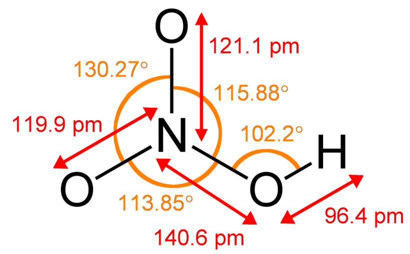
Centro de masas

5.1 ✎ Calcula el centro de masas de una caja con la forma de un cubo de lado L y sin tapa (las caras son planchas planas de densidad homogénea).

5.2 ✎✎ Determina la posición del centro de masas de la molécula de ácido nítrico (HNO_3), cuya configuración viene dada en la figura, si el plano que forman los enlace NOH de la derecha es a) el mismo que el plano que forman los tres enlace NO, b) perpendicular al plano que forman los tres enlaces NO.



5.3 ✎✎ Considera una plancha plana de densidad homogénea delimitada, en el plano (x, y), por $y = b$ y por $y = a\sqrt{|x|}$: representa la plancha, calcula la posición de su centro de masas y represéntalo también.

5.4 ✎✎ En el plano (x, y), un disco homogéneo de radio R con centro $(R, 0)$ tiene un orificio circular de radio $R' = R/2$ con centro $(R', 0)$. Calcula la posición de su centro de masas.

5.5 ✎✎ Calcula el centro de masas de: a) un anillo semicircular homogéneo de radio R; b) un disco semicircular homogéneo de radio R, c) un triángulo rectángulo homogéneo de base a, altura b e hipotenusa c.

5.6 ✎✎ Demuestra que el centro de masas de un conjunto de tres masas idénticas dispuestas en los vértices de un triángulo se encuentra en la intersección de las medianas del mismo, y que esta intersección se encuentra a un tercio de la distancia entre cada lado y el vértice opuesto.

5.7 ✎✎ Pedro (de masa 80 kg) y David (de masa 120 kg) se encuentran en un bote de remos (de masa 60 kg). David está en el centro del bote, remando, y Pedro en un extremo a 2 m del centro. David se cansa de remar y, una vez el bote se ha detenido, intercambia su puesto con Pedro. ¿Qué distancia se ha movido el bote con respecto al agua al intercambiarse las dos posiciones? Desprecia cualquier fuerza horizontal ejercida por el agua.

5.8 ✎✎✎ Demuestra que el centro de masas de una plancha triangular homogénea se encuentra en la intersección de las medianas del triángulo formado por sus lados.

5.9 ✎✎✎ Un alambre muy fino de longitud L tiene una densidad lineal de masa dada por la función $A - Bx$, donde A y B son constantes positivas y x es la distancia respecto al extremo más masivo. a) En función de A, B y L, ¿cuál es la masa del alambre? Dada la masa del alambre, ¿qué condición mínima habrá que exigir a A, B y L? b) ¿Existe alguna otra condición más restrictiva que la anterior? c) Determina la posición del centro de masas x_{CM} y demuestra que $\frac{L}{2} > x_{\mathrm{CM}} > \frac{L}{3}$.

5.10 ✎✎✎ Una lata cilíndrica tiene una altura h y una masa M. Está llena con un líquido cuya masa total es también M. Se hace un pequeño orificio en la base de la lata y el líquido empieza a salir de su interior. a) Si en un cierto instante la altura del líquido restante es x, ¿cuál es la posición del centro de masas del conjunto lata + líquido restante? Expresa el resultado en función de h y x. b) ¿Para qué valor de la altura del líquido se tiene el valor mínimo del centro de masas del sistema lata + líquido? c) Repite los apartados anteriores si en lugar de una lata cilíndrica la lata fuese cúbica.

Momento lineal, aceleración y conservación de la energía mecánica de un sistema.

5.11 ✎ Dos astronautas con masas $m_1 = 55$ kg y $m_2 = 85$ kg se encuentran en el espacio inicialmente en reposo, ligados entre sí por una cuerda y separados 10 m. Si m_2 tira de la cuerda con una fuerza de 10 N, ¿a qué distancia de m_1 se juntarán los dos?

