

CONDENSADOS DE BOSE-EINSTEIN:

GASES BOSÓNICOS
EN EL ESTADO DE
MENOR ENERGÍA POSIBLE
FORMAN UNA SOLA
ENTIDAD COHERENTE.

Asignatura: Fundamentos de las Tecnologías Cuánticas

FERNANDO HUESO GONZÁLEZ¹
1º de Física - UVEG
Campus de Burjassot, Fac. de Física.

Trabajo entregado el 27-V-08

¹ *ferhue O alumni.uv.es*

ÍNDICE

ÍNDICE	- 2 -
RESUMEN.....	- 3 -
CONTEXTO HISTÓRICO	- 3 -
FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	- 7 -
Sistemas de partículas idénticas.....	- 7 -
Partículas elementales.....	- 8 -
Condensados de Bose-Einstein.....	- 9 -
<i>Propiedades</i>	- 11 -
<i>Superconductividad y superfluidez</i>	- 12 -
<i>Otros fenómenos</i>	- 14 -
MONTAJE EXPERIMENTAL	- 15 -
Observaciones y propiedades.....	- 19 -
APLICACIONES	- 23 -
Láser de átomos	- 23 -
Recreación de fenómenos cosmológicos	- 26 -
Slow light.....	- 27 -
Aplicaciones relacionadas.....	- 29 -
CONCLUSIÓN.....	- 31 -

RESUMEN

En 1924, todavía en los primeros pasos de la mecánica cuántica, los físicos Satyendra Nath Bose y Albert Einstein predijeron teóricamente la existencia de un nuevo estado de agregación de la materia que se podía presentar en ciertos átomos a bajísimas temperaturas. En esas condiciones, un número de átomos similares aunque en estados diferentes entre sí pierden su identidad individual y se funden (condensan) en un “gran átomo”. En él, sus constituyentes son idénticos e indiferenciables, se mueven al unísono y manifiestan unas mismas propiedades físicas y comportamiento ante interacciones externas. A este grupo de átomos indistinguibles, que forma un nuevo estado de agregación de la materia, se le dio el nombre de condensado de Bose-Einstein.

Sin embargo tuvieron que pasar 71 años para que dichas predicciones se vieran reflejadas en la realidad. En 1995, gracias al gran desarrollo tecnológico de finales del siglo XX, un grupo de investigadores fue capaz de enfriar miles de átomos de rubidio a menos de una millonésima de grado sobre el cero absoluto y obtener dicho condensado, lo cual supuso la confirmación de las teorías de Bose-Einstein y una demostración más de que es posible acercar los fenómenos cuánticos de la teoría a la realidad práctica.

Los objetivos de este trabajo sobre los condensados de Bose-Einstein son:

- exponer una reseña histórica y contextualización en la historia de la ciencia desde la predicción de la existencia de los condensados hasta su realización experimental;
- explicar los fundamentos teóricos en los que se basa este fenómeno cuántico;
- describir las técnicas empleadas para su obtención, así como los resultados experimentales;
- indicar algunas de las posibles aplicaciones de este fenómeno y hacer referencia a recientes y futuros experimentos, estudios e investigaciones sobre los condensados.

CONTEXTO HISTÓRICO

En los años 20 del siglo pasado, el físico hindú Satyendra Nath Bose estudiaba la hipótesis (nueva en esa época) de que la luz estaba formada por pequeños paquetes discretos de energía (cuantos o fotones). Para ello, derivó la ecuación de Planck para la radiación de un cuerpo negro con la idea de tratar la luz como un gas de partículas idénticas, realizó cálculos estadísticos sobre dichas partículas de luz y describió ciertas reglas para determinar si dos fotones eran idénticos o no. Dichos cálculos y reglas constituyen actualmente la estadística de Bose, que se aplica a partículas (llamadas bosones) que tienen una función de onda simétrica, como se explicará posteriormente.

No obstante, Bose no disponía de prestigio ni de credibilidad entre la comunidad científica, por lo que sus ideas no fueron difundidas ni tenidas en cuenta. En ese momento, en el cual nadie creía en su teoría, decidió enviar sus resultados e investigaciones a Albert Einstein, el famoso físico alemán. Éste se convenció inmediatamente de la importancia de los estudios realizados por Bose, los tradujo personalmente al alemán y empleó los medios a su alcance para difundirlos.

Además, Einstein intuyó que la teoría de Bose no era exclusiva de los fotones (partículas sin masa), sino que se podía extender a partículas con masa. Así pues, realizó sus propias investigaciones y generalizó las ideas y reglas de Bose a los átomos de un gas y otras moléculas. En condiciones de temperatura ambiental, el efecto de aplicar esta teoría no introducía ningún cambio apreciable, pero a temperaturas cercanas al cero absoluto, el caso era distinto. Así pues, la aceptación de dicha hipótesis tenía como consecuencia el “descubrimiento” de un nuevo estado de agregación de la materia a temperaturas muy bajas. Las suposiciones de Einstein y la consecuente predicción de la existencia de dichos condensados se verían confirmadas 70 años después en la realización experimental, aunque con ciertos matices: sólo pueden formar condensados ciertas partículas llamadas bosones, que siguen la estadística de Bose y no los fermiones, que atiendan al Principio de exclusión de Pauli y a la estadística de Fermi.



Figura 1 - Satyendra Nath Bose.

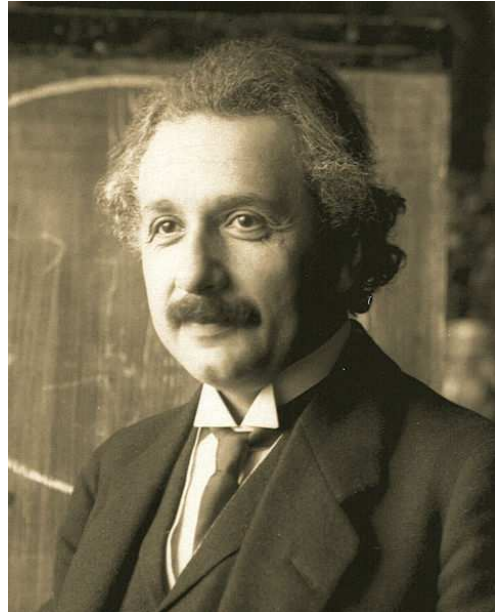


Figura 2 - Albert Einstein.

En el momento en que Bose y Einstein predijeron la existencia de dichos condensados, la tecnología disponible no era suficiente para la realización experimental de dicha teoría. La existencia de estos condensados permaneció como una idea teórica, una suposición prácticamente inalcanzable, de forma que el hipotético condensado no era más que una curiosidad sin trascendencia. No obstante, al pasar un tiempo tras la publicación de los artículos, algunos físicos comenzaron a interpretar los resultados (por ejemplo Fritz London en 1938 en cuanto al helio líquido), apreciar su importancia y formular hipótesis sobre ciertos fenómenos cosmológicos que podrían tener su explicación en los condensados de Bose-Einstein (BEC).

No obstante, Einstein no interpretó una de las consecuencias más importantes que se deducían de sus investigaciones y ecuaciones acerca de los condensados: los átomos serían absolutamente iguales entre sí. La mayoría de los átomos del condensado estarían al mismo nivel cuántico, es decir, descenderían al nivel de menor energía posible. Al compartir el mismo estado cuántico y tener todos la misma energía (mínima, de punto cero), serían indistinguibles y se comportarían como un “superátomo”. Éste es un comportamiento muy poco corriente y extraño, que por aquel entonces no era tan sencillo de predecir.

De hecho, Einstein generó un debate importante al discutir las interpretaciones de Niels Bohr y Werner Heisenberg sobre la teoría cuántica. Estos últimos promulgaban una interpretación probabilística (interpretación de Copenhague) de los fenómenos cuánticos (como el principio de indeterminación), que entraba en confrontación directa con la física clásica determinista. Einstein pronunciaría la famosa frase: “Dios no juega a los dados”; y pese a ser uno de los pioneros en la física cuántica, actualmente se hace referencia a él como el último físico clásico.

La mecánica cuántica siguió desarrollándose en el siglo XX, con nuevas teorías e interpretaciones, a la par que los descubrimientos experimentales confirmaban o falsaban ciertas hipótesis. Este proceso se desarrollaba al mismo tiempo que la tecnología iba mejorando a un ritmo frenético. En el caso de los BEC, el principal impedimento técnico para su realización experimental era el enfriamiento de una muestra de átomos a una temperatura tan baja. Inicialmente, este experimento fue inalcanzable, pero a medida que se iban diseñando nuevas técnicas de enfriamiento, la expectación e inquietud por obtener estos condensados iba creciendo y muchos grupos de investigadores afrontaban este reto con intención de ser los primeros en conseguirlo. Paralelamente a la carrera experimental, en los años cincuenta fueron formuladas teorías generales sobre los condensados atómicos por Gross, Pitaevski, Bogoliubov y Ginzburg-Landau que sirvieron de base para comprender fenómenos como la superfluidez o superconductividad, sistemas de condensados más complejos al existir interacciones y ya observados por formarse a temperaturas superiores que los condensados de un gas.

En 1968, Harold Hess y por otra parte Letokhov sugirieron utilizar trampas magnéticas como forma de enfriar los átomos en un proceso llamada el enfriamiento evaporativo, de forma que los átomos más energéticos escapaban de la trampa (pozo cuántico de potencial confinante) y dejaban a los átomos restantes más fríos, como si de un botijo se tratase. Este método era útil aunque insuficiente para crear el condensado, puesto que la densidad crecía a medida que bajaba la temperatura, lo que impedía crear el condensado.

La superfluidez (que se da a 1K) era conocida ya desde 1911, y existía la hipótesis de que los superfluidos de He-4 podrían ser una manifestación de la condensación bosónica de átomos de helio. Este hecho fue apoyado por otro experimento en 1972. Al enfriar helio-3 (que sigue la estadística de Fermi-Dirac) hasta milésimas de kelvin, la sustancia se convirtió en un superfluido con una transición análoga a la condensación Bose-Einstein, ya que la agrupación de fermiones en pares puede comportarse como una partícula bosónica. Los electrones de espín opuesto adquirirían correlaciones fuertes y entraban en un estado de gran coherencia, lo que justificaba su falta de resistencia eléctrica. No obstante, todavía faltaría un tiempo para obtener los condensados de Bose-Einstein, que debían llevarse a cabo con átomos en estado gaseoso.

A finales de los setenta, los investigadores del MIT (Daniel Kleppner) se enfrentaron a la dificultad fundamental de enfriar un gas por debajo de la temperatura a la que los átomos se congelarían formando un sólido. Para evitar esto, deberían crear un gas sobresaturado. En 1976, un grupo de investigadores dirigido por Stwalley y Nosanov trató de realizar este experimento con hidrógeno de espín polarizado, puesto que se sabía que era resistente a la agrupación átomo a átomo anterior a la congelación en masa. No obstante, el hidrógeno se veía atraído hacia las paredes o se recombinaba con Helio y un aumento de la presión para solucionar este efecto hacía que la densidad aumentase, con lo que el grupo no logró obtener un condensado. Pero las técnicas de enfriamiento que desarrollaron, los problemas con los que se encontraron y el montaje experimental desarrollado suscitaron interés, ampliaron el conocimiento y abrieron nuevas sendas que otros grupos aprovecharon en la carrera por obtener los condensados.

En 1983, un grupo dirigido por Steven Chu y Ashkin ideó un sistema por el cual enfriaban átomos mediante haces de rayos láser, que se hacían incidir de manera que los impactos de los fotones ralentizaban los átomos. La cota de enfriamiento estaba determinada por la energía de un fotón. También se ayudó de la técnica del enfriamiento Doppler de átomos libres, idea original de H \grave{a} nshch y Schawlow (1975). Paralelamente, el grupo de Phillips y el de Cohen-Tannoudji desarrollaron aparatos que combinaban distintas técnicas (como la denominada "Sísifo", o el enfriamiento por gradiente de polarización, además de las trampas ópticas y magnéticas (1986)) logrando enfriar cada vez más los átomos hasta pocos micro kelvin. En 1997, Steven Chu, Cohen-Tannoudji y William Phillips recibieron el premio Nobel de Física por sus investigaciones del enfriamiento mediante haces láser, aunque, paralelamente, las investigaciones de los científicos rusos Balykin y Letokhov en 1980 fueron también muy exitosas.

En 1989, Eric Cornell y Wieman (JILA), inspirados por los resultados anteriores y conocedores de las nuevas técnicas de enfriamiento de átomos alcalinos mediante el uso de láser, supusieron que se podrían alcanzar las temperaturas necesarias intentando condensar estos átomos en lugar del hidrógeno utilizado en anteriores experimentos. Además, este tipo de átomos (rubidio, sodio, cesio) se transforman antes que el hidrógeno en un BEC y tienen una estructura energética que permitía mejor el confinamiento mediante campos magnéticos.

Así pues, conjugaron las distintas técnicas del confinamiento de átomos alcalinos mediante láser, las trampas magnéticas y el enfriamiento evaporativo, entre otras. Tras diversos diseños, nuevos desarrollos, ajustes y calibraciones para mejorar la precisión, en 1995, el grupo de Cornell y Wieman (en Boulder, Colorado - EEUU) logró enfriar 2000 átomos de rubidio una millonésima de grado sobre el cero absoluto y consiguió que dichos átomos (en estado gaseoso) se fundiesen en un BEC y perdiesen su identidad individual durante 10 segundos. Este logro supuso un hito en la historia de la física, por el cual recibieron el premio Nobel de Física en 2001 junto con Wolfgang Ketterle (MIT), que realizó el experimento paralelamente con átomos de sodio.



Figura 3 - Eric A. Cornell.

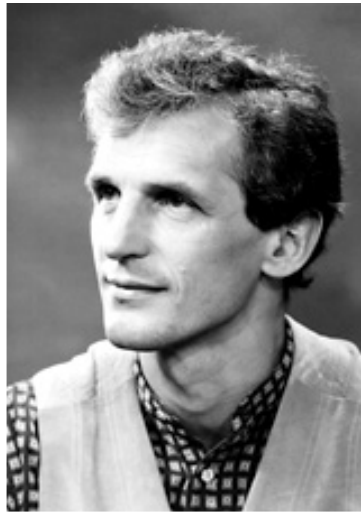


Figura 4 - Wolfgang Ketterle.



Figura 5 - Carl E. Wieman

Los sucesivos experimentos no tardaron en llegar. En 1996² se observó el proceso de interferencia entre dos nubes de condensados y la posterior ruptura de coherencia e interferencia al realizar una medida del número de átomos a “cada lado”. En 1997 se creó el primer láser de átomos³. Aparte, se condensaron átomos no alcalinos como el hidrógeno, el helio excitado, el litio (en 2003 se logró con Li_2), el cromo o el yterbio y ahora se ha conseguido aumentar el número de átomos condensados hasta los 20 millones. Al estudiar la dinámica de los condensados, se ha observado la formación de vórtices y redes de vórtices. A la par que proliferan los experimentos, mejoran las técnicas de enfriamiento, como la desarrollada por Doyle utilizando un gas amortiguador de helio. Asimismo, se han descubierto efectos muy interesantes como el fenómeno de “slow light”. Lene Hau, en Harvard, en 1998, consiguió reducir la velocidad de la luz en un condensado atómico hasta una velocidad de 17m/s. Dos años después detuvo la luz completamente y la “reanudó” con las mismas características por el camino original. Recientemente, en 2007, hizo desaparecer un pulso de luz en una nube fría y lo recuperó en una nube cercana, de forma que se convertía materia en luz y viceversa.⁴

Esta rama de la física y, en concreto este tema, está en pleno desarrollo y cada cierto tiempo se formulan nuevas teorías y se realizan nuevos experimentos y descubrimientos. Un ejemplo es que, hace poco tiempo, un grupo de teóricos propuso que, con átomos fermiónicos atrapados en el interior del vórtice de un condensado de Bose-Einstein, se podrían comprobar algunas predicciones de la física de supercuerdas (rama de la física teórica que intenta unificar todas las fuerzas de la naturaleza), aunque no se ha llegado a ninguna conclusión al respecto.

