

**Fuerzas**

**3.1** En un cierto instante, el Sol y la Tierra se encuentran en cuadratura (en direcciones perpendiculares) respecto a la Luna. a) Calcula la fuerza con la que la Tierra atrae a la Luna y la fuerza con la que el Sol atrae a la Luna. b) Calcula la fuerza neta que actúa sobre la Luna c) ¿Qué ángulo forma dicha fuerza con la dirección Tierra-Luna?

**3.2** Una partícula de masa 0,4 kg está sujeta simultáneamente a dos fuerzas  $\vec{F}_1 = -2\vec{i} - 4\vec{j}$  N y  $\vec{F}_2 = -2,6\vec{i} + 5\vec{j}$  N. La partícula se encuentra en el origen y en reposo en  $t = 0$ . Calcula en  $t = 1,6$  s: a) la aceleración, b) el vector velocidad y c) el vector de posición.

**3.3** Un protón se mueve en un campo eléctrico siguiendo la trayectoria  $\vec{r}(t) = (5t\vec{i} + (2t - 20t^2)\vec{j} - 40t^2\vec{k}) \times 10^4$  m, con el tiempo  $t$  en segundos. El protón tiene una masa de  $1,7 \times 10^{-27}$  kg. Encuentra la fuerza que actúa sobre el protón y su momento lineal.

**3.4** Un caballo se niega a arrastrar un carro con la siguiente justificación: *según la tercera ley de Newton, si yo ejerzo una fuerza sobre el carro, el carro ejercerá otra igual y opuesta sobre mí, luego la fuerza neta será cero y no podré poner en movimiento (acelerar) el carro.* Dibuja un diagrama de cuerpo libre del caballo y el carro y explica por qué es incorrecto este razonamiento.

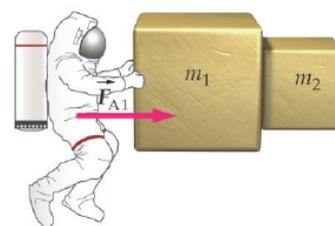
**Diagramas de fuerzas y 2ª ley de Newton**

**3.5** El último vagón de un tren se desacopla del resto en una pendiente de subida 1:6 cuando el tren se mueve a 48 km/h. Suponiendo que hay ausencia de rozamiento, ¿cuánto ascenderá el vagón desenganchado antes de pararse?

**3.6** Una persona de 80 kg está de pie sobre una balanza, sujeta al suelo de un ascensor. La balanza está calibrada en N. Representa el diagrama de cuerpo libre de la persona. ¿Qué peso indica la balanza cuando a) el ascensor se mueve con aceleración  $a$  hacia arriba; b) el ascensor se mueve con aceleración  $a$  hacia abajo; c) el ascensor se mueve hacia arriba a 20 m/s, mientras su velocidad decrece a razón de 8 m/s<sup>2</sup>?

**3.7** Cuando un avión acelera en la pista de un aeropuerto para despegar, un viajero decide determinar su aceleración mediante un péndulo, y comprueba que la cuerda del mismo forma un ángulo de 22° con la vertical. a) Dibuja el diagrama de cuerpo libre del péndulo y aplica la 2ª ley de Newton. ¿Cuál es la aceleración del avión? b) Si la masa del péndulo es de 40 g, ¿cuál es la tensión de la cuerda? Escribir primero el resultado en función de la aceleración y luego efectuar el cálculo numérico.

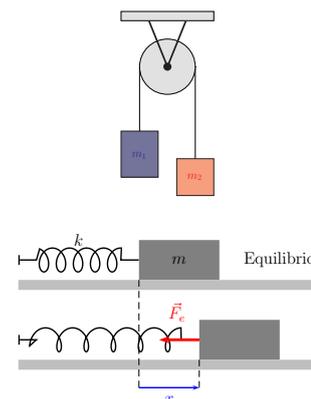
**3.8** En la construcción de una estación espacial, en órbita, un astronauta quiere desplazar una caja de masa  $m_1 = 20$  kg aplicando una fuerza horizontal de 60 N. La caja está en contacto con otra caja de masa  $m_2 = 40$  kg según ilustra la figura. a) Dibuja el diagrama de cuerpo libre de las dos cajas. b) Calcula la aceleración de las dos cajas. c) Calcula la fuerza que  $m_1$  ejerce sobre  $m_2$  y viceversa. d) Realiza un razonamiento análogo suponiendo que las cajas se encuentran apoyadas sobre una superficie horizontal sin rozamiento sobre la superficie terrestre.



