Trabajo

4.1 ✎ Calcula el trabajo que se realiza sobre un bloque sujeto a un muelle de constante elástica k para estirarlo una distancia d desde la posición de equilibrio mediante una fuerza constante.

4.2 ✎ Una esquiadora de masa m desciende por una ladera de pendiente constante (ángulo θ con respecto a la horizontal). El coeficiente de rozamiento dinámico entre ladera y esquís es μ_c. Si la diferencia entre la altura inicial y la final es h, a) calcula el trabajo que realiza la fuerza de rozamiento en ambos casos. b) Calcula los valores numéricos si $m = 60$ kg, $\theta = 15°$, $\mu_c = 0,1$ y $h = 200$ m.

4.3 ✎✎ Una partícula se encuentra sometida a la fuerza $\vec{F} = 3y\,\vec{i} + xy\,\vec{j}$ N y sigue la trayectoria $y = x^2 - 2x + 2$. Calcula el trabajo realizado por dicha fuerza cuando la partícula se traslada desde el punto $P = (0, 2)$ hasta el punto $Q = (1, 1)$.

4.4 ✎✎ Una partícula se encuentra sometida a la fuerza $\vec{F} = 2y\,\vec{i} + x^2\,\vec{j}$ N. Calcula el trabajo realizado por dicha fuerza cuando la partícula se traslada desde el punto $O = (0, 0)$ hasta el punto $C = (5, 5)$ siguiendo los siguientes caminos: a) el camino OAC, con $A = (5, 0)$, b) el camino OBC, con $B = (0, 5)$, c) el camino recto OC, d) ¿es la fuerza conservativa?

4.5 ✎✎ Una partícula se mueve en el plano (x, y) bajo la acción de una fuerza conservativa $\vec{F}(x, y, z) = b\,y\,\vec{i} + b\,x\,\vec{j}$ N, donde b es una constante. Hallar el trabajo desarrollado por esta fuerza cuando la partícula se desplaza desde el punto $O = (0, 0)$ hasta el punto $P = (x, y)$.

4.6 ✎✎ Una partícula sometida a una fuerza $\vec{F}(x, y, z) = \alpha e^{\beta\frac{x^2+y^2}{2}}\left(\beta xz\,\vec{i} + \beta yz\,\vec{j} + \vec{k}\right)$ puede seguir dos posibles trayectorias, $\vec{r}_1(t) = x_0\,\vec{i} + v_0 t\,\vec{k}$, $\vec{r}_2(t) = x_0 \cos\left(\frac{2\pi v_0 t}{h}\right)\vec{i} + x_0 \sin\left(\frac{2\pi v_0 t}{h}\right)\vec{j} + v_0 t\,\vec{k}$, con t de $t_i = 0$ hasta $t_f = h/v_0$, siendo α, β, x_0, v_0 y h constantes. a) ¿En qué puntos coinciden las trayectorias? b) Calcula el trabajo realizado por $\vec{F}$ en ambos casos. b) Considerando el resultado anterior, discute si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas: (1) $\vec{F}$ es necesariamente conservativa; (2) $\vec{F}$ es necesariamente no conservativa; (3) $\vec{F}$ podría ser conservativa.

Conservación de la energía

4.7 ✎ Un bloque de masa $m = 1,6$ kg está unido a un muelle de constante $k = 1000$ N/m. Se comprime 2 cm y se libera desde el reposo. Calcular la velocidad del bloque cuando pasa por la posición de equilibrio, si la superficie no presenta rozamiento.

4.8 ✎ Un ascensor de 1000 kg soporta una carga máxima de 800 kg. Una fuerza de rozamiento constante de 4000 N retarda su movimiento hacia arriba. Se desea calcular: a) la potencia mínima del motor para subir a una velocidad constante de 3 m/s, b) la potencia del motor en cada instante, para proporcionar una aceleración hacia arriba de 1 m/s^2.

4.9 ✎ Una pelota de béisbol de masa 0,17 kg se lanza desde el tejado de un edificio situado a 12 m por encima del suelo. Su velocidad inicial es de 30 m/s y el ángulo de lanzamiento 40° sobre la horizontal. a) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por la pelota? b) ¿Cuál es el trabajo realizado por la gravedad cuando la pelota se mueve desde el tejado hasta su altura máxima? c) ¿Cuál es la velocidad de la pelota cuando choca con el suelo?

4.10 ✎ Una paracaidista de 60 kg salta desde una altura de 800 m. Su paracaídas se abre y llega a tierra a una velocidad de 5 m/s. Calcula la energía perdida por fricción con el aire.