Al margen de ello, en 2003, la doctora Jin creó un llamado condensado fermiónico, con propiedades análogas al BEC, donde las partículas eran fermiones (Potasio-40), que en principio son antisociables por el principio de exclusión de Pauli. Este proceso tiene algunos parecidos con la superfluidez⁵ del Helio-3. Todavía no hay consenso entre los científicos sobre si se puede equiparar este condensado a los BEC y tratarlo como el sexto estado de agregación de la materia⁶ (después de sólido, líquido, gas, plasma y BEC). Con todo, este campo de la física sigue experimentando un desarrollo vibrante y renovador donde el intrigante futuro nos puede deparar nuevos y extraordinarios descubrimientos y múltiples avances y aplicaciones.

² En ese año se otorgó el premio Noble a David Lee por su investigación de la superfluidez, relacionado con los BEC.

³ En ese experimento se batió además el récord de la temperatura más jamás registrada: 450pK.

⁴ “Nature”, 8 de febrero de 2007

⁵ Para mantener temperaturas <1K en laboratorios se utilizan mezclas de 3He y 4He superfluidos (líquidos refrigerantes).

⁶ Los estados de agregación convencionales y ordinarios para el ser humano son el sólido, el líquido y el gas. Aunque suelen tratarse clásicamente, es necesaria la física cuántica para comprender por ejemplo la formación de moléculas y la estabilidad de todos ellos. Este es un ejemplo más de que la mecánica cuántica no se restringe a lo microscópico.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Sistemas de partículas idénticas

En mecánica clásica no importa si dos partículas son idénticas o no, en cualquier caso las puedes distinguir, determinar su trayectoria, su velocidad, etc. Por el contrario, en mecánica cuántica, los sistemas de partículas idénticas cobran gran relevancia. La posición de una partícula no está bien definida, sino que existe una onda de probabilidad asociada a cada partícula que representa la probabilidad de encontrar la partícula en un punto si realizamos una medida. Por tanto, al existir dos partículas similares, siempre que estén lo suficientemente cerca para que las funciones de onda se solapen (si no estaríamos en el caso clásico), las partículas en principio similares (no necesariamente en el mismo estado cuántico) serán indistinguibles entre sí. Este fenómeno no tiene ningún análogo clásico.

Así pues, si componemos las dos funciones de onda debemos obtener un resultado equivalente permutando las partículas, puesto que son indistinguibles. Si suponemos que la composición es:

$$\left| \psi_1(\vec{r}_1) \psi_2(\vec{r}_2) \right|^2 \neq \left| \psi_2(\vec{r}_1) \psi_1(\vec{r}_2) \right|^2 \quad [1]$$

llegamos a una contradicción, puesto que la situación no es invariante al intercambiar las partículas, con lo que la descripción de las dos partículas no es la adecuada (podríamos distinguir las partículas etiquetadas como 1 y 2). Se observa que la descripción correcta que cumple con la condición es:

$$\bullet \text{ I} \quad \left| \psi_1(\vec{r}_1) \psi_2(\vec{r}_2) + \psi_2(\vec{r}_1) \psi_1(\vec{r}_2) \right|^2 = \left| \psi_2(\vec{r}_1) \psi_1(\vec{r}_2) + \psi_1(\vec{r}_1) \psi_2(\vec{r}_2) \right|^2 \quad [2]$$

$$\begin{aligned} \bullet \text{ II} \quad & \left| \psi_1(\vec{r}_1) \psi_2(\vec{r}_2) - \psi_2(\vec{r}_1) \psi_1(\vec{r}_2) \right|^2 \\ & = \left[\psi_2(\vec{r}_1) \psi_1(\vec{r}_2) \right]^2 - 2\psi_1(\vec{r}_1) \psi_2(\vec{r}_2) \psi_2(\vec{r}_1) \psi_1(\vec{r}_2) + \left[\psi_1(\vec{r}_1) \psi_2(\vec{r}_2) \right]^2 \\ & = \left| \psi_2(\vec{r}_1) \psi_1(\vec{r}_2) - \psi_1(\vec{r}_1) \psi_2(\vec{r}_2) \right|^2 \end{aligned} \quad [3]$$

con lo que las partículas se comportarán idénticamente bajo permutación de la función de ondas asociada a cada una, por lo que serán indistinguibles. Como se ve, las densidades de probabilidad no se pueden factorizar independientemente, pues existen correlaciones entre las partículas.

Si analizamos la primera posibilidad, observamos que la primera es simétrica, mientras que la segunda es antisimétrica. El estado permutado no introduce ningún cambio en la primera ecuación en cada partícula, mientras que en el segundo, la función de ondas tiene el orden invertido (multiplicar por -1), es decir, tiene el estado opuesto, por lo que se dice que la función de ondas es antisimétrica bajo permutación. Con todo, al elevar al cuadrado la expresión y ser la suma conmutativa podemos reordenar los términos y reagruparlos en un binomio obteniendo un resultado equivalente en cuanto a probabilidad.

Conviene ahora introducir un nuevo concepto, el denominado espín de la partícula para relacionar la simetría con este concepto. El espín, una propiedad física, es el movimiento angular intrínseco (valor fijo) que poseen todas las partículas elementales. Las partículas con espín presentan un momento magnético y su valor está cuantizado. Se asignan valores enteros y semienteros (relacionados con los múltiplos de lo constante de Planck), donde una misma partícula puede tener un valor o el simétrico respecto del 0, es decir, el valor con signo negativo (espín “up” y “down”).

⁷ La ecuación representa el cuadrado de la función de ondas ψ , es decir, la probabilidad de encontrar a la partícula en una determinada posición dada por el vector de posición r . Esta función se puede extender a más partículas y a otros estados.

Por el teorema de la conexión espín-estadística, podemos establecer las siguientes relaciones:

1. Los sistemas de partículas con un número de espín entero han de tener una función de onda simétrica. Dichas partículas obedecerán la llamada estadística de Bose-Einstein y serán llamados bosones.
2. Las partículas con un número de espín semi-impar deben tener una función de onda antisimétrica. En consecuencia, atenderán a la estadística de Fermi-Dirac y se les denominará fermiones.

Tabla 1 - Representación esquemática del teorema de la conexión espín-estadística.

Espín (s)	Simetría	Estadística	Ejemplos
Entero	+	Bose-Einstein	Átomo de ${}^4\text{He}$ (s=0), fotón (s=1), pión (s=0)
Semientero	-	Fermi-Dirac	Átomo de ${}^3\text{He}$, electrón, protón, quark (s=1/2)

Nota: el + se asocia a la función de ondas simétrica y el - a la asimétrica.

La ecuación que describe el comportamiento de los bosones según la estadística de Bose es:

$$\frac{n_i}{g_i} = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/kT} - 1} \quad [4]$$

donde n_i es el número de partículas en un estado de energía E_i , μ es el potencial químico, k la constante de Stephan-Boltzmann, T la temperatura en escala absoluta y g_i es la degeneración cuántica del estado o número de partículas que comparten el estado i .

Partículas elementales

Así pues, en física de partículas se distinguen dos tipos básicos de partículas elementales: los bosones y los fermiones. Los fermiones son los constituyentes básicos de la materia (electrones, protones⁽⁸⁾, quarks, ...), mientras que los bosones (fotones, mesones, ...) están asociados a las fuerzas existentes entre fermiones. En realidad, los bosones son aquellas partículas que tienen estados simétricos y los fermiones los que muestran estados asimétricos en las funciones de onda.

A los fermiones se les prohíbe compartir un mismo estado cuántico: son antisociables, mientras que los bosones son sociables y no padecen restricciones respecto a la convivencia en un mismo estado cuántico. También se han desarrollado teorías en las que se predice la existencia de partículas donde los bosones y los fermiones están asociados y que reciben el nombre genérico de supersimetrías, aunque no se han encontrado experimentalmente. Además, existe la hipótesis no confirmada (y que viola ciertas propiedades) de que hay partículas con espín fraccionario, llamadas plektones.

El fenómeno de los condensados de Bose-Einstein se da en partículas bosónicas (denominadas de esta manera en honor a Bose), con lo que enunciaremos esquemáticamente sus características:

- tienen un espín (momento angular intrínseco) entero,
- no cumplen el principio de exclusión de Pauli,
- siguen la estadística de Bose-Einstein,
- la función de ondas cuántica es simétrica respecto a la permutación de partículas.⁹

Algunas partículas se comportan como bosones sin serlo estrictamente. Pueden estar compuestas por otras partículas, como es el caso de un núcleo de helio. Este comportamiento sólo se presenta bajo determinadas condiciones. Aun estando compuesto por cuatro fermiones, que a su vez no son partículas elementales (protones y neutrones están formados por quarks), se comportan como un bosón al ser el número de fermiones par¹⁰ y mostrar estados de simetría en lugar de antisimetría.

Algunos ejemplos más de bosones son las partículas alfa, los fotones, los piones, los gluones, los fonones, ...

⁸ Los protones y neutrones son partículas subatómicas, pero no estrictamente elementales, puesto que están compuestos por quarks. No obstante, se suele hacer referencia a ellas como tales.

⁹ Por el teorema de espín-estadística, la segunda y cuarta característica son consecuencias de la primera.

¹⁰ En el caso de átomos, es necesario que el espín total resultante del acoplamiento de todos los fermiones sea entero.

El comportamiento sociable o no se puede comprender mediante las ecuaciones [2] y [3]. En el caso de los fermiones [3], si establecemos la condición de cercanía entre dos partículas ($r_1 \cong r_2$), la probabilidad se hace ínfima. Por tanto, es muy improbable que las partículas estén muy cercanas e imposible que estén en el mismo punto. Esto se puede generalizar a n partículas y a otras propiedades cuánticas como el espín, el nivel de energía, lo que constituye el principio de exclusión de Pauli: (Ortín, 2006)

En un sistema de n fermiones, la función de ondas ψ de todas las variables ξ del estado cuántico es asimétrica bajo permutación de partículas. Por tanto:

$$\psi(\xi_1, \dots, \xi_i, \dots, \xi_j, \dots, \xi_n) = -\psi(\xi_n, \dots, \xi_j, \dots, \xi_i, \dots, \xi_1) \quad [5]$$

Si dos partículas distintas i y j tienen el mismo estado, $\xi_i = \xi_j$, la única solución posible a la ecuación es que $\psi = 0$. En consecuencia, dos fermiones no pueden ocupar simultáneamente el mismo estado cuántico (posición, espín, ...). Por tanto, tenderán a ocupar estados distintos, que serán los más probables de encontrar cuando realicemos una medida.

En el caso de los bosones [2] sucede lo contrario, pues la función de ondas es simétrica y no obedecen al principio de exclusión de Pauli. Cuando $r_1 \cong r_2$, la probabilidad de encontrar dicha situación al realizar una medida de las dos partículas aumenta, con lo que las partículas podrán compartir una misma posición (o estado cuántico en general) y serán sociables. En este contexto surgen los condensados de Bose-Einstein. Si un número de átomos bosónicos se preparan bajo determinadas condiciones, se podrá confinarlos en un mismo punto y estado de energía formando un “superátomo”, donde todas sus partículas comparten el mismo estado cuántico y exhiben un mismo comportamiento. En consecuencia, estos átomos constituirán un estado de agregación de la materia, denominado condensado de Bose-Einstein.

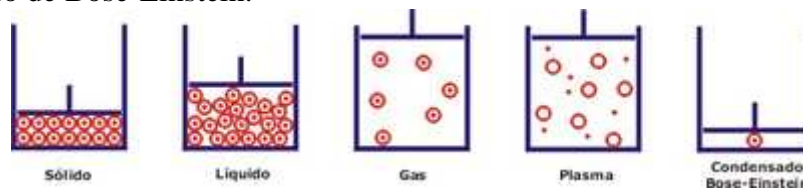


Figura 6 - Representación de la distribución de las partículas en los distintos estados de agregación de la materia.

Condensados de Bose-Einstein

Como ya hemos dicho, el BEC es un estado de agregación de la materia que se presenta en determinadas condiciones. Éstas son principalmente una densidad ultrabaja y una temperatura baja, es decir, una energía cinética mínima. La razón por la que los condensados sólo se presentan a bajas temperaturas (por debajo de una temperatura crítica T_c) es que el potencial químico μ se hace equivalente a la energía mínima del sistema. Entre el cero absoluto y dicha temperatura, las ocupaciones en el átomo no pueden cambiar y el nivel fundamental comienza a poblarse macroscópicamente¹¹. En otras palabras, los bosones se condensan o “caen” al mismo nivel o estado cuántico, el de menor energía posible. Esta energía no es cero, sino que es el estado fundamental o de punto cero¹², cota inferior de las energías permitidas para la partícula. Para un volumen de gas consistente de partículas que no interactúan entre sí (p.ej. no chocan), la temperatura crítica viene dada por:

$$T_c = \left(\frac{n}{\zeta(3/2)} \right)^{2/3} \frac{h^2}{2\pi m k_B} \Rightarrow T_c \propto \frac{n^{2/3}}{m} \quad [6]$$

donde n es la densidad de la partícula, m la masa por bosón, h la constante de Planck, k_B la constante de Boltzmann y ζ la función zeta de Riemann. Más que la fórmula en sí, cabe resaltar los factores que determinan dicha temperatura: la densidad y la masa. Esto es importante a la hora de elegir el gas en el que se quiere obtener un condensado. Con un pequeño cálculo se puede comprobar que las temperaturas críticas son muy pequeñas.

¹¹ Al ser $\mu = E_0$, la población en el estado excitado se satura y se ocupa colectivamente el estado base o fundamental.

¹² La energía mínima que permiten las leyes cuánticas y la relación de incertidumbre de Heisenberg.

Este hecho hace que los condensados sean un fenómeno exótico, solamente observado en el laboratorio desde hace algo más de una década, puesto que la temperatura media del universo (unos 3K) es muy superior a la necesaria para obtenerlos. No obstante, se han formulado y se están desarrollando teorías que predicen su existencia en determinados cuerpos celestes, cuyos comportamientos se podrían explicar si estuviesen formados por condensados.

Otra ecuación que describe la condensación de Bose-Einstein es la siguiente:

$$N_0 \approx N \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^{3/2} \right] \Rightarrow \lim_{T \rightarrow 0} N_0 = N \quad [7]$$

donde T es la temperatura de los N bosones y N_0 el número de bosones en el estado fundamental. Por tanto, a temperaturas muy bajas, los bosones se agrupan en dicho estado.