**3.9** Un tren tiene 25 vagones, y cada uno tiene una masa de 64 toneladas. Cuando el tren se mueve en un terreno plano y sin rozamientos, la locomotora produce una aceleración de 0,043 m/s<sup>2</sup>. En estas condiciones, representa el diagrama de cuerpo libre de un vagón arbitrario y aplica la 2ª ley de Newton. Encuentra la tensión que soporta la unión de la locomotora con el primer vagón y la unión del penúltimo vagón con el último.

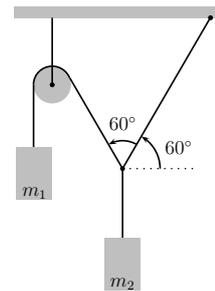
**3.10** El aparato de la figura es una *máquina de Atwood*; se utiliza para medir la aceleración debida a la gravedad  $g$  a partir de la aceleración de los bloques. Suponiendo la situación ideal en que la cuerda desliza sobre la polea sin rozamiento, ambas tienen masa despreciable y la longitud de la cuerda es constante, calcula las aceleraciones de los bloques y la tensión de la cuerda.

**3.11** Un bloque de masa  $m$  está sobre una superficie horizontal y conectado a una pared mediante un muelle de constante elástica  $k$ . Cuando el bloque se desplaza una distancia  $x$  con respecto a la posición de equilibrio según ilustra la figura, a) representa el diagrama de cuerpo libre, b) obtén la ecuación de movimiento y comprueba que  $x(t) = A \cos(\omega t) + \frac{B}{\omega} \sin(\omega t)$  es una solución de la misma con una elección adecuada de la constante  $\omega$  ( $A$  y  $B$  también son constantes), c) ¿a qué clase de movimiento corresponde  $x(t)$ ?, d) ¿qué interpretación tienen  $A$  y  $B$ ?

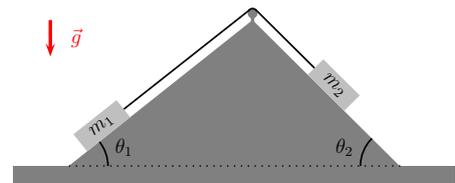


**3.12**  Demuestra que si dos muelles de constantes  $k_1$  y  $k_2$  se conectan en serie (uno detrás de otro), la constante equivalente del muelle resultante  $k$  satisface la relación  $k^{-1} = k_1^{-1} + k_2^{-1}$ . Demuestra también que, si se conectan en paralelo, se verifica en cambio la relación  $k = k_1 + k_2$ .

**3.13**  El sistema de la figura está en equilibrio. Si  $m_2 = 6$  kg, a) representa las fuerzas que actúan sobre cada cuerpo y aplica la 2ª ley de Newton para cada uno de ellos, b) calcula la tensión en las cuerdas y el valor de  $m_1$ .

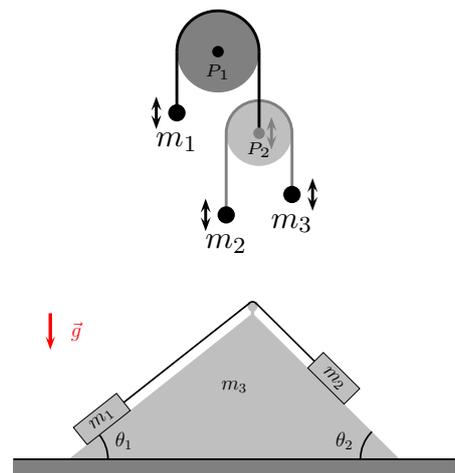


**3.14**  Un bloque de masa  $m_1 = 8$  kg y otro de masa  $m_2 = 10$  kg están conectados por una cuerda ideal que desliza sin rozamiento sobre una polea sin masa, y deslizan sin rozamiento por planos inclinados según indica la figura, siendo  $\theta_1 = 40^\circ$  y  $\theta_2 = 50^\circ$ . Realiza la representación de cuerpo libre y plantea la 2ª ley de Newton. a) Determina las aceleraciones de los bloques y la tensión de la cuerda. b) Los dos bloques se reemplazan por otros de masas desconocidas  $m_1$  y  $m_2$ , de tal modo que los bloques permanecen en reposo. Determinar toda la información posible sobre  $m_1$  y  $m_2$ .