5.12 ✎ Un proyectil se lanza al aire desde el nivel del suelo y debería aterrizar a 55 m. Sin embargo en el punto más alto de su trayectoria explota en dos fragmentos de igual masa. Justo después de la explosión, uno de los fragmentos tiene velocidad instantánea cero y cae verticalmente al suelo. ¿Dónde cae el otro fragmento? Desprecia la resistencia del aire.

5.13 ✎ Una persona de 75 kg sube las escaleras desde la planta baja hasta un cuarto piso que se encuentra a una altura de 15 m. Hallar el retroceso sufrido por la Tierra en dirección opuesta.

5.14 ✎ Un vagón de ferrocarril incontrolado de masa 14000 kg se desplaza horizontalmente a 4 m/s hacia un cambio de agujas. Al pasar cerca de un almacén de grano, 2000 kg de grano caen súbitamente sobre el vagón. ¿Cuánto tiempo tardará el vagón en cubrir la distancia de 500 m que hay desde el almacén hasta el cambio de agujas? Supóngase que el grano cae verticalmente y que la desaceleración debida al rozamiento por rodadura y a la resistencia del aire es despreciable.

5.15 ✎ Dos bloques de masa $m = 2$ kg se mueven con velocidades $|\vec{v}_1| = 5$ m/s y $|\vec{v}_2| = 2$ m/s, en sentidos opuestos. Calcula: a) la energía cinética del sistema, b) la velocidad del centro de masas, c) la velocidad de los bloques respecto del centro de masas. d) Comprueba que la energía cinética del sistema es igual a la que corresponde al movimiento del centro de masas más la correspondiente al movimiento relativo al centro de masas.

5.16 ✎ Una manguera expulsa 800 litros/min de agua a una velocidad de 26 m/s. Calcula la fuerza de retroceso.

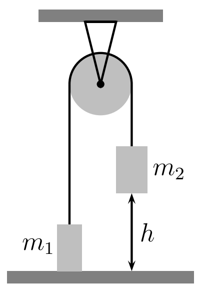
5.17 ✎✎ Pedro (de masa 80 kg) y David (de masa 80 kg) se encuentran en un bote de remos (de masa 60 kg). David está en el centro del bote, remando sentado encima de una caja de 40 kg, y Pedro en un extremo a 2 m del centro. David se cansa de remar y, una vez el bote se ha detenido, lanza la caja, con velocidad v relativa al agua, en dirección a Pedro. La caja desliza sin rozamiento sobre el fondo del bote hasta que Pedro la detiene y se sienta encima. ¿Qué distancia se ha movido el bote con respecto al agua al pasar la caja de David a Pedro? Desprecia cualquier fuerza horizontal ejercida por el agua. Comenta el resultado considerando el ejercicio 5.***6***.

5.18 ✎✎ Un perro de masa $m_1 = 10$ kg está en el extremo de una canoa de masa $m_2 = 40$ kg, inicialmente en reposo, a una distancia $d = 20$ m de tierra. El perro recorre una distancia hacia tierra de $x = 8$ m sobre la canoa y se para. ¿A qué distancia d' de tierra estará el perro ahora? (Se desprecia la resistencia del agua al movimiento de la canoa).

5.19 ✎✎ Un cuerpo se mueve en un plano horizontal con velocidad $\vec{v} = v\,\vec{i}$, siendo $\{\vec{i}, \vec{j}\}$ una base ortonormal. En cierto momento explota en dos fragmentos de masas m_1 y $m_2 = 3m_1$. El fragmento de masa m_1 tiene velocidad $\vec{v}_1 = u\,\vec{j}$ *en el sistema de referencia del centro de masas.* a) Calcula la velocidad del otro fragmento en el sistema de referencia del centro de masas. b) Calcula las velocidades de ambos fragmentos en el sistema de referencia inicial (sistema de referencia "del laboratorio"). c) ¿Qué ángulo forman las velocidades de los fragmentos en el sistema de referencia inicial si $v = 4$ m/s y $u = 3$ m/s?