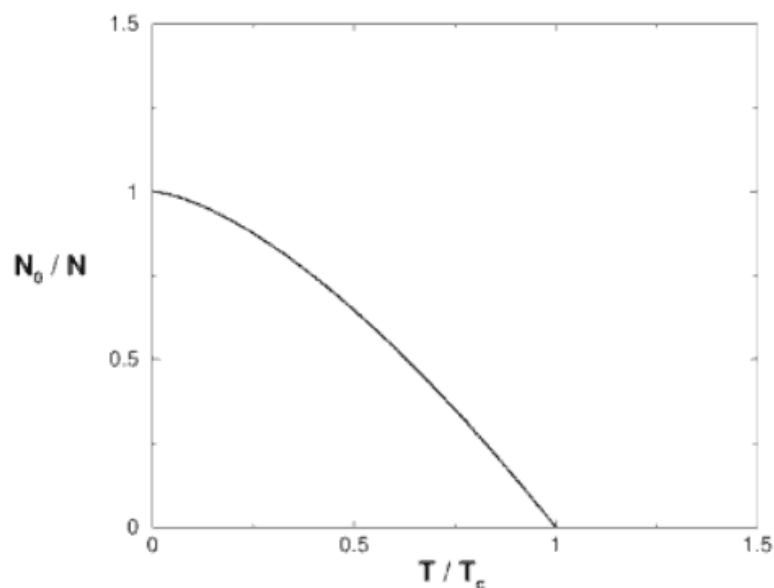


Figura 7 - Fracción relativa de bosones en el estado condensado en función del cociente de la temperatura sobre la temperatura crítica.

La denominación de condensado podría inducir a error. En un gas ideal clásico, la condensación es el proceso en el cual cambia de estado gaseoso a líquido, de forma que aumenta su densidad o disminuye su volumen, mientras que en el condensado de Bose no disminuye el volumen: las partículas se quedan lo más quietas posible en la posición en la que estuviesen. Es cierto que aumenta la densidad de átomos en la zona central, pero esta es mucho menor que la densidad de cualquier gas en el aire. En general, los gases tienen densidades bajas y la interacción entre las partículas es muy pequeña a temperaturas (y densidades) muy bajas. Si la separación entre las partículas es del orden de la longitud de onda asociada a ellas¹³, se producirá la transición¹⁴ y la mayoría de partículas se encontrarán el mismo estado fundamental.

Este estado corresponde a que las funciones de onda se solapen entre sí. Por tanto, como sucede en mecánica cuántica, las partículas muestran sus propiedades ondulatorias a temperaturas (o escalas de magnitud) muy bajas, en las cuales la mecánica clásica pierde su vigor y desaparece el comportamiento como partículas (característico de energías elevadas). La posición de los átomos no está bien definida, las partículas dejan de comportarse como puntos localizados y conviene pensar en términos del paquete de ondas asociado a la partícula.

¹³ Criterio de condensación. Para obtener un BEC, es necesaria la degeneración cuántica de bosones (número de partículas mayor a igual al número de estados o longitud de onda mayor o igual al espacio entre las partículas).

¹⁴ Corresponde a una transición de fase de segundo orden.

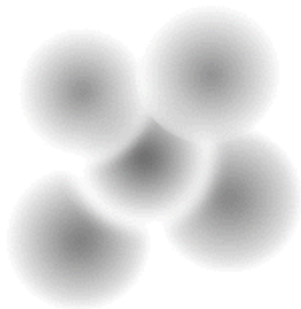


Figura 8 - Átomos ultrafríos

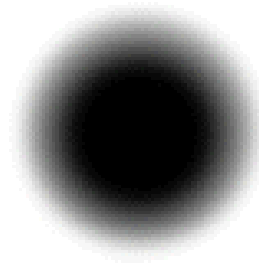


Figura 9 - Átomos en un BEC

A medida que se enfría, el tamaño del paquete aumenta y se solapa o entrecruza con la onda asociada a la partícula contigua. Cuando la temperatura tiende a cero, la velocidad tenderá también a cero y la longitud de onda será enorme (anchura inversamente proporcional a la velocidad, que tiende a cero), prácticamente una línea recta [8]. Los paquetes de los distintos átomos se fundirán en un solo paquete macroscópico. Tiene lugar la llamada crisis de identidad cuántica¹⁵, en la que el conjunto de partículas se comporta siguiendo una función de onda global como un “superátomo”. Esto significa que todos los átomos son idénticos, con lo que no hay medida que pueda diferenciar uno de otro. Se trata de un estado de coherencia cuántica macroscópico.

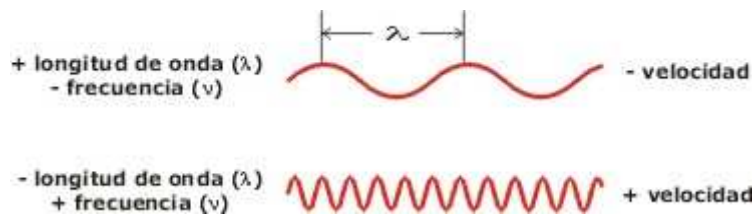


Figura 10 - Ilustración representativa de la ecuación de la onda de de Broglie¹⁶:

$$\lambda = \frac{\hbar}{(2mk_B T)^{1/2}} \Rightarrow \lambda \propto T^{-1/2} \quad \hbar = \frac{h}{2\pi} \quad (\text{h: constante de Planck}) \quad [8]$$

Propiedades

El que los átomos tengan propiedades idénticas (clones) comporta unas determinadas propiedades teóricas: ocuparán un mismo volumen, dispersarán luz del mismo color, el medio será homogéneo, etc. Estas propiedades recuerdan a las del láser (ideal), que emite una luz coherente (espacial y temporalmente), uniforme, monocromática, donde todas las ondas y fotones son exactamente iguales y van en la misma dirección, con lo que idealmente no se disipan. De hecho, recientemente se ha construido un láser de pulso atómico, lo que mejora la precisión en las medidas del tiempo. Un problema experimental es que el condensado es extremadamente frágil y poco permanente, pues hasta los rayos cósmicos (cualquier pequeña energía) pueden desestabilizarlo.

El gas forma una melaza óptica (se aglutina en una masa densa), es un “supergás” (análogo al superfluido) con viscosidad despreciable, en el cual una ondulación creada no se amortiguaría nunca. A diferencia del láser, que avanza y se corta con otros haces sin que ello le afecte (sin interactuar), los condensados oponen resistencia a la compresión y tienen cierta elasticidad, propiedades similares a las de un fluido. Las partículas del gas están congeladas al máximo, en el nivel de mínima energía permitido por la mecánica cuántica. Ello propicia que las interacciones entre las partículas sean las más débiles, con lo que se puede estudiar cómo afecta la gravedad: caen como si fuesen una roca aunque sean un gas (por ello es denominado a veces “hielo cuántico”). Aparte, el condensado tiene un índice de refracción desorbitado (aparece el fenómeno de “slow light”).

¹⁵ Las condiciones para la crisis son el que los bosones sean indistinguibles y que exista una degeneración cuántica.

¹⁶ Simplificada: $\lambda = h/mv$, a menor temperatura (energía cinética), mayor es la longitud de onda asociada.

Respecto al comportamiento ondulatorio, las ondas en un BEC se reflejan, se difractan y su frecuencia y amplitud se pueden modular. Además, si se divide un BEC con un láser en dos y se sitúan lo suficientemente cercanos, los átomos no chocan entre sí, sino que interfieren formando un patrón predecible similar al que forman dos ondas planas en el agua. Las franjas (interferencias constructivas y destructivas) representan lugares donde hay mayor número de átomos y las oscuras donde no hay ninguno (véase **Figura 23**). Por tanto, la función de onda es macroscópica y coherente (en fase), condición necesaria para la interferencia. Asimismo, siempre que no realicemos una medida sobre el número de partículas, las partículas estarán en los dos condensados “a la vez”, con lo que no podremos decir que la mitad de partículas está en cada parte. La citada coherencia se puede destruir realizando una medida, con lo que los estados de los dos BEC dejan de estar relacionados, ya no son coherentes y al volverlos a juntar encontraremos un patrón de interferencias aleatorio.

Si realizamos una medida de la velocidad en un punto del condensado de Bose-Einstein, no obtendremos que la velocidad sea cero siempre, pues la precisión con la que determinamos la posición nos restringe la precisión con la que medimos la velocidad. Este hecho constituye la relación de indeterminación de Heisenberg, formulada en 1927: No se pueden determinar simultáneamente y con precisión arbitraria ciertos pares de variables físicas, como el momento y la posición.

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \quad [9]$$

Cuanta mayor es la precisión con la que se determina una variable, menor se conoce el valor de la otra. Por tanto, se espera que la medida de la velocidad siga una distribución de probabilidades¹⁷ con un pico en $v=0$ de anchura finita, como se verifica experimentalmente, véase **Figura 19**.

El gas monoatómico utilizado en el experimento de 1995, al estar a tan bajas temperaturas, se comporta como un gas ideal, atendiendo a la ecuación de Clapeyron $pV=nRT$ (ecuación de estado). Como las temperaturas son muy bajas, es necesario que el número de partículas sea alto o que la presión sea muy pequeña, para lo cual se necesita crear un ultravacío. En cuanto a las cantidades termodinámicas que caracterizan la muestra, es representativo el caso del calor específico, en el cual se manifiesta una discontinuidad de tipo lambda (**Figura 11**) a partir de la temperatura crítica, lo que está en consonancia con la transición o cambio de fase al BEC. Esta transición es similar a la del superfluido o superconductor, conceptos que están íntimamente ligados al BEC.

Superconductividad y superfluidez

Ya desde 1938 existía la idea de que la superfluidez era una consecuencia de la condensación Bose-Einstein. El caso del helio común (^4He) es el más representativo. Está compuesto por dos protones y dos neutrones en el núcleo y por dos electrones en la corteza. Todos ellos son fermiones, pero el comportamiento del sistema atómico conjunto dependerá del número de partículas involucradas. Así pues, se verifica experimentalmente que elementos con un número par de fermiones se pueden comportar como bosones en determinadas circunstancias. Por el contrario, átomos con un número impar de fermiones se comportan como fermiones y obedecen al principio de exclusión de Pauli. ^3He , químicamente igual a ^4He , se comporta de manera muy distinta en mecánica cuántica.

El helio tiene la temperatura de evaporación más baja de todos los gases (unos 4K) y no se condensa (no forma una estructura cristalina) por muy baja que sea la temperatura. La razón de este fenómeno es la ya citada energía de punto cero (la inevitable vibración mínima que se debe mantener en el nivel más bajo de energía para respetar la relación de indeterminación de Heisenberg). El sistema no puede reducir más su energía ni siquiera por fricción. Así pues, al llegar a una temperatura de 2K, se produce un cambio radical en cuanto al comportamiento del helio. Varían sus propiedades y el líquido deja de agitarse y entra progresivamente en el reposo. El calor específico sigue una curva que representa dicho cambio, en una transición de tipo lambda, puesto que la curva recuerda dicha letra griega:

¹⁷ Es una Gaussiana en la posición x y el momento p (transformada de Fourier), función de onda del estado fundamental del oscilador armónico cuántico. Los átomos “oscilarán” alrededor del estado de potencial mínimo.

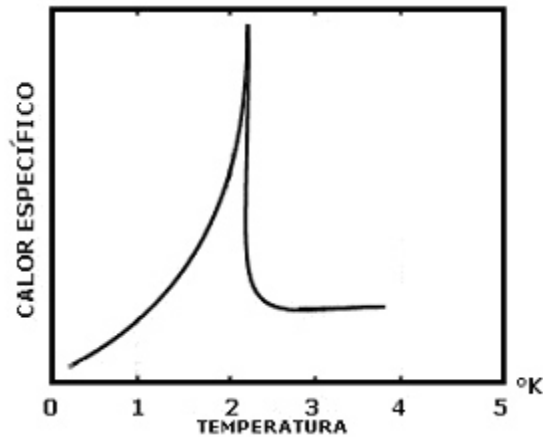


Figura 11 - Transición de tipo lambda para el He-4.

Asimismo, por debajo del pico de la curva, la viscosidad se hace un millón de veces menor y el líquido se convierte en un superfluido que no ofrece resistencia a fluir. Una de las características más espectaculares es que en un recipiente con helio en este estado, el superfluido “escala” las paredes, fluye por la cara exterior y se reagrupa en la parte inferior exterior del recipiente. Se forma una fina capa de helio fluido en toda la superficie del recipiente, la cual actúa como un sifón manteniendo el nivel más favorable para el fluido. Otro efecto es que al girar lentamente un recipiente con el líquido, éste no giraría con el recipiente sino que se mantendría estático al no haber rozamiento.

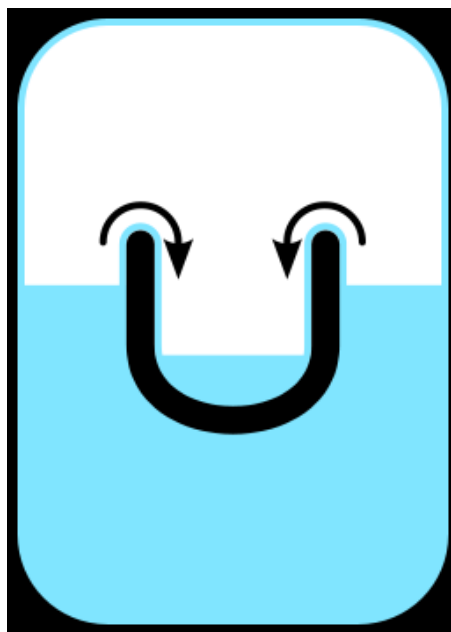


Figura 12 – Superfluido reptante. Se forma una película del superfluido alrededor de la U, que actúa como sifón para igualar el nivel. La película por la cara interior del recipiente impide que el fluido salga del recipiente.

Estas características inusuales del helio se pueden explicar mediante los BEC. Así pues, los átomos de helio se encuentran en un solo estado cuántico, -el de menor energía-, en el que pueden convivir y “cooperar” formando un superfluido prácticamente sin viscosidad. Este hecho se debe a que los sistemas de superfluidos son casos de condensados de bosones en el caso más complejo, en el que hay una interacción. La diferencia con los condensados es que no son gases a muy bajas temperaturas los que se comportan de esta manera, sino fluidos.

Un caso especial es el de ^3He . Aparentemente se debería comportar como un fermión, pero a una temperatura mil veces menor a la que sucede la transición de ^4He a superfluido, el isótopo del Helio sufre una especie de condensación Bose-Einstein. A una temperatura tan baja, la fuerza de atracción entre los distintos átomos provoca la unión de átomos, que agrupados en pares tienen un

número par de fermiones y por tanto se pueden comportar como un bosón: se convierte en un superfluido. Además de los efectos ya mencionados, se puede observar la formación de distintos tipos de vórtices que suscitan el interés de muchos físicos teóricos, que intentan establecer analogías entre este comportamiento y el de ciertos fenómenos cosmológicos.

Otro ejemplo que es una consecuencia de los condensados es el fenómeno de la superconductividad. El mecanismo de la superconductividad tiene analogías con la superfluidez, en la que los átomos de ^3He se agrupan en pares a partir de una cierta temperatura. En este caso, se presenta un cambio abrupto en la resistencia eléctrica de los metales. Ésta desciende radicalmente y el metal se vuelve superconductor, de manera que una corriente puede circular un tiempo enorme sin apenas amortiguarse. De nuevo, la explicación se basa en los BEC. En la red metálica, a muy bajas temperaturas, los electrones sienten una leve fuerza de atracción a través de los iones positivos de la red. Los dos electrones se acercan y en ese momento es energéticamente favorable para ellos agruparse en pares, denominados de Cooper. Los electrones tienen velocidades iguales y opuestas, con lo que el impulso total es cero. A causa de la relación de indeterminación de Heisenberg, el par de electrones (su onda de probabilidad asociada) se extiende y ocupa una gran extensión de átomos, de forma que se solapa con las ondas asociadas a todos los otros pares. Estos fermiones agrupados forman un sistema bosónico (número par de fermiones) y se condensan y “cooperan” de la misma manera que ocurre con la superfluidez del ^3He . Las ondas que se solapan forman una función de ondas total que es coherente. La teoría fue desarrollada por el trío BCS¹⁸ en 1956.