4.11 ✎ En 1987, el esquiador británico Graham Wilkie alcanzó una velocidad de 211 km/h cuesta abajo. Suponiendo que después de alcanzar la máxima velocidad al final de la pista de descenso hubiese continuado deslizándose sobre una superficie horizontal, determinar la máxima distancia d que hubiera recorrido en esta superficie. Suponer que el coeficiente de rozamiento cinético μ_c es constante en todo el recorrido; despreciar la resistencia del aire. Suponer que la colina tiene 225 m de altura con una pendiente constante de 30°. Aplicación numérica: $\mu_c = 0,1$.

4.12 ✎✎ Una partícula de masa $m = 4$ kg se mueve a lo largo del eje x. Su posición viene dada por $x(t) = t + 2t^3$, con x en metros y t en segundos. Calcula a) la energía cinética en función del tiempo, b) la aceleración de la partícula y la fuerza que actúa sobre ella en cada instante, c) la potencia suministrada a la partícula en cada instante, d) el trabajo realizado sobre la partícula en el intervalo de $t = 0$ a $t = 2$ s.

4.13 ✎✎ Considera la máquina de Atwood "doble" del ejercicio 3.*15*; dadas las aceleraciones de las tres masas m_1, m_2 y m_3, si inicialmente están en reposo, verifica que la energía mecánica del sistema no depende del tiempo.

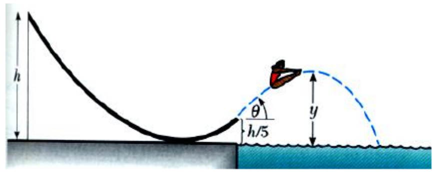
4.14 ✎✎ Considera el polipasto del ejercicio 3.*18*. a) Explica por qué la suma de los trabajos realizados por la fuerza aplicada $\vec{F}$ y el peso $M\vec{g}$ es igual a la energía cinética que adquiere la masa M si inicialmente estaba en reposo. b) Compruébalo explícitamente con las expresiones obtenidas al resolver 3.*18*.

_4.15_ ✎✎ El sistema estelar de Alfa-Centauri, el más próximo a nosotros, se encuentra a 4,37 años-luz de la Tierra. Si quisiéramos investigar este sistema, nuestras naves espaciales tendrían que viajar a una fracción apreciable de la velocidad de la luz c. a) Estima la energía mínima que se requiere para acelerar una cápsula de 10000 kg de masa desde el reposo hasta una velocidad $v = 0,1\,c$ en un año. (Para estas velocidades, la expresión clásica de la energía cinética es válida con un error del 1%). b) Compara esta energía con la que se consume anualmente en el mundo (alrededor de 5×10^{20} J en 2005). (c) Estima la potencia media mínima necesaria para el sistema de propulsión y compárala con el valor típico de una central de producción energética de tamaño medio.

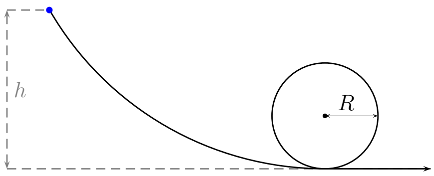
_4.16_ ✎✎ Un péndulo está formado por una cuerda de longitud L en cuyo extremo inferior hay una bolita de masa m. Si se desvía un ángulo θ respecto de la vertical y se deja caer desde el reposo, calcula: a) La velocidad v_m en el punto más bajo de la trayectoria, b) la tensión de la cuerda en esa posición. c) Calcula numéricamente los anteriores apartados considerando $L = 1$ m y un ángulo inicial $\theta = 30°$, así como el ángulo que forma con la vertical cuando la velocidad es $v_m/2$.

_4.17_ ✎✎ En una vieja película de ciencia ficción se proponía lanzar un pequeño cohete a la Luna utilizando un túnel profundo excavado en el suelo, inclinado un ángulo de 65° sobre la horizontal. En el fondo del túnel, un muelle muy rígido debería impulsar el cohete al descomprimirse. El extremo en reposo del muelle se encuentra a $30,0$ m debajo de la superficie, y se comprime $95,0$ m antes del lanzamiento (ambas en la dirección del túnel). El cohete tiene una masa $m = 318$ kg y, para llegar a la Luna, en el instante en que sale del túnel debe de tener una velocidad de, por lo menos, $11,2$ km/s. Calcula la constante elástica que, como mínimo, debe tener el muelle para que el cohete alcance la Luna suponiendo que no actúa ningún tipo de rozamiento.