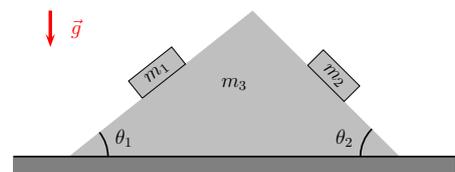


**3.15**  Considera la máquina de Atwood “doble” de la figura, en la que el eje de la polea  $P_1$  no se puede desplazar. Las cuerdas y poleas no tienen masa y no hay rozamiento entre ellas. Determina las aceleraciones de las masas  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  y las tensiones de las cuerdas.

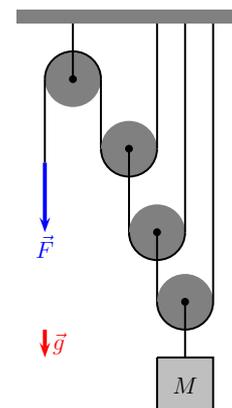
**3.16**  Dos bloques de masas  $m_1$  y  $m_2$ , conectados por una cuerda ideal, pueden deslizar sin rozamiento sobre un bloque triangular de masa  $m_3$  que puede a su vez deslizar sin rozamiento sobre el suelo según ilustra la figura. a) Realiza la representación de cuerpo libre y plantea la 2ª ley de Newton para las distintas partes del sistema. b) ¿Para qué valores  $m_1$ ,  $m_2$  y  $m_3$  hay equilibrio? c) Determina las aceleraciones de los bloques y la tensión de la cuerda. d) Considera el caso  $m_3 \gg m_1, m_2$  y comenta el resultado. e) Calcula numéricamente los resultados de los apartados b), c) y d) para  $m_1 = m_2 = m_3 = 1$  kg,  $\theta_1 = 45^\circ$ ,  $\theta_2 = 30^\circ$ .



**3.17**  Dos bloques de masas  $m_1$  y  $m_2$  pueden deslizar sin rozamiento sobre un bloque triangular de masa  $m_3$  que puede a su vez deslizar sin rozamiento sobre el suelo según ilustra la figura. a) Realiza la representación de cuerpo libre y plantea la 2ª ley de Newton para las distintas partes del sistema. b) Determina las aceleraciones de los bloques. c) Considera el caso  $m_3 \gg m_1, m_2$  y comenta el resultado.

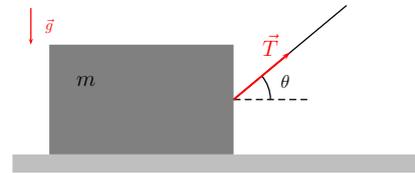


**3.18**  El polipasto es un conjunto de poleas fijas y móviles que proporciona ventaja mecánica y se utiliza desde, al menos, el s. III aC. Supongamos el polipasto de la figura derecha, constituido por poleas de masa despreciable. Una masa  $m$  pende de la tercera polea: a) señala todas las fuerzas que actúan. b) Calcula el valor de la fuerza que hay que aplicar para que el sistema esté en equilibrio, c) Supongamos que la fuerza se aplica para elevar la masa  $m$ . Calcula la relación entre el desplazamiento de la masa  $m$  y el desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza aplicada. También la relación entre las velocidades y aceleraciones respectivas.



**Con rozamiento**

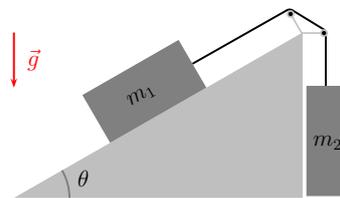
**3.19** Dos niños son arrastrados en un trineo sobre un terreno cubierto de nieve. El trineo está tirado por una cuerda que forma un ángulo de  $40^\circ$  con la horizontal. La masa conjunta de los dos niños es de 45 kg y el trineo tiene una masa de 5 kg. Los coeficientes de rozamiento estático y dinámico son  $\mu_e = 0,2$  y  $\mu_c = 0,15$ . a) Representa el diagrama de cuerpo libre y aplica la segunda ley de Newton. Determina la fuerza de rozamiento ejercida por el suelo sobre el trineo y la aceleración de los niños y el trineo si la tensión de la cuerda es a) 100 N, b) 140 N.