Otros fenómenos

Uno de los efectos más exóticos observados hasta ahora es la implosión de un BEC. Si se varían los campos magnéticos que confinan el condensado de una manera determinada, la interacción de la función de ondas se hace atractiva, el condensado se hace indetectable, se colapsa y repentinamente explota y deja un remanente frío. En el experimento realizado no fue posible detectar la mitad de los átomos del condensado, que desaparecieron sin dejar rastro. Esta característica de los condensados de Bose-Einstein no ha sido explicada íntegramente, aunque se han formulado teorías basadas en teoría cuántica de campos al respecto. Este fenómeno podría contribuir a la explicación del comportamiento de una estrella de neutrones o de un púlsar, así como a la descripción de la teoría cuántica de campos. El suceso observado recuerda a la implosión de una supernova por sus comportamientos paralelos, por lo que se le dio el nombre de bosenova, que a su vez es un juego de palabras del estilo musical brasileño “bossa nova”.

Otro fenómeno interesante es la formación de vórtices y redes de vórtices en condensados de Bose-Einstein al aplicar una barrera de potencial inducida por un haz láser. Estos vórtices también son observables en los superconductores. La dinámica de los BEC es un campo en exploración. Los “tornados” cuánticos que se generan podrían ser similares a los que determinadas teorías predicen en el interior de estrellas de neutrones y púlsares, pues la formación o decaimiento de dichos vórtices explicaría la variación de la frecuencia entre cada rayo emitido por un púlsar (similar a un faro giratorio).

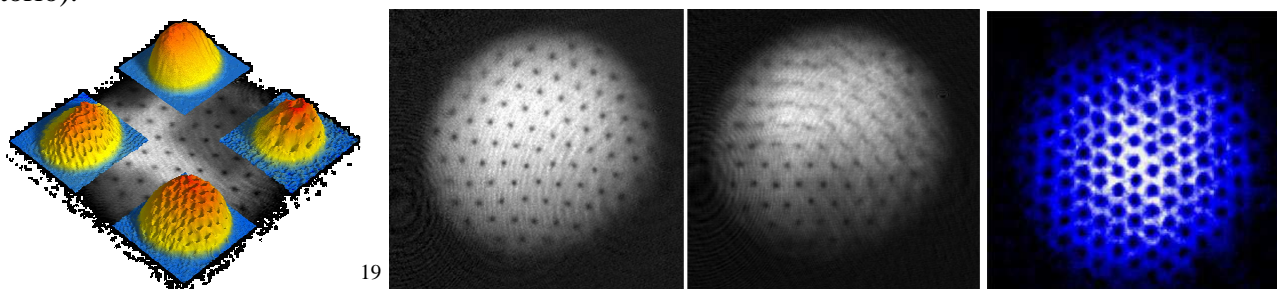


Figura 13 – Formación de vórtices en los condensados de Bose-Einstein. (Fotografías del MIT)

¹⁸ BCS: Bardeen, Cooper, Schrieffer, quienes recibieron en 1972 el premio Nobel por sus investigaciones.

¹⁹ En el ejemplo se muestran 0, 16, 70 y 130 vórtices respectivamente para una nube de condensado de 1mm.

MONTAJE EXPERIMENTAL

Como ya hemos señalado, la condensación de Bose-Einstein se produce a temperaturas cercanas al cero absoluto, un millón de veces inferiores a la temperatura de fondo del universo. Es ésta la razón principal por la que se tardaron setenta años en realizar el experimento, en un laboratorio de Colorado. Hasta entonces se desarrollaron técnicas muy sofisticadas de enfriamiento, surgieron nuevas ideas y se observó el BEC en la superfluidez del ^3He , en superconductores y semiconductores, hasta que finalmente se logró un BEC con un gas. En este apartado se describirán las técnicas utilizadas en dicho experimento en 1995 y los fenómenos en los que se basan.

En principio, el procedimiento para crear un condensado de Bose-Einstein es sencillo: enfriar el gas hasta que los paquetes de onda asociados a los átomos empiecen a solaparse. El primer impedimento reside en el hecho de que, al enfriar por debajo de determinadas temperaturas un sistema gaseoso, éste suele experimentar una transición de fase a líquido y sólido. Para evitar esto, se debe crear un gas sobresaturado. En el caso del hidrógeno se sabe que ofrece resistencia frente a la agrupación átomo a átomo que precede a la congelación. No obstante, los átomos alcalinos como el cesio, sodio, etc. se transforman antes que el hidrógeno en un condensado y con ellos se puede emplear la técnica del enfriamiento láser, puesto que sus transiciones ópticas son excitables mediante láseres convencionales. Aparte, al ser los átomos mayores que los del hidrógeno, chocan con mayor frecuencia, con lo que se reparten la energía más deprisa de forma que el BEC pueda formarse antes de exista un agrupamiento. Además, tienen una estructura de niveles de energía internos favorable para el proceso de confinamiento en las trampas generadas por los campos magnéticos²⁰. En resumen, es necesario diseñar un sistema que retire el calor de dichos átomos y además los aisle de su entorno para que no absorban calor por difusión del ambiente exterior más caliente.

El diseño experimental parte de una pequeña caja de cristal. En el mencionado contenedor se crea un vacío casi perfecto, lo que garantiza el aislamiento del exterior y la posible interacción con otras partículas residuales que pudiese haber en su interior o en sus paredes. Es importante que el recipiente esté limpio de cualquier materia, por lo que los experimentadores deben tener sumo cuidado al montarlo para no dejar restos de sudor y grasa de las manos, lo cual puede producir vapores y en consecuencia la contaminación del futuro condensado. En ese punto se introduce una mínima cantidad de gas de rubidio (^{87}Rb) puro²¹. Posteriormente se procede al enfriamiento de dicho gas mediante dos técnicas: el enfriamiento y aislamiento mediante la luz láser y el enfriamiento por evaporación mediante la trampa magnética. Para ello, es necesario respectivamente colocar seis haces de rayos láser orientados a cada una de las caras de la caja, de forma que converjan (se corten) en el gas situado en el centro de la celda de cristal, y rodear la misma con bobinas de cable, por las que puede circular una corriente que genera campos magnéticos intensos. La luz láser no ha de ser necesariamente intensa, es suficiente con láseres de diodo. La temperatura es medida con un termómetro de gas de helio.

Los BEC son gases diluidos, es decir, con densidades ultrabajas. Su densidad es aproximadamente cien mil veces menor que la del aire. La necesidad de tan bajas densidades se justifica mediante la onda de Broglie. La onda de Broglie a temperatura ambiente es aproximadamente diez mil veces menor que la separación entre átomos. Por tanto, sus efectos sólo se hacen apreciables cuando la separación es del orden de la longitud de onda, para lo que hace falta reducir la temperatura (aumenta la onda de Broglie) y separar los átomos (reducir la densidad, diluir el gas).

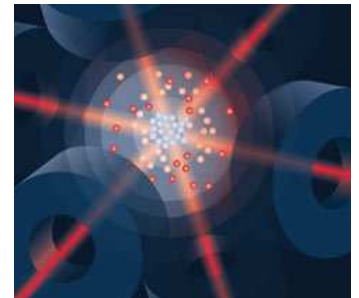


Figura 14 – Trampa láser.

²⁰ Es necesario que el momento dipolar del átomo sea distinto de cero.

²¹ Se comporta globalmente como una partícula bosónica, puesto que hay un acoplamiento entre el espín del núcleo y el de los electrones, que sumados según determinadas reglas dan un múltiplo entero.

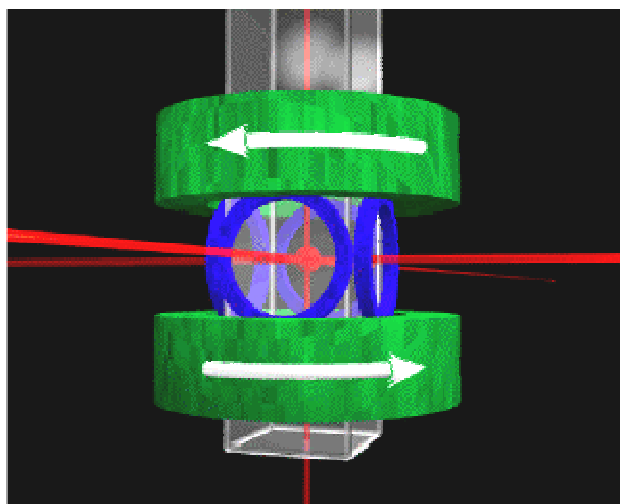


Figura 15 – Aparato BEC: caja de cristal, bomba de vacío, fuente de Rb, bobinas de cable, haces láser incidiendo por cada una de las caras. (Laboratorio de Colorado)

El **enfriamiento por láser**²² de un átomo se basa en la presión o fuerza resultante del impacto de los fotones sobre éste. Se hace incidir seis haces de láser (color rojo) por cada una de las caras y se ajusta la frecuencia de manera que los átomos puedan absorber la radiación emitida y emitir a su vez otros fotones. Un átomo puede absorber y emitir muchos millones de fotones por segundo. Cada vez que sucede esto, el átomo recibe (por la ley de conservación del momento) un pequeño impulso en la dirección por la que se movía el fotón absorbido. La causa de este fenómeno es la presión de la radiación. Para que este proceso de absorción y reemisión frene en términos globales al átomo, se debe conseguir que el átomo absorba fotones que se muevan en sentido contrario al del átomo, como si de un choque se tratase.

Para ello se debe ajustar adecuadamente (y con gran precisión) la frecuencia teniendo en cuenta la frecuencia a la que absorben los átomos los fotones²³ y el efecto Doppler. Por una parte, los átomos “observan” una frecuencia superior en los fotones que se están acercando contra ellos. Asimismo, al haber seis láseres en cada una de las tres direcciones espaciales convergentes en el gas, los átomos que viajen “contra” un haz se estarán a su vez alejando de otro (el que proviene de la dirección opuesta). De nuevo debido al efecto Doppler, la frecuencia de los fotones que viajan en su misma dirección es menor de la real (emisor) desde el punto de vista de los átomos debido al alejamiento respecto de la fuente.

Así pues, sabiendo que los valores de emisión y absorción de radiación son discretos y están bien determinados, se puede ajustar la frecuencia de manera que al acercarse los átomos a un haz láser observen la radiación idónea para absorber los fotones. Automáticamente, los fotones de los que se está alejando tendrán una frecuencia menor desde su punto de vista, y por tanto menor que la adecuada para la absorción, por lo que apenas absorberá los que van en su dirección: los fotones simplemente pasarán a través de él. La dispersión (absorción y reemisión) de fotones al alejarse el átomo de un haz provoca una aceleración por la presión de radiación, mientras que si se acerca, la presión de radiación provoca una deceleración (en la misma medida en el átomo y por tanto lo enfría (**Figura 17**)). Tal y como hemos configurado el sistema, un átomo que viaja en el eje de dos haces enfrentados dispersará muchos más los fotones a los que se acerca que de los que se aleja. En consecuencia, globalmente, todos los átomos, vayan en la dirección que sea del espacio, serán frenados paulatinamente²⁴, es decir, reducirán su energía cinética y se enfriarán considerablemente.

²² La luz calienta un átomo si es absorbida por este, pero no si “rebota”.

²³ Un campo magnético débil “sintoniza” la resonancia del átomo (correspondiente a los niveles de energía discretos que puede tomar) para que absorba los fotones del láser y entre en un estado excitado.

²⁴ La velocidad de todos los átomos en el gas no es la misma. Los que vayan más lentos no serán frenados: a medida que se enfrían hay que reajustar la frecuencia pues el efecto Doppler varía al reducirse la velocidad.

Este montaje sirve además para atrapar los átomos en el centro del recipiente, alejados de las paredes del recipiente, que están a temperatura de laboratorio. De alguna manera, como ya hemos señalado, atrapar es sinónimo de enfriar. La presión del láser se opone a la natural tendencia de los átomos de irse separando del centro de la celda y los empuja y retiene en una zona determinada.

El enfriamiento por láser tiene un límite²⁵. Los aproximadamente 10 millones de átomos de rubidio introducidos en la caja están concentrados en la trampa láser y tienen una temperatura muy pequeña, de $40\mu\text{K}$, que sin embargo es cien veces mayor que la necesaria para formar el condensado. Inevitablemente, el láser envía fotones que golpean aleatoriamente a los átomos de manera que los átomos no pueden reducir su velocidad por debajo de una determinada cota determinada por los impulsos que transfieren los fotones, lo cual impide que se enfríen y adensen más.

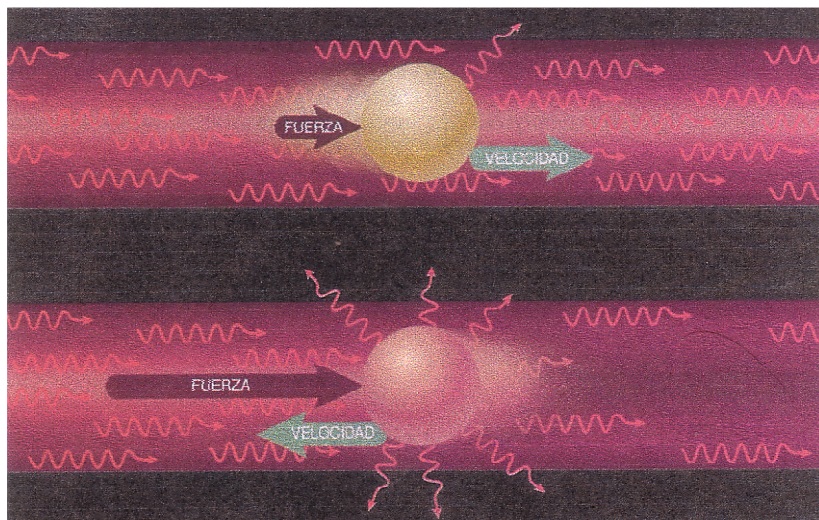


Figura 17 – Dispersión de fotones al acercarse₁ y alejarse₂ un átomo a un haz láser.

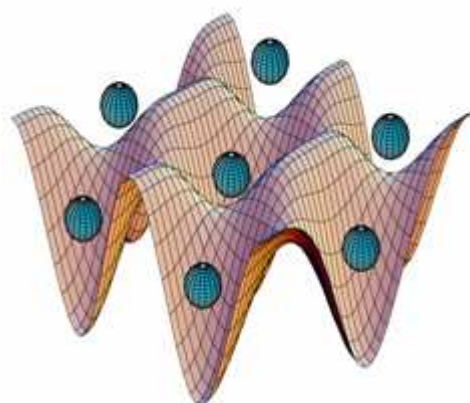


Figura 16 – Efecto Sísifo.

En este punto entra en acción la segunda técnica, el llamado **enfriamiento por evaporación**. Este método se basa en trampas magnéticas, generadas por el potencial de campos magnéticos muy intensos, aprovechando la polaridad de los átomos. El proceso es similar al del enfriamiento de una taza de café o al del efecto botijo. En este último caso, el agua que se filtra por las paredes y está más caliente que el interior se evapora y absorbe consigo parte del calor del agua restante, que permanece en el interior y se enfría.

