

PRÁCTICA N° 2: MEDIDA DE RESISTENCIAS

Objetivos: Medida de resistencias; estudio del efecto de carga en los montajes corto y largo del método voltímetro/amperímetro; estudio del puente de Wheatstone.

Material: Miliamperímetro, voltímetro, caja de resistencias, puente de Wheatstone, fuente de alimentación, resistencias y cables.

1. INTRODUCCIÓN

La medida simultánea de la intensidad que atraviesa una resistencia y de la diferencia de potencial entre sus extremos permite calcular el valor de la resistencia. Sin embargo, este procedimiento no está exento de problemas en la práctica. En efecto, los aparatos utilizados no son ideales y por consiguiente sus lecturas resultan mutuamente perturbadas. Al error propio de cada aparato se añade el error sistemático asociado al montaje del circuito.

El voltímetro y el amperímetro pueden conectarse de dos formas posibles, tal y como se indica en la figura 1,

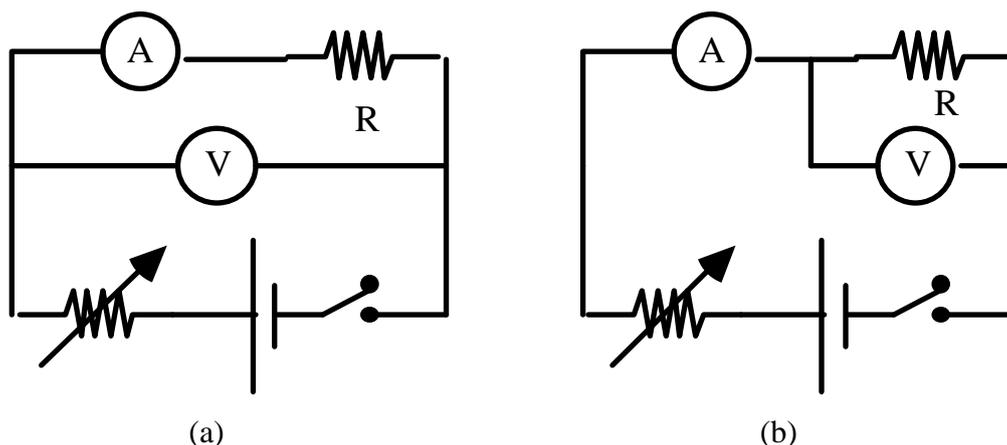


Figura 1. (a) Montaje largo. (b) Montaje corto.

que denominaremos montaje largo y montaje corto, respectivamente. En el **montaje largo**, el miliamperímetro indica correctamente la intensidad de la corriente que atraviesa la resistencia, pero el voltímetro marca por exceso, puesto que su lectura indica no sólo la caída de potencial a través de la resistencia sino también la caída de potencial en el propio amperímetro. En el **montaje corto** ocurre al revés, la lectura del voltímetro es correcta pero la lectura del amperímetro es por exceso puesto que incluye la corriente que atraviesa al voltímetro.

La elección entre uno de los dos montajes depende del valor de la resistencia a medir, pues el error sistemático que se comete depende de la relación entre la resistencia problema y la resistencia interna del amperímetro en el montaje largo, y de la relación entre la resistencia interna del voltímetro y la resistencia problema en el montaje corto. Para medir resistencias grandes resulta preferible el montaje largo, pues al ser pequeña la resistencia del amperímetro, la caída de potencial en el mismo resultará despreciable frente a la caída de potencial en la resistencia

problema, y la lectura del voltímetro será razonablemente correcta. Por el contrario para resistencias pequeñas debe preferirse el montaje corto, pues al ser grande la resistencia del voltímetro la intensidad que lo atraviesa será despreciable frente a la que pasa por la resistencia, y podrá aceptarse directamente la lectura del amperímetro. Los términos grande y pequeño son naturalmente relativos respecto al valor de la resistencia a medir.

Un método alternativo de medida de resistencias, que por sus características intrínsecas puede proporcionar mayor precisión, es el **punto de Wheatstone**. La figura 2 muestra el esquema eléctrico de un puente de Wheatstone. P y Q son dos resistencias fijas conocidas, S es una resistencia variable conocida, R es la resistencia a medir, G es un microamperímetro (o galvanómetro), y r es una resistencia variable que controla la sensibilidad del microamperímetro.

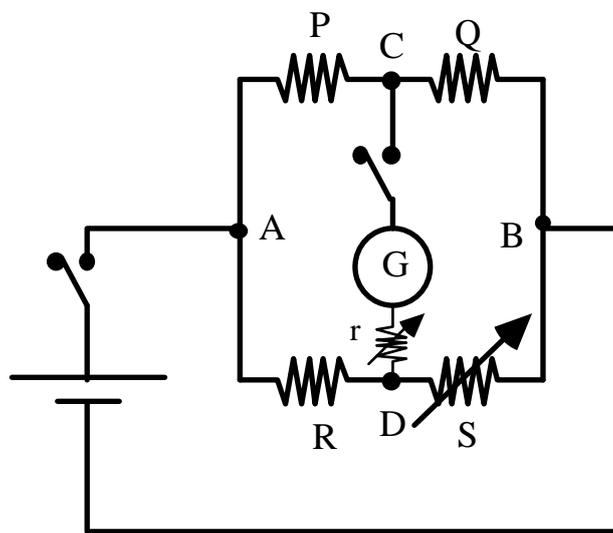


Figura 2. Esquema de un puente de Wheatstone.

Al cerrar el interruptor del microamperímetro, se detectará el paso de corriente en uno u otro sentido, salvo en el caso de que los puntos C y D estén al mismo potencial. Se dice que el puente está equilibrado cuando los puntos C y D son equipotenciales y el microamperímetro no detecta corriente alguna. Al ser $V_C = V_D$ se cumplirá que:

$$\begin{aligned} V_A - V_C &= V_A - V_D \\ V_C - V_B &= V_D - V_B \end{aligned}$$

y en consecuencia:

$$R = \frac{P}{Q} S \quad (1)$$

expresión que permite el cálculo de R a partir de los valores de P, Q y S, y que suele llamarse ecuación del puente en equilibrio.

La precisión de la medida de R que puede conseguirse con un puente de Wheatstone viene determinada por el error de los valores de las resistencias del puente y por la definición alcanzada en una medida determinada. Entendemos por

definición de la medida la variación más pequeña δS de la resistencia S que puede detectarse en el microamperímetro.

A partir de la ecuación (1) del puente en equilibrio, y considerando despreciables los errores relativos de P , Q y S respecto al error debido a la definición de la medida, resultará que el error relativo de dicha medida $E_R(R)$ vendrá dado por:

$$E_R(R) = \frac{\delta S}{S} \quad (2)$$

La técnica básica para medir con el puente de Wheatstone, y la forma de calcular δS se explican detalladamente en un apéndice al final de este guión.

Antes de comenzar las medidas de la práctica se recuerda que el error de sensibilidad de una medida directa es el correspondiente al valor más pequeño que puede apreciarse. Así pues, cada vez que se haga una medida con un aparato anotad la escala en la que se hace y la sensibilidad de dicha escala (que no tiene porqué ser la división más pequeña).

2. METODO VOLTIMETRO/AMPERIMETRO: MONTAJE LARGO

2.1. RESISTENCIA INTERNA DEL MILIAMPERIMETRO (Escala 10 mA)

El objetivo de este apartado es medir la resistencia interna del miliamperímetro en **la escala de 10 mA**. Montar el esquema de la figura 3a, siendo R la caja de resistencias. Iniciar el montaje con un valor grande de R para asegurarse que la corriente no exceda el valor máximo admitido por el miliamperímetro (escala de 10 mA). **Utilizar la escala del voltímetro más adecuada para la caída de potencial que se esté midiendo.**

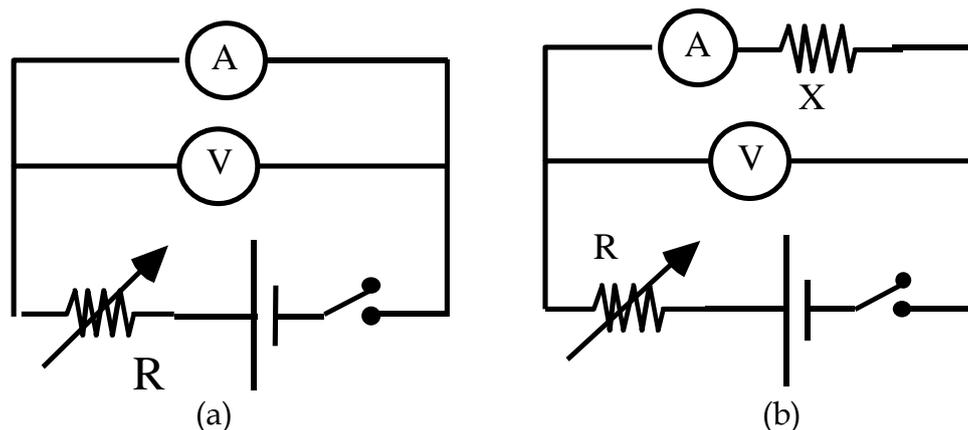


Figura 3.

Realizar varias medidas (entre 6 y 8 valores) de V e I variando R (procurando que queden distribuidas uniformemente en todo el intervalo de I) y deducir de las mismas el valor de la resistencia interna del miliamperímetro $R_A = V/I$, para la escala de 10mA.

2.2. MEDIDA DE RESISTENCIAS

Montar el esquema (figura 3b) **utilizando la escala de 10 mA del miliamperímetro**, siendo R la caja de resistencias y X la resistencia problema (resistencias marcadas con el código de colores). **El voltímetro deberá usarse con la escala más acorde con la caída de potencial que se esté midiendo**, y R deberá ajustarse para que la corriente no exceda los 10 mA máximos del miliamperímetro.

Construir la siguiente tabla:

X (valor nominal según colores)	V	I	X' (valor calculado) V/I	$\frac{X-X'}{X}$	$\frac{R_A}{X}$

para $X=22\ \Omega$, $100\ \Omega$, $470\ \Omega$, $1\text{k}\Omega$ y $47\ \text{k}\Omega$, mientras se pueda medir bien V e I.

Es conveniente obtener varios (por ejemplo tres) valores de X' , a partir de varias parejas de V e I (obtenidas variando el valor de R).

3. METODO VOLTIMETRO/AMPERIMETRO: MONTAJE CORTO

3.1. RESISTENCIA INTERNA DEL VOLTIMETRO (Escala 6 V)

Mediremos sólo la resistencia interna correspondiente a la **escala del voltímetro de 6 V**. Montar el esquema de la figura 4a, siendo R la caja de resistencias. Realizar varias medidas (al menos entre 6 y 8) de V e I para distintos valores de R, **utilizando la escala del miliamperímetro más conveniente**, y calcular la resistencia interna del voltímetro $R_V=V/I$ para la escala de 6V.

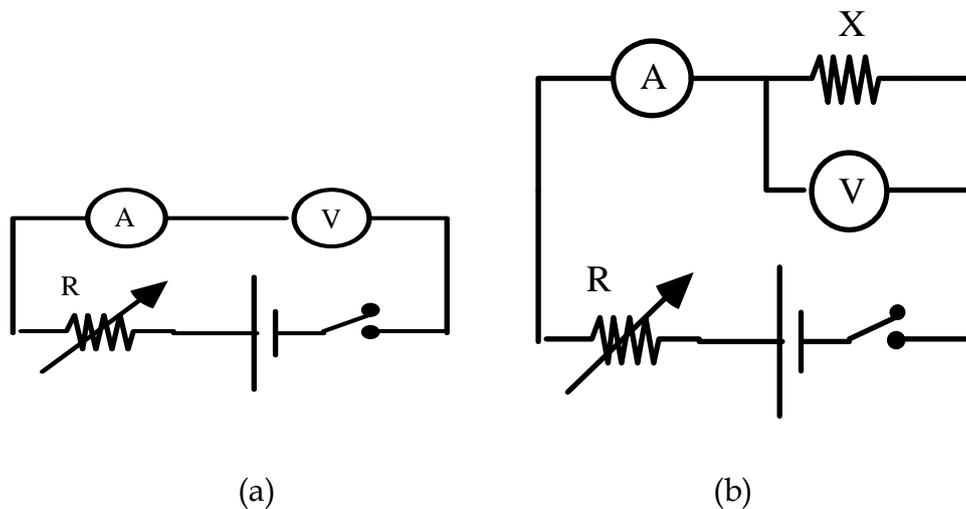


Figura 4.