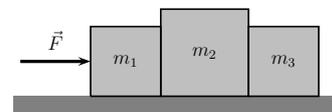
**3.20** Un cochecito de niños descontrolado se desliza sin rozamiento por un lago helado hacia un agujero en el hielo. Una persona sobre patines intenta alcanzar el cochecito. Cuando lo consigue, esta persona y el cochecito siguen deslizándose hacia el agujero con velocidad inicial  $v_0$ . El coeficiente de rozamiento entre los patines (en la posición de frenado) y el suelo es  $\mu_c$ . La distancia al agujero en el momento de alcanzar el cochecito es  $d$ , la masa de la persona es  $m$  y la del cochecito  $M$ . a) Representa el diagrama de cuerpo libre y escribe las ecuaciones de Newton. b) ¿Cuál es el valor mínimo de  $d$  para evitar la caída en el agujero? c) ¿Qué fuerza debe ejercer la persona sobre el cochecito?

**3.21** Una bolita se deja caer libremente en el aire, que ofrece una resistencia que es proporcional a su velocidad. Aplicar la 2ª ley de Newton y a) comprobar que la bolita alcanza una velocidad límite, b) encontrar la ecuación de la velocidad en función del tiempo, supuesta conocida la velocidad límite. c) Si la altura inicial es 100 m y la velocidad límite 40 m/s, ¿cuánto dura la caída? Compara con el tiempo de caída en ausencia de rozamiento.

**3.22** Un bloque de masa  $m_1 = 250$  g se encuentra en reposo sobre un plano que forma un ángulo de  $30^\circ$  sobre la horizontal. El coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y el plano es  $\mu_c = 0,1$ . Este bloque está unido a un segundo bloque de masa  $m_2 = 200$  g que cuelga libremente de una cuerda de longitud constante que desliza sin rozamiento sobre una polea, ambas sin masa. Representa el diagrama de cuerpo libre y aplica la 2ª ley de Newton. Calcula la velocidad del segundo bloque cuando ha caído 30 cm. Supongamos ahora que  $m_1 = 4$  kg. El coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y el plano inclinado es  $\mu_e = 0,4$ . Determinar, en este caso, el intervalo de valores posibles para  $m_2$  de modo que el sistema esté en equilibrio estático.

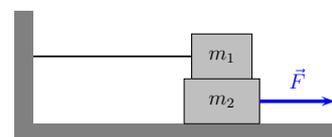


**3.23** Tres bloques están en contacto entre sí sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Se aplica una fuerza horizontal  $\vec{F}$  tal y como muestra la figura. Si  $m_1 = 2$  kg,  $m_2 = 3$  kg,  $m_3 = 4$  kg y  $|\vec{F}| = 18$  N. a) Representa las fuerzas que actúan sobre cada bloque por separado (representación de cuerpo libre) y plantea la 2ª ley de Newton para cada cuerpo. Calcula b) la aceleración de los bloques, c) la fuerza resultante sobre cada bloque, d) la fuerza de contacto entre los bloques. e) Repite los apartados anteriores considerando que hay rozamiento con el suelo, de coeficiente dinámico  $\mu_c = 0,1$ . Comenta los resultados en relación con el caso en que no hay rozamiento.

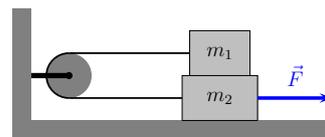


**3.24** Queremos arrastrar por el suelo un paquete de masa  $M = 10$  kg aplicando una fuerza de 100 N que forma un ángulo  $\theta$  con la horizontal. Los coeficientes de rozamiento estático y dinámico son, respectivamente,  $\mu_e = 0,75$  y  $\mu_c = 0,5$ . a) ¿Para qué valor de  $\theta$  conseguiremos la mayor aceleración? b) Dado ese ángulo, ¿qué valor mínimo de la fuerza había que aplicar para poner en movimiento el paquete (superando el rozamiento estático)?

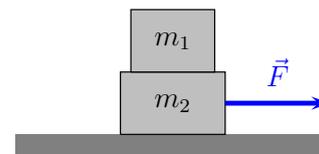
**3.25** Un bloque de 5 kg está encima de otro de 10 kg, que descansa sobre una superficie horizontal. Se aplica una fuerza  $\vec{F}$  de 45 N sobre el bloque de 10 kg, mientras que el otro bloque permanece sujeto a la pared por una cuerda. El coeficiente de rozamiento dinámico entre las superficies de contacto es 0,2. Realiza la representación de cuerpo libre y plantea la 2ª ley de Newton. Calcula la aceleración del bloque de 10 Kg y la tensión de la cuerda.