En el caso de las trampas magnéticas, tras apagar los rayos láser que habían enfriado y confinado los átomos, se hace circular corriente por las bobinas. Los campos “acorralan” más a los átomos, aunque permiten que aquéllos con mayor energía escapen del cuenco o pozo de potencial.

Este comportamiento se basa en la polaridad atómica. Dichos átomos interactúan a causa de su momento dipolar magnético con el campo magnético. El estado en el que ambos estén alineados será el de mínima energía, con lo que si el momento dipolar es paralelo al campo, el átomo buscará el mínimo potencial (átomos low-field-seekers), con lo que caerá al “fondo” de la trampa, donde el potencial y la energía es mínima y, por tanto, el estado es el más estable. En caso contrario, si el momento es perpendicular a las líneas de campo, el átomo buscará el máximo de potencial (high-field-seekers) y saldrá del pozo confinante. El método es aun más eficiente si se sintoniza el campo de radio-frecuencia según la resonancia de energía correspondiente al espín up y down de los átomos cercanos al borde del pozo. Al reorientar el espín se pueden expulsar los átomos más energéticos.

²⁵ Al efecto Doppler se le añade el “enfriamiento de Sísifo”, que explica que se consigan temperaturas por debajo del límite que se predice mediante dicho efecto. Los átomos se mueven en una superficie sinusoidal de potencial modulada (Figura 16) originada por las variaciones de energía en las interacciones con la luz. Cuando “suben la montaña” pierden velocidad. Pero en la cima, se les empuja “ópticamente” hacia el valle. Los átomos estarán siempre “subiendo” en esta melaza óptica, por lo que disminuirán progresivamente sus velocidades y se enfriarán.

Un problema técnico es que en el fondo de la trampa magnética, el campo magnético es cero, con lo que la interacción entre el átomo (espín) y campo no se produce, por lo que los átomos no están confinados y pueden escapar de la trampa. Una solución a dicho problema es conectar una serie de campos magnéticos rápidamente oscilantes o rotantes, cuyo promedio (visto desde el átomo) es no nulo, con lo que se minimizan las pérdidas. Otra opción es introducir un haz láser que impida que los átomos se sitúen en la posición del cero de campo magnético.

Los átomos que escapan absorben parte de la energía de otros átomos cercanos que permanecen en el interior. Los que permanecen interactúan entre sí, chocan²⁶ con frecuencia y reparten su energía más o menos uniformemente, con lo que la energía media de los átomos en la celda se reduce. En otras palabras, en ciertos choques, un átomo puede adquirir una energía grande que absorbe de varios átomos con los que choca (que se enfrían) y consigue escapar de la trampa, con lo que desciende la temperatura media de los átomos restantes, que se acumulan en el centro de la trampa²⁷.

Los átomos se mueven finalmente muy despacio y se aglomeran apretadamente en el fondo del cuenco²⁸, donde se manifiestan claramente las propiedades ondulatorias de dichos átomos. Los paquetes de onda se van confundiendo y solapando. A un nivel elemental, el proceso final es aquel en el que dos átomos chocan de manera que uno de ellos se queda en un estado casi estacionario, el mínimo permitido por la relación de indeterminación de Heisenberg. Posteriormente se produce una “avalancha” de átomos que se acumulan el estado más bajo de la trampa, donde se funden y forman el condensado de Bose-Einstein.

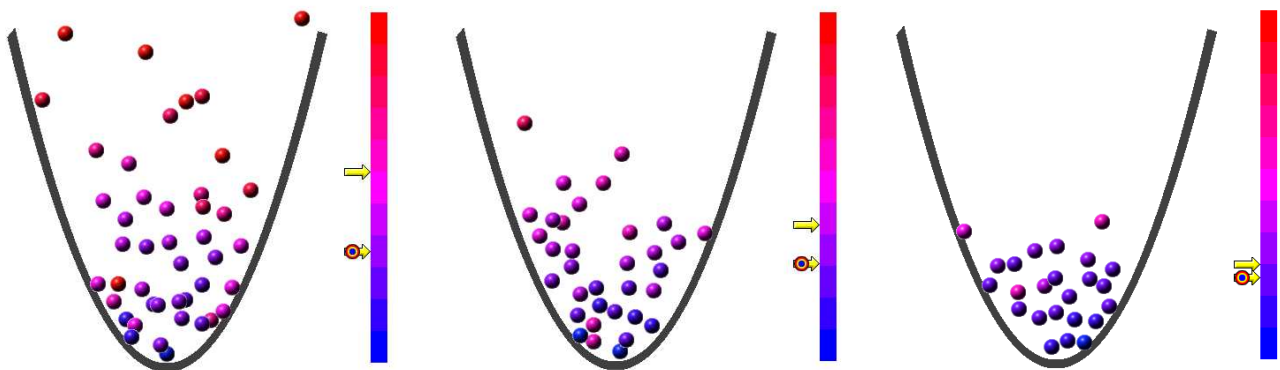
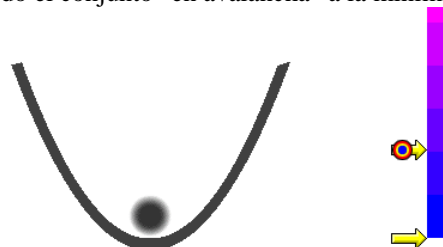


Figura 18 – Simulación de las distintas fases del enfriamiento evaporativo. (6)

Nota: El color azul representa el estado de menor energía y el rojo el de mayor. Los átomos están en movimiento y los más energéticos o rápidos consiguen escapar del cuenco. La energía media está indicada en la flecha del eje lateral derecho. La flecha inferior representa la temperatura crítica. Los átomos se van acumulando al fondo de la trampa (cuya altura es variable) hasta que la temperatura media alcanza la crítica, momento en el cual se produce el condensado y la energía de los átomos desciende para todo el conjunto “en avalancha” a la mínima posible (imagen inferior).



²⁶ Los choques son elásticos, puesto que los átomos gaseosos a tan bajas temperaturas se comportan como un gas ideal.

²⁷ Nótese que el enfriamiento va ligado al confinamiento, pues cuanto menor agitación térmica y movimiento exista en las partículas, menor será su energía y su temperatura. Por tanto, reducir su libertad de movimiento es reducir su energía.

²⁸ Se trata de una trampa cuyas líneas representan un potencial, y no un cuenco físico real, aunque el efecto es similar.

Hay que señalar que en este proceso, a medida que desciende la temperatura se reduce también el número de átomos dentro de la trampa²⁹, y se reduce a la par la temperatura crítica a la que se produce la transición al condensado de Bose, aunque a menor ritmo que la bajada de temperatura de la trampa, con lo que la temperatura crítica no es inalcanzable. (Figura 18)

En resumen, las técnicas principalmente utilizadas son el enfriamiento por efecto Doppler en trampas láser y el enfriamiento evaporativo en trampas magnéticas. Existen otras técnicas de enfriamiento que se utilizaron posteriormente, como el enfriamiento mediante un gas de helio amortiguador. Estas técnicas no se detallarán en este documento.

Observaciones y propiedades

Una vez obtenido el condensado es necesario medir de alguna manera si se ha conseguido alcanzarlo, a qué temperatura, y más allá, estudiar sus propiedades. Los átomos están en la parte más baja del cuenco formando una nube fría y tenue, difícil de observar. Para “fotografiar” el condensado se emplea una técnica denominada foto de sombras (o experimentos de tiempo de vuelo) mediante un destello de luz láser. Se apagan los campos magnéticos, de forma que los átomos pueden expandirse libremente. Una décima de segundo después, se alumbra la nube recién expandida mediante un láser que es dispersado por los átomos del condensado, gracias a que se sintoniza una frecuencia de láser resonante con una transición atómica. Detrás las zonas en las que la luz ha sido absorbida, se forma una sombra, la cual se detecta por una cámara de video. A partir de la reconstrucción e interpretación del movimiento de la sombra registrado se puede determinar la distribución de velocidades de los átomos de la nube original, que a su vez indica la temperatura de los átomos del BEC.

Hay métodos más sofisticados mediante los cuales se puede obtener información sobre el estado del condensado y que no resultan destructivos para la nube del condensado, de manera que se pueden realizar diversas observaciones del condensado en distintos estados sin tener que reconstruir cada vez el condensado.

A continuación se muestra el perfil de velocidades para los átomos de Rb del experimento:

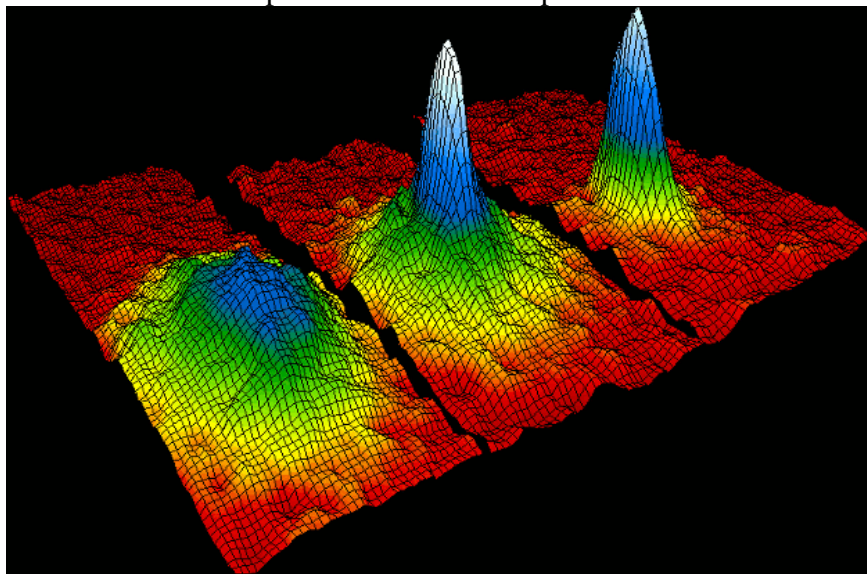


Figura 19 – Distribución de velocidades a medida que baja la temperatura. 400nK, 200nK, 50nK respectivamente.

Nota: La imagen más a la izquierda es el diagrama previo a la formación del condensado, la del centro corresponde al instante posterior y la de la derecha está tomada con el condensado aun más frío³⁰ (tras cierta evaporación), más cerca de un condensado de Bose-Einstein puro, puesto que los átomos están casi estacionarios en el centro de la distribución. La altura de las superficies indica dónde es más apretada la aglomeración de átomos y, en consecuencia, dado el diseño de la trampa magnética, más escaso el movimiento.

²⁹ Un problema experimental añadido, dada las densidades bajas en los gases, es que los átomos deben chocar entre sí suficientes veces para compartir su energía antes de que escapen de la trampa a causa de un posible choque accidental con otros átomos bastante más calientes que quedan en el interior del cristal.

³⁰ Los átomos no pueden enfriarse más individualmente por debajo de la energía del punto cero, pero se pueden evaporar los periféricos que tienen una energía algo superior, con lo que la energía media disminuye.

El pico que aparece en el gráfico no es infinitamente angosto³¹ debido a la relación de indeterminación de Heisenberg [9]. Puesto que los átomos están confinados en una zona del espacio, su momento o velocidad posee necesariamente un cierto ancho mínimo. Cuanto mayor sea la precisión con la que se determina la posición, mayor será la incertidumbre con la que conocemos la velocidad (momento). El principio de incertidumbre de Heisenberg impide conocer las dos cosas al mismo tiempo.

Los átomos en la energía del punto cero no estarán parados del todo, sino que se moverán muy despacio alrededor del centro de la trampa y no estarán justo en él. A partir del momento en que los átomos alcanzan dicha energía, la temperatura pierde su sentido como magnitud y conviene pensar en términos de la energía del sistema. La temperatura³², por tanto, deja de estar relacionada con la velocidad, puesto que hay no hay energía cinética común sino sólo energía de punto cero.

El hecho de que la energía mínima tenga un valor mínimo permitido y que sea distinto de cero es un nuevo ejemplo que la física clásica no puede explicar. La mecánica cuántica es imprescindible para explicar estos fenómenos, principalmente mediante la relación de indeterminación de Heisenberg.

En cuanto a velocidades de los átomos (y por tanto la temperatura), podemos describir aproximadamente las velocidades típicas a lo largo de todo el enfriamiento. Nos basamos en la fórmula de la velocidad media clásica y en que se trata de un gas ideal. La fórmula es:

$$v_{med}^2 = \frac{3}{2} k_B T \frac{N_A}{m_{at}} \quad [10]$$

donde k_B es la constante de Stephan-Boltzmann, N_A el número de Avogadro y m_{at} la masa atómica. Para el ⁸⁷Rb, obtenemos los siguientes valores característicos³³:

Tabla 2 - Energía y velocidad media de los átomos del gas de ⁸⁷Rb en función de la temperatura.

T	v _{med}	E _{at}
300K	9m/s	0,09eV
1K	0,5m/s	0,3meV
400nK	0,3mm/s	0,13neV
200nK	0,2mm/s	0,07neV
50nK	0,1mm/s	0,017neV

Como se observa, a 20nK, los átomos apenas se mueven³⁴, la velocidad es prácticamente nula, aunque hay que tener en cuenta que este cálculo es aproximado y que la mecánica cuántica impide obtener un valor de energía menor (que sería posible en física clásica, la cual hemos empleado para estos cálculos) a la energía de punto cero.

Otras propiedad del condensado de Bose-Einstein es que se observa como una “pequeña bola difusa”, donde la mayoría de átomos están el estado de menor energía, concentrados en el centro de la trampa formando una “sopa cuántica” de partículas indiferenciables³⁵. Aparte, se ha observado que las interacciones entre los propios átomos distorsiona la forma de la nube atómica, la cual “tiembla” después de conectar unos campos magnéticos oscilantes que la “agitan”.

³¹ Esto no se debe a un inevitable error experimental en la medida, sino a la propia restricción de las leyes cuánticas por el hecho de realizar una medida.

³² Se calcula entonces dividiendo la energía por la constante de Boltzmann.

³³ Posteriormente se realizaron condensados con ⁸⁵Rb.

³⁴ Hay ciertos átomos fuera de la trampa magnética que sí se mueven con bastante velocidad. Por ello, es importante que no choquen con los átomos fríos del condensado para evitar su calentamiento.

³⁵ Los átomos pierden su identidad individual.



Figura 20 – Representación simulada de un BEC.

Los BEC que se han obtenido hasta ahora son aproximadamente redondos, de un tamaño de entre 10 y 40 micras, o tienen forma de cigarillo (de 15 a 300 micras). Dichos condensados se obtienen en un intervalo de temperaturas que oscila entre $2\mu\text{K}$ y 500nK . El ciclo de enfriamiento completo puede durar desde unos segundos hasta varios minutos. En cuanto al número de átomos, el primer condensado se formó con 2000 átomos. Hasta ahora, los mayores condensados se han obtenido con los más de 30 millones en el de Na y los 1000 millones con hidrógeno³⁶. Estos condensados tienen un gran tamaño y, como ya se ha señalado, densidades muy bajas: son gases diluidos.

Carl Wieman, creador del primer BEC en un gas descubrió que podía provocar la atracción o repulsión entre los átomos de un mismo condensado mediante la sintonización de un campo magnético. En el caso de la repulsión, el BEC se expandió suavemente, mientras que en el de la atracción, se produjo el fenómeno de la bosenova, la explosión de menor energía observada hasta ahora (apenas elevó la temperatura del BEC a 200nK), que transcurrió en $4,8\text{ms}$ y “escupió” 1500 de sus 10.000 átomos.

