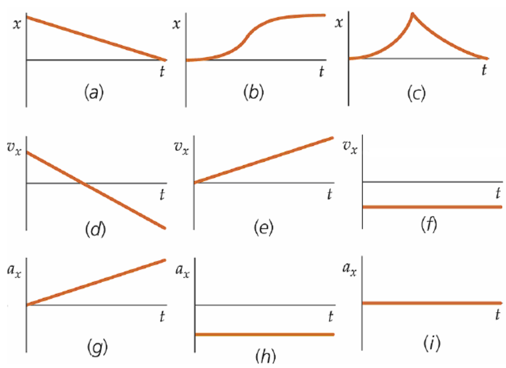
Movimiento en una dimensión

2.1 ✎ ¿Es posible que existan movimientos en los que la velocidad sea positiva y la aceleración negativa?, ¿y movimientos en los que la aceleración sea perpendicular a la velocidad? Razona las respuestas y presenta algunos ejemplos.

2.2 ✎ Un punto se mueve a lo largo del eje x con aceleración $a(t) = 4 - t^2$ (unidades del S.I.). Calcula la velocidad y la posición en función de t, suponiendo que para $t = 3$ s, $v = 2$ m/s, y $x = 9$ m.

2.3 ✎ Una marca de automóvil publicita que a una velocidad de 120 km/h, la distancia de frenado es de 56 m y el tiempo de frenado es de 3,4 segundos. Calcula en general la expresión de la aceleración de un coche (suponiendo que sea constante) en función de la distancia de frenado y determina si en este caso la publicidad es correcta o engañosa.

2.4 ✎ En la figura se representa posición, velocidad y aceleración para objetos en movimiento en una dimensión. De todos los gráficos de posición, velocidad y aceleración, desde (a) hasta (i), indica aquellos que cumplen las siguientes condiciones: a) la velocidad es constante; b) la velocidad invierte su sentido; c) la aceleración es constante; d) la aceleración no es constante; e) ¿hay alguna combinación de gráficas de posición, velocidad y aceleración (parejas o tríos) que sea coherente?



2.5 ✎✎ La posición de una partícula que se mueve según el eje x es $x(t) = 4 + 2t - t^2$, donde x está en metros y t en segundos. a) Representa gráficamente la función $x(t)$ basándote en un análisis de la misma. b) Representa también la velocidad $v(t)$ y la aceleración $a(t)$ organizando las gráficas de $v(t)$ y $a(t)$ como indica la figura, de modo que las escalas de tiempos coincidan. c) Indica para qué intervalos de tiempo la partícula se mueve en dirección $+x$, $-x$. ¿En qué instante es nula la velocidad? e) Representa en la gráfica b), la velocidad media en los intervalos $[0, 1]$ s y $[1, 3]$ s y calcula dichas velocidades.

2.6 ✎✎ Un tornillo se suelta del fondo exterior de un ascensor que se mueve hacia arriba con velocidad v_0; en ese instante se encuentra a una altura h sobre el fondo del hueco del ascensor. El tornillo alcanza ese fondo transcurrido un tiempo t_f con velocidad v_f. El rozamiento con el aire es despreciable. a) Representa la posición del tornillo en función del tiempo. b) Escribe la expresión de la posición del tornillo en función del tiempo $y(t)$ y su velocidad $v(t)$. c) Si conociéramos v_0 y t_f, ¿cuánto valen h y v_f? d) Si conociéramos v_0 y h, ¿cuánto valen t_f y v_f? e) Si conociéramos h y t_f, ¿cuánto valen v_0 y v_f? f) Calcula numéricamente los apartados anteriores con los siguientes datos: para c) $v_0 = 4,0$ m/s, $t_f = 2,0$ s, para d) $v_0 = 2,0$ m/s, $h = 20$ m, para e) $h = 10$ m, $t_f = 2,0$ s.

2.7 ✎✎ Una piedra que cae desde lo alto de un acantilado recorre un tercio de su distancia total al suelo en el último segundo de su caída. Escribe la expresión de la posición en función del tiempo y calcula la altura del acantilado.

2.8 ✎✎ Un móvil A se mueve con aceleración a constante desde el origen y otro móvil B con velocidad v constante. En el instante $t_1 = 2$ s el móvil A se encuentra en la posición $x_1 = 12$ m y en el instante $t_2 = 5$ s, su posición es $x_2 = 60$ m. El móvil B parte de la posición $x_0 = -12$ m y alcanza al móvil A en el instante $t_3 = 6$ s. a) Representa en la misma gráfica $x(t)$ para ambos móviles. b) Escribe la posición de cada uno de los móviles en función del tiempo, determinando todas las constantes del movimiento. c) Calcula la velocidad de B y la distancia recorrida por cada uno de los móviles.

