

INTERACCIÓN DE ELECTRONES
CON NÚCLEOS EN EL RANGO
DE ENERGÍAS INTERMEDIAS

AMPARO GIL

1996

AMPARO GIL • 1996 • INTERACCIÓN DE ELECTRONES CON NÚCLEOS EN EL RANGO DE ENERGÍAS INTERMEDIAS

Índice General

0	Introducción	3
1	Modelo elemental	9
1.1	Formalismo.	9
1.1.1	Amplitudes del modelo de electroproducción de piones.	10
1.1.2	Invariancia gauge y factores de forma.	13
1.1.3	Unitariedad.	14
1.2	Sección eficaz	15
1.2.1	Cinemática.	17
1.2.2	Expresiones obtenidas.	17
1.2.3	Resultados.	21
2	Dispersión electrón-núcleo	31
2.1	Ingredientes básicos para el cálculo en el medio nuclear.	31
2.1.1	Propagadores en materia nuclear.	31
2.1.2	Interacción efectiva entre bariones en un medio nuclear en el canal espín-isospín.	34
2.2	Preámbulo: procesos que contribuyen a la sección eficaz inclusiva de dispersión de electrones.	38
2.3	Las funciones de respuesta	39
2.3.1	Relación entre la sección eficaz y la parte imaginaria de la autoenergía: la aproximación de densidad local.	43
2.3.2	Construcción de los diagramas de autoenergía del fotón: sistemática.	44
2.4	Diagramas de electroproducción de piones	46

ÍNDICE GENERAL

2.4.1	La pieza de excitación de la $\Delta(1232)$ y su relevancia. Estudio detallado.	48
2.4.2	Discusión.	51
2.5	Diagramas de fotoabsorción por dos nucleones	52
2.6	Contribuciones relacionadas con el canal $(\gamma^*, \pi\pi)$	56
2.7	Efectos de polarización nuclear.	59
2.7.1	Un caso especial: el vértice de K.R.	61
2.7.2	Comentarios.	62
2.8	Otras correcciones.	64
2.9	Resultados y conclusiones: zonas del dip y la resonancia Δ .	67
3	Estudio detallado de la zona del pico cuasielástico	73
3.1	Invariancia gauge y separación de las funciones de respuesta.	74
3.2	Parte imaginaria de la Función de Lindhard con funciones espectrales.	78
3.3	Polarización del diagrama de un cuerpo	83
3.4	El diagrama de polo de nucleón y otros relacionados.	93
3.5	Resultados.	96
4	Procesos exclusivos de dispersión de electrones por núcleos.	99
4.1	Descripción y aspectos relevantes.	99
4.2	Aspectos generales: el Método de Monte Carlo.	99
4.3	Generando y siguiendo a los piones	101
4.4	Nucleones: mecanismos de excitación. Rastreo	106
4.4.1	Secciones eficaces NN	108
4.4.2	Propagación de nucleones	109
4.5	Reacciones semi-exclusivas de nucleones.	111
4.5.1	Procesos con un protón final	111
4.5.2	Procesos con dos nucleones finales	115
4.6	Reacciones semi-exclusivas con piones	118
5	La dispersión compton virtual en núcleos en la zona resonante	123
5.1	Introducción	123
5.2	Dispersión Compton virtual en núcleos.	125

ÍNDICE GENERAL

1

5.3	El fondo de fotones de Bremsstrahlung: una presencia <i>incómoda</i> .	127
5.4	La sección eficaz Compton en la zona resonante.	128
5.5	Compton virtual versus Bremsstrahlung.	129
5.6	El Compton virtual como alternativa de medida del Compton real.	130
5.7	Conclusiones	139
6	Conclusiones finales.	141
A	De vértices, constantes de acoplamiento y operadores.	143
B	Diagramas de electroproducción de piones y absorción del fotón virtual.	147
C	Parte imaginaria de la función de Lindhard en materia nuclear asimétrica.	149
D	Parametrizaciones de la sección eficaz NN.	151

Capítulo 0

Introducción

La interacción electromagnética constituye el modo idóneo de estudiar la estructura hadrónica de los núcleos y bariones. Esta afirmación, repetida en innumerables libros de texto, artículos y conferencias de Física Nuclear y que es la base sustentadora de esta memoria, merece ser argumentada: por un lado, la interacción, descrita por la electrodinámica cuántica, es lo suficientemente “débil” como para ser tratada perturbativamente. Además, en la aproximación de intercambio de un fotón, los aspectos de reacción y estructura pueden ser separados de un modo “independiente de modelo”. Por otra parte, debido a la “debilidad” de la interacción, el recorrido libre medio de los fotones es del orden de $100 - 1000 \text{ fm}$ de modo que el volumen del núcleo puede ser estudiado en su totalidad. En este sentido, la interacción electromagnética es complementaria de la dispersión de hadrones, que tienen un recorrido libre medio de 1 fm típicamente y son sensibles principalmente a la superficie nuclear.