3.2. MEDIDA DE RESISTENCIAS

Montar el esquema de la figura 4b, siendo R la caja de resistencias y X la resistencia problema (resistencias marcadas con el código de colores).

El voltímetro sólo se usará con la escala de 6 V de la que hemos medido su resistencia interna, mientras que **el miliamperímetro se utilizará con la escala más acorde a cada caso**. Construir la siguiente tabla:

X (valor nominal según colores)	V	I	X' (valor calculado) V/I	$\frac{X-X'}{X}$	$\frac{R_V}{X}$

para X=22 Ω, 100 Ω, 470 Ω, 1kΩ y 47 kΩ, mientras se pueda medir bien V e I.

Es conveniente obtener varios (por ejemplo tres) valores de X', a partir de varias parejas de V e I (obtenidas variando el valor de R).

4. MEDIDA DE RESISTENCIAS CON EL PUENTE DE WHEATSTONE

Se dispone de un puente de Wheatstone montado en el interior de una caja en el que sólo hay que interconectar las resistencias y el galvanómetro de acuerdo con el esquema de la figura 2 (Las conexiones que están unidas por una línea negra ya están realizadas en el interior de la caja, por lo que solamente deberán unirse externamente las conexiones que no están hechas). Las resistencias P y Q pueden elegirse de 10, 100 ó 1000 Ω. La resistencia S es una resistencia variable de 4 décadas con una variación mínima de 1Ω.

Medidas a realizar (**Leer previamente el apéndice : proceso de medida con el puente de Wheatstone**):

- 1) En primer lugar, realizar un estudio detallado de la influencia de P y Q en la medida. Para ello tomaremos una resistencia R de un valor intermedio (por ejemplo la de 1000 Ω) y la mediremos tomando todas las combinaciones posibles de P y Q:

P	Q	P/Q	S ₊	S ₋	E _R (R)

- 2) En segundo lugar, medir las resistencias de 22Ω, 100 Ω y 47kΩ, utilizando una ó dos combinaciones de P y Q.

5. CUESTIONES.

- a) En los apartados 2.1 y 3.1 representar gráficamente V en función de I , y a partir de los ajustes por mínimos cuadrados, obtener R_A y R_V , respectivamente.
- b) Explicar los resultados de la tabla del apartado 2.2. Justificar en base a los valores de R_A/X por qué X' difiere mucho de X en términos relativos para valores pequeños.
- c) Explicar los resultados de la tabla del apartado 3.2. Justificar en base a los valores de R_V/X por qué X' difiere mucho de X para valores grandes.
- e) Analizar cómo influyen los valores de P y Q en la determinación de R y $E_R(R)$.

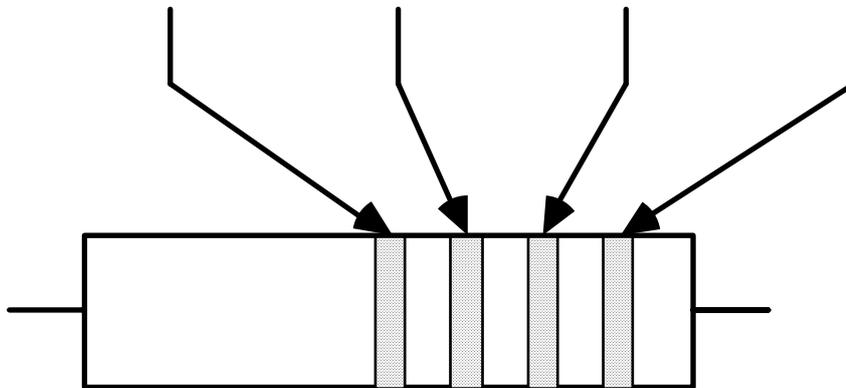
APÉNDICE: PROCESO DE MEDIDA CON EL PUENTE DE WHEATSTONE

Los pasos a seguir para realizar la medida de una resistencia R con el puente de Wheatstone son:

- a) Instalar la resistencia a medir R . Conviene disponer de una estimación del valor de R , que en nuestro caso puede deducirse del código de colores grabado en la misma.
- b) Elegir los valores de P y Q .
- c) Ajustar, inicialmente, la resistencia r que controla la sensibilidad del microamperímetro a su valor máximo. Con ello se consigue proteger el microamperímetro de sobrecorrientes debidas al posible desequilibrio inicial del puente. Es decir, la resistencia r no influye en las medidas, estando solamente para evitar que circulen corrientes grandes por el microamperímetro (lo que podría dañarlo).
- d) Ajustar S de acuerdo con el valor estimado de R . Tantear valores de S menores y mayores pulsando **BREVEMENTE** el interruptor del microamperímetro. Una vez que la aguja del microamperímetro no se sale de escala, puede mantenerse pulsado su interruptor y buscar valores de S que desvíen el microamperímetro en sentidos opuestos, lo que permite acotar el valor de S . Reducir por tanteos sucesivos el intervalo acotado hasta conseguir desviaciones del microamperímetro despreciables.
- e) Incrementar la sensibilidad del microamperímetro disminuyendo al mínimo la resistencia r (figura 1). Finalizar el acotamiento de S determinando los dos valores finales S_+ y S_- que producen las mínimas desviaciones opuestas del microamperímetro observables. Estos valores definen $\delta S = (S_+ - S_-)/2$ y $S = (S_+ + S_-)/2$, con los que se pueden calcular R y $E_R(R)$ mediante las ecuaciones (1) y (2).

APÉNDICE: CÓDIGO DE COLORES PARA RESISTENCIAS

<u>COLOR</u>	<u>1º dígito</u>	<u>2º dígito</u>	<u>factor</u>	<u>tolerancia</u>
plata	-	-	10^{-2}	$\pm 10\%$
oro	-	-	10^{-1}	$\pm 5\%$
negro	-	0	10^0	-
marrón	1	1	10^1	-
rojo	2	2	10^2	-
naranja	3	3	10^3	-
amarillo	4	4	10^4	-
verde	5	5	10^5	-
azul	6	6	10^6	-
violeta	7	7	10^7	-
gris	8	8	10^8	-
blanco	9	9	10^9	-



El valor resultante al aplicar este código de colores viene dado en ohmios.

10 PRÁCTICA 2 - MEDIDA DE RESISTENCIAS 25-02-10

2. Montaje largo

Descripción y medida de los materiales a emplear en la práctica

RESISTENCIAS		
Valor nominal	Código de colores $\pm 5\%$ de error (donado)	Ohmetro (multímetro) $\pm 1\%$ de error
$R_1 (\Omega)$ 22	22 ± 1	$21,6 \pm 0,2$
$R_2 (\Omega)$ 100	100 ± 5	$94,0 \pm 1,0$
$R_3 (\Omega)$ 470	470 ± 20	466 ± 5
$R_4 (\Omega)$ 1000	1000 ± 50	966 ± 10
$R_5 (\Omega)$ 47000	47000 ± 2000	46800 ± 500

Por tanto, los valores nominales son compatibles (solapan sus barras de error) con el valor experimental con el ohmetro. El objetivo de la práctica será la medida de resistencias internas del voltímetro y amperímetro mediante el montaje corto y largo, así como la determinación de R_i mediante el puente de Wheatstone, analizando su sensibilidad y comparando con los valores nominales y el del multímetro. También se medirán las R_i con el voltímetro y amperímetro y se estudiará el efecto de carga dependiendo del factor entre R_i y la resistencia interna del aparato que provoca un efecto de carga en la medida según el montaje.

En la práctica utilizaremos una caja de resistencias calibrada entre 10Ω y $10 M \Omega$, que según las indicaciones del fabricante tiene un error del $\pm 1\%$.

El amperímetro y voltímetro analógicos utilizados tienen un marcador de 'cuchillo' y tienen ambos 60 divisiones del fondo de escala. Por ello, asignamos un error a la medida de $\frac{1}{2}$ división, ya que la aguja es suficientemente fina para apreciar la distinción entre ± 1 división y otra.

Por otro lado, detectamos un error de cero en el voltímetro, cuya aguja está algo doblada y que, sin estar conectado, marca ± 1 división. En los cálculos se restará a la medida realizada ± 1 división para restar el error de cero. Aparte, consideraremos un error mayor en la medida debido a este error anastroducido, de ± 1 división.

En cuanto al error de la caja de resistencias, en algunos casos no se aprecia variación en la aguja para distintos valores de R , con lo que estimamos dicha incertidumbre teniendo en cuenta el intervalo de sensibilidad y la variación mínima posible de R (10Ω).

2.1

Montamos el circuito largo (3a) para analizar la resistencia interna del amperímetro, midiendo V , I y R (caja).
 (en la escala de 10mA)

$R (\Omega)$	$V (V)$	$I (mA) \pm 0,08$
6200 ± 60	$0,020 \pm 0,005$	0,83
2600 ± 30	$0,070 \pm 0,005$	1,67
1750 ± 18	$0,100 \pm 0,005$	2,50
1300 ± 13	$0,135 \pm 0,005$	3,33
1030 ± 10	$0,20 \pm 0,02$	4,17
930 ± 10	$0,22 \pm 0,02$	5,00
790 ± 10	$0,24 \pm 0,02$	5,83
690 ± 10	$0,28 \pm 0,02$	6,67
640 ± 10	$0,32 \pm 0,02$	7,50
540 ± 10	$0,36 \pm 0,02$	8,33
490 ± 10	$0,40 \pm 0,02$	9,17
440 ± 10	$0,44 \pm 0,02$	10,00

El amperímetro siempre está en la escala de 10mA , mientras que el voltímetro se ajusta de manera que la sensibilidad sea máxima: en las 4 primeras medidas se escoge la escala menor ($0,3\text{V}$), mientras que en las restantes las de $1,2\text{V}$.

Los valores de R se han ido variando de manera que haya un espaciado uniforme en la medida de I .

Los valores de V se han calculado teniendo en cuenta el fondo de escala respectivo y restando una división por el error de cero. (ya restado en la tabla)

2.2

De nuevo con la escala de 10mA , se utilizan los $R_i \equiv X$ en la rama del amperímetro (3b) y se toman varias parejas de valores $V-I$ para un mismo X , variando la R de la caja.

$X_{nom} (\Omega)$	$R (\Omega)$	$V \pm 0,02\text{V}$	$I \pm 0,08\text{mA}$
\downarrow $\approx 5\%$ (dovado)	2400 ± 20	$0,105 \pm 0,005$	1,67
	1200 ± 12	$0,205 \pm 0,005$	3,33
	900 ± 10	0,32	5,00
	650 ± 10	0,44	6,67
	510 ± 10	0,54	8,33
	410 ± 10	0,66	10,00

De nuevo se ha restado ya el error de cero y se han tenido en cuenta los fondos de escala en el error análogamente a 2.1.