2.9 ✎✎ Un cuerpo se mueve según el eje y con una velocidad $v(t)$ cuya dependencia con el tiempo es $v(t) = 4\pi \cos(2\pi t)$ m/s^2. a) Calcula la aceleración y la posición de dicho cuerpo en cualquier instante, sabiendo que en $t = 1$ s, $y = 0$ m. b) Calcula las tres magnitudes en $t = 0,25$ s. c) Representa la posición y la velocidad frente al tiempo.

2.10 ✎✎ Una partícula puntual se mueve con aceleración $a(t) = k\,t$, $k > 0$ y en $t = 0$, $x = 0$ y $v = 0$. a) Calcula cuánto deberá valer k para que al cabo de 10 s la velocidad de la partícula sea igual a la que tendría si se moviera con aceleración constante $a = g$. b) Representa la posición, velocidad y aceleración de los movimientos con las dos aceleraciones *antes* de resolver a). c) Calcula la distancia recorrida en ambos casos.

2.11 ✎✎✎ Unas estudiantes de física suben a una montaña rusa para realizar unas medidas cinemáticas sobre un tramo del recorrido: una rampa recta de 55° de inclinación. El vehículo parte desde una altura de 59 m con velocidad nula. Durante 3 s desciende en caída libre sobre la rampa. Después frena, por lo que sigue cayendo con una aceleración constante de 9 m/s^2 y opuesta al movimiento, hasta que su velocidad de descenso alcanza los 6 m/s. En ese momento los frenos se ajustan de forma que se mantenga esta velocidad hasta llegar al punto más bajo de la rampa. a) Representa la aceleración, velocidad y posición del vehículo sobre la rampa en función del tiempo separadamente en tres gráficas apiladas verticalmente y que comparten los ejes t. b) Escribe las expresiones de la posición $p(t)$, velocidad $v(t)$ y aceleración $a(t)$ en función del tiempo para los diferentes tramos. c) ¿Cuál es su velocidad al cabo de los primeros 3 s? ¿Qué distancia ha recorrido? d) ¿Durante cuánto tiempo mantiene la aceleración constante 9 m/s^2? ¿Qué distancia recorre durante ese tiempo? e) ¿Cuánto tiempo transcurre en el descenso de toda la rampa? f) ¿Cuál es la velocidad media en el recorrido total? g) ¿Qué altura se desciende en cada tramo?

Movimiento en tres dimensiones

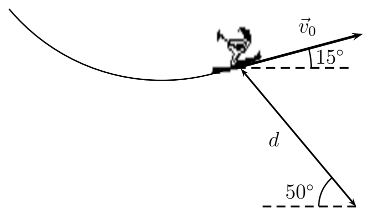
2.12 ✎✎ En $t = 0$ una partícula abandona el origen de coordenadas con una velocidad de 6 m/s en la dirección positiva del eje y. Su aceleración viene dada por $\vec{a} = (2\vec{i} - 3\vec{j})$ m/s. Cuando la partícula alcanza el valor máximo de su coordenada y, la componente y de su velocidad es cero. En ese instante, calcular a) la velocidad de la partícula y b) sus coordenadas x e y.

2.13 ✎✎ Si una bala que sale por la boca de un arma a 250 m/s ha de chocar contra un blanco situado a 100 m de distancia y la misma altura que el arma, ésta debe apuntar a un punto por encima del blanco. ¿Qué distancia debe haber entre el blanco y ese punto?

2.14 ✎✎ Una flecha se dispara con una velocidad inicial v_0 bajo un ángulo de tiro de 30° sobre la horizontal desde una altura de 40 m por encima del suelo. La flecha choca contra el suelo a una velocidad $1,2v_0$. a) Calcula v_0. b) ¿Cuánto vale el alcance horizontal del proyectil? c) Calcula el radio de curvatura de la trayectoria en el punto más alto de la misma.

2.15 ✎✎ Considera un tiro parabólico con coordenadas iniciales $(0, 0)$; si la trayectoria es de la forma $y = \alpha x - \beta x^2$, a) calcula la altura máxima alcanzada y_{Max} y el alcance horizontal x_{Max} en función de α y β. b) Reescribe $y(x)$ en términos de y_{Max} y x_{Max}, y comparando con la expresión del tiro parabólico en términos de la velocidad inicial v_0 y el ángulo que forma con la horizontal θ_0, comprueba que obtienes la altura máxima y el alcance correctos en términos de v_0 y θ_0. c) Si las coordenadas iniciales fuesen (x_0, y_0), ¿qué (sencilla) modificación habría que introducir en lo anterior?

