Fuerzas

3.1 ✎ (a) $\vec{F}_{T\to L} = -1{,}98 \times 10^{20}\vec{j}$ N, $\vec{F}_{S\to L} = 4{,}33 \times 10^{20}\vec{i}$ N. (b) $\vec{F}_L = (4{,}33\vec{i} - 1{,}98\vec{j}) \times 10^{20}$ N. (c) $\alpha = 65{,}43°$.

3.2 ✎ (a) $\vec{a}(1{,}6\text{ s}) = (-11{,}5\vec{i} + 2{,}5\vec{j})$ m/s^2. (b) $\vec{v}(1{,}6\text{ s}) = (-18{,}4\vec{i} + 4\vec{j})$ m/s. (c) $\vec{r}(1{,}6\text{ s}) = (-14{,}72\vec{i} + 3{,}2\vec{j})$ m.

3.3 ✎ $\vec{p}(t) = 1{,}7 \times 10^{-23}\left[5\vec{i} + (2 - 40t)\vec{j} - 80t\vec{k}\right]$ kg m s^{-1}, $\vec{F} = -6{,}8 \times 10^{-22}(\vec{j} + 2\vec{k})$ N.

3.4 ✎ Ver Teoría.

Diagramas de fuerzas y 2ª ley de Newton

3.5 ✎ $d = \frac{v_0^2}{2g\sin\alpha} = 55{,}17$ m.

3.6 ✎ Ver Teoría.

3.7 ✎✎ Ver Teoría.

3.8 ✎✎ (b) $a = \frac{F_{A1}}{m_1+m_2} = 1$ m/s^2. (c) $F_{1\to 2} = \frac{m_2}{m_1+m_2}F_{A1} = 40$ N. (d) Resultado idéntico. Las fuerzas normales que actúan sobre cada masa se compensan con las correspondientes fuerzas gravitatorias.

3.9 ✎✎ $F_{L\to 1} = Nma = 68800$ N, $F_{25\to 24} = ma = 2752$ N.

3.10 ✎ Ver Teoría.

3.11 ✎✎ (b) $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$, con $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$. (c) Movimiento Armónico Simple (MAS). (d) $A = x(0)$ (posición inicial), $B = \dot{x}(0)$ (velocidad inicial).

3.12 ✎✎ Muelles unidos en serie: k_1 en reposo de 0 a L_1 con el extremo en 0 fijo, k_2 en reposo de L_1 a $L_1 + L_2$; aplicamos un fuerza F en el extremo $L_1 + L_2$ y se alcanza equilibrio con k_1 estirado de 0 a $L_1 + x_1$, k_2 estirado de $L_1 + x_1$ a $L_1 + L_2 + x_1 + x_2$. En el extremo en que se aplica F, tenemos $F = k_2x_2$, en la unión entre los muelles, $k_1x_1 = k_2x_2$. El muelle equivalente tiene $k(x_1 + x_2) = F$. Combinando $\frac{k}{k_1}(x_1 + x_2) + \frac{k}{k_2}(x_1 + x_2) = x_1 + x_2$ obtenemos $k^{-1} = k_1^{-1} + k_2^{-1}$.
Muelles en paralelo: k_1 y k_2 en reposo de 0 a L; aplicamos una fuerza F en L y se alcanza equilibrio con ambos estirados de 0 a $L + x$. En el punto de aplicación de F, en equilibrio, $F = k_1x + k_2x$. El muelle equivalente tiene $F = kx$ y obtenemos directamente $k = k_1 + k_2$.

3.13 ✎✎ (b) $T_1 = T_3 = \frac{m_2 g}{2\cos(\theta/2)} = 33{,}95$ N, $T_2 = m_2g = 58{,}8$ N, $m_1 = \frac{m_2}{2\cos(\theta/2)} = 3{,}46$ kg.

3.14 ✎✎ (a) $a = \frac{g(m_2\sin\theta_2 - m_1\sin\theta_1)}{m_1+m_2} = 1{,}37$ m/s^2, $T = \frac{m_1m_2}{m_1+m_2}g(\sin\theta_1 + \sin\theta_2) = 61{,}36$ N. (b) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = 1{,}19$.

3.15 ✎✎✎ Ver Teoría.