Los esfuerzos experimentales dedicados al efecto han ido incrementándose con el transcurso de las décadas y aquellas primeras medidas de la sección eficaz de dispersión de electrones en los 50's han dado paso a los numerosos experimentos que en la actualidad se llevan a cabo en TJNAF (EE.UU.), MAMI (Alemania), NIKHEF (Holanda), BATES (EE.UU.), Saskatoon (Canadá), etc.

¿Qué aspectos de la estructura nuclear revela un espectro típico de dispersión de electrones?. Aparte de transiciones nucleares discretas y en el rango de energías objeto de nuestro estudio (hasta unos 500 MeV de energía transferida al núcleo), el espectro exhibe dos estructuras pronunciadas, tal y como podemos ver en la figura.

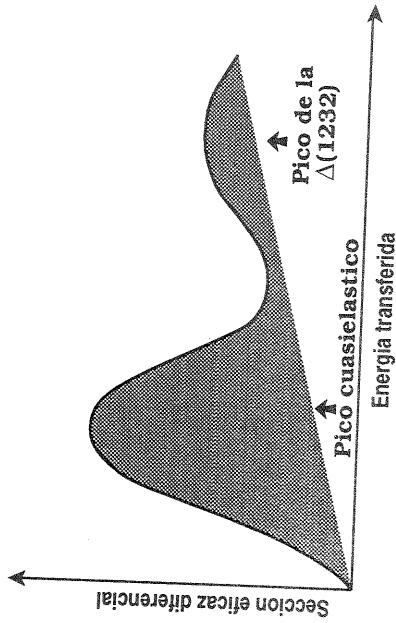


Fig. 0.1

La primera de estas estructuras se interpreta como el resultado de un proceso de dispersión “casi-libre” por uno de los nucleones del núcleo: es la denominada región del pico cuasielástico. La segunda, en general mucho menos pronunciada que la primera, se nos muestra para valores de la energía transferida al núcleo superiores a 300 MeV, lo que sugiere la excitación interna de uno de los nucleones en una resonancia Δ . Las dos estructuras están separadas por una zona deprimida (la región del *dip*), conocida en la comunidad nuclear por su resistencia a una buena descripción teórica: los datos experimentales muestran un exceso sobre las predicciones de los modelos existentes en el mercado.

Durante las décadas pasadas (y aún en la actualidad) se invirtió un esfuerzo considerable en entender la física que se ocultaba en la zona del pico cuasielástico. Hasta 1980, aproximadamente, los datos experimentales podían ser bien descritos por simples modelos tipo gas de Fermi incluyendo algunas correcciones para energías de ligadura y masas efectivas [1].

Sin embargo, cuando los experimentos fueron capaces de separar las dos funciones que aparecen en la expresión de la sección eficaz diferencial de dispersión de electrones por núcleos (las denominadas funciones de respuesta longitudinal y transversal) revelaron un hecho “perturbador” [2]: una fuerte supresión de la respuesta longitudinal con respecto a lo predicho por modelos teóricos, especialmente en núcleos medios y pesados [3, 4].

Dado que esta supresión en núcleos medios y pesados afectaba a la respuesta longitudinal en todo el rango de energías de excitación (ω) en el pico cuasielástico, lo hacía por extensión a una regla de suma: la llamada regla de suma de Coulomb. Ésta se define como la integral sobre ω de la respuesta longitudinal manteniendo constante la transferencia de momento

$|\vec{q}|$. En una aproximación de impulso no relativista se puede comprobar que la regla de suma de Coulomb puede ser escrita como

$$\begin{aligned} C_L(q) &= \int_{\omega+}^{+\infty} R_L(q, \omega) d\omega = \\ &= Z + Z(Z-1)f_2(q) - Z^2|F_{ch}(q)|^2 \end{aligned} \quad (0.1)$$

donde la integral se toma desde $\omega+$ para excluir la contribución elástica y siendo $f_2(q)$

$$f_2(q) = \frac{1}{Z(Z-1)} \int d^3r d^3r' e^{-i\vec{q}(\vec{r}-\vec{r}')} \rho_2(r, r') \quad (0.2)$$

donde $\rho_2(r, r')$ es la densidad de dos cuerpos, Z , el número atómico del núcleo y $F_{ch}(q)$ el factor de forma elástico de carga. Una deducción formal de esta regla de suma pueden verse, por ejemplo, en [5]. $C_L(q)$ “mide”, por tanto, una propiedad del estado fundamental del núcleo y está libre de las complicaciones del tratamiento del estado final. Si $\rho_2(r, r')$ es no singular, $f_2(q)$ debe tender a cero cuando $q \rightarrow \infty$, lo que sucede asimismo con el factor de forma elástico de carga. En el límite, por tanto, en que $q \rightarrow \infty$, nos encontramos con que $C_L(\infty) = Z$. Es decir, en este límite $C_L(q)$ mide simplemente el número de protones del núcleo. Obviamente para valores finitos de q se esperaba que las correlaciones nucleón-nucleón redujesen $C_L(q)$ en comparación con el límite asintótico. Pero no hasta el punto de un 40 – 50% en núcleos medios y pesados, que era lo que mostraban los datos experimentales.