2.16 ✎✎ Un esquiador deja una rampa de salto con una velocidad $\vec{v}_0$, $|\vec{v}_0| = 10$ m/s formando un ángulo de 15° con la horizontal, como se ve en la figura. La inclinación del costado de la montaña es de 50° y la resistencia del aire es despreciable. Determinar la distancia d a la que cae el esquiador a lo largo de la montaña.



2.17 ✎✎ Desde una ventana lanzas una pelota (asumimos ausencia de rozamiento) y observas que la pelota tarda un tiempo t en volver a tener la altura inicial, y que en ese instante se encuentra a una distancia d. Calcula, en función de d y t, a) la velocidad inicial de la pelota y el ángulo de lanzamiento sobre la horizontal, b) la altura máxima que ha alcanzado. c) Calcula numéricamente a) y b) para $t = 1,44$ s y $d = 10,2$ m.

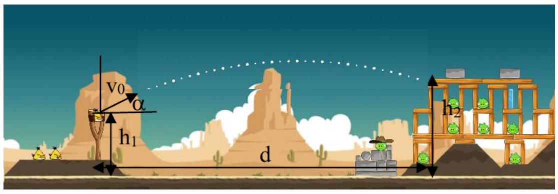
2.18 ✎ Un avión vuela horizontalmente a una altura de 1 km y una velocidad de 200 km/h. Un barco navega a 20 km/h en la misma dirección que el avión. Encuentra la distancia horizontal que ha de separar a avión y barco para que un paquete soltado desde el avión caiga en la cubierta del barco.

2.19 ✎✎ Una jugadora de frontón que se encuentra a 4 m de la pared vertical lanza contra ella una pelota. La pelota sale de su mano a 2 m por encima del suelo con una velocidad inicial $\vec{v}_0 = 10\vec{i} + 10\vec{j}$. Cuando la pelota choca con la pared, se invierte la componente horizontal de su velocidad mientras que permanece sin variar su componente vertical. a) Calcula el punto en el que la pelota choca contra la pared y la velocidad en ese instante. b) ¿Dónde caerá la pelota en el suelo?

2.20 ✎✎ Un partícula sigue la trayectoria $\vec{r}(t) = R\left(\cos(\omega t)\,\vec{i} + \sin(\omega t)\,\vec{j}\right) + Vt\,\vec{k}$ siendo ω, R y V constantes positivas. a) Representa esquemáticamente la trayectoria. b) Calcula las aceleraciones tangencial y normal y comenta los resultados. c) Calcula el radio de curvatura de la trayectoria. d) En términos de una cantidad adimensional sencilla f que dependa únicamente de las constantes mencionadas, comenta los límites $f \to 0$, $f \to \infty$ de a), b) y c).

2.21 ✎✎ Una partícula sigue la trayectoria periódica $\vec{r}(t) = A\cos(\omega t)\,\vec{i} + B\sin(\omega t)\,\vec{j}$ siendo ω, A y B constantes positivas. a) Representa esquemáticamente la trayectoria. b) Calcula $\vec{v}(t)$ y $\vec{a}(t)$. c) Calcula la aceleración tangencial $\vec{a}_{\|}$. d) ¿En qué puntos de la trayectoria se cumple $\vec{a}_{\|} = \vec{0}$? Calcula $\vec{r} \cdot \vec{v}$ en esos puntos y comenta el resultado. e) ¿Qué radio de curvatura tiene la trayectoria en los puntos anteriores?

2.22 ✎✎ Estás jugando a *Angrybirds* y quieres que un pájaro impacte en el extremo superior izquierdo de la estructura, que se encuentra a una altura $h_2 = 1.5h_1$ y a una distancia $d = 27$ m del punto de lanzamiento, según indica la figura. Se conoce la velocidad inicial $v_0 = 25$ m/s, y que el pájaro se lanza desde una altura $h_1 = 4,9$ m. Calcula el ángulo de lanzamiento α necesario para que se produzca el impacto. (N.B. Supón que la aceleración de la gravedad en el planeta de *Angrybirds* es $9,8$ m/s^2.)