5.20 ✎✎ Una astronauta de masa M se encuentra a una cierta distancia de su nave y decide acercarse a ella lanzando un bloque de masa m con velocidad v en sentido opuesto a la nave. a) Calcula la velocidad de la astronauta después del lanzamiento, suponiendo que inicialmente está en reposo. b) Calcula la velocidad de la astronauta después del lanzamiento, suponiendo que inicialmente tiene una velocidad v_0 en el sentido de alejamiento de la nave (la velocidad v del bloque es relativa a la astronauta). c) En este último caso, calcula el valor mínimo de la masa m para que la astronauta invierta el sentido de su movimiento. d) Supongamos que el astronauta tiene 2 bloques de masa m e inicialmente está en reposo. Puede lanzar primero uno de los bloques y después el segundo, o bien realizar un único lanzamiento como si se tratara de un único bloque de masa $2m$ (en cada lanzamiento la velocidad del bloque es v, relativa a la astronauta). ¿En qué caso alcanzará mayor velocidad la astronauta? Comenta el resultado.

5.21 ✎✎ Dos bloques de masa $m_2 = 5$ kg y $m_1 = 3$ kg están conectados por una cuerda ligera que pasa por una polea sin rozamiento y masa despreciable como muestra la figura. El cuerpo m_2 se deja caer desde el reposo a una altura inicial h. Calcula: a) la velocidad de m_1 justo cuando m_2 llega al suelo, b) la altura máxima alcanzada por m_1.



5.22 ✎✎✎ Considera de nuevo el sistema bloque-cuña del problema 3.*29* en ausencia de rozamiento. Empleando la ecuación de movimiento del centro de masas y la conservación de la energía mecánica, calcula a) las aceleraciones de bloque y cuña, b) la fuerza que el suelo ejerce sobre la cuña.

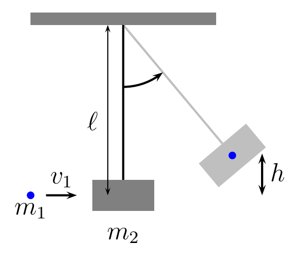
<u>Colisiones</u>

5.23 ✎ Un gran barco de 7×10^8 kg lleva una velocidad de 20 km/h cuando choca contra un acantilado que lo detiene en 5 s. Encuentra la fuerza media que actúa sobre el barco.

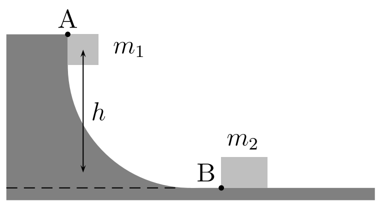
5.24 ✎✎ Un bloque de 4 kg que se mueve hacia la derecha con una velocidad de 6 m/s choca elásticamente con un bloque de 2 kg que también se mueve hacia la derecha, pero cuya velocidad es de 3 m/s. Calcular las velocidades finales utilizando directamente el sistema de referencia laboratorio y a través del sistema de referencia centro de masas.

5.25 ✎✎ Con un golpe experto de kárate, una karateca rompe un bloque de hormigón. Su mano tiene una masa de 0,80 kg, se mueve a 4,0 m/s al chocar contra el bloque y se detiene a 8 mm del punto de contacto. a) ¿Qué impulso ejerce el bloque sobre la mano de la karateca? b) ¿Cuál es el tiempo de colisión aproximado y la fuerza media que el bloque ejerce sobre la mano?

5.26 ✎✎ En una prueba pública de puntería, una persona dispara una bala de masa m sobre un bloque de madera de masa M, colgado mediante una cuerda (ideal); este dispositivo es un “péndulo balístico”. El bloque, con el proyectil incrustado, oscila, como un péndulo, hacia arriba. a) Calcula, en función de las masas y h, la velocidad que tenía la bala inicialmente. b) Si en lugar de quedar incrustada, la bala atraviesa el bloque y sale con una velocidad igual a la mitad de la velocidad inicial, ¿cuál es la altura alcanzada por el bloque?, ¿qué coeficiente de restitución tiene la “colisión”?, ¿para qué velocidad inicial mínima seguiría el bloque una trayectoria circular? Aplicación numérica, particulariza los resultados anteriores para $m = 25$ g, $M = 1$ kg, $h = 20$ cm, $\ell = 1$ m.