100 ± 5	2000 ± 20	0,23	1,67
	1210 ± 12	0,48	3,33
	770 ± 10	0,72	5,00
	550 ± 10	0,96	6,67
	450 ± 10	1,20	8,33
	350 ± 10	1,40	10,00
470 ± 20	1700 ± 17	0,88	1,67
	930 ± 10	1,70	3,33
	460 ± 10	2,50	5,00
	230 ± 10	3,30	6,67
	80 ± 10	4,30	8,33
	$0 (\pm 10)$	5,00	9,83
1000 ± 50	1670 ± 17	1,70	1,67
	400 ± 10	3,40	3,33
	$0 (\pm 10)$	5,30	4,83
	140 ± 10	4,30	4,47
	830 ± 10	2,60	2,50
47000 ± 2000	$0 (\pm 10)$	5,00	0,17
	200 ± 10	4,10	0,08

Se escogen varios valores de R para que las medidas en I estén equiespaciadas.

Cabe destacar que a menor R , mayor incertidumbre circular por el circuito, más de esperar, y una por caída V el produce en la resistencia (el valor tiende a 2 cuando $R=0$, ya que $V=E-I$).

Cuando $R=0$, el error en R no es el de sensibilidad (20.2) podría haber resistencia en los contactos (+/- 2), pero esa estimación no es necesaria para los cálculos.

Para valores de X grandes, I no puede llegar al máximo de la escala (10mA), ya que $R=0$, por lo que algunos valores intermedios.

Para $X=47k\Omega$, el valor máximo de I en la escala de 10mA era de 1 división, por lo que no se pudieron tomar más valores y las medidas tienen un gran error relativo.

3. Montaje corto

En este caso estudiaremos la resistencia interna del voltímetro en la escala de 6V, y la escala del miliamperímetro se ajustará según convenga para conseguir la mayor sensibilidad en cada medida.

3.1. Sublógicamente a 2.1., pero montando el circuito (4a) se toman los siguientes valores (restando ya el error de cero de V):

R (Ω)	V (V) $\pm 0,10$	I (mA)	En este caso se escoge un espaciado uniforme en los valores de V.
65000 \pm 700	0,40	0,070 \pm 0,003	Para $R=0$, no llegamos a obtener 50 divisiones (máximo del fondo de escala $\leq 6V$), lo que se debe a que la fuente de alimentación proporciona un voltaje menor de 6V.
26000 \pm 300	0,90	0,155 \pm 0,003	
14100 \pm 140	1,40	0,240 \pm 0,003	
9200 \pm 90	1,90	0,333 \pm 0,008	
6050 \pm 60	2,40	0,400 \pm 0,008	
3960 \pm 40	2,90	0,467 \pm 0,008	
2380 \pm 20	3,40	0,583 \pm 0,008	
1290 \pm 13	3,90	0,667 \pm 0,008	
420 \pm 10	4,40	0,733 \pm 0,008	
0 (± 10)	4,70	0,783 \pm 0,008	

A partir de estos valores podremos calcular la resistencia interna del voltímetro.

3.2. Sublógicamente a 2.2., pero con la escala del voltímetro en 0V, utilizamos las R_i y estudiamos el efecto de carga:

X_{nom} (Ω)	R (Ω)	V $\pm 0,10V$	I (mA)
22 \pm 1	130 \pm 10	0,70	30,0 \pm 0,3
	230 \pm 10	0,40	13,0 \pm 0,3
	910 \pm 10	0,10	5,17 \pm 0,08
	(10510 \pm 10)	0,00	1,67 \pm 0,08

Cabe señalar que los valores del voltaje son muy pequeños, con gran error relativo, al ser X un valor pequeño y la intensidad en el circuito grande (la mayor parte pasa por X, no por el voltímetro $\frac{r_v X}{r_v + X} \approx X$ si $r_v \gg X$). De la última medida prescindiremos en los posteriores cálculos por no tener sensibilidad suficiente.

100 ± 5	60 ± 10	2,80	29,5 ± 0,3
	90 ± 10	2,40	24,5 ± 0,3
	140 ± 10	1,90	20,0 ± 0,3
	230 ± 10	1,40	15,0 ± 0,3
	420 ± 10	0,90	9,5 ± 0,3
	1050 ± 11	0,40	4,83 ± 0,08
	(23000 ± 200)	0,00	0,67 ± 0,08

En este caso se pueden tomar más valores. Se observa cómo a mayor R, menor V e I, lo que es de esperar pues la mayor caída de potencia se produce en R y R₀, y $I \propto \frac{E_0}{R}$

En esta ocasión precisé darme de nuevo de la última medida, al ser V demasiado pequeño y poco sensible.

470 ± 20	0 (± 10)	4,80	11,0 ± 0,3
	108 ± 10	3,90	9,0 ± 0,3
	300 ± 10	2,90	7,0 ± 0,3
	660 ± 10	1,90	4,33 ± 0,08
	1800 ± 18	0,90	2,10 ± 0,03
	4600 ± 50	0,40	0,917 ± 0,008

1000 ± 50	0 (± 10)	4,80	5,67 ± 0,08
	190 ± 10	3,90	4,67 ± 0,08
	580 ± 10	2,90	3,33 ± 0,08
	1260 ± 13	1,90	2,20 ± 0,03
	3640 ± 40	0,90	1,10 ± 0,03
	9470 ± 100	0,40	0,50 ± 0,03

47000 ± 2000	0 (± 10)	4,70	0,883 ± 0,008
	1086 ± 11	3,90	0,733 ± 0,008
	3460 ± 40	2,90	0,550 ± 0,008
	8190 ± 80	1,90	0,367 ± 0,008
	23200 ± 200	0,90	0,167 ± 0,008
	59000 ± 600	0,40	0,083 ± 0,008

}

4. Puente de Wheatstone

Utilizamos un puente prediseñado con valores posibles de P y Q: 10, 100, ó 1000 Ω , y S una resistencia variable de 4 décadas con sensibilidad de $\pm 1 \Omega$. El error de P y Q lo estimamos en un 1%. Las medidas y el error de S se toman según el apéndice.

4.1. Estudio de la influencia de P/Q para $X = 1000 \Omega$:

$X_{nom} (\Omega)$	P (Ω)	Q (Ω)	P/Q ($\pm 1\%$)	$S_+ (\Omega) \pm 1\%$	$S_- (\Omega) \pm 1\%$
1000 ± 50	1000 ± 10	1000 ± 10	1	998	997
	100 ± 1	1000 ± 10	0,1	9910	9930
	10 $\pm 0,1$	1000 ± 10	0,01	/	/
	1000 ± 10	100 ± 1	10	100	99
	100 ± 1	100 ± 1	1	996	995
	10 $\pm 0,1$	100 ± 1	0,1	10180	10170
	1000 ± 10	10,0 $\pm 0,1$	100	10	9
	100 ± 1	10,0 $\pm 0,1$	10	101	100
	10 $\pm 0,1$	10,0 $\pm 0,1$	1	1028	1027

Para el caso de $P = 10 \Omega$, $Q = 1000 \Omega$, el valor máximo de S no es suficiente para equilibrar el puente: $X > P \cdot S_{max}$. Simplemente se observa que los valores más sensibles en la determinación de X serán aquellos con más cifras significativas y menor variación relativa entre S_+ y S_- . Por ejemplo, para $P = 1000 \Omega$, $Q = 10 \Omega$, los valores tienen poca sensibilidad.

4.2. → Mismas medidas para otras X y 3 valores de P/Q.

$X_{nom} (\Omega)$	P (Ω)	Q (Ω)	P/Q ($\pm 1\%$)	$S_+ (\Omega) \pm 1\%$	$S_- (\Omega) \pm 1\%$
22 ± 1	100 $\pm 0,1$	10,0 $\pm 0,1$	1	23	22
	10,0 $\pm 0,1$	1000 ± 10	0,01	2220	2210
	100 ± 1	1000 ± 10	0,1	217	216
100 ± 5	1000 ± 10	1000 ± 10	1	98	97
	100 ± 1	1000 ± 10	0,1	981	979
	10,0 $\pm 0,1$	1000 ± 10	0,01	10100	10000
47000 ± 2000	100 ± 1	10,0 $\pm 0,1$	10	4710	4700
	1000 ± 10	10,0 $\pm 0,1$	100	472	470

5a)

Si representamos gráficamente $V(I)$ según la tabla obtenemos el valor de la resistencia interna del amperímetro R_A como la pendiente del ajuste lineal $V = R_A \cdot I$:

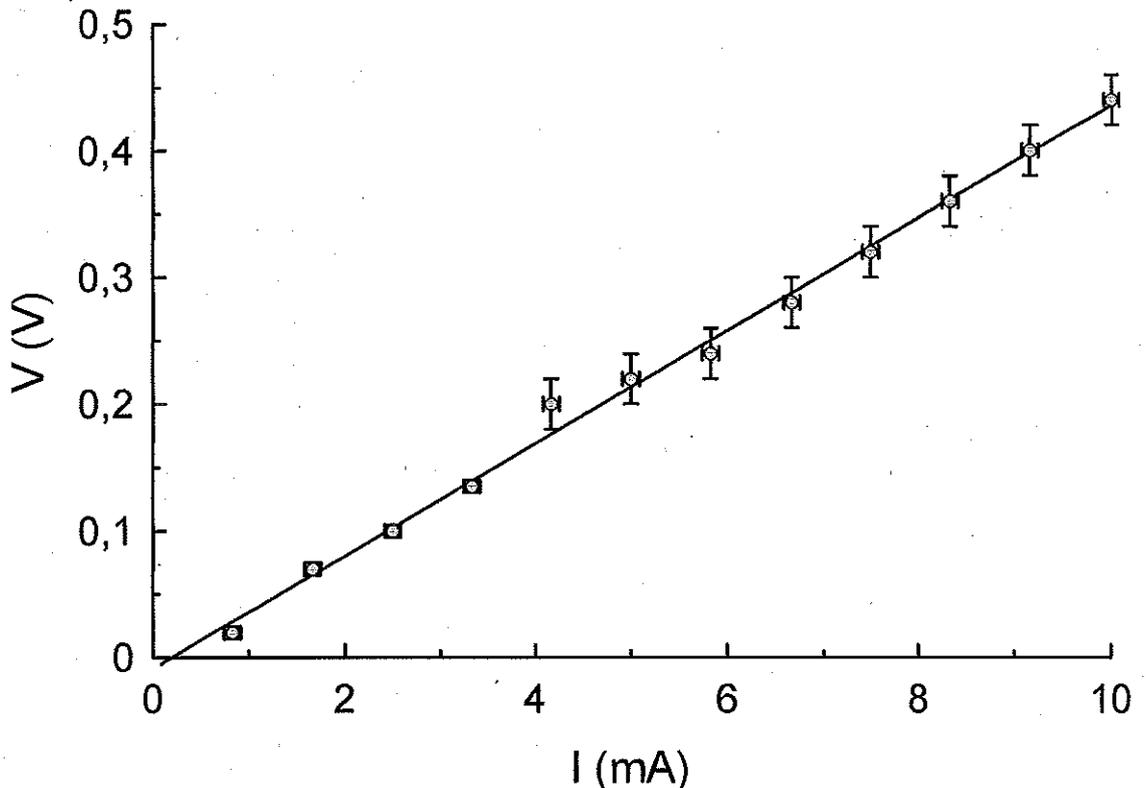


Figura 5a.1 Determinación de la resistencia interna de un amperímetro analógico en el fondo de escala de 10mA con el montaje largo.