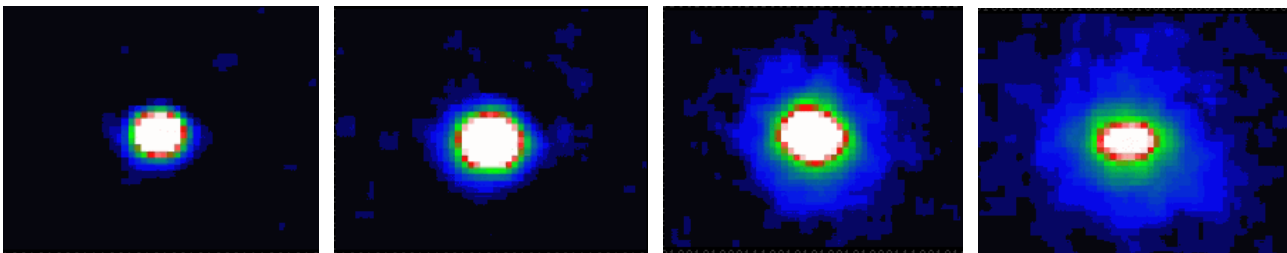


Figura 21 – Secuencia de imágenes de la filmación de la ‘bosenova’ en un BEC. (Altura foto: $0,1\text{mm}$)

Así pues, las interacciones en el interior de un condensado son fenómenos interesantes que son objeto de estudio y que tendrán su explicación en base a la mecánica cuántica a medida que avancen las investigaciones y se conozca mejor su comportamiento, tanto estático como dinámico. En el caso dinámico, si se hace rotar una trampa atómica por encima de una velocidad crítica se pueden formar vórtices (también llamados tornados cuánticos) que, de ser suficientes, forman una red triangular con este aspecto:

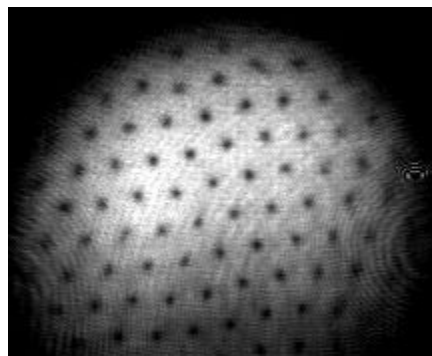


Figura 22 – Vórtices en un BEC formando una red triangular.

³⁶ Al realizarse constantemente nuevos experimentos, el “récord” puede haber variado.

En 1996, el grupo de Ketterle dividió la trampa atómica donde creaban los condensados en dos partes con un haz láser de argón. Posteriormente enfriaban los átomos de sodio en ambas partes y creaban dos BEC independientes. En ese momento, apagaban rápidamente el láser y los campos magnéticos, permitiendo que los átomos cayesen y se expandiesen libremente (expansión anisótropa). Los dos condensados no chocaron como partículas, sino que se superpusieron. Al fotografiar el estado del condensado observaron el siguiente patrón de interferencias, similar al de dos ondas planas en el agua superponiéndose:

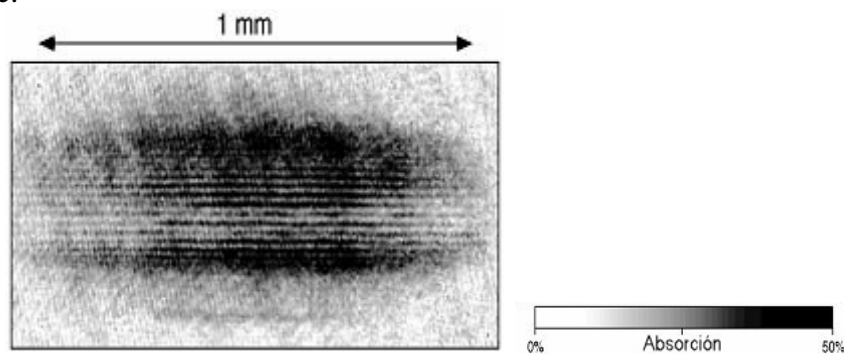


Figura 23 – Patrón de interferencias observado al superponerse dos condensados en una misma trampa atómica.

La observación del patrón de interferencias a una escala tan grande verifica experimentalmente la baja temperatura de los átomos y en consecuencia la gran longitud de la onda de probabilidad. Ésta es una onda macroscópica³⁷ con una fase bien definida, pero el hecho más importante y que puede tener más aplicaciones es que la función de onda es coherente, como sucede con la luz emitida por un láser.

Asimismo, el condensado tiene una vida media corta, entre diez y veinte segundos en los primeros experimentos con átomos alcalinos; es muy frágil y de muy difícil mantenimiento y observación, aunque cada vez se mejoran las técnicas para ello. Cualquier perturbación exterior (como los rayos cósmicos) o la presencia de átomos en el interior de la caja más calientes puede influir y desequilibrar la estructura y permanencia del frío condensado.

Dado el interés que han suscitado los condensados de Bose-Einstein, numerosos grupos de investigadores se han puesto manos a la obra y han diseñado refinadas técnicas de enfriamiento para conseguir grandes precisiones, conseguir condensados de otros átomos, fotones e incluso moléculas. Hay casi tantas técnicas y procedimientos particulares para obtener los condensados como grupos de experimentadores, aunque la mayoría son desarrollos específicos de las técnicas que ya se han señalado. Además, una vez que ya se dispone de la técnica adecuada, se ha disparado el número de experimentos realizados a bajas temperaturas. Por ejemplo, se han hecho nuevos estudios sobre la superfluidez y la superconductividad. En las respectivas páginas Web de los grupos de experimentadores se puede encontrar información detallada sobre los estudios y experimentos realizados.

Asimismo, se está estudiando intensamente la dinámica de condensados, en especial la formación de vórtices por su interés en la explicación de ciertos fenómenos cosmológicos. También se observa el comportamiento de fermiones en un condensado, por ejemplo en un vórtice. Aparte, el fenómeno de “slow light” es un campo de investigación muy interesante que podría tener aplicaciones importantes, entre otras que ya han sido desarrolladas.

Por otra parte, se han aplicado técnicas similares a las del condensado para estudiar el comportamiento de los fermiones a temperaturas muy bajas: se ha logrado la superfluidez en fermiones así como la creación de un condensado fermiónico con un gas degenerado de Fermi que sería el análogo a un BEC, pero con fermiones en lugar de bosones.

³⁷ En ocasiones es denominada “onda gigante de materia”. A temperatura normal, la onda asociada al átomo tiene una longitud de 0,04nm, 400.000 veces menor que los 15µm de espacio entre franjas observados. Los condensados se estaban propagando a una “energía” de 0,5nK (la temperatura más baja registrada hasta ahora). La temperatura a ese nivel pierde su significado, tan sólo cuantifica la energía residual media (no debida a la excitación térmica) de los átomos.

APLICACIONES

Las aplicaciones más importantes (algunas de ellas todavía en desarrollo y con gran actividad de investigación) del fenómeno de la condensación Bose-Einstein son las siguientes:

- Láser de átomos: para construcción de nano-estructuras de gran precisión.
- Relojes atómicos: para realizar medidas muy precisas del tiempo.
- Detección de la intensidad del campo gravitatorio.
- Simulación de fenómenos cosmológicos a pequeña escala para su estudio.
- Superfluidez y superconductividad
- Aplicaciones derivadas del fenómeno de “slow light”, por ejemplo en teleportación o en computación cuántica
- Profundización en el estudio de la mecánica cuántica a partir de experimentos más complejos, exóticos y no lineales, testar teorías recientemente formuladas, etc.

Como se observa, los condensados pueden servir para mejorar técnicas ya existentes, puesto que aportan una gran precisión y fiabilidad. Esto se debe a su coherencia de fase a nivel atómico, lo que permite un gran control tanto del tiempo como de las distancias. Los condensados podrían ser tan revolucionarios como el láser, puesto que tienen muchas propiedades en común. Sin embargo, el principal impedimento de los condensados en comparación con el láser es la temperatura a la cual son generados, tanto por su obtención como por su difícil y costoso mantenimiento. Por ello, la mayoría de esfuerzos se centran en la investigación básica, es decir, en conocer más que en aplicar.

Láser de átomos

Un **láser de átomos** es un emisor de átomos en estados coherentes que se propagan en el espacio. En principio, los átomos deben provenir³⁸ de un BEC para que tengan dicha coherencia. Así pues, la “onda de materia” emitida puede atravesar largas distancias sin dispersarse o puede ser focalizada en un punto. El rayo de átomos tiene una gran luminosidad. Aparte, puede interferir con otros haces de un láser de átomos, de igual manera que se superponen dos ondas. Por tanto, el haz es coherente y los átomos se propagan de acuerdo con una ecuación de onda.

El láser³⁹ de átomos consta de una cavidad (resonador), un medio activo y un canal de emisión mediante un espejo parcialmente reflectante (output coupler⁴⁰). En el primer láser de átomos fue creado por el MIT con un BEC de rubidio (medio activo) en una trampa magnética (cavidad) donde los átomos estaban confinados mediante “espejos magnéticos”. La emisión se controlaba mediante pulsos de radiofrecuencia que variaban la capacidad de reflexión de los espejos magnéticos.

El mecanismo de emisión controlada de pulsos atómicos en el láser de átomos es el siguiente: Los átomos del BEC están confinados en la trampa magnética. Este sistema se puede describir como átomos atrapados entre espejos magnéticos. Éstos son totalmente reflectantes para los átomos con momento magnético antiparalelo al campo magnético y totalmente transmisores para la orientación contraria. Mediante pulsos cortos de un campo magnético oscilante es posible ajustar las propiedades reflectoras de los espejos y variar la orientación del momento magnético o espín. Así pues, se puede describir dicho espín como una combinación lineal de espín “up” y “down”. La componente “down” experimenta una fuerza magnética repulsiva, con lo que de la nube del condensado atrapada se extrae una porción al exterior, donde ya no interacciona con el campo magnético sino con el gravitatorio⁴¹. Por tanto, es posible extraer diferentes pulsos de “gotas atómicas” que son acelerados por la gravedad.

³⁸ Se están realizando experimentos que pretenden crear un láser atómico sin tener que partir de la trampa de un BEC.

³⁹ La palabra láser puede conducir a equívoco. Es empleada por la similitud con el láser óptico, aunque no tiene nada que ver con las siglas de “L.A.S.E.R.” ni con fotones de luz monocromáticos y coherentes.

⁴⁰ El espejo parcialmente reflector del láser convencional extrae una porción del rayo de la cavidad óptica resonante.

⁴¹ En un láser de fotones (sin masa) no sucede lo mismo. Esto hace del láser de átomos un instrumento muy sensible de medida de pequeñas variaciones de la gravedad.

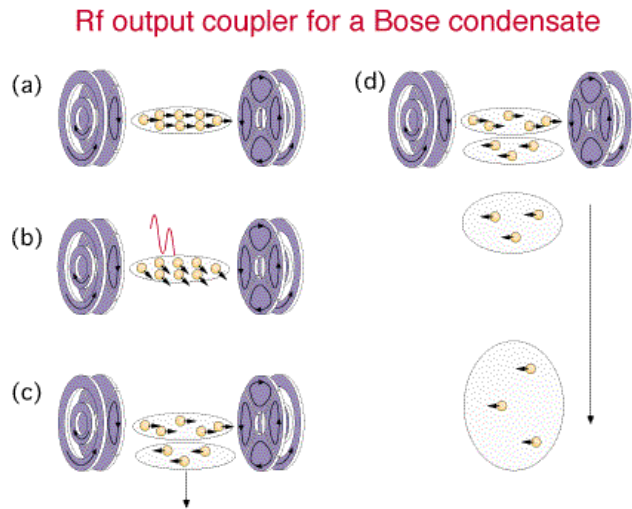


Figura 24 – Extracción de un pulso de átomos de la nube total mediante el ajuste con radiofrecuencia.

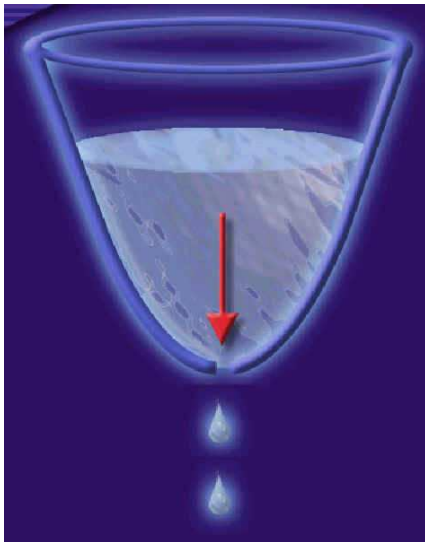


Figura 25 – Esquema de un láser de pulso atómico

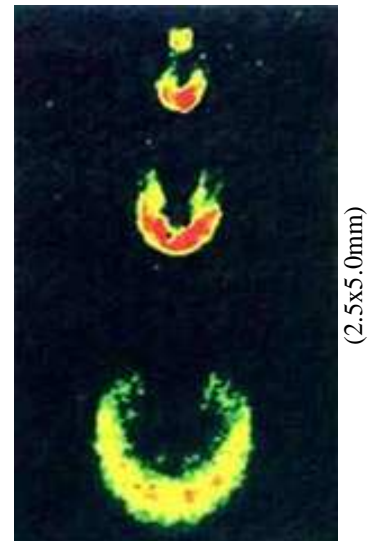


Figura 26 – Pulsos⁴² observados en un BEC.

En consecuencia, queda demostrado que se pueden extraer pulsos consecutivos de átomos de la nube del condensado. Además, se ha verificado experimentalmente la alta coherencia de las ondas asociadas a los átomos (**Figura 23**). Dicha coherencia es relativamente estable, y se comprueba que no es destruida por las colisiones entre los átomos y el gas de fondo inmediatamente (dependiendo de la densidad y la interacción).

Queda patente la analogía con el láser original: el láser es a la luz lo que el BEC es a la materia. Aun así, se manifiestan ciertas diferencias:

- Emite ondas de materia en vez de ondas electromagnéticas.
- No hay luz amplificada, sino un gran número de átomos en el estado de menor energía.
- Los fotones pueden ser creados mediante excitación, mientras que los átomos no.
- Los átomos interactúan entre sí y son masivos, al contrario que los fotones, con lo que no se propagarán a la misma velocidad que estos últimos (la de la luz).
- El rayo de átomos no puede atravesar grandes distancias en aire, pues interactúa con los átomos.
- Las fuerzas de van der Waals entre átomos dificultan la creación de espejos atómicos, corrientes en láseres ordinarios.
- El BEC está en equilibrio térmico, a una temperatura muy baja y en el nivel más bajo de energía posible, con sus átomos ultrafríos, mientras que el láser suele trabajar a grandes frecuencias (energía-

⁴² Cada pulso contiene entre 0,1 y varios millones de átomos coherentes. El color rojo indica mayor densidad atómica.

as), se calienta notablemente mientras funciona y excita los átomos a niveles de energía mayores. El láser óptico no está en equilibrio térmico. El láser de átomos va consumiéndose, mientras que el normal emite fotones indefinidamente sin restricción de número siempre que haya aporte de energía.

- Ambos láseres pueden ser continuos o pulsados y se propagan de acuerdo a una ecuación de ondas.

- Para el láser de átomos sólo se ha construido del tipo pulsado (no se ha creado ninguno continuo) y trabaja en un solo modo⁴³, es decir, no puede emitir en distintas frecuencias como lo hace un láser.

