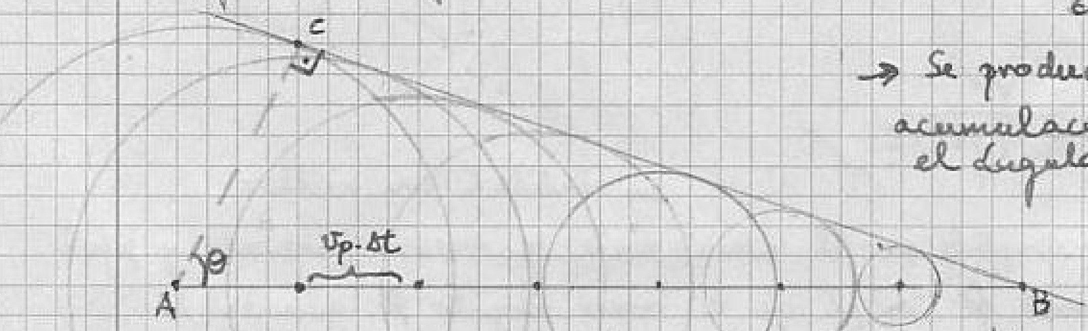
Demostraciones propuestas efecto Cherenkov.

↳ Este efectos se produce cuando una partícula cargada con velocidad $\beta = \frac{v_{part}}{c}$ supera la velocidad de la luz en dicho medio $\frac{v_{luz}}{c} = \frac{1}{n}$ con índice de refracción n. La partícula emite, por simplicidad, ondas electromagnéticas esféricas cada Δt. Por trigonometría, si dibujamos los frentes de onda tras $N\Delta t$:

En el dibujo, $N = 7$

→ Se produce onda de choque, acumulación abrupta para el ángulo de emisión Θ.



$$\cos\Theta = \frac{AC}{AB} = \frac{v_{luz}\cdot N\Delta t}{v_{part}\cdot N\Delta t}\cdot\frac{c}{c} = \frac{v_{luz}/c}{v_{part}/c} = \frac{1/n}{\beta} = \frac{1}{\beta n}$$

Por la propia definición de efecto Cherenkov, $\beta \geq \frac{1}{n}$, es decir, $\exists\ \beta_{th} = \frac{1}{n}\ /\ \forall\ \beta < \beta_{th}$ no hay radiación Cherenkov.

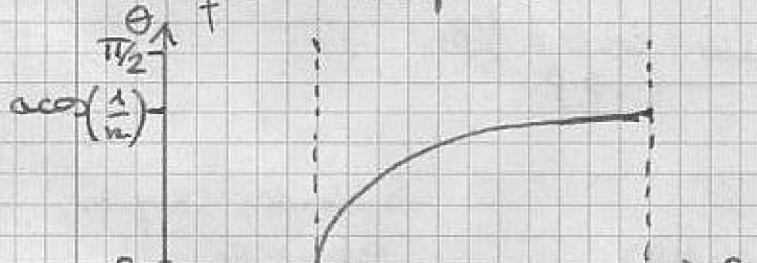
↳ $\Theta_{th} = \Theta(\beta = \beta_{th}) = 0 \qquad (\cos\Theta_{th} = \frac{1}{1} = 1)$

o bien $|\cos\Theta| \leq 1$; $\frac{1}{\beta n} \leq 1$.

Por otro lado, por la relatividad especial $\beta \leq 1$ siempre (salvo que se comprobase cierto los neutrinos superlumínicos).

→ $\beta_{max} = 1$ → $\Theta_{max} = a\cos\left(\frac{1}{1\cdot n}\right) = a\cos(1/n)$

↳ $\exists$ efecto Cerenkov para $\beta \in (\beta_{th}, \beta_{max}) = \left(\frac{1}{n}, 1\right)$ lo que corresponde a $\Theta \in (\Theta_{th}, \Theta_{max}) = \left(0, a\cos\frac{1}{n}\right)$



Si $n \to 1$: $\begin{cases}\Theta_{max} \simeq \Theta_{th} \to 0\\ \beta_{th} \simeq \beta_{max} \to 1\end{cases}$

Si $n \gg 1$ $\begin{cases}\Theta_{max} \to \pi/2\\ \beta_{th} \to 0\end{cases}$

$\boxed{D1}$ • Para gases a presión atmosférica, $n \sim 1$:

↓ 1Q1.

$$\Theta_{max} = \Theta(\beta = 1, n \sim 1) = a\cos\left(\frac{1}{n}\right) \xrightarrow[n\sim 1]{!} 0$$

$$\cos\Theta_{max} \overset{\text{Taylor}}{\simeq} 1 - \frac{\Theta_{max}^2}{2!} = \frac{1}{n}$$

