\Delta U = m c_v \Delta T$

$$\rightarrow \Delta H = \Delta U + \Delta(P \cdot V) \rightarrow m c_p \Delta T = m c_v \Delta T + \Delta(PV) \rightarrow E.T.E$$

$$L_0 m c_p \Delta T = m c_v \Delta T + n R \Delta T$$

$$L_0 m c_p = m c_v + n R$$

$$C_p - C_v = R$$

C. molar gas ideal

$$C_p > C_v > 0$$

$$C_p \geq R$$

$$C_p - C_v = \frac{nR}{m} \Rightarrow \frac{R}{M}$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

⑥ Pr. termodinámicos

índice de politropía	C	n
Procesos en f. Joule	Isóbaro C_p	0
	Isócoro C_v	∞
	Isotermo ∞	1
	Adiabático 0	γ

proceso $T V^{n-1} = \text{cte.} \rightarrow E.T.E$

calor $P \left(\frac{n-1}{n}\right) = \text{cte}$

molar $P V^n = \text{cte}$

expresiones de los procesos

Los cambios de politropía con E.T.E.

Proceso isobárico (establece una línea sobre la presión!) ^{siempre}

$$nRT \cdot V^{-1} = cte$$

$$\frac{V}{T} = cte$$

isocoro

$$TP^{-1} = \frac{V}{P} = cte \rightarrow \frac{P}{T} = cte = \frac{P}{P} = cte$$

isotermo

$$P \cdot V = cte$$

$$P \cdot V^{\gamma} = cte$$

En diagrama:

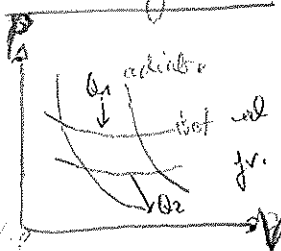
adiabático

$$P \cdot V^{\gamma} = cte$$

$$TV^{\gamma-1}$$

$$TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

En diagrama:



$P \cdot V = cte$
 $V \cdot T^{\gamma} = cte$
solo se cortan en 1 punto

Caerá ciclo

XII Espontaneidad

Inversos, aporte energía

sentido de evolución

Cuantitativo - Calentamiento

2º principio - Kelvin

Focos

Máquina térmica - frigorífica

Rendimiento, ~~energía~~ eficacia

Ciclo Carnot

$$W_T = |Q_{cal}^{in}| - |Q_{fr}^{out}|$$

$$\eta = \frac{|Q_{cal}^{in}| - |Q_{fr}^{out}|}{|Q_{cal}^{in}|} = 1 - \frac{|Q_{fr}^{out}|}{|Q_{cal}^{in}|}$$

gas ideal: $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

Inverso $\rightarrow \epsilon = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$

$$\frac{|Q_2|}{|Q_1|} = \frac{T_2}{T_1}$$

en moy 2 focos

IMP: no depende de magnitud termodinámica (energía)

$$-273,15^\circ C = 0K$$

$\begin{cases} Q_1 > 0 \rightarrow \text{absorvido de FC} \\ Q_2 < 0 \rightarrow \text{cedido a FF} \end{cases}$ (ciclo)
 ciclo Carnot $\frac{|Q_1|}{T_1} = \frac{|Q_2|}{T_2}$

$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$ (2 isótermas)

$\sum \frac{\delta Q_i}{T_i} = 0$ Proc. reversível
 $\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$

$\int_{(A)} \frac{\delta Q}{T} = \int_{(B)} \frac{\delta Q}{T}$

$\Delta S = \int_A^B \frac{\delta Q}{T} = S_B - S_A \rightarrow \text{F. de estado}$ / en ciclo $\Delta S = 0$
 sea o no reversível

\rightarrow Procesos reversibles:

$dQ = T dS$
 $dS = \frac{\delta Q}{T}$

T: etc integradore

$\eta < \eta_c \quad \int \delta Q < 0$

$\frac{-Q_2}{Q_1} > \frac{T_2}{T_1}$

$\delta Q < T dS \rightarrow$ si ciclo do proceso irreversible
 $S_F > S_I$ E. se conserva ou se degrada, aumenta

s. no estado irrev.

$\Delta S > 0$
 $\Delta S_{\text{si}} + \Delta S_{\text{sa}} > 0$
 \uparrow si uno aumenta
 el otro dos minúyese +

$dQ = T \cdot dS = dU + dW = dU + p dV$ Pr. rev
 irrev $\rightarrow T dS > dU + p dV$

2.1.4.3
 gas ideal:

$dS = nC_V \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V}$

$\left\| \frac{dU}{V} = \frac{dT}{T} - \frac{dP}{P} \right.$

$\Delta S(T, V) = nC_V \ln \frac{T_2}{T_1} + nR \ln \frac{V_2}{V_1}$
 $\Delta S(T, P) = nC_P \ln \frac{T_2}{T_1} - nR \ln \frac{P_2}{P_1}$

$q \rightarrow E$

$Q = N \cdot e$

$e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$

$F = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \vec{r}$ Ley de Coulomb.