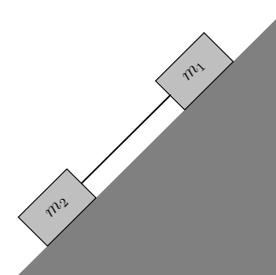
**3.26**   Encontrar la aceleración del sistema de la figura bajo la acción de  $\vec{F}$ , teniendo en cuenta que el coeficiente de rozamiento entre las superficies en contacto es  $\mu$ . La masa de la polea se considera despreciable.



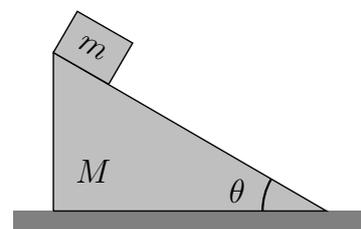
**3.27**   Un bloque de 2 kg está situado sobre otro de 4 kg, que a su vez se apoya sobre una mesa sin rozamiento. Los coeficientes de rozamiento entre los dos bloques son  $\mu_e = 0,3$  y  $\mu_c = 0,2$ . Realiza la representación de cuerpo libre y aplica la 2ª ley de Newton. a) ¿Cuál es la fuerza máxima  $|\vec{F}|$  que puede aplicarse al bloque de 4 kg de tal modo que el bloque de 2 kg no deslice? b) Si  $|\vec{F}|$  es la mitad de este valor máximo, determinar la aceleración de cada bloque y la fuerza de rozamiento que actúa sobre cada uno de ellos. c) Si  $|\vec{F}|$  es el doble del valor máximo determinado en a), calcular la aceleración de cada bloque.



**3.28**   Dos masas  $m_1$  y  $m_2$  están conectadas por un hilo. El sistema desliza por una rampa que forma un ángulo  $\theta$  con la horizontal. La línea que une las dos masas es de máxima pendiente. Los coeficientes de rozamiento dinámico de las masas  $m_1$  y  $m_2$  son 0,6 y 0,4 respectivamente. Realiza la representación de cuerpo libre y aplica la 2ª ley de Newton. Calcula la aceleración de las masas y la tensión del hilo. Calcula los valores numéricos cuando  $m_1 = m_2 = 2$  kg y  $\theta = 60^\circ$ .



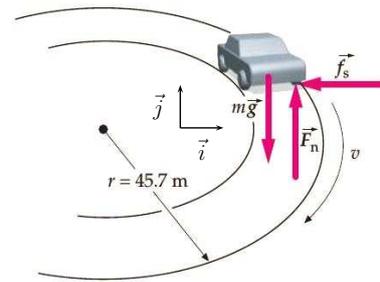
**3.29**   Un bloque de masa  $m$  desciende por el plano inclinado de una cuña de masa  $M$ . La cuña está apoyada sobre una superficie horizontal sobre la que puede moverse sin rozamiento, mientras entre el bloque y la cuña puede haber rozamiento. a) Si hay rozamiento entre  $m$  y  $M$ , ¿para qué valor mínimo del coeficiente de rozamiento estático hay equilibrio? b) Si  $m$  empieza a deslizar con rozamiento dinámico (coeficiente  $\mu_c$ ), representa las fuerzas que actúan sobre cada uno de los cuerpos, aplica la 2ª ley de Newton y obtén las aceleraciones de ambos bloques, la fuerza que  $M$  ejerce sobre  $m$  y la que el suelo ejerce sobre  $M$ . c) Particulariza las expresiones anteriores para  $\mu_c = 0$  (es decir, sin rozamiento). d) Si, en ausencia de rozamiento,  $m$  está a una altura inicial  $h$ , ¿cuánto tarda en llegar al suelo? ¿Cuánto se ha desplazado  $M$  en ese tiempo? e) Aplicación numérica: calcula las cantidades de los apartados c) y d) para  $m = 1$  kg,  $M = 5$  kg,  $\theta = 30^\circ$ ,  $h = 1$  m.



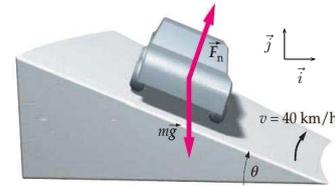
### Con trayectorias curvas

**3.30**  Se hace girar un cubo de agua siguiendo una circunferencia vertical de radio  $R = 1$  m. Si la velocidad del cubo en su parte más alta es  $v_a$ , calcular: a) la fuerza ejercida por el cubo sobre el agua en este punto, b) el valor mínimo de  $v_a$  para que el agua no se salga, c) la fuerza ejercida por el cubo sobre el agua en la parte más baja del círculo, donde la velocidad del cubo es  $v_b$ . d) Calcula el período de revolución máximo que evita que el líquido se derrame al hacer girar un cubo de agua en un círculo vertical a velocidad constante.