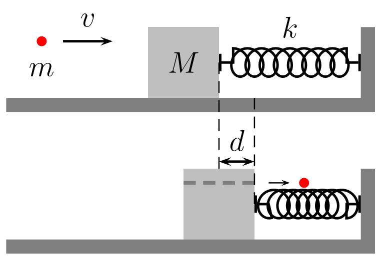


5.27 ✎✎ Considera la pista sin rozamiento de la figura. Un bloque de masa m_1 se suelta desde la posición A. Choca elásticamente con el bloque de masa $m_2 = 2m_1$ situado en B, inicialmente en reposo. a) Calcula las velocidades de los bloques después de la colisión. b) ¿A qué altura máxima subirá m_1 después del choque? ¿Es necesario conocer el valor de m_1? c) Si en lugar de $m_2 = 2m_1$ tuviéramos $m_2 = f\, m_1$ con f un parámetro arbitrario, ¿para qué valores de f habrá más colisiones posteriores?

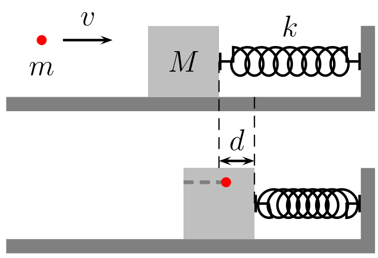


5.28 ✎✎ A 3.0 kg block is traveling in the $-x$ direction at 5.0 m/s, and a 1.0 kg block is traveling in the $+x$ direction at 3.0 m/s. (a) Find the velocity v_{CM} of the center of mass. (b) Find the velocity of each block in the center-of-mass reference frame. (c) After an elastic head-on collision, the velocity of each block is reversed (in the center-of mass frame). Find the velocity of each block in the center-of-mass frame after the collision. (d) Compute the velocity of each block in the original reference frame. (e) Check your result by finding the initial and final kinetic energies of the blocks in the original frame and comparing them.

5.29 ✎✎ Una bala de 25 g se dispara con una velocidad de 300 m/s y atraviesa un bloque de 1 kg, como indica la figura. El bloque, inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal sin rozamiento, está conectado a un muelle con constante elástica de 400 N/m. Si el bloque, después del choque, se desplaza 10 cm a la derecha, hallar: a) la velocidad con la que la bala sale del bloque, b) la energía perdida en la colisión y el coeficiente de restitución, c) cuál sería el desplazamiento del bloque si el coeficiente de rozamiento con la superficie horizontal fuera $\mu_c = 0,6$ (considerando que la bala sale con la misma velocidad que en el apartado a)).



5.30 ✎✎ Una bala de 10 g se mueve con una velocidad de 300 m/s y se incrusta en el bloque (péndulo balístico) de la figura, de masa 990 g. Después del choque, el muelle (ideal) llega a contraerse 20 cm, realizando un movimiento armónico simple si no hay rozamiento entre el bloque y el suelo. a) Calcula la constante recuperadora del muelle y b) el periodo de oscilación. c) Si existiera rozamiento entre el bloque y el suelo con $\mu_c = 0,5$, ¿cuál sería la máxima contracción del muelle? ¿Cuál sería, a continuación, la máxima extensión alcanzada por el muelle?



5.31 ✎✎ Una persona golpea una pelota con un palo de golf. Estima: a) el impulso, b) el tiempo de colisión Δt y c) la fuerza media. Considerar que la masa de una pelota de golf típica es $m = 45$ g y su radio $r = 2$ cm. En un recorrido típico, el alcance es de unos 190 m. La pelota sale formando un ángulo $\theta = 13°$ con la horizontal. Desprecia la resistencia con el aire.

5.32 ✎✎ Un coche de masa $m_1 = 1200$ kg circula hacia el este; en un cruce colisiona con un camión de masa $m_2 = 3000$ kg que circula hacia el norte. El coche y el camión quedan unidos en el choque. El conductor del camión y la conductora del coche están de acuerdo en: i) no hay marcas de frenado, ii) el tacómetro del camión indica que circulaba a 50 km/h y iii) el conjunto coche-camión se ha dirigido, tras la colisión, en dirección
$\cos\theta\,\overrightarrow{\text{este}} + \sin\theta\,\overrightarrow{\text{norte}}$, con $\theta = 60°$. El conductor del camión cree que la conductora del coche circulaba a una velocidad superior a la permitida, 80 km/h. La conductora, sin embargo, estudió “Física General I”: ¿puede demostrar que el conductor del camión se equivoca?