Ecuación: $V = R_A \cdot I + V_0$

Resultados del ajuste: $mcc = 0,998$

$R_A = 0,0445 \pm 0,0010 \text{ k}\Omega$ $V_0 = -0,009 \pm 0,012 \text{ V}$

Por tanto, la resistencia R_A para 10 mA de fondo es:

$$R_A = 44,5 \pm 10 \Omega$$

A partir de los resultados del ajuste se observa que el ajuste es bueno, con un alto coeficiente de correlación lineal y una desviación respecto a la recta esperada acorde con la estimación de errores. El error de cero V_0 entra dentro de la incertidumbre en el error de cero restado experimentalmente (0,005V para la escala de 0,3V y 0,02V para la de 1,2V), con un margen de error apreciable de ese orden (0,002V); (0,01V) respectivamente, y dentro del propio error del ajuste, con lo que el valor es compatible con el cero esperado.

Con un análisis análogo para la tabla , determinamos la resistencia interna del voltímetro R_V en la escala de 6V a partir de la pendiente del ajuste lineal $V = R_V \cdot I$:

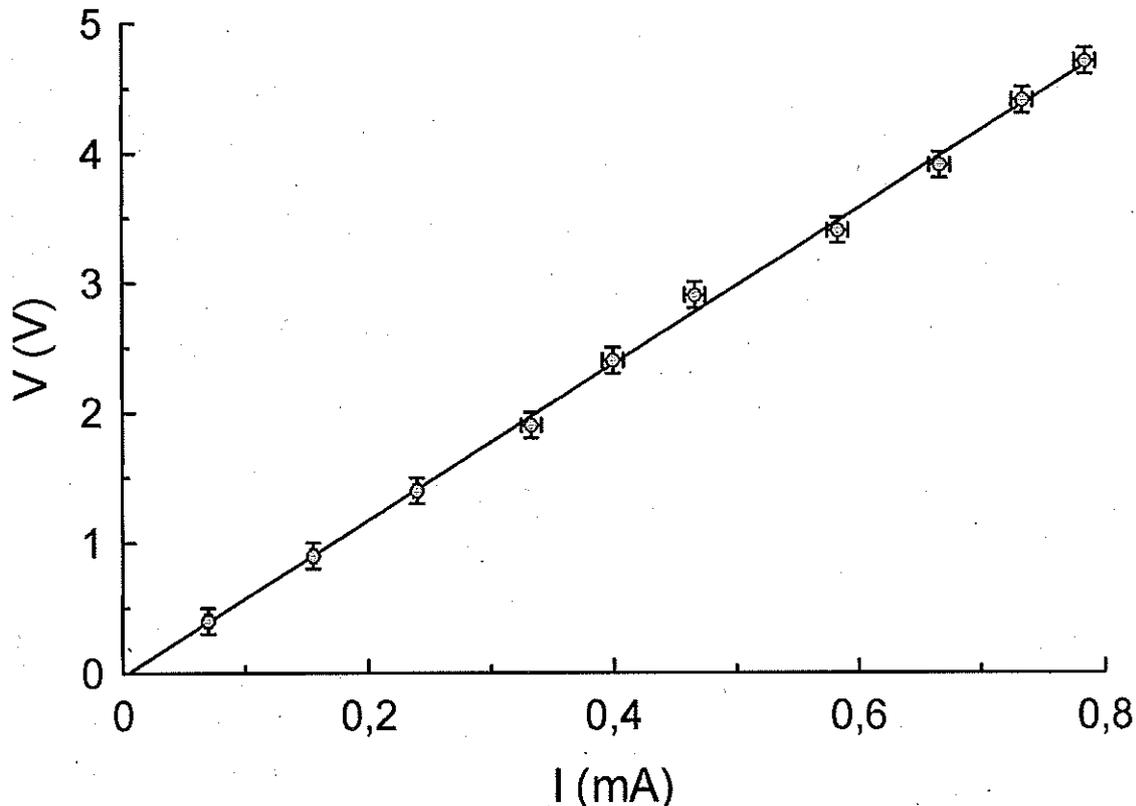


Figura 5a.2 Determinación de la resistencia interna de un voltímetro analógico en el fondo de escala de 6V con el montaje corto.

Ecuación: $V = R_V I + V_0$

Resultados del ajuste: $mcc = 0,999$

$R_V = 6,00 \pm 0,09 \text{ k}\Omega$

$V_0 = -0,03 \pm 0,08 \text{ V}$

Por tanto, la resistencia interna del voltímetro es:

$R_V = 6000 \pm 90 \Omega$ ✓

Se ve que el ajuste es bondadoso; los puntos caen todos sobre la recta y el coeficiente de correlación lineal es alto. La ordenada en el origen es compatible con cero. Una explicación a que en ambos casos la ordenada sea negativa podría ser que hemos sobrestimado el error de cero y lo hemos extrapolado como una desviación a todas las medidas, cuando realmente sólo afecta a las medidas más pequeñas. En cualquier caso, entra dentro de los márgenes de incertidumbre experimentales.

En resumen, hemos obtenido resistencias internas típicas de aparatos analógicos, de $\sim \text{k}\Omega$ para el voltímetro y de $\sim \Omega$ para el amperímetro.

5a)

Si representamos gráficamente $V(I)$ según la tabla obtenemos el valor de la resistencia interna del amperímetro R_A como la pendiente del ajuste lineal $V = R_A \cdot I$:

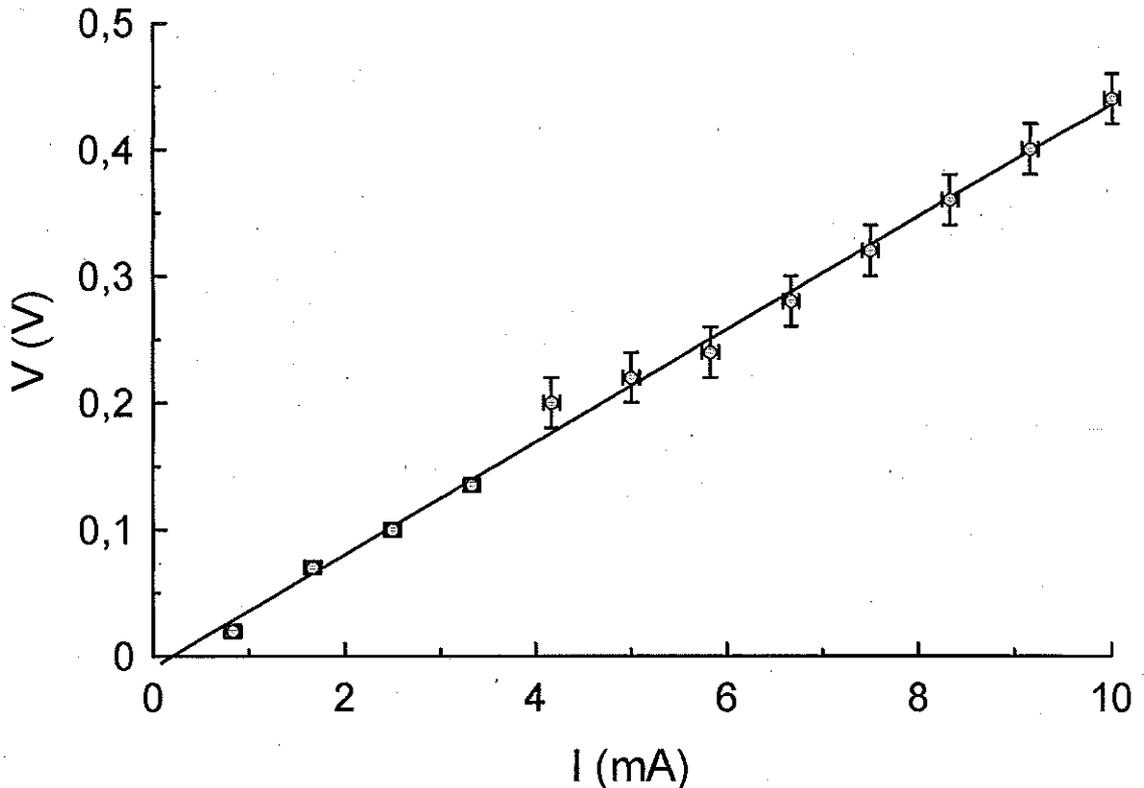


Figura 5a.1 Determinación de la resistencia interna de un amperímetro analógico en el fondo de escala de 10mA con el montaje largo.

Ecuación: $V = R_A \cdot I + V_0$

Resultados del ajuste: $mcc = 0,998$

$R_A = 0,0445 \pm 0,0010 \text{ k}\Omega$ $V_0 = -0,009 \pm 0,012 \text{ V}$

Por tanto, la resistencia R_A para 10 mA de fondo es:

$R_A = 44,5 \pm 10 \Omega$ ✓

A partir de los resultados del ajuste se observa que el ajuste es bueno, con un alto coeficiente de correlación lineal y una desviación respecto a la recta esperada acorde con la estimación de errores. El error de cero V_0 entra dentro de la incertidumbre en el error de cero restado experimentalmente (0,005V para la escala de 0,3V y 0,02V para la de 1,2V), con un margen de error apreciable de ese orden (0,002V); (0,01V) respectivamente, y dentro del propio error del ajuste, con lo que el valor es compatible con el cero esperado.

Con un análisis análogo para la tabla , obtenemos la resistencia interna del voltímetro R_V en la escala de 6V a partir de la pendiente del ajuste lineal $V = R_V \cdot I$:

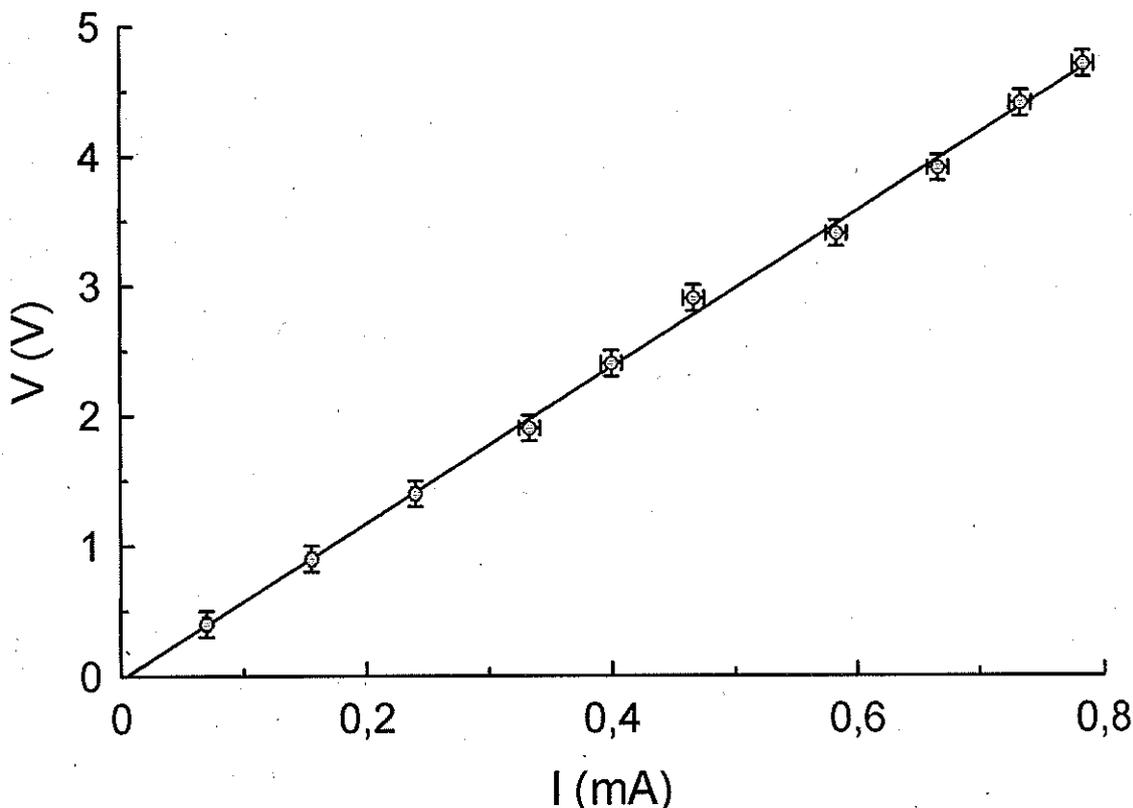


Figura 5a.2 Determinación de la resistencia interna de un voltímetro analógico en el fondo de escala de 6V con el montaje corto.