- La emisión de un láser normal es un rayo de luz colimada que se rige por las ecuaciones de Maxwell para las ondas electromagnéticas, mientras que el rayo de átomos está gobernado por la ecuación de Schrödinger y las leyes de la mecánica cuántica. Por ejemplo, el límite de difracción óptica del láser de átomos atiende al principio de incertidumbre de Heisenberg.⁴⁴

- El hecho de que los láseres atómicos tengan interacciones con otros átomos y con el campo gravitatorio dificulta sus aplicaciones médicas en comparación con el láser convencional.

Con el descubrimiento de la naturaleza ondulatoria de la luz, los experimentos de Young con las rendijas y la creación del láser surgió una rama de la física muy importante con multitud de aplicaciones y que ha mejorado la precisión en la medida de longitudes hasta órdenes impensables, gracias a la observación de los patrones de interferencia. Dichos interferómetros son hoy herramientas imprescindibles en muchos laboratorios.

Con la creación del láser de átomos se puede dar un nuevo salto. Éstos pueden ser mucho más sensibles en interferometría atómica. Esto se debe a que la onda de de Broglie es mucho menor que la longitud de onda de la luz. Además, la propia estructura atómica interna y el hecho de que los átomos sean masivos podrían ser “instrumentos” de medida adicionales. Esta mejora de la precisión podría servir para hacer experimentos que verifiquen la teoría cuántica, o incluso detectar cambios en el espacio-tiempo, aunque son ideas aún por desarrollar. Otra aplicación es la holografía atómica, como mejora de la convencional, que se basa en la difracción de los átomos. Por la misma razón de que la onda de de Broglie es menor, la resolución de las imágenes holográficas de un láser de átomos podría ser mayor (por ejemplo en la “fotografía” de perfiles de superficie).

Cabe resaltar que no existen aplicaciones comerciales del láser de átomos, ya que requiere ultravacío y temperaturas de nanokelvin, tecnología reciente y puntera sólo en manos de ciertos grupos de investigación. Además, es improbable que sea rentable disponer de dichos láseres de la misma manera que empleamos el láser óptico en Cd's, lectores, etc. Por tanto, su industrialización potencial está lejos todavía y se emplea principalmente en investigación básica con relojes atómicos, óptica atómica, medición con gran precisión de constantes fundamentales, comprobación de simetrías fundamentales, así como en litografía, espectroscopía y nanotecnología. No obstante, dado que aún es un campo en desarrollo, existen muchas hipótesis sobre sus posibles aplicaciones:

- Holografía atómica para grabar circuitos electrónicos complejos con precisión de nanómetros en semiconductores, por ejemplo. Diseño de transistores muy pequeños y de chips de alta eficacia.

- Micromáquinas construidas átomo a átomo⁴⁵, útiles para la computación cuántica.

- Imagen tridimensional muy precisa mediante la observación del patrón de interferencias del condensado: CAT scan (Condensate Absorption Tomography).

- Ayuda en el estudio y comprensión de las reacciones químicas o bioquímicas.

- Mayor sensibilidad y resolución en la filmación de lugares poco iluminados, mejora de los equipos de visión nocturna.

- Construcción de los relojes más precisos mediante tics de pulsos atómicos. Colocación de un reloj atómico de cesio ultrafrío en la estación espacial internacional: el PARCS “The Primary Atomic Reference Clock in Space” con el fin de mejorar el sistema GPS, verificar la teoría de la relatividad así como estudiar el efecto de la microgravedad en relojes atómicos, ... (misión cancelada este año).

⁴³ Un reciente estudio teórico afirma que un láser de átomos muy intenso partiendo de BECs con gases densos (no diluidos) no sería “monocromático”, sino que habría átomos con otras energías a causa de las colisiones entre átomos.

⁴⁴ Los efectos de difracción se “difuminan” a partir de un cierto límite marcado por el principio de incertidumbre. Es la razón por la que la mayoría de efectos cuánticos sólo se manifiestan a escalas microscópicas, lejos de lo cotidiano.

⁴⁵ Las fuerzas interatómicas (signo e intensidad) dependen de la estructura interna, sensible a los campos magnéticos.

Recreación de fenómenos cosmológicos

Los condensados también están sirviendo de apoyo experimental en el desarrollo de nuevas teorías sobre **fenómenos cosmológicos**, así como en la explicación de ciertos comportamientos hasta ahora sólo descritos. En esta investigación teórico-experimental, los científicos conjeturan y formulan muchas hipótesis y teorías sin confirmar; al tratarse de un fenómeno nuevo y poco estudiado se presta a que los investigadores aventuren ideas y se planteen preguntas y problemas.

Así pues, el comportamiento de los condensados recuerda de alguna manera al de determinados astros y podría ser una recreación en miniatura a partir de la cual se podría explicar el comportamiento del mayor. Si estas investigaciones fructifican, se podrán reproducir condiciones extremas para comprender algunos procesos físicos en el interior de estrellas, o en la vecindad de agujeros negros. Asimismo, se podrán estudiar acontecimientos cósmicos cercanos al tiempo cero del Big Bang, que aun hoy se siguen manifestando, o explicar la existencia de materia oscura. Por tanto, los BEC ofrecerían la posibilidad de recrear fenómenos que suceden a años luz de nosotros en el laboratorio, a escala mucho más pequeña en todos los sentidos. Se podría estudiar su interior y reacción ante interacciones externas sin que los efectos (que escala real sí nos afectarían) sean peligrosos. Dispondríamos entonces de un simulador muy útil para multitud de investigaciones.

Una de las comparaciones más extendidas es la de la estrella de neutrones y el BEC. Cuando se agota el hidrógeno del núcleo de la estrella, dependiendo de su masa, puede transformarse en una enana blanca o explotar como una supernova, cuyo remanente estelar puede ser una estrella de neutrones o un agujero negro. La estrella de neutrones pesa unas 100 millones de toneladas por centímetro cúbico y su interior está 100 veces más caliente que el núcleo del sol. Por el contrario, el BEC es cien mil veces menos denso que el aire y está con el estado de menor energía. Pesa a dichas diferencias, ambos son superfluidos y se comportan similarmente en ese sentido. Los superfluidos no pueden girar como un cuerpo rígido, sino que se deben arremolinar, de forma que el bucle del campo de velocidad sea cero. Teóricamente, los superfluidos pueden circular alrededor de dichos remolinos o vórtices, que están cuantizados y forman una estructura lineal.

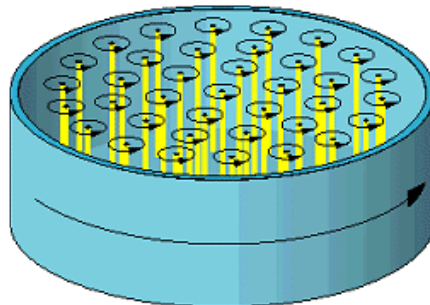


Figura 27 – Formación de vórtices en superfluidos.

Así pues, al hacer girar un BEC (sostenido por campos magnéticos) mediante un rayo láser giratorio aparece la estructura de remolinos. Este conjunto de “tornados cuánticos” observado tiene un aspecto similar a lo que sospechan los astrónomos que puede girar en el interior de las estrellas de neutrones. Estos vórtices no han sido observados en dichas estrellas, pero el hecho de que existan púlsares es un indicio de que en su interior puede estar arremolinándose un superfluido de la misma manera que en un BEC. La formación o el decaimiento de vórtices en el superfluido del interior de la estrella, o el que roce con la corteza de la misma, son hipótesis que tratan de explicar el comportamiento de algunos púlsares que en ciertas ocasiones aceleran el ritmo de giro. Por tanto, si la dinámica y las leyes que rigen su comportamiento son las mismas, se puede estudiar el comportamiento de la estrella mediante el estudio del BEC y verificar o falsar las teorías formuladas. Esto sería imposible si para ello tuviésemos que trasladarnos hasta una estrella de neutrones. Asimismo, el colapso del condensado podría tener marcadas analogías con el colapso de una estrella de neutrones. El BEC sería de nuevo una herramienta más para el estudio de dicho fenómeno cosmológico.

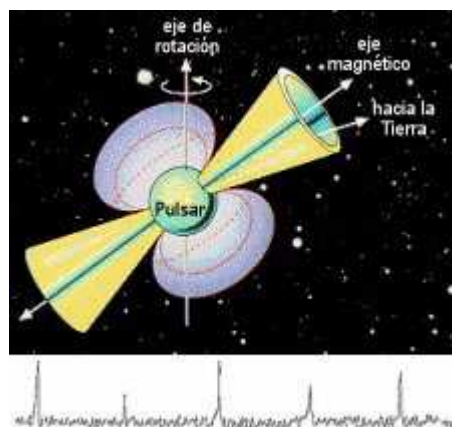


Figura 28 – Representación esquemática de un púlsar.

Algunos investigadores tienen la idea de colapsar un BEC mediante la radiación del mismo con ondas de láser largas, lo que podría inducir campos eléctricos coulombianos entre los átomos (que decaen con el cuadrado de la distancia). Estas fuerzas serían similares a las de la gravedad, aunque bastante más potentes (“*gravedad eléctrica*”). No obstante, su realización experimental es por ahora inviable debido a la fragilidad del BEC.

Por otro lado, el fenómeno de la bosenova (colapso y explosión) observado en un BEC auto-atrayente es muy parecido a la explosión de una supernova, sólo que a muy pequeña escala: la supernova es 10^{75} veces más potente. Es otro ejemplo más que puede ayudar a comprender algunos procesos físicos que tienen lugar en el interior de estrellas enanas y en las cercanías de agujeros negros. Todo depende de si los investigadores son capaces de “construir” o simular⁴⁶ una estrella de neutrones, una enana blanca o un agujero negro mediante el uso de BECs.

Slow light

Ya en los primeros experimentos con los BEC se observó que la luz era frenada al atravesar el condensado, en un factor mucho mayor que al atravesar un medio de materia convencional. En Harvard, Lene Hau y su grupo de investigación están desde entonces a la vanguardia de los experimentos relacionados con la “**luz lenta**”. De hecho, ha sido la primera en frenar la luz hasta 17m/s. Posteriormente consiguió detener la luz por completo en el condensado. El último de sus logros, en 2007, fue hacer desaparecer un pulso de luz en una nube fría y recuperarlo en una nube cercana. La luz se convirtió en materia y de nuevo en luz idéntica de forma controlada, lo que supone un avance científico importante.

El hecho de que la luz viaje a velocidades tan lentas se debe a un efecto relacionado con los electrones de los átomos. En el caso del sodio, el átomo tiene tres estados principalmente: en el 1, el electrón de valencia tiene su espín opuesto al del núcleo y está en el estado de menor energía (órbita más baja); el estado 2 es similar al 1 pero con el espín alineado con el núcleo. El estado 3 se caracteriza por ser cientos de miles de veces más energético que los anteriores y se obtiene impulsando al electrón a una órbita superior: el estado excitado. Si iluminamos un BEC de sodio con un láser cuya frecuencia corresponda a la diferencia de energía entre los niveles 1 y 3, los átomos absorberán toda la luz y se relajarán posteriormente a uno de los estados de reposo emitiendo una luz amarilla característica del espectro de Na. Esta luz no corresponde al haz inicial y la nube es opaca al mismo. Entra un juego ahora un nuevo factor: la transparencia inducida. Se ilumina el condensado con un segundo láser (haz de acoplamiento) sintonizado a la diferencia de energía entre los niveles 2 y 3. El primer haz (de exploración) es absorbido sólo por los átomos en el estado 1 y el de acoplamiento por aquellos en el estado 2. Debido a la acción conjunta de los dos haces se crea un estado de superposición cuántica de los átomos, de forma que los efectos de los dos láseres sobre el átomo se anulan por in-

⁴⁶ Estas pequeñas estrellas, no obtenidas hasta ahora, son muy pequeñas y tienen una gravedad demasiado débil como para suponer un peligro para los humanos.

interferencia destructiva. El resultado es que la nube de átomos deja de absorber la luz de exploración y se hace completamente transparente a ella⁴⁷. Así pues, a la frecuencia exacta a la que se produce la transparencia, el índice de refracción será exactamente uno; además, para frecuencias cercanas a ese valor, el índice de refracción varía bruscamente. Ahora bien, un pulso de luz se compone está compuesto por una superposición de varias frecuencias, con lo que cada componente se mueve a una velocidad ligeramente distinta. El pulso de luz es el punto en el que todas las ondas integrantes individuales están en fase, y se propagan a una determinada velocidad (velocidad de grupo). En el vacío, la luz se propaga a la misma velocidad independientemente de la frecuencia; pero, al entrar en un medio en el que además el índice de refracción varía abruptamente, el lugar donde se sincronizan las ondas (el pulso de luz) se va desplazando progresivamente hacia atrás. Por tanto, el pulso se retarda y la velocidad disminuye bruscamente, en la misma medida en que varíe el índice de refracción.

Por ello, es importante que los átomos estén en un BEC, pues las transiciones entre niveles de energía están nítidamente definidas para todos los átomos, sintonizados en un mismo estado cuántico, a diferencia de átomos en estado normal, donde cada uno tiene un estado diferente a causa de la vibración térmica y las transiciones de energía de todos los átomos toman un intervalo de valores difuminado. A efectos prácticos, es como si se trabajase con un sólo átomo enorme.

Experimentalmente se observa que al iluminar un BEC con los dos haces, la velocidad de propagación de la luz se reduce bruscamente a unos pocos metros por segundo. Esta deceleración es enorme, de unos 600km/s^2 , como si la luz entrase en una melaza óptica que la frenase por fricción. El exceso de fotones en una misma zona al comprimirse la luz “como un acordeón” incrementa el brillo y transfiere energía a los átomos de sodio que cambian su estado a una superposición cuántica del 1 y el 2. A medida que el pulso avanza, los átomos vuelven al estado en reposo. Mediante este proceso se consiguió propagar la luz a una velocidad típica de objetos corrientes en nuestro día a día.

Si en esas circunstancias (la luz todavía cruzando el BEC) se desconecta el haz de acoplamiento, el condensado pierde su transparencia (inducida) y el pulso queda confinado en el interior, en forma de “traza cuántica” dentro de los átomos del BEC. Así pues, se ha conseguido detener la luz completamente. Si se reconecta el haz de acoplamiento, la luz continúa su marcha por el condensado a una velocidad reducida, abandona el condensado y recupera su velocidad de propagación normal en el aire o vacío. En los experimentos realizados, se consiguió detener el haz sólo durante un tiempo pequeño, puesto que la estructura inmóvil que conserva la información de la luz se degrada hasta desaparecer. Pese a ello, se han conseguido regenerar (en gran proporción) pulsos de 300 kilómetros de longitud en el vacío (pulso de 1ms).

En el último experimento de Lene Hau se dio un paso más. Formaron un condensado, el cual dividieron en dos partes, separadas entre sí unos $160\mu\text{m}$. Se redujo la velocidad de un pulso de luz al entrar en la primera nube de átomos fríos (BEC). Esta luz dejó una “huella”⁴⁸ en estos átomos antes de ser “desactivada” mediante el rayo láser de control. Posteriormente, “guiaron” esta huella a la segunda nube, en la que la luz no se propagó ni dejó ninguna huella. Posteriormente, los investigadores “reactivaron” la luz al irradiar la segunda nube con un rayo láser. La luz reactivada tenía las mismas características (frecuencia, forma) que la que había entrado en la primera nube. Dicha luz abandonó lentamente la segunda nube y al salir completamente se aceleró rápidamente a la velocidad de la luz en el vacío.