Múltiples explicaciones teóricas se plantearon a raíz de ello [6, 7, 8] pero ninguna conseguía describir satisfactoriamente ambas funciones de respuesta. Por otra parte, en 1986 la medida de las respuestas en ^{238}U [9] no presentaba, contrariamente a lo que cabría esperar dados los datos experimentales previos, supresión de la respuesta longitudinal y en 1993 el experimento realizado en Bates sobre ^{40}Ca [10] mostraba una reducción únicamente de un 20% de la respuesta longitudinal. La solución a este rompecabezas (aunque tomada con la debida precaución) parece haber sido aportada por Jourdan que, en dos recientes trabajos [11], reanaliza los datos mundiales sobre dispersión inclusiva cuasielástica de electrones y afirma que la supresión de la respuesta longitudinal (y, por añadidura, de la regla de suma de Coulomb) que mostraban los resultados experimentales de Saclay, fue debida a errores de análisis y a la no consideración de la distorsión Coulombiana.

Las zonas del *dip* y la *delta* son, por otra parte, de un indudable atractivo para el estudio de los mecanismos de electroproducción de piones en núcleos y los diferentes procesos multinucleónicos de absorción del fotón virtual.

Pero aparte del interés que presenta el espectro inclusivo de electrones (es decir, aquél en el que sólo se mide el electrón dispersado como partícula final), en los últimos años ha ido cobrando cada vez más importancia el estudio de los llamados procesos exclusivos. En este tipo de procesos además del electrón dispersado, se detecta en coincidencia una o varias partículas expulsadas o producidas en la reacción en coincidencia con el electrón dispersado. Estas reacciones se denominan exclusivas o semi-exclusivas porque son excluidos algunos de los posibles estados finales. El estudio de las reacciones exclusivas en las que se conoce el estado del núcleo residual permite, por ejemplo, conocer detalles de la estructura nuclear. A partir de estas reacciones se puede, en la aproximación más simple, determinar la transformada de Fourier de la función de onda del correspondiente estado nuclear. Otra posibilidad es excitar nucleones individuales y observar su desintegración detectando las partículas producidas en coincidencia con el electrón dispersado. Ello nos permite obtener una valiosa información sobre los diferentes mecanismos de excitación nucleares.

Si se considera energía suficiente es asimismo posible producir partículas con extrañeza en el núcleo o investigar su comportamiento en el medio nuclear. Por otra parte, en las reacciones en coincidencia se puede obtener información sobre elementos de matriz que contribuyen a la sección eficaz de estas reacciones y que no son accesibles en un experimento inclusivo. Por ejemplo, el uso de electrones polarizados y la determinación de la polarización de los nucleones emergentes permite la determinación de factores de forma del nucleón.

Las reacciones exclusivas con electrones estudiadas experimentalmente hasta el momento son básicamente $(e, e'p)$ y $(e, e'pp)$ (aunque también en el núcleo mediante la medida del nucleón expulsado en las reacciones $(e, e'p)$), ha sido la razón de los diversos experimentos realizados al efecto [12, 13, 14] y los numerosos planteados (véase por ejemplo [16]). En cuanto a las reacciones de emisión de dos nucleones $(e, e'2N)$, éstas fueron sugeridas hace ya algunas décadas [15] como un modo adecuado de investigar las correlaciones en núcleos. Las limitaciones experimentales han dificultado tradicionalmente el estudio de estas reacciones, pero los modernos aceleradores han superado los inconvenientes técnicos y en la actualidad

hay un considerable número de experimentos (en proceso de realización o proyectados) para llevar a cabo este tipo de medidas [16, 17, 18].

En esta memoria hemos abordado el estudio de los procesos de dispersión de electrones sobre núcleos utilizando un método ya usado con éxito en la descripción de reacciones fotónucleares [20] y que constituye, en cierta forma, su extensión al caso de fotones virtuales. El método tiene como base la imagen del núcleo como un conglomerado microscópico de nucleones, resonancias Δ y mesones, cuyas interacciones pueden ser descritas mediante lagrangianos efectivos. Para ello haremos uso de la teoría cuántica de muchos cuerpos, con la cual describiremos la modificación de la propagación y de las interacciones efectivas entre partículas en un medio nuclear infinito, y extenderemos los resultados a núcleos finitos por medio de la aproximación de densidad local.

El contenido de los capítulos se esboza a continuación: en el **capítulo 1** introducimos el modelo elemental de electroproducción de piones (ingrediente fundamental en los cálculos subsiguientes); en el **capítulo 2** planteamos los aspectos esenciales de la dispersión de electrones por núcleos, centrando nuestra atención en la zona del *dip* y la resonancia $\Delta(1232)$; en el **capítulo 3** nos ocupamos específicamente de la región cuasielástica y de la separación de las funciones de respuesta longitudinal y transversal; el **capítulo 4** versa sobre los procesos exclusivos de dispersión de electrones y el Método de Monte Carlo utilizado para su estudio; en el **capítulo 5** planteamos la dispersión Compton virtual como método alternativo de estudio de la dispersión Compton real y, por último, en el **capítulo 6** presentamos nuestras conclusiones.