Ecuación: $V = R_V \cdot I + V_0$

Resultados del ajuste: $mcc = 0,999$

$R_V = 6,00 \pm 0,09 \text{ k}\Omega$

$V_0 = -0,03 \pm 0,08 \text{ V}$

Por tanto, la resistencia interna del voltímetro es:

$R_V = 6000 \pm 90 \Omega$ ✓

Se ve que el ajuste es bondadoso; los puntos caen todos sobre la recta y el coeficiente de correlación lineal es alto. La ordenada en el origen es compatible con cero. Una explicación a que en ambos casos la ordenada sea negativa podría ser que hemos sobrestimado el error de cero y lo hemos extrapolado como una desviación a todas las medidas, cuando realmente solo afecta a las medidas más pequeñas. En cualquier caso, entra dentro de los márgenes de incertidumbre experimentales.

En resumen, hemos obtenido resistencias internas típicas de aparatos analógicos, de $\sim \text{k}\Omega$ para el voltímetro y de $\sim \Omega$ para el amperímetro.

Cabe señalar que en $X = 1k\Omega$ se ha despreciado el último punto, pues se desviaba considerablemente de la recta, lo que puede deberse a un error en la lectura de V o I , posiblemente. Los valores de $X + R_A$ coinciden con buena aproximación con los de la tabla 5b. Si calculamos X utilizando R_A de 5a d, se obtiene:

$$\begin{aligned} X_1 &= 22,4 \pm 0,8 \Omega \\ X_2 &= 97 \pm 2 \Omega \\ X_3 &= 464 \pm 9 \Omega \\ X_4 &= 988 \pm 16 \Omega \end{aligned}$$

Valores que son plenamente compatibles con los valores nominales. Por tanto, la determinación de las X_i ha sido satisfactoria en todos los casos salvo para $X_5 = 47k\Omega$, donde la escala de $10u$ no era lo suficientemente sensible.

[5c] El análisis es análogo a 5b), solo que en este caso el efecto de carga será despreciable para X pequeño y influyente si $X \approx R_V$ (X grandes), es decir, a la inversa que en el caso anterior. El efecto de carga es nulo cuando $R_V \rightarrow \infty$.

$X_{nom} (\Omega)$	$X' (\Omega)$	$(X-X')/X$	$(I/V - 1/R_V)^{-1} (\Omega)$	R_V/X
22 ± 1	23 ± 3	$-0,06 \pm 0,16$	23 ± 3	273 ± 14
	21 ± 5	$0,0 \pm 0,2$	21 ± 5	
	19 ± 19	$0,1 \pm 0,9$	19 ± 19	
100 ± 5	95 ± 3	$0,05 \pm 0,06$	96 ± 4	60 ± 3
	98 ± 4	$0,02 \pm 0,06$	100 ± 4	
	95 ± 5	$0,05 \pm 0,07$	97 ± 5	
	93 ± 7	$0,07 \pm 0,08$	95 ± 7	
	95 ± 11	$0,05 \pm 0,12$	96 ± 11	
	80 ± 20	$0,2 \pm 0,2$	80 ± 20	
470 ± 20	436 ± 13	$0,07 \pm 0,05$	471 ± 16	$12,8 \pm 0,6$
	433 ± 16	$0,08 \pm 0,05$	467 ± 19	
	410 ± 20	$0,12 \pm 0,06$	450 ± 20	
	440 ± 30	$0,07 \pm 0,07$	470 ± 30	
	430 ± 50	$0,09 \pm 0,11$	460 ± 60	
	440 ± 110	$0,1 \pm 0,2$	470 ± 130	
1000 ± 50	850 ± 20	$0,15 \pm 0,05$	990 ± 30	$6,0 \pm 0,3$
	840 ± 30	$0,16 \pm 0,05$	970 ± 40	
	870 ± 40	$0,13 \pm 0,06$	1020 ± 50	
	860 ± 50	$0,14 \pm 0,06$	1010 ± 60	
	820 ± 100	$0,18 \pm 0,10$	950 ± 120	
	800 ± 200	$0,2 \pm 0,2$	900 ± 300	
47000 ± 2000	5320 ± 120	$0,887 \pm 0,005$	47000 ± 11000	$0,128 \pm 0,006$
	5320 ± 150	$0,887 \pm 0,006$	47000 ± 13000	
	5300 ± 200	$0,888 \pm 0,006$	44000 ± 14000	
	5200 ± 300	$0,890 \pm 0,008$	38000 ± 16000	
	5400 ± 700	$0,885 \pm 0,015$	50000 ± 70000	
	4800 ± 1300	$0,90 \pm 0,03$	20000 ± 30000	

Tabla 5c: Cálculos correspondientes al apartado 3.2., prescindiendo de las filas indicadas en el apartado anterior (las últimas de cada X). La columna $(I/V - 1/R_V)^{-1}$ es la expresión exacta para X teniendo en cuenta el efecto de carga: $1/X = 1/X' - 1/R_V$. R_V se obtiene del ajuste de la figura 5a.2.

La cuarta columna es el valor exacto teniendo en cuenta el efecto de carga:

$$V = R_{eq} \cdot I = \frac{X R_o}{X + R_o} \cdot I \rightarrow \frac{V}{I} = \frac{1}{\frac{1}{X} + \frac{1}{R_o}} \rightarrow \frac{1}{X} = \frac{1}{V} - \frac{1}{R_o} = \frac{1}{X'} - \frac{1}{R_o}$$

Lo $X = \left(\frac{1}{X'} - \frac{1}{R_o} \right)^{-1} \Rightarrow$ si $R_o \rightarrow \infty \rightarrow X = X'$ (efecto de carga nulo).

Lo $X = \frac{X' R_o}{X' + R_o} = \frac{X'}{1 + \frac{X'}{R_o}} \rightarrow$ si $\frac{X'}{R_o} \rightarrow 0$ Por tanto, si experi-

mentalmente se da que $\frac{R_o}{X'} \gg 1$, el efecto será despreciable.

Esto se comprueba en los valores de la tabla 5c. Los valores de X' cuando el efecto es notable son menores que X , debido a que una parte no nula de I se desvía por la rama del voltímetro, $X' < X$. Esto es especialmente notable para 5000Ω y $47k\Omega$, valores comparables a $R_o = 6k\Omega$, como muestra la última columna. Por contra, para X pequeñas, el efecto es muy pequeño y X' es prácticamente X , coincidiendo con $\frac{R_o}{X} \gg 1$. A medida que crece X , empieza a haber desviaciones apreciables de X' respecto a X , y la desviación relativa llega a ser: 30% ($X = 47k\Omega$). Comparando con 5b, en este caso el límite de sensibilidad está en 22Ω y no $47k\Omega$, pues para el tercer valor de R , la aguja en la escala de $6V$ marcaba una división, equivalente al error asignado ($E_{rel} = 1$). Por tanto, la escala de $6V$ no es lo suficientemente sensible para medir V con resistencias menores (habría que cambiar de fondo, y la R_o sería distinta).

Para los tres primeros X , el efecto es despreciable, pues es menor que nuestro margen de error experimental (X y X' son compatibles). Para el resto, hay que realizar el cálculo exacto (cuarta columna), que es totalmente compatible con los valores nominales de X . Hay que indicar que para $X = 47k\Omega$, los últimos valores, tienen un gran error relativo, porque los valores de I correspondientes eran muy pequeños, el fondo de escala no podía reducirse más (1mA), y por tanto el error relativo era grande, así como V también es pequeño y el error relativo asociado grande (25%). Por tanto, es más recomendable utilizar los tres primeros valores, con un error menor y una determinación de X más precisa y fiable. En resumen, para la mayoría de casos hemos determinado correctamente X y analizado en qué casos influye el efecto de carga.

Análogamente al apartado anterior, podemos realizar un ajuste de cada grupo de medidas para obtener X' como valor de la pendiente más fiable que con medidas individuales. Si se tiene en cuenta el efecto de carga:

$$V = \frac{X R_o}{X + R_o} \cdot I = X' \cdot I$$

A partir de la pendiente X' , podemos despejar $X = \left(\frac{1}{X'} - \frac{1}{R_o} \right)^{-1}$, donde utilizamos el valor de R_o obtenido en 5a.2:

$$R_o = 6000 \pm 20 \Omega$$

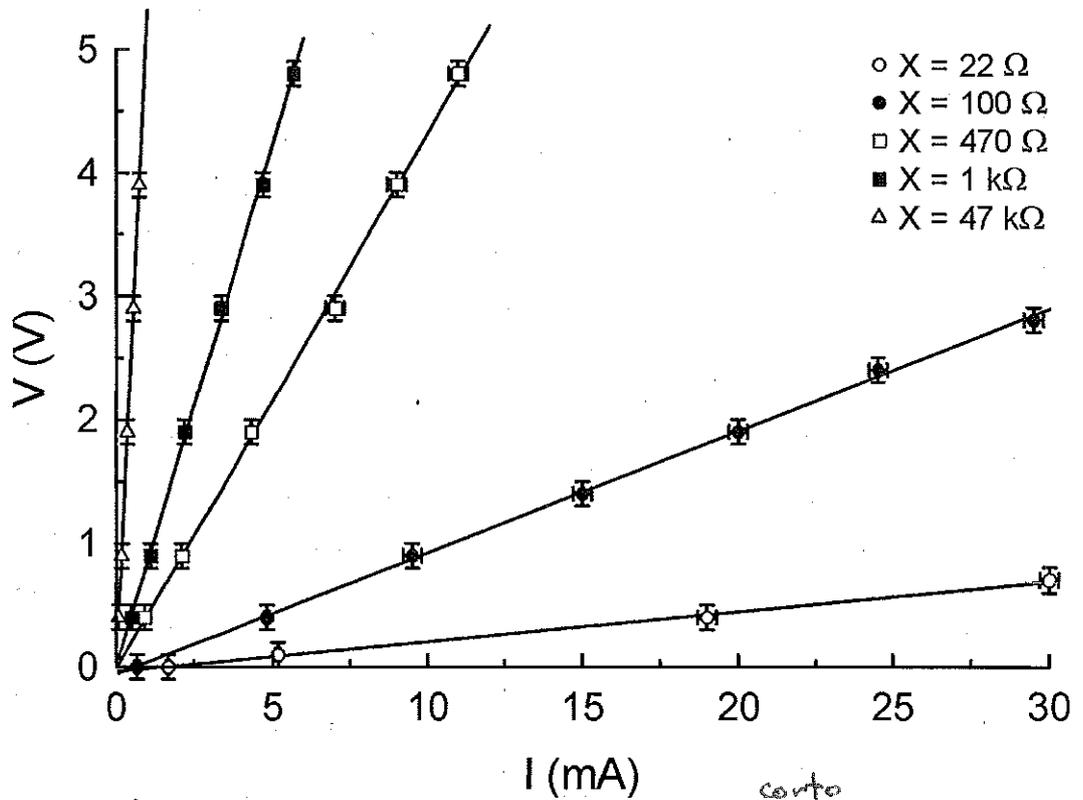


Figura 5b. Medida de resistencias X mediante el montaje ^{corto} largo con aparatos analógicos.