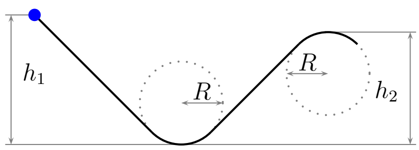
_4.18_ ✎✎ Una niña resbala sin rozamiento desde una altura h a lo largo de un tobogán, tal y como muestra la figura. Sale lanzada desde una altura $h/5$, con ángulo θ sobre la horizontal, sobre una piscina. Determina la altura máxima alcanzada en función de h y θ.



_4.19_ ✎✎ Un carrito de montaña rusa de masa m se suelta desde una altura h, y desliza sin rozamiento. a) ¿Cuál es el valor mínimo de h para hacer el rizo de radio R sin caerse? b) Si h es el doble de ese valor mínimo, calcula la velocidad y la fuerza de reacción normal de la vía en el punto más alto del rizo.



_4.20_ ✎✎ Una parte del recorrido de una montaña rusa tiene la forma de la figura. Un vagón que parte desde una altura $h_1 = 30$ m, con una velocidad inicial nula, desciende por un valle y luego sube por una montaña. El fondo del valle y la cumbre de la montaña son arcos de radio R. Resuelve el problema en general y calcula: a) la velocidad del coche en la parte más baja del valle, b) el valor que debe tomar el radio R para que el ocupante del vagón tenga una aceleración de $8g$ en el fondo del valle, c) la altura h_2 de la cima de la montaña para que el pasajero se sienta ingrávido al pasar por allí. Considera despreciable el rozamiento con el aire y con la pista.

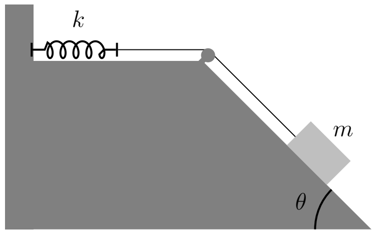


_4.21_ ✎✎ Una piedra está unida a un extremo de una cuerda de longitud L. Una persona mantiene la piedra girando en un plano vertical de modo que, en todo momento, la energía transmitida por la persona al sistema es exactamente igual a la que disipa. Demostrar que, para que el cuerpo no caiga en la parte más alta de la trayectoria circular, la velocidad en el punto más bajo debe ser, como mínimo, $v = \sqrt{5gL}$.

_4.22_ ✎✎ Una persona salta desde una plataforma que está a 134 m sobre el río Nevis. Después de caer libremente 40 m, la cuerda atada a los tobillos de la persona empieza a alargarse (la longitud en reposo de la cuerda es de 40 m). La persona continúa descendiendo durante 80 m más antes de pararse en la parte más baja del descenso. Supón que la masa de la persona es de 100 kg, la cuerda sigue la ley de Hooke y tiene masa despreciable. ¿Cuál es la aceleración en la parte más baja del descenso? Desprecia el rozamiento con el aire.

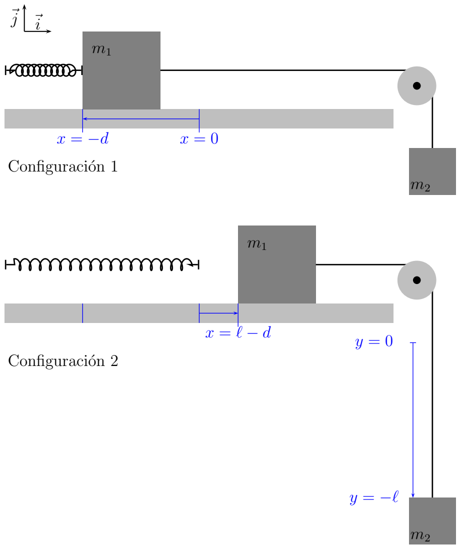
_4.23_ ✎✎ Un bloque pequeño de masa $m = 2$ g se halla inicialmente en reposo en el punto más alto de un hemisferio liso de 20 cm de radio. Si se desprecian los rozamientos, al desplazarlo ligeramente de su posición de equilibrio, desliza sobre el hemisferio. Determinar el ángulo que forma la velocidad del bloque con la horizontal en el momento en que el bloque abandona la superficie del hemisferio.

4.24 ✎✎ Un bloque de 2 kg situado sobre un plano inclinado 37° sobre la horizontal, está conectado a un muelle de masa despreciable que tiene una constante elástica de 100 N/m, a través de una polea sin rozamiento y masa despreciable. El bloque se suelta desde el reposo cuando el muelle no está comprimido y se desplaza con rozamiento 20 cm sobre el plano hasta pararse. Calcula el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y el plano inclinado.