$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$
Superposición $\sum \vec{F}_i = \sum \vec{E}_i$ (ya no ~)
 $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} C^2/Nm^2$
 $k = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$

$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{R}_i}{R_i^3} = \frac{kq}{R^2} \left(\frac{N}{C}\right)$ *

C. puntuales:

$\vec{F}_{12} = q_1 \vec{E} = k \frac{q_1 q_2}{R^2} \vec{u} = -\vec{F}_{21}$

C. continua

$E = k \int \frac{dq}{R^3} \cdot \vec{R}$ *

$\phi = \vec{E} \cdot \vec{A}$: Flujo de c. eléc. a través superficie *

T. Gauss (vál. xa cualquier distr. de carga)

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$, $d\vec{A}$ hacia el exterior *

↓
ÍB. de las ex. líneas a la superficie no entran y salen...

• $\vec{E} \parallel d\vec{A}$
LS

• E etc. en β^1

$E_p = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ (c. uniforme) || $-E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$, $V = -\frac{\sigma z}{\epsilon_0}$ *

$E_u = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{r}$

Potencial

$\int \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$

$\Delta U_{AB} = -W_{AB} = -\int_A^B q_0 \cdot \vec{E} \cdot d\vec{l}$

$U \geq 0 \Rightarrow W$ xa acercarse / xa alejarse (s. ligado)

$\Delta V_{A/B} = \frac{\Delta U_{AB}}{q_0} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \left(\frac{V}{C} = V\right)$ $\rightarrow \frac{Q}{C} / \left(\frac{Q}{C}\right)$

$E \neq V$ J. Faraday *

$\Delta V_{A/B} = kq \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$, $V(r) = \frac{kq}{r}$ \rightarrow f. escalar p.e. puntual en los puntos
indep. del camino
↳ Continuidad
signo según Q

$\vec{E} = -\text{grad} V = -\vec{\nabla} V$ *

Condensadores:

Paralelo: $Q = Q_1 + Q_2 \dots$

$C_{eq} = C_1 + C_2$

Serie: $Q_1 = Q_2 = \dots$

$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \dots$

Capacidad $C = \frac{Q}{V}$

$C = \frac{Q}{(V_c - V_d) \cdot \frac{Q}{\epsilon_0 d}} = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{A \cdot \epsilon_0}{d}$

$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QV$

esfera $\rightarrow C = 4\pi\epsilon_0 R$

$U_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$

*

$I = \frac{dq}{dt} \quad (1A = 1 \frac{C}{s})$

+ → -

$\frac{I}{A} = n q \frac{A v_d}{A} \quad J$

$J = \sigma \cdot E$ α. de Ohm microscópica (materiales homogéneos a T)
conductividad (Ω⁻¹ m⁻¹: Siemen)

$V = RI$

$R = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{\Delta l}{A} = \rho \frac{\Delta l}{A} \equiv$ resistencia (Ω = V/A)

$\rho = \frac{1}{\sigma}$: resistividad (Ωm)

$xy \cdot 10^z \pm \%$

R en serie (izquierda) en paralelo

$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots \quad \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \dots$

Energía

$\Delta U = \Delta(q \cdot V)$

$V = (V_A - V_B) \rightarrow$ caída de potencial

$\Delta Q \cdot \Delta V = - \Delta Q V$ (pérdida)

$\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \cdot V = I \cdot V = I^2 R = \frac{V^2}{R}$ (Efecto Joule) (sin no kvorkin)

Batería / fem $\mathcal{E} \equiv$ trabajo/unid de carga
mantiene ΔV etc.

$\rightarrow P_{\text{real}} = \mathcal{E}I - I^2 r$

R. KIRCHOFF

1. $\vec{I}_1 = \vec{I}_2 + \vec{I}_3$

2. Malla: camino cerrado dentro del circuito

$\sum \Delta V = 0$

$a \rightarrow b \quad V_a - V_b = IR$

$b \rightarrow a \quad V_b - V_a = -IR$

$a \rightarrow \theta \quad V_a - V_b = -\mathcal{E}$

$\theta \rightarrow a \quad V_a - V_b = \mathcal{E}$

- Dibujar
- Elegir
- Reemplazar
- Aplicar regla a todos los nodos - 1
- " " a todas las independientes
- Sist. de ecuac.
- Resolver + comprobar con Balance de potencias
- Desreemplazar

$\sum \mathcal{E}_i I_i = \sum I_j^2 R_j$

(19)