3.16 ✎✎✎ Bases ortonormales $\{\vec{i},\vec{j}\}$ con $\to \vec{i}$, $\uparrow \vec{j}$; $\{\vec{i}_1,\vec{j}_1\}$: $\nearrow \vec{i}_1 = \cos\theta_1\vec{i} + \sin\theta_1\vec{j}$, $\nwarrow \vec{j}_1 = -\sin\theta_1\vec{i} + \cos\theta_1\vec{j}$, $\searrow \vec{i}_2 = \cos\theta_2\vec{i} - \sin\theta_2\vec{j}$, $\nearrow \vec{j}_2 = \sin\theta_2\vec{i} + \cos\theta_2\vec{j}$ b) Equilibrio para $m_1\sin\theta_1 - m_2\sin\theta_2 = 0$, tensión $T = \frac{m_1m_2}{m_1+m_2}(\sin\theta_1 + \sin\theta_2)g$.
c) Aceleraciones $\vec{a}_3 = a_3\vec{i}$, $\vec{a}_1 = a_3\vec{i} + a_\ell\vec{i}_1$, $\vec{a}_2 = a_3\vec{i} + a_\ell\vec{i}_2$ con $a_3 = g\frac{(m_1\sin\theta_1 - m_2\sin\theta_2)(m_1\cos\theta_1 + m_2\cos\theta_2)}{(m_1+m_2+m_3)(m_1+m_2) - (m_1\cos\theta_1 + m_2\cos\theta_2)^2}$, $a_\ell = -g\frac{(m_1\sin\theta_1 - m_2\sin\theta_2)(m_1+m_2+m_3)}{(m_1+m_2+m_3)(m_1+m_2) - (m_1\cos\theta_1 + m_2\cos\theta_2)^2}$; tensión $T = \frac{m_1m_2}{m_1+m_2}((\cos\theta_1 - \cos\theta_2)a_3 + (\sin\theta_1 + \sin\theta_2)g)$.
d) Para $m_3 \gg m_1, m_2$, $a_3 = 0$, $a_\ell = -g(m_1\sin\theta_1 - m_2\sin\theta_2)$, bloque m_3 no se mueve.
e) b) No hay equilibrio; c) $a_3 = 0{,}91$ m/s^2, $a_\ell = -1{,}73$ m/s^2, $T = 5{,}85$ N; d) ese límite no aplica.

3.17 ✎✎✎ Mismas bases ortonormales que en el problema anterior.
b) $\vec{a}_3 = a_3\vec{i}$, $\vec{a}_1 = a_3\vec{i} + a_{\ell,1}\vec{i}_1$, $\vec{a}_2 = a_3\vec{i} + a_{\ell,2}\vec{i}_2$, con $a_3 = g\frac{m_1\cos\theta_1\sin\theta_1 - m_2\cos\theta_2\sin\theta_2}{m_1\sin^2\theta_1 + m_2\sin^2\theta_2 + m_3}$,
$a_{\ell,1} = -g\frac{(m_1+m_3)\sin\theta_1 + m_2\sin\theta_2(\sin\theta_1\sin\theta_2 - \cos\theta_1\cos\theta_2)}{m_1\sin^2\theta_1 + m_2\sin^2\theta_2 + m_3}$, $a_{\ell,2} = g\frac{(m_2+m_3)\sin\theta_2 + m_1\sin\theta_1(\sin\theta_1\sin\theta_2 - \cos\theta_1\cos\theta_2)}{m_1\sin^2\theta_1 + m_2\sin^2\theta_2 + m_3}$.
c) Para $m_3 \gg m_1, m_2$, $a_3 = 0$, $a_{\ell,1} = -g\sin\theta_1$, $a_{\ell,2} = g\sin\theta_2$: bloque m_3 no se mueve, los bloques m_1 y m_2 se mueven sobre un plano inclinado fijo.

3.18 ✎✎✎ Ver Teoría.

Con rozamiento

3.19 ✎✎ Ver Teoría.

3.20 ✎✎ (b) $d = \frac{v_0^2}{2\mu_c g}\left(1 + \frac{M}{m}\right)$. (c) $F = \frac{\mu_c Mmg}{m+M}$.

3.21 ✎✎ Ver Teoría.

3.22 ✎✎ Ver Teoría.

3.23 ✎✎ (b) $a=\frac{F}{m_1+m_2+m_3}=2$ m/s^2. (c) $F_1=F-F_{2\to1}=m_1a=4$ N, $F_2=F_{1\to2}-F_{3\to2}=m_2a=6$ N, $F_3=F_{2\to3}=m_3a=8$ N. (d) $F_{1\to2}=(m_2+m_3)a=14$ N, $F_{2\to3}=m_3a=8$ N. (e) $a'=a-\mu_c g=1{,}02$ m/s^2, $F_1=m_1a'=2{,}04$ N, $F_2=m_2a'=3{,}06$ N, $F_3=m_3a'=4{,}08$ N. Las fuerzas de contacto entre bloques son las mismas que en el caso sin rozamiento.

3.24 ✎✎ (a) $\theta_0=\arctan\mu_c$. (b) $T>T_{\min}=\frac{\mu_e Mg}{\cos\theta_0+\mu_e\sin\theta_0}$.

3.25 ✎✎ $a_2=\frac{F-\mu_c(2m_1+m_2)g}{m_2}=0{,}58$ m/s^2, $T=\mu_c m_1 g=9{,}8$ N.

3.26 ✎✎✎ $a=\frac{F-\mu(3m_1+m_2)g}{m_1+m_2}$.

