Movimiento en una dimensión

2.1 ✎ Sí, es posible. (i) Velocidad positiva y aceleración negativa: lanzamiento vertical, movimiento armónico simple "masa + muelle". (ii) Velocidad y aceleración perpendiculares: movimiento circular uniforme, tiro parabólico en la posición de altura máxima.

2.2 ✎ $v(t) = -1 + 4t - \frac{1}{3}t^3$, $x(t) = \frac{3}{4} - t + 2t^2 - \frac{1}{12}t^4$ (unidades del S.I.).

2.3 ✎ $a(t) = -a_0 = -\frac{v_0^2}{2d}$. La publicidad es correcta.

2.4 ✎ (a) Velocidad constante: a, f, i. (b) Velocidad invierte su sentido: c, d. (c) Aceleración constante: a, d, e, f, h, i. (d) Aceleración no constante: b, c, g. (e) Combinaciones coherentes: d-h; a-f-i.

2.5 ✎✎ (c) Dirección $+x$ en $t \in [0;1)$ s y dirección $-x$ en $t \in (1;3{,}24]$ s. La velocidad se anula en $t = 1$ s. (d) $\bar{v}_1 = 1$ m/s en $t \in [0;1]$ s y $\bar{v}_2 = -2$ m/s en $t \in [1;3]$ s.

2.6 ✎✎ (b) $y(t) = h + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$, $v(t) = v_0 - gt$. (c) $h = t_f\left(\frac{1}{2}gt_f - v_0\right)$, $v_f = v_0 - gt_f$. (d) $t_f = \frac{v_0}{g}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2gh}{v_0^2}}\right)$, $v_f = -v_0\sqrt{1 + \frac{2gh}{v_0^2}}$. (e) $v_0 = \frac{1}{2}gt_f - \frac{h}{t_f}$, $v_f = -\left(\frac{1}{2}gt_f + \frac{h}{t_f}\right)$. (f) en c) $h = 11{,}6$ m, $v_f = -15{,}6$ m/s; en d) $t_f = 2{,}23$ s, $v_f = -19{,}90$ m/s; en e) $v_0 = 4{,}8$ m/s, $v_f = -14{,}8$ m/s.

2.7 ✎✎ $y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$. La altura del acantilado es: $h = 145{,}51$ m.

2.8 ✎✎ (b) $x_A(t) = 2t + 2t^2$, $v_A(t) = 2 + 4t$, $a_A(t) = 4$ (unidades S.I.); $x_B(t) = -12 + 16t$, $v_B(t) = 16$, $a_B(t) = 0$ (unidades S.I.). (c) $d_A = 84$ m, $d_B = 96$ m.

2.9 ✎✎ (a) $a(t) = -8\pi^2 \sin(2\pi t)$ m/s^2, $y(t) = 2\sin(2\pi t)$ m. (b) $y(t = 0{,}25\text{ s}) = 2$ m, $v(t = 0{,}25\text{ s}) = 0$, $a(t = 0{,}25\text{ s}) = -8\pi^2$ m/s^2.

2.10 ✎✎ (a) $k = \frac{2g}{t_p} = 1{,}96$ m/s^2. (c) $x_1(t_p = 10\text{ s}) = 326{,}67$ m, $x_2(t_p = 10\text{ s}) = 490$ m.

2.11 ✎✎✎ (b) Se toma el eje OX paralelo al plano inclinado, con origen de coordenadas en el punto más alto y sentido positivo hacia abajo: $x_A(t) = 4t^2$, $v_A(t) = 8t$, $a_A(t) = 8$; $x_B(t) = 36 + 24(t-3) - 4{,}5(t-3)^2$, $v_B(t) = 24 - 9(t-3)$, $a_B(t) = -9$; $x_C(t) = 66 + 6(t-5)$, $v_C(t) = 6$, $a_C(t) = 0$ (donde x_i está en m, v_i en m/s, a_i en m/s^2 y t en s, con $i = A, B, C$). (c) $v_A(t = 3\text{ s}) = 24$ m/s, $d_A = 36$ m. (d) $\Delta t = 2$ s. $d_B = 30$ m. (e) $t_{\text{total}} = 6$ s. (f) $\bar{v} = 12$ m/s. (g) $h_A = 29{,}5$ m, $h_B = 24{,}6$ m, $h_C = 4{,}9$ m.