\vec{v} en mov $\vec{v} \times \vec{B}$
 \vec{I} ?

$$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad \text{R.m. de la (toruillo)}$$

$$\vec{F} \text{ Lorentz: } \vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} + q \vec{E} \rightarrow \text{no depende de } v!$$

$$[\vec{B}] = \frac{N}{Cm/s} = \frac{N}{Am} = \text{tesla [T]} \quad (1 \text{ Gauss} = 10^{-4} T)$$

$$\vec{F} = (q \vec{v} \times \vec{B}) \cdot n \cdot A \cdot l = B I l$$

$$\vec{F} = \int \vec{I} \cdot d\vec{l} \times \vec{B} \leftrightarrow \vec{F} = I \int d\vec{l} \times \vec{B} \quad \star$$

Mov

$$\omega = \frac{qB}{m}, \quad T = \frac{2\pi m}{qB} \quad (B \text{ uniforme})$$

$$v = \frac{E}{B}$$

$$\frac{q}{m} = \frac{E}{r \rho_0 B} \quad \text{Thomson}$$

Mod

$$\tau = \pm \Delta B$$

+

L. de B y S

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot d\vec{l} \times \vec{R}}{R^3} \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A } \left(\frac{N}{A^2} \right)$$

★

$$\leftrightarrow dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{R^2} \cdot \vec{R}$$

(Corrientes estacionarias, campo magnetostático)

$$\text{espira } \vec{B} = \frac{\mu_0 I R}{2a^3} \quad \text{solenoide } \vec{B} = \mu_0 n I \cdot \vec{k}$$

$$\text{hilo indefinido: } \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_\phi \propto \frac{1}{r} \quad B = \frac{\mu_0}{4\pi r} (\sin \theta_1 + \sin \theta_2) \vec{k}$$

L. de Ampere

μ_0 mod.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I_{enc} \rightarrow \text{Inte } q \text{ atraviesa (cualquier) superficie cuyo contorno es el camino cerrado} \quad \star$$

o cualquier campo y camino magnetostático

Tit

Flujo magnético:

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A} \propto N^2 \text{ líneas} \quad \star$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad \text{SIEMPRE}$$

o siempre!

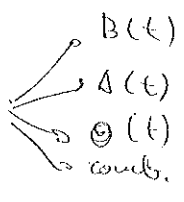
$\frac{d\Phi_m}{dt} \rightarrow \mathcal{E} \parallel \mathcal{E}_i$
 $\rightarrow \mathcal{E}$

Ley de Faraday:

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi_m}{dt} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A} = - \frac{d}{dt} \int_S B \cdot dA \cdot \cos\theta$$

ley de Lenz

$dA \rightarrow$ mismo sentido que B !



$$\mathcal{E}_i = \frac{-I_0 \omega \sin \omega t}{E_{max}}, \quad \mathcal{E} = \frac{\phi_0 \sin \omega t}{E_{max}}$$

$$\mathcal{E}_{int} = \frac{Blx}{l} = Blv \rightarrow I_{ind} = \frac{Blv}{R} \rightarrow F = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

Corriente alterna

$$\Phi = N \cdot B \cdot A = NBA \cos \omega t \rightarrow \mathcal{E}_i = \frac{NB\omega A \sin \omega t}{E_{max}}$$

ℰ. eléctrico inducido

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Autoinducción

$$\Phi \sim I, \quad \Phi = L \cdot I$$

$$\mathcal{E} = -L \cdot \frac{dI}{dt} \rightarrow \Phi = N \left(\mu_0 \frac{N}{l} I \right) A$$

$$L_{sol} = \mu_0 n^2 A l$$

Energía magnética

$$I_{ind} \ni$$
 Pila en sect. contrario

$$\mathcal{E}_o \cdot I = I^2 R + L I \frac{dI}{dt}$$

$$\frac{dU_m}{dt} = LI \frac{dI}{dt} \Rightarrow \int dU_m = \frac{1}{2} LI^2$$

solenoides infinito $U_m = \frac{B^2 A l}{2\mu_0} \rightarrow u_m = \frac{B^2}{2\mu_0} \rightarrow$ Densidad de energía magnética.

Corriente de desplazamiento: (Condensadores)

$$I_d = \epsilon_0 \cdot \frac{d\Phi_e}{dt} \Rightarrow \Phi_e = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I + I_d) = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt} \rightarrow$$
 genera I que genera B

Ecuas de Maxwell

- $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow$ T. de Gauss (conserv. \mathcal{E} L. de Coul.)
- $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \rightarrow$ L. de Gauss en magnetismo (líneas cerradas, no monopólos)
- $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A} \rightarrow$ L. de Faraday (inducción electromagnética)
- $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$
 T. de Ampere - Maxwell (conserv. \mathcal{E} L. de B y S.)