Capítulo 1

Modelo elemental: la reacción $e^- N \rightarrow e^- N \pi$.

1.1 Formalismo.

En el estudio de la reacción $e^- N \rightarrow e^- N \pi$ vamos a hacer uso de un modelo que es una generalización para fotones virtuales* del desarrollado para el proceso $\gamma N \rightarrow \pi N$ en la referencia [20] y que sigue las pautas del modelo de Nozawa y Lee [19].

Los ingredientes básicos que necesitamos para construir nuestro modelo son los vértices de interacción asociados al acoplamiento de fotones (virtuales) y piones con nucleones, fotones con piones y (dado el rango de energías en el que trabajamos) piones y fotones con la resonancia $\Delta(1232)$. La representación diagramática de cuatro de dichos vértices puede verse en la Figura 1.1

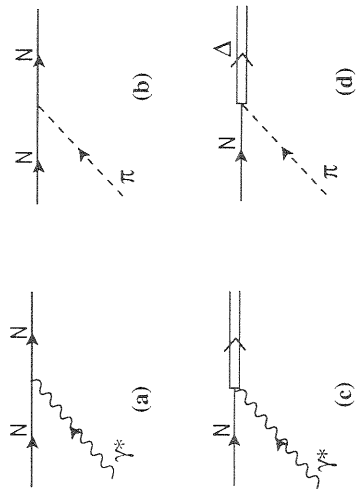


Fig.1.1

Sus correspondientes expresiones se detallan en el apéndice A.

Denotaremos como γ^ al fotón virtual.

Con estos elementos esenciales podemos construir nuestro modelo para la reacción $\gamma^* N \rightarrow \pi N$

1.1.1 Amplitudes del modelo de electroproducción de piones.

Los diagramas de Feynman incluidos en la amplitud total del proceso son los correspondientes a la figura 1.2 y representan a las amplitudes de: (a) polo de nucleón, (b) polo de nucleón cruzado, (c) polo de pion, (d) polo de delta, (e) polo de delta cruzado. El diagrama (f) (denominado término de Kroll-Ruderman) corresponde a un término de contacto y es necesario para preservar la invariancia gauge del modelo.

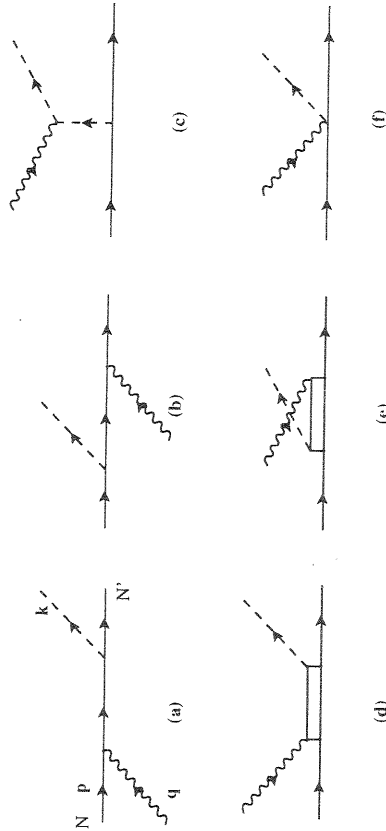


Fig.1.2

Las expresiones correspondientes a dichas amplitudes, obtenidas partiendo de expresiones totalmente relativistas [19] y considerando su reducción no relativista (despreciando factores de orden $\left(\frac{p}{M_N}\right)^2$, siendo p y M_N momento y masa del nucleón, respectivamente) vienen dadas por:

$$\mathcal{M}_{PN}^\mu = -e \frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} B(N, N', \pi) \frac{1}{\sqrt{s} - M_N} F_\pi((q-k)^2) \times \left(F_1^N(q^2) \vec{\sigma} \vec{k} \left[\frac{2\vec{p} + \vec{q}}{2M_N} \right] + i \frac{\vec{\sigma} \vec{k}}{2M_N} (\vec{\sigma} \times \vec{q}) G_M^N(q^2) \right) \quad (1.1)$$

$$\mathcal{M}_{KR}^\mu = e \frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} B(N, N', \pi) F_A(q^2) C^\mu(\pi, N') F_\pi((q-k)^2) \quad (1.2)$$

donde

$$C^\mu(\pi^- p) = \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma} \vec{q}}{2M_N} \\ \left(1 + \frac{q^0}{2M_N}\right) \vec{\sigma} \end{pmatrix} ; \quad C^\mu(\pi^0 n) = 0$$