Movimiento en tres dimensiones

2.12 ✎✎ (a) $\vec{v}(t = t_{y_{\max}}) = 4\vec{i}$ m/s. (b) $\vec{r}(t = t_{y_{\max}}) = (4\vec{i} + 6\vec{j})$ m, con $t_{y_{\max}} = 2$ s.

2.13 ✎✎ $\Delta = 0{,}78$ m.

2.14 ✎✎ (a) $v_0 = 5\sqrt{\frac{2gh}{11}}$. b) $d = 209{,}52$ m. c) $R = \frac{50}{11}h\cos^2\alpha = 136{,}36$ m.

2.15 ✎✎ (a) $y_{\text{Max}} = \frac{\alpha^2}{4\beta}$, $x_{\text{Max}} = \frac{\alpha}{\beta}$. (b) $y(x) = \frac{4y_{\text{Max}}}{x_{\text{Max}}}x(1-x)$; $y_{\text{Max}} = \frac{v_0^2\sin^2\theta_0}{2g}$, $x_{\text{Max}} = \frac{v_0^2\sin 2\theta_0}{g}$. (c) $y_{\text{Max}} \to y_0 + y_{\text{Max}}$, $x_{\text{Max}} \to x_0 + x_{\text{Max}}$.

2.16 ✎✎ $d = \frac{2v_0^2\cos^2\alpha(\tan\alpha + \tan\phi)}{g\cos\phi} = 43{,}24$ m.

2.17 ✎✎ (a) $v_0 = \sqrt{\left(\frac{d}{t}\right)^2 + \left(\frac{gt}{2}\right)^2}$, $\tan\theta_0 = \frac{gt^2}{2d}$. (b) $h = y_{\max} - y_0 = \frac{gt^2}{8}$. (c) $v_0 = 10$ m/s, $\theta_0 \simeq \pi/4$, $h = 2{,}54$ m.

2.18 ✎ $d = (v_{0,p} - v_b)\sqrt{\frac{2h}{g}} = 714{,}29$ m.

2.19 ✎✎ (a) $\vec{r}_i = (4; 5{,}22)$ m, $\vec{v}_i = (10; 6{,}08)$ m/s. (b) $\vec{r}_c = (-14{,}24; 0)$ m.

2.20 ✎✎ (b) $\vec{a}_\perp = \vec{a} \to |\vec{a}_\perp| = R\omega^2$; $\vec{a}_\parallel = \vec{0} \to |\vec{v}| = \sqrt{(R\omega)^2 + V^2}$ constante. (c) $\rho = R + \frac{V^2}{R\omega^2}$. (d) $f = \frac{V}{R\omega}$. Cuando $f \to 0$ ($V \ll R\omega$), $\rho \to R$: movimiento circular uniforme ("comprimir" la hélice en el plano xy). Cuando $f \to \infty$ ($V \gg R\omega$), $\rho \to \infty$: movimiento rectilíneo ("estirar" la hélice a lo largo del eje z).

2.21 ✎✎ (b) $\vec{v}(t) = \omega\left[-A\sin(\omega t)\vec{i} + B\cos(\omega t)\vec{j}\right]$, $\vec{a}(t) = -\omega^2\vec{r}(t)$.
(c) $\vec{a}_\parallel = \frac{\omega^2(A^2 - B^2)\sin(\omega t)\cos(\omega t)}{A^2\sin^2(\omega t) + B^2\cos^2(\omega t)}\left[-A\sin(\omega t)\vec{i} + B\cos(\omega t)\vec{j}\right]$. (d) En (i) $\vec{r} = \pm A\vec{i}$ y en (ii) $\vec{r} = \pm B\vec{j}$, donde $\vec{r}\cdot\vec{v} = 0$.
(e) En (i) $\rho = \frac{B^2}{A}$ y en (ii) $\rho = \frac{A^2}{B}$.

2.22 ✎✎ $\tan\alpha = \frac{v_0^2}{gd}\left(1 \pm \sqrt{1 - 4\left(\frac{gd}{2v_0^2}\right)^2\left(1 + \frac{2v_0^2(h_2 - h_1)}{gd^2}\right)}\right) \to \alpha_1 = 77{,}20°$, $\alpha_2 = 17{,}74°$.