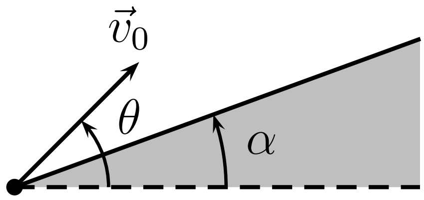


2.23 ✎✎ La Tierra gira sobre su eje a razón de 1/24 rev/h y su radio medio es de 6371 km. a) Representa (en un plano) los vectores velocidad, aceleración normal y el radio de giro de un punto que se encuentre sobre la superficie terrestre en una latitud arbitraria λ. b) Particulariza ese cálculo para el polo norte, el ecuador y una latitud de aproximadamente 39° (la de la ciudad de Valencia). Expresa en todos los casos las aceleraciones en relación a g.

2.24 ✎✎ La posición de una partícula en función del tiempo viene dada por $\vec{r}(t) = 2t\,\vec{i} + (5 - t^2)\,\vec{j}$ (posición y tiempo en unidades del SI). a) Obtén la ecuación de la trayectoria $y(x)$ y represéntala gráficamente. b) Calcula el vector velocidad $\vec{v}$. ¿En qué instante es perpendicular a la aceleración $\vec{a}$? Representa ambos vectores en la gráfica anterior. c) Calcula el radio de curvatura de la trayectoria en el punto en que $\vec{a} \cdot \vec{v} = 0$.

2.25 ✎✎ Las coordenadas de un cuerpo en movimiento son $x(t) = t^2$, $y(t) = (t-1)^2$, expresadas en unidades del S.I.. a) Calcula la ecuación de la trayectoria. b) Encuentra la posición cuando la velocidad es 10 m/s. c) Calcula la aceleración tangencial y normal en cualquier instante.

2.26 ✎✎✎ En el tiro parabólico, dada la velocidad inicial v_0, sabemos demostrar que el alcance horizontal máximo (sin rozamiento) se obtiene con un ángulo de lanzamiento de 45° sobre la horizontal. Considera ahora un suelo inclinado un ángulo α con respecto a la horizonal, según ilustra la figura. Dada la velocidad inicial v_0, a) ¿para que ángulo de lanzamiento θ es máximo el alcance? b) Ilustra gráficamente el resultado para $\alpha = 30°$ y para $\alpha = -30°$.



Movimiento relativo

2.27 ✎ Un avión vuela hacia el este con una velocidad relativa respecto del aire de 500 km/h. El viento sopla con una velocidad de 90 km/h hacia el sur. a) Calcular la velocidad y dirección del avión respecto al suelo (vector velocidad). b) ¿En qué dirección debe volar el avión para ir en dirección este respecto del suelo, y con qué velocidad?

2.28 ✎✎ La corriente de un río de 1 km de anchura se mueve a 2 km/h para un observador en la orilla. Una barca se mueve a 4 km/h en dirección perpendicular a la corriente para un observador que se mueva con la corriente. a) Calcula el tiempo que tarda la barca en atravesarlo y volver a la orilla de partida. Haz el cálculo para un observador situado en la orilla y también para un observador que se mueva con la corriente b) Encuentra con qué velocidad ha de moverse una segunda barca para que, desplazándose 1 km en la dirección de la corriente, y volviendo al punto de partida utilice el mismo tiempo que la primera barca. c) Representa el desplazamiento frente al tiempo de ambas barcas en la misma gráfica (cada una se mueve siguiendo una dirección, lo que importa es el valor del desplazamiento).

2.29 ✎✎ Una persona que conduce un coche un día de tormenta observa que las gotas de agua dejan trazas en las ventanas laterales que forman un ángulo de 80° con la vertical cuando el coche se desplaza a 80 km/h. Seguidamente frena y observa que el agua cae verticalmente. a) Calcula la expresión de la velocidad de las gotas en función del tiempo. b) Determina la velocidad relativa del agua respecto al coche cuando este se mueve a 80 km/h, así como la velocidad cuando el coche se encuentra parado.

2.30 ✎✎✎ Un grupo de ciclistas que participa en el Tour de Francia avanza uniformemente en una durísima etapa alpina. El ciclista líder pide a una motorista del equipo de apoyo, que se encuentra en la cola del grupo, que le acerque una botella de agua. La motorista alcanza al líder, le da el agua y regresa a la cola del grupo, siempre con la misma velocidad. Desde que la motorista deja la última posición hasta que regresa a ella, el grupo ha recorrido 4 km, y la longitud del grupo es de 3 km. a) Representa $x(t)$ para todos los móviles involucrados, indicando las posiciones y los instantes relevantes. b) Calcula la relación entre la velocidad del pelotón y la de la motorista. c) Calcula la distancia total recorrida por la motorista d) escribe la expresión de $x(t)$ para cada móvil. e) Representa y escribe $x(t)$ para un observador/sistema de referencia que se mueva con el pelotón (si antes lo has hecho considerando un observador quieto en la carretera).