$$C^\mu(\pi^+ n) = \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma} \vec{q}}{2M_N} \\ -\left(1 - \frac{q^0}{2M_N}\right) \vec{\sigma} \end{pmatrix} ; \quad C^\mu(\pi^0 p) = \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma} \vec{q}}{M_N} \\ \frac{q^0}{M_N} \vec{\sigma} \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{M}_{PP}^\mu = -e_\pi \frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} B(N, N', \pi) \vec{\sigma}(\vec{k} - \vec{q}) F_{\gamma\pi\pi}(q^2) \frac{(2k-q)^\mu}{(k-q)^2 - m_\pi^2} F_\pi((q-k)^2) \quad (1.3)$$

$$\mathcal{M}_{PNC}^\mu = -e \frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} B(N, N', \pi) \frac{1}{p^0 - k^0 - E(\vec{p} - \vec{k})} F_\pi((q-k)^2) \times$$

$$\times \begin{pmatrix} F_1^{N'}(q^2) \left\{ \frac{2\vec{p} + \vec{q} - 2\vec{k}}{2M_N} \vec{\sigma} \vec{k} + G_M^{N'}(q^2) i \frac{(\vec{\sigma} \times \vec{q}) \vec{\sigma} \vec{k}}{2M_N} \right\} \\ F_1^{N'}(q^2) \vec{\sigma} \vec{k} \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

donde

$$\begin{aligned} B(n, n\pi^0) &= -1 \\ B(n, p\pi^-) &= \sqrt{2} \\ B(p, p\pi^0) &= 1 \\ B(p, n\pi^+) &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

Sean ahora

$$\begin{aligned} \Delta(\pi^0) &= \Delta_c(\pi^0) = 2/3 \\ \Delta(\pi^+) &= -\Delta_c(\pi^+) = -\sqrt{2}/3 \\ \Delta(\pi^-) &= -\Delta_c(\pi^-) = \sqrt{2}/3 \end{aligned}$$

$$\mathcal{M}_\Delta^\mu = -if^* \frac{f_\gamma(q^2)}{m_\pi^2} \frac{\vec{S} \left[\vec{k} - \frac{k^0}{\sqrt{s}} \vec{p}_\Delta \right]}{\sqrt{s} - M_\Delta + i \frac{\Gamma(s)}{2}} \frac{\sqrt{s}}{M_\Delta} \Delta \times \quad (1.5)$$

$$\times \left(\frac{\vec{p}_\Delta}{\sqrt{s}} \left[\vec{S}^\dagger \times \left(\vec{q} - \frac{q^0}{p_\Delta} \vec{p}_\Delta \right) \right] \right) \quad (1.6)$$

$$\mathcal{M}_{\Delta C}^\mu = -if^* \frac{f_\gamma(q^2)}{m_\pi^2} \left(\frac{M_N}{M_\Delta} \right) \frac{(E_\Delta + M_\Delta)}{(p_\Delta^2 - M_\Delta^2)} \Delta_c \times$$

$$\times \left(\frac{0}{(\vec{S} \times \vec{q})(\vec{S}^\dagger \vec{k}) - \vec{B}} \right)$$

donde

$$\vec{B} = \frac{1}{3} \left\{ i \frac{(k^0 + a)}{E_\Delta + M_\Delta} (\vec{q}^2 \vec{\sigma} - (\vec{q} \vec{\sigma}) \vec{q}) + \frac{(k^0 - a)}{2M_N} [(\vec{q} \times \vec{p}) - i(\vec{q} \vec{p}) \vec{\sigma} + i\vec{p}(\vec{\sigma} \vec{q})] \right\}$$

$$a = (p_\Delta k) \frac{1}{M_\Delta}$$

siendo $\sqrt{s}$ la energía invariante del sistema fotón virtual-nucleón inicial; e ($e > 0$), la carga del electrón; $M_\Delta = 1238 \text{ MeV}$; $\Gamma(s)$, la anchura libre de desintegración de la $\Delta(1232)$ [†]; $f_{\pi NN}$, f_γ , f^* , F_1 , G_M , F_A y $F_{\gamma\pi\pi}$, constantes de acoplamiento y factores de forma (que aparecen cuando tratamos con partículas fuera de su capa de masas) descritos en el apéndice A, al igual que el operador entre estados de espín $\vec{S}$.

Las expresiones (1.1)-(1.5) son invariantes Galileo. La expresión (1.6), lo es sólo en el sistema de referencia en el que el nucleón saliente ($\vec{p}'$) está en reposo.