↳ $$\Theta_{max} = \sqrt{2\cdot\left(1 - \frac{1}{n}\right)} = \sqrt{\frac{2(n-1)}{n}} \overset{n\sim 1}{\simeq} \sqrt{2(n-1)} \Bigg/\!\!\Bigg/$$

o bien: un truco $2 \simeq 1 + \frac{1}{n}$

$$\Theta_{max} \simeq \sqrt{\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{1}{n}\right)} = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} = \sqrt{1 - \beta_{th}^2} = \frac{1}{\gamma_{th}} \Bigg/\!\!\Bigg/ \text{c.q.d.}$$

factor de Lorentz

D2
↳ 10.2

Radiadores focalizados

↳ situados a distancia focal (f) del espejo esférico

$$\left.\begin{array}{l} \operatorname{tg}\theta_r = \frac{r}{f} \\ n\sin\theta = \sin\theta_r \end{array}\right\} \sin\theta = \frac{\sin\theta_r}{n} \longrightarrow \frac{1}{1+\frac{1}{\operatorname{tg}^2\alpha}} = \sin^2\alpha$$

$$\hookrightarrow \sin^2\theta_r = \frac{1}{1+f^2/r^2} = \frac{r^2}{f^2+r^2} \to \sin\theta_r = \frac{r}{\sqrt{f^2+r^2}}$$

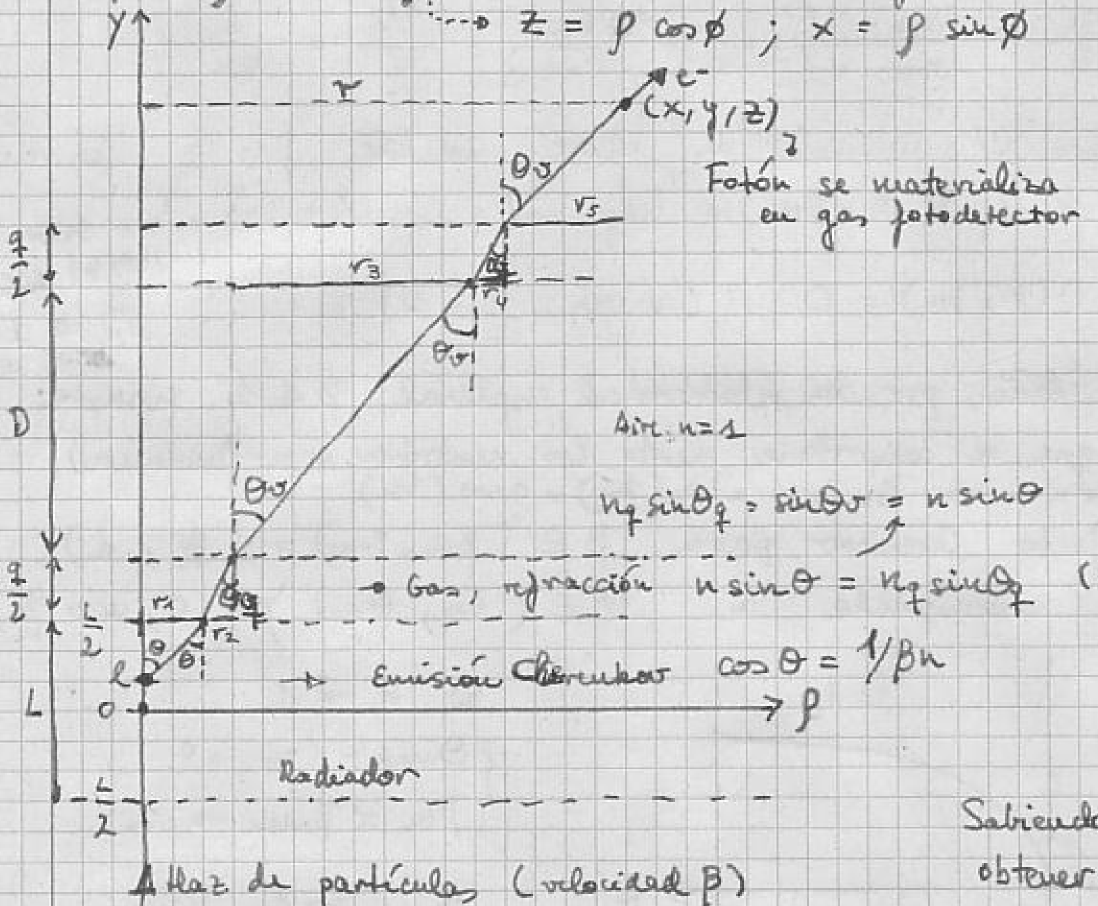
$$\hookrightarrow \sin\theta = \frac{r}{n\sqrt{f^2+r^2}}$$

D3
↳ 10.3

RICH

Dibujamos por simplificar el plano donde se mueven partícula y fotón (en realidad son anillos)
(ejes $Y\rho$, donde ρ es el eje z rotado ángulo ϕ acimutal).