Ecuación: $V = (X R_V)/(X+R_V) \cdot I + V_0$

Resultados del ajuste:

X= 22 Ω	mcc = 0,9987	X' = 0,0242 ± 0,0009 kΩ	V ₀ = -0,04 ± 0,03 V
X= 100 Ω	mcc = 0,9996	X' = 0,0983 ± 0,0013 kΩ	V ₀ = -0,06 ± 0,04 V
X= 470 Ω	mcc = 0,9994	X' = 0,433 ± 0,008 kΩ	V ₀ = -0,01 ± 0,05 V
X= 1000 Ω	mcc = 0,9996	X' = 0,848 ± 0,012 kΩ	V ₀ = -0,00 ± 0,04 V
X= 47000 Ω	mcc = 0,9998	X' = 5,34 ± 0,06 kΩ	V ₀ = -0,03 ± 0,03 V

Se observa muy poca dispersión en los puntos y coeficientes de correlación muy altos. Las ordenadas en el origen V_0 son todas compatibles con cero, como era de esperar. Los valores de X' , como es lógico, son similares a los de la tabla 5c, calculados individualmente para cada medida. Si calculamos X para cada caso según la ecuación citada ant:

$X_1 = 24,3 \pm 0,9 \Omega$
$X_2 = 39,9 \pm 1,3 \Omega$
$X_3 = 467 \pm 9 \Omega$
$X_4 = 987 \pm 17 \Omega$
$X_5 = 49000 \pm 5000 \Omega$

que son valores compatibles con los nominales, con lo que la determinación de X más fiable es mediante este método, obteniéndose resultados satisfactorios y bastante ajustados a lo esperado dentro del margen de incertidumbre experimental.

En resumen, podemos comentar que ambos montajes (corto y largo son válidos para determinar el valor de una resistencia si se conoce la resistencia interna del aparato utilizado). Si ésta es desconocida, hay que analizar qué montaje es más conveniente. Si se trata de medir una resistencia pequeña, es más conveniente el montaje largo, pues sólo influye R_V , que suele ser grande ($\approx 1 \text{ k}\Omega$), con lo que $R_V \gg X$ y el efecto de carga es despreciable. Si la resistencia es grande, conviene usar el montaje corto, pues sólo influye R_A , que es pequeña ($\approx 30 \Omega$), con lo que $R_A \ll X$, y el efecto de carga no es apreciable en este caso.

(5d) Completamos la tabla 4.1 y 4.2 con los valores de S y R:

$X_{nom} (\Omega)$	$P/Q \pm 1,4\%$	$S (\Omega)$	$E_r (S)$	$R (\Omega)$	$E_r (R)$
1000 \pm 50	1	997,5 \pm 0,5	0,05%	998 \pm 14	1,42%
	0,1	9920 \pm 10	0,10%	992 \pm 14	1,42%
	0,01	99,5 \pm 0,5	0,50%	995 \pm 15	1,50%
	10	995,5 \pm 0,5	0,05%	996 \pm 14	1,42%
	1	10175 \pm 5	0,05%	1018 \pm 14	1,42%
	0,1	9,5 \pm 0,5	5,26%	950 \pm 50	5,45%
	100	100,5 \pm 0,5	0,50%	1005 \pm 15	1,50%
	10	1027,5 \pm 0,5	0,05%	1028 \pm 15	1,42%
22 \pm 1	1	22,5 \pm 0,5	2,22%	22,5 \pm 0,6	2,63%
	1	2215 \pm 5	0,23%	22,2 \pm 0,3	1,43%
	0,01	216,5 \pm 0,5	0,23%	21,7 \pm 0,3	1,43%
100 \pm 5	0,1	97,5 \pm 0,5	0,51%	97,5 \pm 1,5	1,50%
	1	980 \pm 1	0,10%	98,0 \pm 1,4	1,42%
	0,1	10050 \pm 50	0,50%	100,5 \pm 1,5	1,50%
47000 \pm 2000	0,01	4705 \pm 5	0,11%	47000 \pm 700	1,42%
	100	471 \pm 1	0,21%	47100 \pm 700	1,43%

Tabla 5d: Cálculos correspondientes al apartado 4.1 (parte superior) y 4.2 (parte inferior)
 La columna $E_r (S) = dS/S$ y $E_r (R) = dR/R$, donde influye también el error de P/Q (1,4%).
 Los errores relativos

Para $X = 1000 \Omega$, se observa que la determinación más precisa ($E_r(S)$ menor) corresponden a valores de P/Q de 1 y 0,1, es decir, a aquellos en los que es posible un mayor número de dígitos significativos de las décadas de S. El error mayor se da cuando $P/Q = 100$, con lo que sólo es posible utilizar dos décadas, pues $X = 1000 \Omega$ y sólo es necesario multiplicar por 10, y la variación menor de $S = 1 \Omega$, con lo que el error relativo de la medida es del 10%.

En definitiva, es conveniente utilizar valores de P y Q para que el valor de S sea lo más grande posible, con un mayor número de dígitos significativos para la X a medir.

Para $X = 22 \Omega$, 100Ω y $47 k\Omega$, se utilizan tres combinaciones distintas de P y Q, (salvo en $47 k\Omega$), y de nuevo se comprueba una mayor precisión para valores grandes de S, pues se puede ajustar con más precisión el cero del microamperímetro. En cuanto a los valores obtenidos de $R = X$, podemos señalar que en todos los casos son compatibles con los valores nominales.

En los valores con un gran $E_r(S)$, éste es el error predominante en $R = P/Q \cdot S$. (2%, 5%). Para casos con un bajo error relativo en S, el error predominante es el de P/Q. Hemos estimado el error de P y Q en un 1%, lo que se justifica con la parte superior de la tabla 5d. Ahí se observa que para valores iguales de P/Q, con P y Q distintos, el valor de S no es exactamente el mismo. Por ejemplo para $P=1$, la desviación relativa entre los distintos casos es del 1% ó 2%, con lo que es lícito asignar un error en P y Q del 1%. De manera similar para $P/Q = 0,1$ y $P/Q = 10$.

Para $X = 1000 \Omega$ es posible hacer un ajuste lineal: $S = R \cdot Q$ con los diferentes valores de P/Q . Se realizaron también para $X = 22 \Omega$ y $X = 100 \Omega$, aunque sería conveniente haber tomado más combinaciones. Para $X = 47 k\Omega$ realizamos un ajuste con único parámetro para obtener un valor medio, y el error de la media.

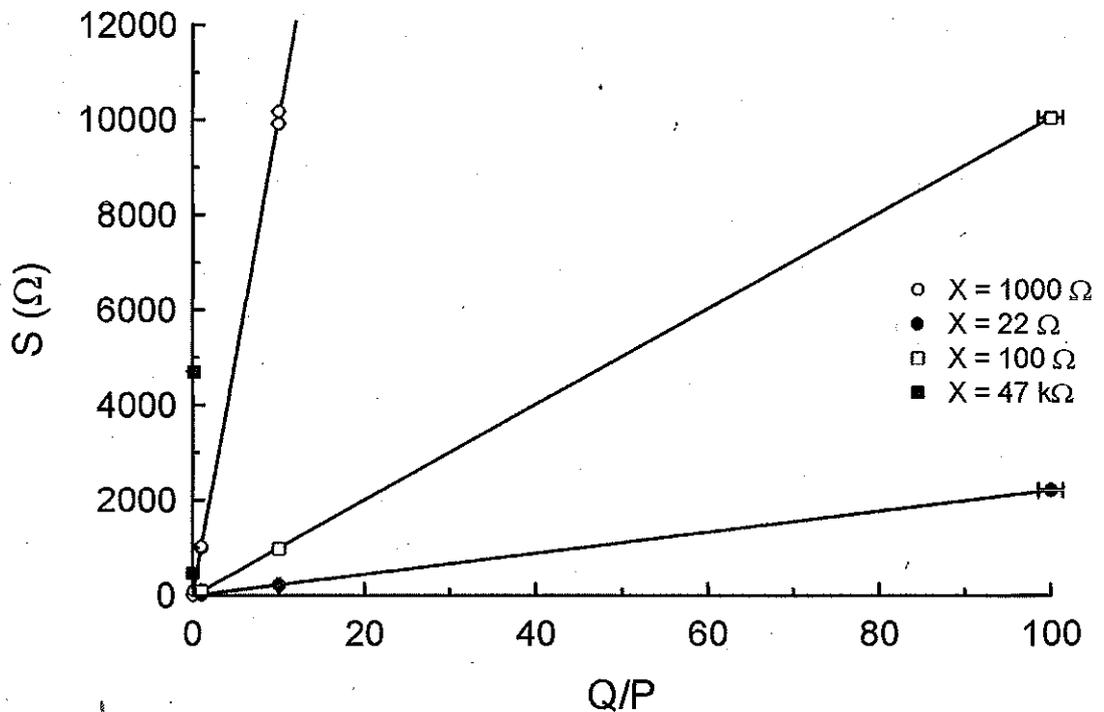


Figura 5d - Determinación de la resistencia en un puente de Wheatstone a partir de distintas combinaciones de P y Q.

Ecuación: $S = R \cdot Q/P + S_0$		Resultados del ajuste (salvo para $X=47k\Omega$, donde no es un ajuste):	
$X = 1000 \Omega$	mcc = 0,9999	$R = 1005 \pm 6 \Omega$	$S_0 = 0 \pm 30 \Omega$
$X = 22 \Omega$	mcc = 0,9999	$R = 22,17 \pm 0,05 \Omega$	$S_0 = -2 \pm 3 \Omega$
$X = 100 \Omega$	mcc = 0,9999	$R = 100,6 \pm 0,2 \Omega$	$S_0 = -14 \pm 12 \Omega$
$(X = 47000 \Omega /$		$R = 47100 \pm 400 \Omega$)

Se observan unos ajustes con alto coeficiente de correlación lineal y ordenada en el origen compatible con cero. Los valores de la pendiente de la recta son el valor de la resistencia y en todos los casos son compatibles con el valor nominal, y con una alta precisión (poco error relativo).

Por tanto, el puente de Wheatstone es un método eficiente para obtener el valor de R evitando el efecto de carga, y que proporciona valores de S precisos, limitados solo por la precisión de P y Q y con un intervalo de medida limitado por P/Q y S máximos y mínimos: $R \in [(P/Q)_{\min} \cdot S_{\min}, (P/Q)_{\max} \cdot S_{\max}]$.

En nuestro caso $P/Q_{\max} = 100$ y $S_{\max} = 11110 \Omega \rightarrow R_{\min} \approx 0,03 \Omega$
 $P/Q_{\min} = 0,02$ y $S_{\min} = 1 \Omega \rightarrow R_{\max} \approx 1 M\Omega$

La correcta calibración del dispositivo se verifica a partir de la bondad del ajuste a la recta de $X = 1000 \Omega$ para distintas combinaciones de P/Q .

Como fuentes de error generales en esta práctica, cabe señalar el error en la lectura de los aparatos analógicos, en especial el voltímetro, que además introducida un error de cero que se ha tenido en cuenta, pero que se anota con su error en todas las medidas.