[†]La anchura de desintegración de la $\Delta(1232)$ viene dada por:

$$\Gamma_\Delta(\sqrt{s}) = \frac{1}{6\pi} \left(\frac{f^*}{m_\pi} \right)^2 \frac{M_N}{\sqrt{s}} |\vec{q}_{cm}|^3 \Theta(\sqrt{s} - M_N - m_\pi) \quad (1.7)$$

donde $\vec{q}_{cm}$ corresponde al momento del pión de desintegración en el sistema de referencia en reposo de la $\Delta(1232)$

1.1. FORMALISMO.

Es importante constatar las diferencias existentes entre el término de Kroll-Ruderman (KR) y el vértice "seagull" (A.6) descrito en el apéndice A. En primer lugar, el término de KR es la única contribución que sobrevive en el límite (*momento del π*) $\rightarrow 0$. ¿Cómo obtenemos entonces la expresión del término de KR?: si hacemos uso de la expresión (A.4) del apéndice A, en las amplitudes de PN y PNC aparecen correcciones $\frac{1}{M_N}$ en las componentes 0 de estas amplitudes. Estas correcciones se trasladan a las componentes 0 del vértice "seagull" para convertirse en las componentes 0 del término de KR (1.2). Sin embargo, las componentes (x,y,z) de este término presentan factores $\frac{1}{M_N}$ que no provienen de los vértices dados en el apéndice, sino de la reducción no relativista de las amplitudes PN y PNC.

1.1.2 Invariancia gauge y factores de forma.

Como es bien sabido, la condición de invariancia gauge implica que $q_\mu \mathcal{M}^\mu = 0$ donde $\mathcal{M} = \sum_i \mathcal{M}_i^\mu$. A partir las expresiones dadas en la sección anterior, podemos comprobar que los dos términos que involucran la resonancia Δ son invariantes gauge por sí mismos. Veamos qué relaciones obliga la invariancia gauge entre los factores de forma que aparecen en las restantes amplitudes.

Consideremos el proceso $\gamma^* n \rightarrow p \pi^-$:

$$q_\mu \mathcal{M}^\mu = \frac{1}{e f_{\pi NN} B(N, N' \pi)} =$$

$$= -\frac{1}{p^0 - k^0 - E(\vec{p} - \vec{k})} \left\{ \left(q_0 F_1^p - \frac{(2\vec{p} \vec{q} - 2\vec{k} \vec{q} + \vec{q}^2)}{2M_N} F_1^p \right) \vec{\sigma} \vec{k} \right\} \quad (1.8)$$

$$- \vec{\sigma} \vec{q} F_A - F_{\gamma\pi\pi} \vec{\sigma}(\vec{k} - \vec{q}) = 0$$

$$\Rightarrow [F_1^p(q^2) = F_{\gamma\pi\pi}(q^2) = F_A(q^2)] \quad (1.9)$$

La invariancia gauge en los otros canales de isospín no lleva a ninguna relación adicional entre los factores de forma. En las expresiones (A.7), (A.9) y (A.10) del apéndice A, podemos ver que $\Lambda \approx M_A \approx \sqrt{2} p_\pi$ y que, por tanto, (1.9) es satisfecha en buena medida por la determinación experimental de los factores de los factores de forma. En esta memoria hemos

impuesto la relación (1.9) para preservar la invariancia gauge y hemos tomado F_1^p (A.6) como el factor de forma independiente. En la sección de resultados (1.2.3) estudiaremos la dependencia de nuestros resultados con la elección de factores de forma.

Puesto que en la amplitud de polo de pión aparece un vértice πNN correspondiente a un pión virtual, debemos introducir un factor de forma $F_{\pi NN}(q - k)$ en dicha amplitud. Dado que ello supondría la pérdida de invariancia gauge, hemos considerado adecuada la inclusión del mismo factor de forma en el resto de amplitudes de los cuatro diagramas de Born (PN, PNC, PP y KR), tal y como podemos ver en las expresiones de las amplitudes de la anterior sección. De este modo, conseguimos preservar la invariancia gauge de la amplitud.

1.1.3 Unitariedad.

La unitariedad de la matriz S implica que en cada término del desarrollo multipolar, las amplitudes $\leq \pi N|T|\pi N > y < \pi N|T|\gamma N >$ han de tener la misma fase (teorema de Watson). A diferencia de la primera amplitud (que está dominada fundamentalmente por la resonancia Δ), la segunda contiene componentes de *fondo*[†] no despreciables; dichas componentes tienen todas la misma fase (con nuestros convenios, de hecho, resultan reales). De entre todos los desfases en la reacción $\pi N \rightarrow \pi N$ el más importante con diferencia es el correspondiente al canal $(3/2, 3/2)$, por lo que, esencialmente, sólo para el canal resonante $(3/2, 3/2)$ tendríamos una fase incorrecta. El procedimiento que seguimos para *restaurar* (al igual que para fotones reales) la unitariedad es el debido a Olsson [21] y es detallado en la referencia [20].