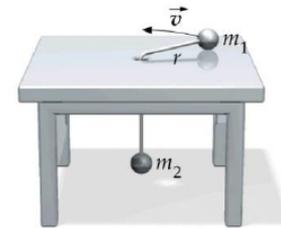
**3.31** Durante un trabajo de verano, un equipo de estudiantes diseña neumáticos de coches. Se prueba un nuevo prototipo de neumáticos para ver si su comportamiento cumple las previsiones. En una prueba de deslizamiento el coche fue capaz de recorrer a velocidad constante un círculo de 45,7 m de radio en 15,2 s sin patinar. Asumir que no hay rozamiento con el aire y que la carretera es horizontal. a) ¿Cuál fue su velocidad  $v$ ? b) ¿Cuál fue la aceleración centrípeta? c) ¿Cuál es el valor mínimo del coeficiente de rozamiento estático entre las ruedas y el suelo?



**3.32** Una curva de 30 m de radio tiene un ángulo de peralte  $\theta$ . Determinar el valor de  $\theta$  para el cual un coche puede tomar la curva a 40 km/h aunque esté cubierta de hielo.

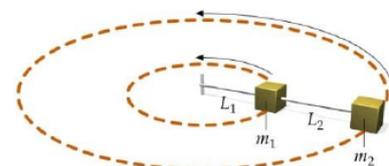


**3.33** La masa  $m_1$  se mueve en una trayectoria circular de radio  $r$  sobre una mesa horizontal sin rozamiento. Está sujeta a una cuerda que pasa a través de un orificio (sin rozamiento) situado en el centro de la mesa. Una segunda masa  $m_2$  está sujeta al otro extremo de la cuerda. Si  $m_2$  permanece en reposo, calcular la velocidad de  $m_1$  y el periodo del movimiento circular.

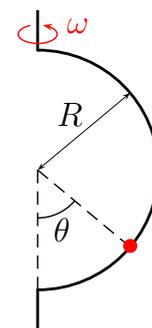


**3.34** En un péndulo cónico una masa  $m$  suspendida de un punto fijo por una cuerda de longitud  $L$  gira alrededor de la vertical con una velocidad angular  $\omega$ . ¿Qué ángulo forma la cuerda con la vertical?

**3.35** Un bloque de masa  $m_1$  está sujeto a una cuerda de longitud  $L_1$  fija por un extremo. La masa se mueve en un círculo horizontal soportada por una mesa sin rozamiento. Una segunda masa  $m_2$  se une a la primera mediante una cuerda de longitud  $L_2$  y se mueve también en círculo como indica la figura. Determinar la tensión en cada una de las cuerdas si el periodo del movimiento es  $\tau$ . La cuerda se rompe si se supera un determinado valor de la tensión: si disminuyéramos progresivamente  $\tau$ , ¿en qué tramo de cuerda se producirá la rotura?



**3.36** Una bolita de masa  $m$  puede deslizarse sin rozamiento a lo largo de un alambre semicircular de radio  $R$ . El alambre gira con una velocidad angular  $\omega$  según indica la figura. a) Representa las fuerzas que actúan sobre la bolita. b) Determina el ángulo  $\theta$  de equilibrio y el valor de la fuerza normal que ejerce el alambre sobre la bolita. c) Calcula los valores numéricos del apartado b) teniendo en cuenta los siguientes datos:  $\omega = 80$  rpm,  $m = 100$  g,  $R = 20$  cm.



**3.37** Una curva de 200 m de radio tiene un peralte de  $5^\circ$ . Si los coeficientes de rozamiento estático y dinámico entre las ruedas de un coche y el asfalto son, respectivamente,  $\mu_e = 0,8$  y  $\mu_c = 0,5$ . Calcula a) la velocidad máxima con la que el coche puede tomar la curva sin derrapar, b) la velocidad mínima para que el coche tome la curva sin descender por la rampa.

**3.38** Un juego mecánico de feria llamado El Rotor consta de un tambor giratorio con suelo móvil, que desaparece cuando el tambor gira rápidamente. En su interior, las personas se mantienen pegadas a la pared gracias al rozamiento. El coeficiente mínimo de rozamiento esperado entre las ropas de las personas y la pared es de 0,4. ¿Cuál es la velocidad angular mínima con la que debe girar el tambor para que pueda quitarse el suelo (sin que caigan las personas)? El tambor tiene 4 m de radio.