2.23 ✎✎ (b) Polo norte: $v = 0$, $|\vec{a}_\perp| = 0$, $r = 0$. Ecuador: $v = 463{,}31$ m/s, $|\vec{a}_\perp| = 0{,}34\,\%g$, $r = R_T = 6371$ km. Valencia: $v = 360{,}06$ m/s, $|\vec{a}_\perp| = 0{,}27\,\%g$, $r = 4951{,}20$ km.

2.24 ✎✎ (a) $y(x) = 5 - \frac{x^2}{4}$ (unidades S.I.). (b) $\vec{v}(t) = 2\vec{i} - 2t\vec{j}$ (unidades S.I.). En $t_0 = 0$, $\vec{v}\cdot\vec{a} = 0$. (c) $R = 2$ m.

2.25 ✎✎ (a) $y(x) = (\sqrt{x} - 1)^2$ (unidades S.I.). (b) $\vec{r} = (16\vec{i} + 9\vec{j})$ m. (c) $\vec{a}_\parallel = \frac{2(2t-1)}{t^2+(t-1)^2}\left[t\vec{i} + (t-1)\vec{j}\right]$, $\vec{a}_\perp = \vec{a} - \vec{a}_\parallel$, $|\vec{a}_\parallel| = \frac{4t-2}{\sqrt{2t^2-2t+1}}$, $|\vec{a}_\perp| = \frac{2}{\sqrt{2t^2-2t+1}}$ (unidades S.I.).

2.26 ✎✎✎ (a) Tomando $y_0 = 0$, el alcance es máximo para $\theta_{\max} = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}$.

Movimiento relativo

2.27 ✎ (a) Sistema de referencia ligado al suelo: $\vec{v}_{\text{plane}} = (500\vec{i} - 90\vec{j})$ km/h, $|\vec{v}_{\text{plane}}| = 508$ km/h, $\alpha = 10{,}2°$ en dirección SE. (b) Sistema de referencia ligado al aire: $\vec{v}'_{\text{plane}} = (492\vec{i} + 90\vec{j})$ km/h, $\beta = 10{,}4°$ en dirección NE.

2.28 ✎✎ Anchura $L = 1$ km, velocidad de la corriente $u = 2$ km/h, velocidad barca 1 $v_1 = 4$ km/h, desplazamiento en dirección de la corriente de la barca 2 $d = 1$ km con velocidad v_2.
a) $t = \frac{2L}{v_1} = 30$ min, y el punto de la orilla de partida al que regresa se encuentra $ut = 1$ km corriente abajo.
b) $t = \frac{2L}{v_1} = \frac{d}{v_2+u} + \frac{d}{v_2-u} \Rightarrow v_2 = \frac{v_1 d}{2L} + \sqrt{\left(\frac{v_1 d}{2L}\right)^2 + u^2} = 2(1+\sqrt{2}) = 4,83$ km/h.

2.29 ✎✎ $\vec{i}$ horizontal, velocidad del coche $u\vec{i}$; $\vec{j}$ vertical hacia arriba, velocidad de las gotas con respecto al suelo $-v\vec{j}$; ángulo de las gotas con respecto a la vertical vistas desde el coche $\theta = 80°$.
Velocidad de las gotas con respecto al suelo, $v = \frac{u}{\tan\theta} = 14,1$ km/h, velocidad de las gotas con respecto al coche $-u\vec{i} - v\vec{j}$.

2.30 ✎✎✎ $\ell \equiv$ líder, $c \equiv$ cola, $m \equiv$ motorista, $d \equiv$ longitud del grupo, $s \equiv$ suelo. (b) $v_m = 2v_\ell$. (c) $D_m = \frac{8}{3}d = 8$ km. (d) $x_\ell(t) = d + v_\ell t$, $x_c(t) = v_\ell t$, $x_m(t) = \left\{\begin{array}{ll} 2v_\ell t & t \le t_1 \\ 4d - 2v_\ell t & t_1 < t \le t_2 \end{array}\right\}$, donde $t_1 = \frac{d}{v_m - v_\ell}$ y $t_2 = \frac{2v_m}{v_m + v_\ell}t_1$ son los instantes en los que la motorista alcanza al líder y vuelve a la cola del grupo, respectivamente. (e) $x_s(t) = -v_\ell t$, $x_\ell(t) = d$, $x_c(t) = 0$, $x_m(t) = \left\{\begin{array}{ll} v_\ell t & t \le t_1 \\ 4d - 3v_\ell t & t_1 < t \le t_2 \end{array}\right\}$.