Básicamente, con la introducción de una pequeña fase $\phi(\sqrt{s}, q^2)$, siendo $\sqrt{s}$ la energía invariante del sistema fotón virtual-nucleón incidente y q^2 el cuadrado del cuadrimomento del fotón virtual) en la parte resonante conseguimos restaurar la unitariedad. Como se menciona en la citada referencia, conocidas las fases experimentales de la dispersión elástica pion nucleón $\delta_{(3/2, 3/2)}$, se busca $\phi(\sqrt{s}, q^2)$ por un método iterativo de modo que:

$$\text{Im} \left[(T_{\Delta} e^{i\phi(\sqrt{s}, q^2)} + T_F)^{(3/2, 3/2)} e^{-i\delta_{(3/2, 3/2)}} \right] = 0 \quad (1.10)$$

donde T_{Δ} representa la amplitud del canal resonante $(3/2, 3/2)$ y T_F la

[†]Es decir, no resonantes, entendiendo por diagrama resonante el correspondiente al polo de la delta directo

1.2. SECCIÓN EFICAZ

contribución a dicho canal de los términos de fondo.

1.2 Sección eficaz del proceso $e^- N \rightarrow e^- N \pi$.

Una vez establecido nuestro modelo elemental, y haciendo uso de los ingredientes detallados en las secciones anteriores, procedamos al cálculo de la sección eficaz del proceso de dispersión de electrones sobre nucleones con producción de un pión.

Diagramáticamente el proceso a estudiar se representa en la figura 1.3, donde k_e, k'_e, q, p, p' y k representan los cuadrimomentos de: electrón incidente, electrón dispersado, fotón intercambiado, blanco hadrónico inicial (nucleón), sistema hadrónico final (nucleón) y pión, respectivamente.

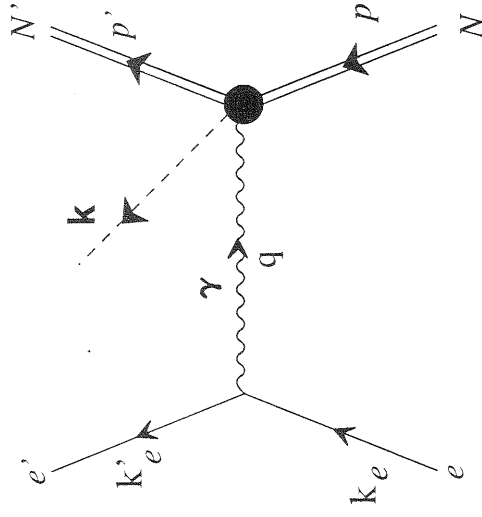


Fig.1.3

La expresión para la sección eficaz diferencial no polarizada del proceso de dispersión de electrones por un sistema hadrónico en el sistema laboratorio, es la dada por [89]:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega'_e dE'_e} = \frac{\alpha^2}{4} \frac{|\vec{k}'_e|}{|\vec{k}_e|} L_{\mu\nu}(e, e') \bar{W}_{e.m.}^{\mu\nu} \quad (1.11)$$

siendo α la constante de estructura fina ($\alpha = 1/137.036$) y $L_{\mu\nu}(e, e')$ el tensor leptónico definido como

$$L_{\mu\nu}(e, e') = 2(k'_{e\mu} k_{e\nu} + k'_{e\nu} k_{e\mu} + \frac{q^2}{2} g_{\mu\nu}) \quad (1.12)$$

En nuestro caso,

$$\bar{W}_{em}^{\mu\nu} = \sum_{e, p, in} \int \frac{d^3 p'_N}{(2\pi)^3} \frac{M}{E'} \int \frac{d^3 k'_\pi}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_\pi} (2\pi)^3 \times \quad (1.13)$$

$$\times \delta^4(p'_N + k_\pi - p_N - q) < N' \pi | j_{em}^\mu | N >^* < N' \pi | j_{em}^\nu | N >$$

Separando la dependencia angular del momento del pión, la doble sección eficaz diferencial se transforma en una triple:

$$\frac{d^3 \sigma}{d\Omega'_e dE'_e d\Omega_\pi} = \frac{\alpha^2}{4} \frac{|\vec{k}'_e|}{|\vec{k}_e|} L_{\mu\nu}(e, e') W_{em}^{\mu\nu}(N) \quad (1.14)$$

donde ahora,

$$W_{em}^{\mu\nu} = \sum_{e, p, in} \int \frac{d^3 p'_N}{(2\pi)^3} \frac{M}{E'} \int \frac{dk_\pi}{(2\pi)^3} \frac{\vec{k}_\pi^2}{2E_\pi} (2\pi)^3 \times \quad (1.15)$$

$$\times \delta^4(p'_N + k_\pi - p_N - q) < N' \pi | j_{em}^\mu | N >^* < N' \pi | j_{em}^\nu | N >$$