Hemos determinado los valores de las resistencias satisfactoriamente teniendo en cuenta los efectos de carga de los aparatos, obteniendo valores compatibles con los nominales y los medidos con el multímetro, (con un efecto de carga mucho menor que los aparatos analógicos), debido a una R_v mayor y R_A algo menor.

medida
panda

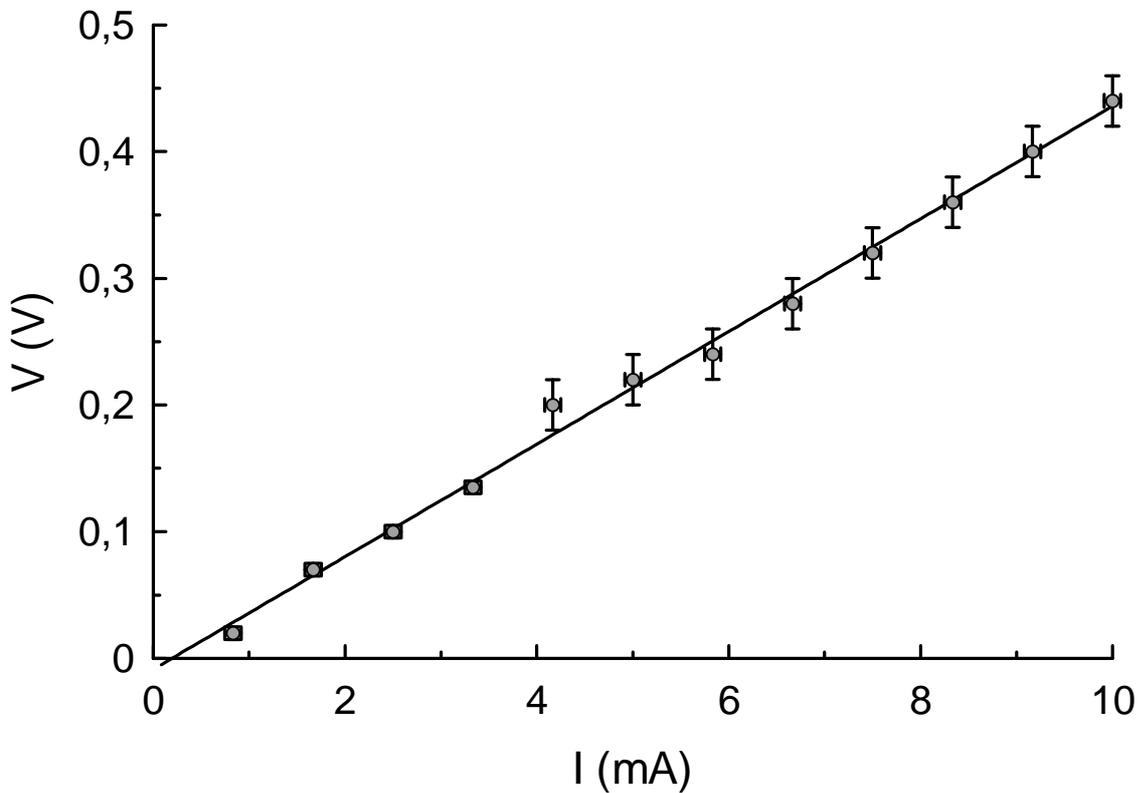


Figura 5a.1 Determinación de la resistencia interna de un amperímetro analógico en el fondo de escala de 10mA con el montaje largo.

Ecuación: $V = R_A \cdot I + V_0$

Resultados del ajuste: $mcc = 0,998$

$R_A = 0,0445 \pm 0,0010 \text{ k}\Omega$

$V_0 = -0,009 \pm 0,012 \text{ V}$

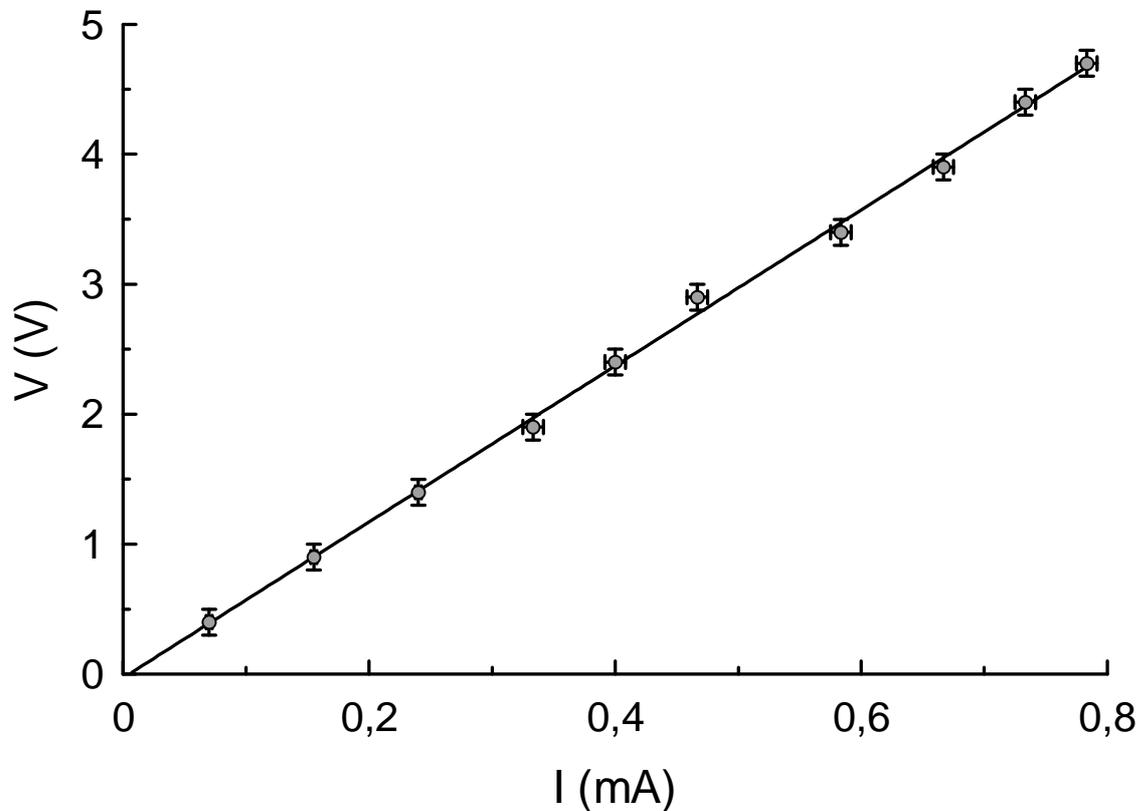


Figura 5a.2 Determinación de la resistencia interna de un voltímetro analógico en el fondo de escala de 6V con el montaje corto.

Ecuación: $V = R_V \cdot I + V_0$

Resultados del ajuste: $mcc = 0,999$

$R_V = 6,00 \pm 0,09 \text{ k}\Omega$

$V_0 = -0,03 \pm 0,08 \text{ V}$

$X_{nom} (\Omega)$	$X' (\Omega)$	$(X-X')/X$	$V/I - R_A (\Omega)$	R_A/X
22 ± 1	63 ± 4	$-1,9 \pm 0,2$	19 ± 4	$2,02 \pm 0,11$
	62 ± 2	$-1,8 \pm 0,2$	17 ± 2	
	64 ± 4	$-1,9 \pm 0,2$	20 ± 4	
	66 ± 3	$-2,0 \pm 0,2$	22 ± 3	
	65 ± 2	$-1,95 \pm 0,19$	20 ± 3	
	66 ± 2	$-2,00 \pm 0,18$	22 ± 2	
100 ± 5	135 ± 14	$-0,35 \pm 0,15$	91 ± 14	$0,44 \pm 0,02$
	144 ± 7	$-0,44 \pm 0,10$	100 ± 7	
	144 ± 5	$-0,44 \pm 0,09$	100 ± 5	
	144 ± 3	$-0,44 \pm 0,08$	100 ± 4	
	144 ± 3	$-0,44 \pm 0,08$	100 ± 3	
	140 ± 2	$-0,40 \pm 0,07$	96 ± 2	
470 ± 20	528 ± 29	$-0,12 \pm 0,08$	480 ± 30	$0,095 \pm 0,004$
	510 ± 14	$-0,09 \pm 0,05$	466 ± 14	
	500 ± 9	$-0,06 \pm 0,05$	456 ± 9	
	495 ± 7	$-0,05 \pm 0,05$	451 ± 7	
	516 ± 6	$-0,10 \pm 0,05$	472 ± 6	
	508 ± 5	$-0,08 \pm 0,05$	464 ± 5	
1000 ± 50	1020 ± 50	$-0,02 \pm 0,07$	980 ± 50	$0,044 \pm 0,002$
	1020 ± 30	$-0,02 \pm 0,06$	980 ± 30	
	1097 ± 19	$-0,10 \pm 0,06$	1052 ± 19	
	1030 ± 20	$-0,03 \pm 0,06$	990 ± 20	
	1040 ± 40	$-0,04 \pm 0,06$	1000 ± 40	
47000 ± 2000	30000 ± 15000	$0,4 \pm 0,3$	29956 ± 15000	$0,00095 \pm 0,00005$
	49200 ± 49200	$-0,05 \pm 1,05$	49156 ± 49200	

Tabla 5b: Cálculos correspondientes al apartado 2.2.

La columna V/I es la expresión exacta para X teniendo en cuenta el efecto de carga: $X=X'-R_A$, es decir, las columnas $(X-X')/X$ tiene que ser compatible con el valor $-R_A/X$. R_A se obtiene del ajuste de la figura 5a.1.

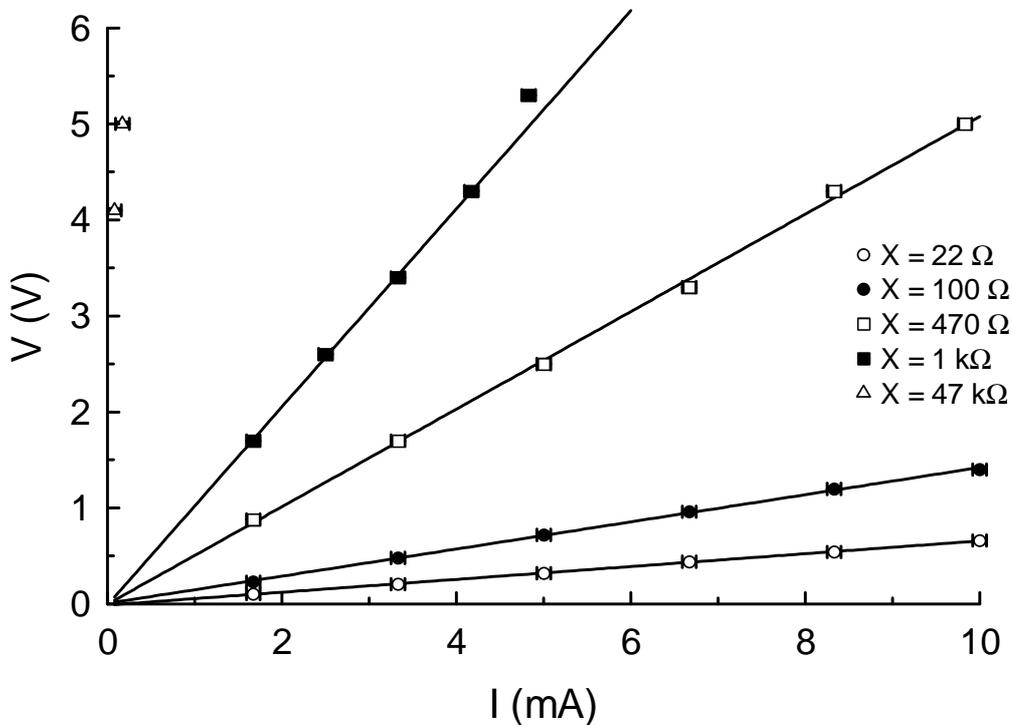


Figura 5b Medida de resistencias X mediante el montaje largo con aparatos analógicos.