5.33 ✎✎ Un conductor descuidado choca por detrás contra un coche que está parado en un cruce. Ambos conductores tienen las ruedas frenadas antes del choque. La masa del coche golpeado es de 900 kg y la del vehículo culpable es de 1200 kg. En la colisión, los parachoques de los dos coches se enganchan entre sí. La policía determina a partir de las marcas del deslizamiento sobre el suelo que después del choque, los dos vehículos se movieron juntos 6,8 m. Las pruebas revelan que el coeficiente de rozamiento deslizante entre los neumáticos y el suelo es de 0,92. El conductor del coche que provoca la colisión afirma que él se movía a una velocidad inferior a 50 km/h cuando se aproximaba al cruce. ¿Está diciendo la verdad?

5.34 ✎✎ Dos bolas de masas m_1 y m_2 están suspendidas de dos hilos inextensibles de 1 m de longitud. Las bolas se tocan sin presión cuando los hilos están verticales. Separamos m_1 de su posición de equilibrio un ángulo de 60° manteniendo el hilo extendido. Soltamos la bola de modo que choca con la que permanecía inmóvil. Suponiendo que $m_2 = 2m_1$, calcular la altura a la que ascenderán las dos bolas después del choque si éste es totalmente elástico. Si en realidad la que más asciende alcanza una altura $h = 17$ cm, determinar el valor del coeficiente de restitución.

5.35 ✎✎ Una esfera de 5 kg, dotada de una velocidad de 2 m/s, colisiona elásticamente con otra de 8 kg, en reposo. Determinar la pérdida de energía cinética que experimenta la esfera incidente cuando la velocidad final de la que estaba en reposo forma un ángulo de 60° con la dirección de incidencia.

5.36 ✎✎ Un objeto de masa m_1 y velocidad inicial 20 m/s colisiona de refilón con un segundo objeto de masa m_2 que se encuentra inicialmente en reposo. Después de la colisión, el primer objeto se mueve a 15 m/s con un ángulo de 25° respecto de la dirección inicial. ¿En qué dirección se moverá el segundo objeto?

5.37 ✎✎✎ Una pelota que se desplaza con una velocidad de 10 m/s lleva a cabo un choque elástico no frontal con otra pelota de igual masa inicialmente en reposo. La pelota incidente es desviada 30° de su dirección original de movimiento. Calcular la velocidad de cada pelota después del choque.

5.38 ✎✎✎ Una pelota de masa m y velocidad $\vec{v}_0$ se aproxima a una pared en reposo formando un ángulo θ respecto a un eje perpendicular a la pared, y rebota (colisiona elásticamente). a) Calcula el momento lineal que aporta la pared a la pelota y las velocidades de la pelota y la pared tras la colisión. b) Una tenista golpea con su raqueta de masa M una pelota de masa m que llega con velocidad $\vec{v}_0$. La raqueta se mueve con velocidad $\vec{u}$ paralela al suelo y la pelota forma un ángulo θ respecto a un eje perpendicular al plano de la raqueta. Calcula la expresión de la velocidad de la pelota tras la colisión con la raqueta c) Escribe el resultado en el caso de que la raqueta tenga una masa $M \gg m$. d) Para este caso, deduce la velocidad de la pelota en el sistema observador que ve la partida a partir de la velocidad de la pelota en el sistema en el que la raqueta está en reposo. e) Calcula para qué ángulo se obtendrá una velocidad máxima de salida y realiza los cálculos numéricos para $u = v_0 = 5$ m/s, $m = 60$ g y $M = 0,3$ kg.

5.39 ✎✎✎ Se estima que el meteorito que originó el cráter Barringer (Arizona, EE.UU.) tenía una masa de aproximádamente $2,72 \times 10^5$ toneladas, y viajaba a una velocidad de 17,9 km/s. La Tierra tiene una velocidad orbital de unos 30,0 km/s. a) ¿Cuál es la dirección de impacto que provoca un cambio máximo en la velocidad orbital de la Tierra? b) estima, en este caso, el máximo cambio porcentual de la velocidad orbital de la Tierra, c) ¿Qué masa debería tener un asteroide para cambiar la velocidad orbital de la Tierra en un 1%, suponiendo que también el asteroide viajara a dicha velocidad?