$\to z = \rho\cos\phi$; $x = \rho\sin\phi$ ↳ corresponde a ρ de coordenadas cilíndricas



Sabiendo (x, y, z), obtener θ:

$$r = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5$$

$$\operatorname{tg}\theta = r_1 / \left(\frac{L}{2} - l\right) \quad ; \quad \operatorname{tg}\theta_q = \frac{r_2}{q/2} = \frac{r_4}{q/2} \quad ; \quad \operatorname{tg}\theta_v = \frac{r_3}{D}$$

$$\operatorname{tg}\theta_v = \frac{r_5}{y - D - q - \frac{L}{2}}$$

$$\Rightarrow r = \left(\frac{L}{2} - l\right)\operatorname{tg}\theta + \frac{q}{2}\operatorname{tg}\theta_q + D\operatorname{tg}\theta_v + \frac{q}{2}\operatorname{tg}\theta_q + \left(y - D - \frac{L}{2} - q\right)\operatorname{tg}\theta_v$$

$$= \left(\frac{L}{2} - l\right)\operatorname{tg}\theta + q\operatorname{tg}\theta_q + \left(y - \frac{L}{2} - q\right)\operatorname{tg}\theta_v \quad \text{con } 0 < l < \frac{L}{2}$$

Tomamos $n=\bar{n}$, $n_q=\bar{n}_q$, $\ell=\bar{\ell}=0$, y se obtiene:

$$r = \frac{L}{2}\operatorname{tg}\theta + q\operatorname{tg}\theta_q + \left(y-\frac{L}{2}-q\right)\operatorname{tg}\theta_o \quad ; \text{ con } \begin{cases} \sin\theta_q = \frac{n}{n_q}\sin\theta \\ \sin\theta_o = n\sin\theta \end{cases}$$

Usamos que $\tan^2\alpha = \dfrac{1}{\frac{1}{\sin^2\alpha}-1} = \dfrac{\sin^2\alpha}{1-\sin^2\alpha}$

$$\operatorname{tg}\theta_q = \frac{\sin\theta_q}{\sqrt{1-\sin^2\theta_q}} = \frac{\frac{n}{n_q}\sin\theta}{\sqrt{1-\left(\frac{n}{n_q}\right)^2\sin^2\theta}} = \frac{\sin\theta}{\sqrt{\left(\frac{n_q}{n}\right)^2-\sin^2\theta}}$$

$$\operatorname{tg}\theta_o = \dots = \frac{\sin\theta}{\sqrt{\left(\frac{1}{n}\right)^2-\sin^2\theta}}$$

$$\hookrightarrow r = \frac{L}{2}\operatorname{tg}\theta + \frac{q\sin\theta}{\sqrt{\left(\frac{n_q}{n}\right)^2-\sin^2\theta}} + \frac{\left(y-\frac{L}{2}-q\right)\cdot\sin\theta}{\sqrt{\frac{1}{n^2}-\sin^2\theta}}$$

Conocemos x, y, z, L, n, n_q

$\hookrightarrow$ Calculamos $r = x^2+z^2$

$\hookrightarrow$ θ: no se puede despejar $\to$ encontrar raíz numéricamente

o bien, en el límite de radiadores delgados $L\to 0$, $q\to 0$,

$$r \simeq \frac{y\sin\theta}{\sqrt{\frac{1}{n^2}-\sin^2\theta}}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{r^2}{y^2} = \frac{\sin^2\theta}{\frac{1}{n^2}-\sin^2\theta} \longrightarrow \frac{r^2}{n^2y^2} - \frac{r^2}{y^2}\sin^2\theta = \sin^2\theta$$

$$\rightarrow \sin^2\theta\left(1+\frac{r^2}{y^2}\right) = \frac{r^2}{n^2y^2} \rightarrow \sin^2\theta\left(\frac{\overbrace{y^2+r^2}^{d^2}}{y^2}\right) = \frac{r^2}{n^2y^2}$$

$$\rightarrow \sin^2\theta = \frac{r^2}{n^2d^2} \Longrightarrow \sin\theta = \frac{r}{nd}$$

$$\cos\theta = \sqrt{1-\sin^2\theta} = \sqrt{1-\frac{r^2}{n^2d^2}} = \frac{1}{n}\sqrt{n^2-\frac{r^2}{d^2}}$$