3.27 ✎✎ (a) $|\vec{F}_{\max}|=\mu_e(m_1+m_2)g=17{,}64$ N. (b) $a=\frac{\mu_e g}{2}=1{,}47$ m/s^2, $f_r=\frac{\mu_e m_1 g}{2}=2{,}94$ N. (c) $a=g\left[\frac{2(m_1+m_2)}{m_2}\mu_e-\frac{m_1}{m_2}\mu_c\right]=7{,}84$ m/s^2.

3.28 ✎✎✎ $a=g\sin\theta-\frac{m_1\mu_{c1}+m_2\mu_{c2}}{m_1+m_2}g\cos\theta=6{,}04$ m/s^2, $T=\frac{m_1m_2(\mu_{c1}-\mu_{c2})\cos\theta}{m_1+m_2}g=0{,}98$ N.

3.29 ✎✎✎ Bases ortonormales $\{\vec{i},\vec{j}\}$ con $\rightarrow\vec{i}$, $\uparrow\vec{j}$; $\{\vec{i}_1,\vec{j}_1\}$: $\searrow\vec{i}_1=\cos\theta\vec{i}-\sin\theta\vec{j}$, $\nearrow\vec{j}_1=\sin\theta\vec{i}+\cos\theta\vec{j}$.
a) Equilibrio $\mu_e=\tan\theta$.
b) Aceleraciones $\vec{a}_M=a_M\vec{i}$, $\vec{a}_m=a_2\vec{i}+a_\ell\vec{i}_1$ con $a_M=-g\frac{m(\tan\theta-\mu_c)\cos^2\theta}{m+M-m\cos^2\theta(1+\mu_c\tan\theta)}$, $a_\ell=g\frac{(m+M)(\tan\theta-\mu_c)\cos\theta}{m+M-m\cos^2\theta(1+\mu_c\tan\theta)}$; fuerzas $\vec{F}_{M\to m}=g\frac{mM\cos\theta}{m+M-m\cos^2\theta(1+\mu_c\tan\theta)}(\vec{j}_1-\mu_c\vec{i}_1)$, $\vec{F}_{\text{Suelo}\to M}=Mg\left(1+\frac{m(\mu_c\sin\theta+\cos\theta)\cos\theta}{m+M-m\cos^2\theta(1+\mu_c\tan\theta)}\right)\vec{j}$.
c) Aceleraciones $\vec{a}_M=a_M\vec{i}$, $\vec{a}_m=a_2\vec{i}+a_\ell\vec{i}_1$ con $a_M=-g\frac{m\sin\theta\cos\theta}{m+M-m\cos^2\theta}$, $a_\ell=g\frac{(m+M)\sin\theta}{m+M-m\cos^2\theta}$; fuerzas $\vec{F}_{M\to m}=g\frac{mM\cos\theta}{m+M-m\cos^2\theta}\vec{j}_1$, $\vec{F}_{\text{Suelo}\to M}=Mg\left(1+\frac{m\cos^2\theta}{m+M-m\cos^2\theta}\right)\vec{j}$.
d) Tiempo para descender h: $t=\sqrt{\frac{2h}{a_\ell\sin\theta}}$; en ese tiempo M se desplaza $d=\frac{a_2h}{a_\ell\sin\theta}$.
e) c) $a_M=-0,81$ m/s^2, $a_\ell=5,61$ m/s^2, $|\vec{F}_{M\to m}|=8,09$ N, $|\vec{F}_{\text{Suelo}\to M}|=56,06$ N; d) $t=0,84$ s, $d=-29$ cm.

Con trayectorias curvas

3.30 ✎ Ver Teoría.

3.31 ✎ Ver Teoría.

3.32 ✎ Ver Teoría.

3.33 ✎✎ $v=\sqrt{\frac{m_2}{m_1}rg}$, $\tau=2\pi\sqrt{\frac{m_1}{m_2}\frac{r}{g}}$.

3.34 ✎✎ $\cos\theta=\frac{g}{\omega^2L}$.

3.35 ✎✎ $T_1=\frac{4\pi^2}{\tau^2}\left[m_1L_1+m_2(L_1+L_2)\right]$, $T_2=\frac{4\pi^2}{\tau^2}m_2(L_1+L_2)$. Si disminuyéramos τ progresivamente, la rotura de la cuerda se produciría en el primer tramo ya que $T_1>T_2$.

3.36 ✎✎ (b) $\cos\theta=\frac{g}{\omega^2R}$, $F_N=m\omega^2R$. (c) $\theta=45°$, $F_N=1{,}4$ N.

3.37 ✎✎ (a) $v_{\max}=\sqrt{gR\frac{\sin\theta+\mu_e\cos\theta}{\cos\theta-\mu_e\sin\theta}}=43{,}25$ m/s. (b) $v_{\min}=\sqrt{gR\frac{\sin\theta-\mu_e\cos\theta}{\cos\theta+\mu_e\sin\theta}}$, siempre que se cumpla que $\mu_e<\tan\theta$. Con los datos del problema, esta última condición no se satisface.

3.38 ✎✎ Ver Teoría.