Ecuación: $V = (X + R_A) \cdot I + V_0$

Resultados del ajuste:

X= 22 Ω	mcc = 0,9997	X+R_A = 0,0669 ± 0,0008 kΩ	V ₀ = -0,012 ± 0,010 V
X= 100 Ω	mcc = 0,9995	X+R_A = 0,141 ± 0,002 kΩ	V ₀ = 0,006 ± 0,015 V
X= 470 Ω	mcc = 0,9994	X+R_A = 0,508 ± 0,009 kΩ	V ₀ = 0,00 ± 0,06 V
X= 1000 Ω	mcc = 0,9998	X+R_A = 1,032 ± 0,016 kΩ	V ₀ = -0,01 ± 0,05 V

22,4 0,8 97 2 464 9 988 16

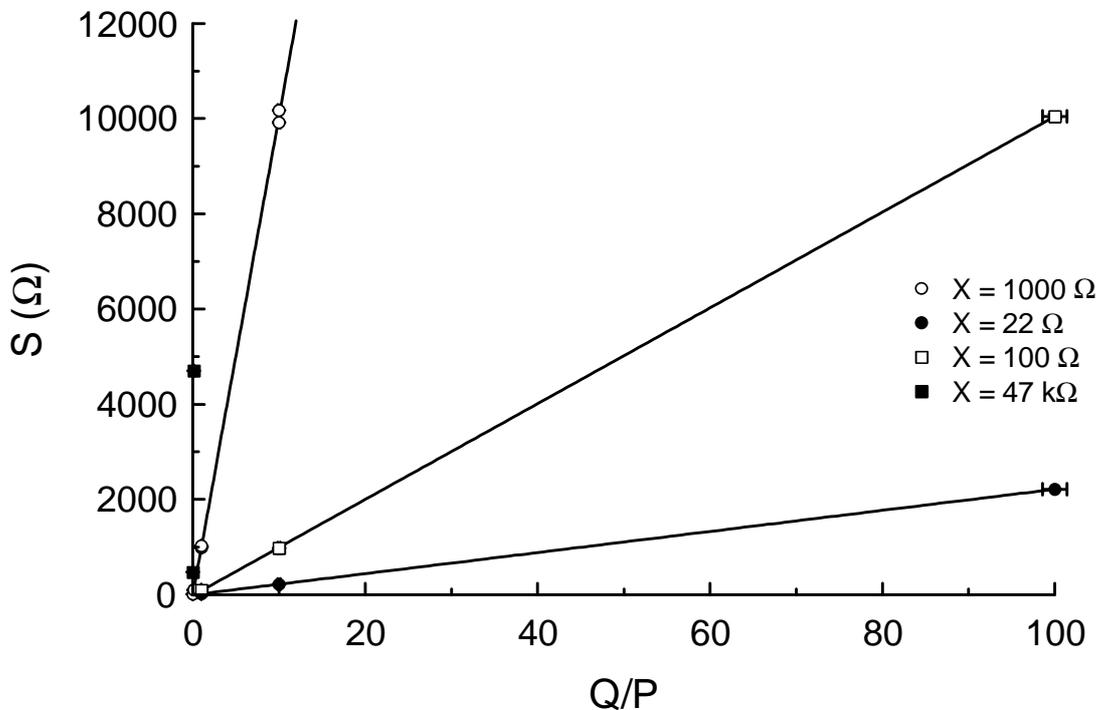


Figura 5d – Determinación de la resistencia en un puente de Wheatstone a partir de distintas combinaciones de P y Q.

Ecuación: $S = R \cdot Q/P + S_0$

Resultados del ajuste (salvo para X=47kΩ, donde no es un ajuste):

X= 1000 Ω	mcc = 0,9999	R = 1005 ± 6 Ω	S ₀ = 0 ± 30 Ω
X= 22 Ω	mcc = 0,9999	R = 22,17 ± 0,05 Ω	S ₀ = -2 ± 3 Ω
X= 100 Ω	mcc = 0,9999	R = 100,6 ± 0,2 Ω	S ₀ = -14 ± 12 Ω
(X= 47000 Ω /		R = 47100 ± 400 Ω	/)

$X_{nom} (\Omega)$	$X' (\Omega)$	$(X-X')/X$	$(I/V - 1/R_V)^{-1} (\Omega)$	R_V/X
22 ± 1	23 ± 3	$-0,06 \pm 0,16$	23 ± 3	273 ± 14
	21 ± 5	$0,0 \pm 0,2$	21 ± 5	
	19 ± 19	$0,1 \pm 0,9$	19 ± 19	
100 ± 5	95 ± 3	$0,05 \pm 0,06$	96 ± 4	60 ± 3
	98 ± 4	$0,02 \pm 0,06$	100 ± 4	
	95 ± 5	$0,05 \pm 0,07$	97 ± 5	
	93 ± 7	$0,07 \pm 0,08$	95 ± 7	
	95 ± 11	$0,05 \pm 0,12$	96 ± 11	
	80 ± 20	$0,2 \pm 0,2$	80 ± 20	
470 ± 20	436 ± 13	$0,07 \pm 0,05$	471 ± 16	$12,8 \pm 0,6$
	433 ± 16	$0,08 \pm 0,05$	467 ± 19	
	410 ± 20	$0,12 \pm 0,06$	450 ± 20	
	440 ± 30	$0,07 \pm 0,07$	470 ± 30	
	430 ± 50	$0,09 \pm 0,11$	460 ± 60	
	440 ± 110	$0,1 \pm 0,2$	470 ± 130	
1000 ± 50	850 ± 20	$0,15 \pm 0,05$	990 ± 30	$6,0 \pm 0,3$
	840 ± 30	$0,16 \pm 0,05$	970 ± 40	
	870 ± 40	$0,13 \pm 0,06$	1020 ± 50	
	860 ± 50	$0,14 \pm 0,06$	1010 ± 60	
	820 ± 100	$0,18 \pm 0,10$	950 ± 120	
	800 ± 200	$0,2 \pm 0,2$	900 ± 300	
47000 ± 2000	5320 ± 120	$0,887 \pm 0,005$	47000 ± 11000	$0,128 \pm 0,006$
	5320 ± 150	$0,887 \pm 0,006$	47000 ± 13000	
	5300 ± 200	$0,888 \pm 0,006$	44000 ± 14000	
	5200 ± 300	$0,890 \pm 0,008$	38000 ± 16000	
	5400 ± 700	$0,885 \pm 0,015$	50000 ± 70000	
	4800 ± 1300	$0,90 \pm 0,03$	20000 ± 30000	

Tabla 5c: Cálculos correspondientes al apartado 3.2., prescindiendo de las filas indicadas en el apartado anterior (las últimas de cada X). La columna $(I/V - 1/R_V)^{-1}$ es la expresión exacta para X teniendo en cuenta el efecto de carga: $1/X=1/X'-1/R_V$. R_V se obtiene del ajuste de la figura 5a.2.

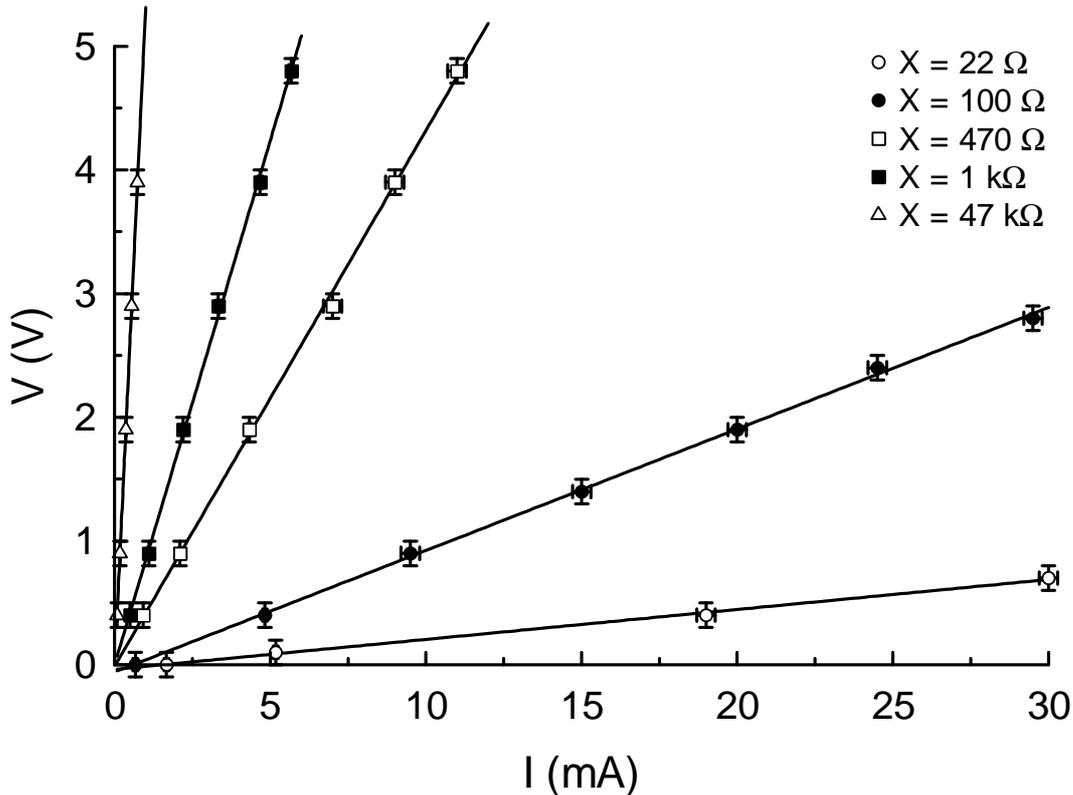


Figura 5c Medida de resistencias X mediante el montaje corto con aparatos analógicos.

Ecuación: $V = (X R_V)/(X+R_V) \cdot I + V_0$ Resultados del ajuste:

X= 22 Ω	mcc = 0,9987	X' = 0,0242 ± 0,0009 kΩ	$V_0 = -0,04 ± 0,03$ V
X= 100 Ω	mcc = 0,9996	X' = 0,0983 ± 0,0013 kΩ	$V_0 = -0,06 ± 0,04$ V
X= 470 Ω	mcc = 0,9994	X' = 0,433 ± 0,008 kΩ	$V_0 = -0,01 ± 0,05$ V
X= 1000 Ω	mcc = 0,9996	X' = 0,848 ± 0,012 kΩ	$V_0 = -0,00 ± 0,04$ V
X= 47000 Ω	mcc = 0,9998	X' = 5,34 ± 0,06 kΩ	$V_0 = -0,03 ± 0,03$ V

24,3 0,9 99,9 1,3 467 9 987 17 49000 5000

X_{nom} (Ω)	P/Q ± 1,4%	S (Ω)	E_r (S)	R (Ω)	E_r (R)
1000 ± 50	1	997,5 ± 0,5	0,05%	998 ± 14	1,42%
	0,1	9920 ± 10	0,10%	992 ± 14	1,42%
	0,01	99,5 ± 0,5	0,50%	995 ± 15	1,50%
	10	995,5 ± 0,5	0,05%	996 ± 14	1,42%
	1	10175 ± 5	0,05%	1018 ± 14	1,42%
	0,1	9,5 ± 0,5	5,26%	950 ± 50	5,45%
	100	100,5 ± 0,5	0,50%	1005 ± 15	1,50%
	10	1027,5 ± 0,5	0,05%	1028 ± 15	1,42%
22 ± 1	1	22,5 ± 0,5	2,22%	22,5 ± 0,6	2,63%
	1	2215 ± 5	0,23%	22,2 ± 0,3	1,43%
	0,01	216,5 ± 0,5	0,23%	21,7 ± 0,3	1,43%
100 ± 5	0,1	97,5 ± 0,5	0,51%	97,5 ± 1,5	1,50%
	1	980 ± 1	0,10%	98,0 ± 1,4	1,42%
	0,1	10050 ± 50	0,50%	100,5 ± 1,5	1,50%
47000 ± 2000	0,01	4705 ± 5	0,11%	47000 ± 700	1,42%
	10	471 ± 1	0,21%	47100 ± 700	1,43%

Tabla 5d: Cálculos correspondientes al apartado 4.1 (parte superior) y 4.2 (parte inferior)

La columna E_r (S)= dS/S y E_r (R)= dR/R, donde influye también el error de P/Q (1,4%)