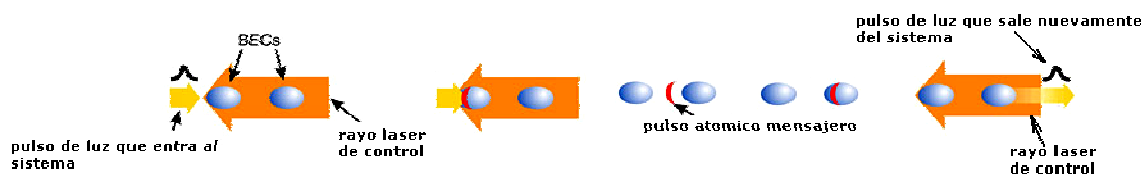


Figura 29 – Secuencia del proceso de control de un pulso de luz.

⁴⁷ Del mismo modo que al vibrar dos diapasones con frecuencias distintas se crea un nuevo pulso modulado, la frecuencia resultante de la superposición no es absorbida por el átomo al no corresponder con la diferencia entre niveles de E.

⁴⁸ La información sobre la amplitud y fase del pulso de luz queda almacenada en forma de holograma sobre los átomos, en el momento angular intrínseco o espín de los mismos.

La explicación a este fenómeno es similar a la anterior, sólo que aquí se añade el componente de la “teleportación”. El hecho de que se pueda reactivar la luz en la segunda nube se debe a que los átomos de las dos nubes están correlacionados, es decir, hay entrelazamientos pese a estar ambas separadas una distancia relativamente grande en la escala atómica. Por ello, se “transfieren” las características de una nube a otra, como si existiera una intercomunicación sin un medio entre ellas. En otras palabras, al estar correlacionadas las nubes, la modificación que hagas en una se revertirá sobre la otra. Este efecto no sucedería si los átomos no formasen una sola entidad coherente, que se comporta idénticamente ante las interacciones externas y mantiene la correlación aun estando las nubes separadas.

Las aplicaciones, de nuevo, son ideas todavía sin materializar: se piensa que puede ser útil para la computación cuántica, donde el fotón reemplazaría al electrón como transportador (vector) de información. Los dispositivos de luz lenta podrían actuar como interfaz entre los fotones y estados cuánticos atómicos, fundamentales en este tipo de computación. Los circuitos podrían ser más pequeños y disipar menos calor, lo que supondría una revolución en cuanto al tamaño y la rapidez de los procesadores. El hecho de que se haya conseguido “almacenar” la luz en forma de materia permitiría que los átomos sean capaces de almacenar información y “reemitirla”. Además, el hecho de que se pueda “reactivar” la luz cuyas características están “grabadas” en el átomo podría ser el principio básico de un interruptor cuántico.

Otra posible aplicación sería en las fibras ópticas, donde se podría reducir la potencia consumida para el transporte de la señal, así como en la obtención y tratamiento de imágenes. Además, con unos pocos fotones que sufran un frenado brusco se pueden crear puntos muy luminosos. Al margen de ello, estos experimentos pueden potenciar la investigación en óptica no lineal, tanto teórica como experimental, puesto que el fenómeno del frenado de la luz se presenta en medios ópticos no lineales, donde el índice de refracción, por ejemplo, sigue una ecuación no lineal.

Aplicaciones relacionadas

Las técnicas de enfriamiento han permitido la extensión del estudio de los BEC a otros sistemas a bajas temperaturas, donde los científicos dejan volar su imaginación. Por ejemplo, se está intentando realizar un BEC de positronio (unión temporal de positrones y electrones), que supuestamente crear un láser de rayos gamma de aniquilación. También se estudia la posibilidad de crear un BEC con neutrones y se analizan efectos como el Efimov o las resonancias de Feshbach.

La dinámica de los BEC es un campo de estudio importante que podría tener aplicaciones en un futuro. Por ejemplo, se agujerea el centro de un BEC con un láser para crear un potencial repulsivo en una trampa toroidal. Al iluminar el BEC con dos rayos láser desde direcciones opuestas se crea un flujo teóricamente persistente que debido a la imperfección experimental no permanece de forma indefinida. Al margen de ello, otro efecto curioso es la fluctuación de la densidad debida a la reflexión de Bragg en un BEC:

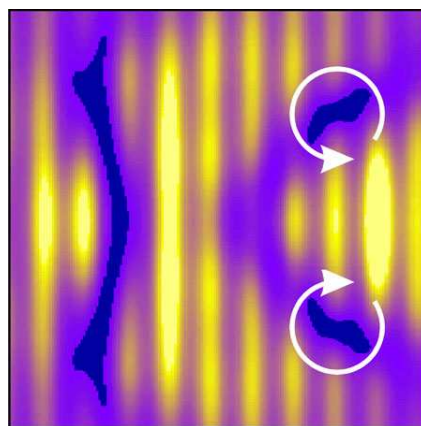


Figura 30 – Un solitón y dos vórtices en un BEC tras la reflexión de Bragg.⁴⁹

⁴⁹ *Physical Review Letters*, 21 de marzo de 2003

Otro fenómeno interesante es el llamado cristal láser. Escogiendo una luz láser adecuadamente se puede crear un potencial atractivo o repulsivo para un átomo. Si se forma una onda de luz estacionaria, con nodos y vientres, el átomo siente un potencial periódico. Grupos de Munich y Florencia pretenden recrear la física del estado sólido mediante este sistema, donde los átomos equivaldrían a los electrones y las modulaciones del láser los iones del sólido. Esto se podría realizar tanto con bosones como con fermiones, que también se pueden enfriar a temperaturas mínimas. Por tanto, introduciendo un gas fermiónico en un cristal láser se podría simular el comportamiento de los electrones en un sólido con gran verosimilitud.

También se estudia la mezcla de distintos fenómenos; por ejemplo, fermiones atrapados en los vórtices de un BEC podrían contribuir a demostrar la teoría de las supercuerdas. Asimismo, se estudia el comportamiento de un gas degenerado de Fermi junto a un BEC, donde se manifiestan fenómenos como el colapso o el que el gas de Fermi flote sobre el BEC. (47)

Especial interés cobran los estudios de condensados fermiónicos, que ya se han citado. El grupo de Ketterle invierte grandes esfuerzos actualmente en estudiar la superfluidez y superconductividad en fermiones, la agrupación de los mismos en pares, la expansión de los fermiones superfluidos, etc. Cabe señalar que en un condensado fermiónico, los átomos se colocan cada uno en la escala energética de menor a mayor valor para formar un gas degenerado de Fermi. En cualquier caso, un gas de Bose tiene una energía total mucho menor que un gas degenerado de Fermi, ya que en el gas de Bose la mayoría de las partículas pueden tener la misma energía, que en el caso de los gases atómicos ultrafríos es la menor posible.

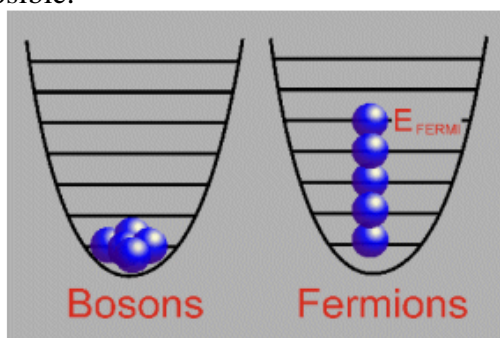


Figura 31 – Comparación del comportamiento de bosones y fermiones en la distribución de los átomos según la energía.

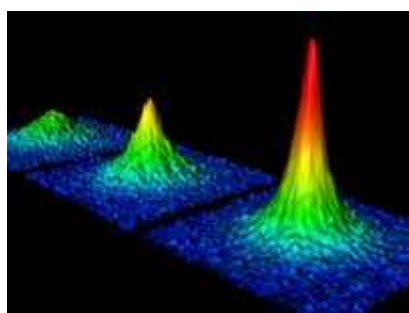


Figura 32 – Distribución de los átomos en un condensado fermiónico a medida que es enfriado.

Asimismo, se han planteado nuevos retos que han requerido enfriar aun más la materia. Es el caso de crear un líquido de densidad ultrabaja, que se podría formar en el interior de un BEC a causa de un efecto llamado Efimov. Este es un fenómeno cuántico por el cual tres átomos pueden formar estructuras de trimeros o tríos estables separados entre sí una gran distancia. En esta nube de Efimov, la densidad sería 20 veces menor que la de un BEC, un millón de veces menor que el aire y 10^{13} veces menor que la del agua. De acuerdo con las investigaciones teóricas, a causa de la coherencia de los átomos, sería estable y consistente sin necesidad de mantener un campo magnético que evite su expansión. En 2005, en Austria, se confirmó el efecto Efimov en un gas de cesio enfriado a 10nK. El estudio de este efecto podría explicar la formación de determinadas configuraciones de partículas.

CONCLUSIÓN

El fenómeno de los condensados de Bose-Einstein es una nueva manifestación de la física cuántica. Los efectos cuánticos suelen estar ocultos en nuestra vida corriente por la contribución incoherente del gran número de átomos que componen nuestro entorno y por tratarse de escalas gigantescas en comparación con las distancias atómicas. Por ello, los condensados tienen la particularidad de ser un fenómeno puramente cuántico que se manifiesta a nivel macroscópico. Las temperaturas ambientales normales oscurecen asimismo las propiedades ondulatorias de la materia y la física clásica es una descripción válida de una gran parte de los sucesos y procesos físicos corrientes. Pero una vez descendemos a temperaturas cercanas al cero absoluto, la materia “revela” sus propiedades ondulatorias a nuestros ojos, y en el caso de los condensados como una onda de materia gigante en la que se pueden apreciar casi a simple vista el patrón de interferencias de dos nubes superpuestas. La física clásica pierde su validez en esas circunstancias y sólo la mecánica cuántica nos permite la comprensión de estos fenómenos.

En definitiva, los condensados de Bose-Einstein se han convertido actualmente en una herramienta importante para estudiar nuevos fenómenos físicos de interés en muchas áreas. Su coherencia a nivel macroscópico permite el estudio, la comprensión y demostración de las leyes cuánticas. Aparte, aporta explicaciones de fenómenos cosmológicos a causa de su particular comportamiento y de sus propiedades exóticas al formarse a las temperaturas más bajas alcanzadas en el universo. Aún queda mucha física por descubrir a esas temperaturas. Las técnicas se siguen desarrollando para vencer los impedimentos en su obtención, a la vez que proliferan los experimentos en torno a los BEC y a otros condensados fermiónicos generados a bajísimas temperaturas, que nos ayudarán a entender mejor diversos efectos y fenómenos recientemente descubiertos.

A medida que vaya progresando la investigación y se conozca más el comportamiento de los condensados, se irán desarrollando nuevas aplicaciones tecnológicas a un coste menor del actual. Aún es pronto para pronosticar si los BEC serán tan revolucionarios como el láser, que se obtiene de una forma más sencilla y perdura (es estable) en el tiempo sin costes energéticos. No obstante, sí se intuye que están siendo y serán de utilidad principalmente en el campo de la investigación básica, tanto experimental como teórica.

Fuentes consultadas:

- *Condensados de Bose-Einstein, "Investigación y Ciencia" (mayo 1998), Eric Cornell y Carl Wieman.*
- *Curso de Física Estadística. Jordi Ortín, José María Sancho Herrero (2006).*
- *Das Quantumuniversum, Die Welt der Wellen und Teilchen. Tony Hey, Patrick Walters (1998).*

1. http://es.wikipedia.org/wiki/Condensado_de_Bose-Einstein
2. http://en.wikipedia.org/wiki/Bose-Einstein_condensate
3. http://es.wikipedia.org/wiki/Estadística_de_Bose-Einstein
4. http://ciencia.nasa.gov/headlines/y2002/20mar_newmatter.htm
5. http://cua.mit.edu/ketterle_group/
6. <http://www.colorado.edu/physics/2000/bec/>
7. http://ciencia.nasa.gov/headlines/y2002/03apr_neutronstars.htm
8. http://www.icmm.csic.es/dmarcos/page2/physics_notes/cursos_doctorado/Resumen.pdf
9. <http://bec.nist.gov/gallery.html>

Fuentes secundarias:

10. <http://es.wikipedia.org/wiki/Bosón>
11. http://es.wikipedia.org/wiki/Partículas_idénticas
12. <http://es.wikipedia.org/wiki/Fermión>
13. <http://es.wikipedia.org/wiki/Espín>
14. http://es.wikipedia.org/wiki/Principio_de_incertidumbre
15. http://fisica.usac.edu.gt/public/tesis_lic/waleska_a/node21.html
16. http://mipagina.cantv.net/aquilestr/condensado_bose.htm
17. <http://tf.nist.gov/cesium/fountain.htm>
18. http://ciencia.astroseti.org/nasa/articulo_517_una_nueva_forma_materia_ii.htm
19. http://ciencia.nasa.gov/headlines/y2002/03apr_neutronstars.htm
20. <http://nasa.webcindario.com/ciencia/enlaces/landsil.htm>
21. <http://fanchi-instante.spaces.live.com/Blog/cns!1FCDB04DB0E173EF!519.entry?wa=wsignin1.0>
22. <http://pelusa.fis.cinvestav.mx/tmatos/Archivos/Oscilatonos/Antecedentes.pdf>
23. <http://web.fcen.uba.ar/prensa/cable/2001/e-c427b.htm>
24. http://axxon.com.ar/zap/g-boson_fermion.htm
25. http://dailymotion.alice.it/video/x4v62y_slow-light-wwwolosciencecom_tech
26. <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/104/10413306.pdf>
27. <http://web.mit.edu/newsoffice/1995/bose-einstein-1129.html>
28. <http://www.unex.es/~fan/cuantica/mc%2010/Web/bosein.htm>
29. http://www.fq.profes.net/archivo2.asp?id_contenido=24292
30. http://www.elpais.com/articulo/futuro/anos/condensados/Bose-Einstein/elpporsoc/20050622elpepifut_1/Tes/
31. http://www.uam.es/departamentos/ciencias/fismateriac/gibt/Common/Docencia/trab_doct/cbe.pdf
32. http://www.youtube.com/watch?v=28F_oPDZHSk
33. <http://www.pbs.org/wgbh/nova/zero/atoms.html>
34. <http://www.revista-nanociencia.ece.buap.mx/IEJNetM32final/3Serkin1.pdf>
35. <http://www.revista-nanociencia.ece.buap.mx/IEJNetM32final/4Serkin2.pdf>
36. <http://www.landsil.com/Fisica/Materia9.htm>
37. <http://www.smf.mx/boletin/Abr-97/chismes/laser.html>
38. <http://www.galileog.com/ciencia/fisica/cuantica/hau.htm>
39. http://www.astroseti.org/noticia_2723_luz_materia_unidas.htm
40. <http://www.geocities.com/maferpage/articulos/enlaser.html>
41. <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/estadistica/maxwell/maxwell.html>
42. http://www.enciga.org/boletin/56/Condensados_Luz_Liquida.pdf
43. <http://www-optica.inaoep.mx/investigadores/carlost/pdfs/Adalbertomolina.pps>
44. <http://www.aip.org/pnu/2008/split/863-2.html>
45. <http://www.strangehorizons.com/2001/20011210/bose-einstein.shtml>
46. <http://www.bibliopolis.org/cromo/crom0006.htm>
47. <http://www.cft.edu.pl/QuantumOpticsVI/Lectures/sengstock.ppt>