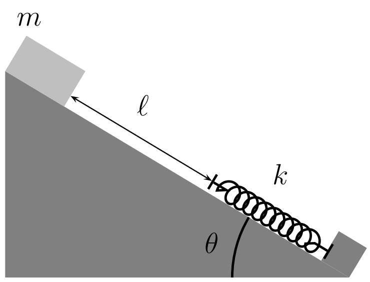
4.25 ✎✎ Una niña de masa 40 kg se desliza hacia abajo por un tobogán inclinado 30°. El coeficiente de rozamiento cinético entre la niña y el tobogán es $\mu_c = 0,35$. Si la niña parte del reposo desde el punto más alto del tobogán, a una altura de 4 m sobre el suelo, ¿qué velocidad tiene al llegar al suelo?

4.26 ✎✎ Un bloque de masa $m_1 = 4$ kg cuelga de una cuerda ligera que, a través de una polea sin rozamiento y sin masa, está conectada a un bloque de masa $m_2 = 6$ kg que descansa sobre una plataforma. El coeficiente de rozamiento cinético es $\mu_c = 0,2$. El bloque m_2 se empuja contra un muelle. El muelle tiene una constante elástica $k = 180$ N/m y se comprime 30 cm. Determina la velocidad (módulo) de los bloques cuando el muelle se libera y el bloque de 4 kg cae una distancia de 40 cm.

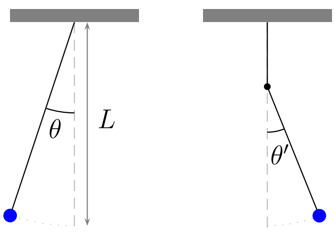


4.27 ✎✎ La energía potencial de un cuerpo de masa $m = 8$ kg es $U(x) = (x-2)^4 + 4$ J, con x en metros. a) Analiza y representa la energía potencial $U(x)$ y calcula la energía potencial mínima. b) La partícula parte del punto $x = 0$ con velocidad nula, ¿qué velocidad máxima puede alcanzar? c) ¿Para qué posición retrocede la partícula? (i.e. se anula su velocidad y después invierte su sentido). d) Supongamos que la partícula tiene una energía total de 9 J y se encuentra en el punto $x = 1$ m: ¿qué velocidad tiene?, ¿en que punto retrocederá?

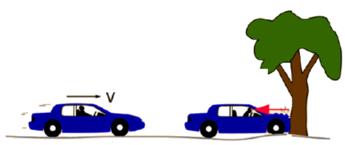
4.28 ✎✎✎ En el extremo superior de un plano inclinado de 4 m de longitud y 30° de inclinación hay una masa de 2 kg. En el extremo inferior hay un muelle fijo de constante elástica $k = 100$ N/m y masa despreciable. El cuerpo empieza a caer, partiendo del reposo. a) Halla la compresión máxima del muelle, despreciando el rozamiento. b) ¿Cuál será la compresión máxima si el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es $\mu_c = 0,2$? c) En este último caso, ¿hasta qué punto subirá el bloque por el plano después de abandonar el muelle?



4.29 ✎✎✎ Un péndulo de longitud L tiene una masa m en su extremo. Se deja libre desde un cierto ángulo θ. La cuerda choca contra un clavo situado a una distancia x por debajo del punto de sujeción del péndulo, acortando la longitud del mismo. a) Calcula el ángulo máximo θ' que forma la cuerda con la vertical cuando m está a la derecha del clavo (supóngase que m se deja libre a una altura por debajo de la del clavo). b) Si el péndulo se deja libre desde la posición horizontal, $\theta = 90°$, calcula el mínimo valor de x para que el péndulo describa un círculo completo alrededor del clavo.



4.30 ✎✎ Un vehículo de masa $M = 1.5$ toneladas (incluye al conductor) que circula a 50 km/h colisiona frontalmente contra el tronco de un árbol. El vehículo se detiene completamente, comprimiéndose una distancia d. El conductor tiene una masa $m = 60$ kg. Calcula la expresión de la fuerza de impacto sobre el coche y sobre el conductor en función de la distancia de frenado d, y razona en qué situaciones se tendrá una fuerza de impacto menor.



Calcula numéricamente dicha fuerza en los siguientes casos, razonando los resultados: a) fuerza sobre el vehículo suponiendo que $d = 30$ cm; b) sobre el conductor si no lleva cinturón de seguridad y se golpea contra el volante, frenándose en una distancia $d = 6$ cm, c) lleva cinturón de seguridad y se frena en una distancia $d = 45$ cm. d) explica la función del airbag y si éste puede sustituir al cinturón. e) Razona si se conserva la energía mecánica en diferentes instantes de todo el proceso (incluyendo el airbag) y qué transformaciones de la energía tienen lugar.