Debido a la contracción con el tensor simétrico $L^{\mu\nu}$ (lo que supone la cancelación de la parte antisimétrica de $W^{\mu\nu}$), a la suma realizada sobre los grados de libertad de espín, a su propia naturaleza tensorial y a la invariancia gauge, $W^{\mu\nu}$ podrá ser expresado como combinación simétrica de los cuadvectores p^μ , q^μ y $\hat{k}^\mu$ (vector unitario en la dirección de k_π). Es decir:

$$\begin{aligned} W^{\mu\nu}(N) = & W_1 \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \frac{W_2}{M_N^2} \left(p^\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\mu \right) \left(p^\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\nu \right) + \\ & + W_3 \left(\hat{k}^\mu - \frac{\hat{k} \cdot q}{q^2} q^\mu \right) \left(\hat{k}^\nu - \frac{\hat{k} \cdot q}{q^2} q^\nu \right) + \\ & + \frac{W_4}{M_N} \left[\left(p^\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\mu \right) \left(\hat{k}^\nu - \frac{\hat{k} \cdot q}{q^2} q^\nu \right) + \right. \\ & \left. + \left(p^\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\nu \right) \left(\hat{k}^\mu - \frac{\hat{k} \cdot q}{q^2} q^\mu \right) \right] \end{aligned} \quad (1.16)$$

con $W_i = W_i(q^0, |\vec{q}|)$, funciones escalares de las dos cantidades independientes del problema.

1.2.1 Cinemática.

Elegimos la dirección del fotón virtual como la del eje z . El eje x (y) es paralelo (perpendicular) al plano de dispersión (e, e'). El plano de reacción πN queda definido por el ángulo azimutal Φ_π con respecto al plano de reacción (e, e'), tal como podemos ver en la figura 1.4

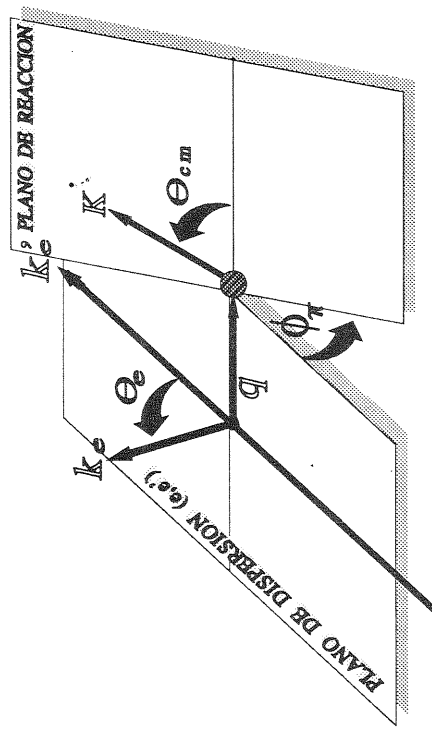


Fig.1.4

1.2.2 Expresiones obtenidas.

La invariancia gauge y esta elección cinemática implican las siguientes relaciones entre las componentes del tensor leptónico:

$$\begin{aligned} L_{00} &= \left(\frac{|\vec{q}|}{q} \right)^2 L_{zz} \\ L_{0i} &= -\frac{|\vec{q}|}{q} L_{zi} \end{aligned} \quad (1.17)$$

Análogamente, para las componentes del tensor hadrónico

$$\begin{aligned} W^{00} &= \left(\frac{|\vec{q}|}{q} \right)^2 W^{zz} \\ W^{0i} &= \frac{|\vec{q}|}{q} W^{zi} \end{aligned} \quad (1.18)$$

verificándose además que $L_{xy} = L_{yz} = 0$ y $L_{yy} = -q^2$.

La contracción de ambos tensores resulta en la siguiente expresión:

$$L_{\mu\nu}W^{\mu\nu} = L_{xx}W^{xx} + L_{yy}W^{yy} + \frac{q^2}{(q^0)^2}L_{xz}(W^{xz} + W^{zz}) + \frac{q^4}{(q^0)^4}L_{zz}W^{zz} \quad (1.19)$$

Es común en la literatura la introducción de una cantidad ϵ [89] definida como

$$\epsilon = \left[1 - 2 \frac{|\vec{q}|^2}{q^2} tg^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right]^{-1} \quad (1.20)$$

de forma que es sencillo verificar que la sección eficaz diferencial en el sistema laboratorio puede ser escrita como:

$$\frac{d^3\sigma}{d\Omega'_e dE'_e d\Omega_\pi} = \Gamma \frac{d\sigma_v}{d\Omega_\pi} \quad (1.21)$$

donde

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_v}{d\Omega_\pi} = \frac{4\pi^2\alpha}{k_\gamma} & \left[\frac{W^{xx} + W^{yy}}{2} + \epsilon_L W^{zz} - \right. \\ & \left. - \sqrt{2\epsilon_L(1+\epsilon)} Re W^{zx} + \epsilon \frac{W^{xx} - W^{yy}}{2} \right] \end{aligned} \quad (1.22)$$

$$\epsilon_L = -\frac{q^2}{(q^0)^2}\epsilon$$

$$\Gamma = -\frac{\alpha}{2\pi^2} \frac{|\vec{k}'_e| k_\gamma}{|\vec{k}_e|^2} \frac{1}{q^2} \frac{1}{1-\epsilon}$$

$$k_\gamma = \frac{W^2 - M_N^2}{2M_N}$$

siendo $W = \sqrt{s}$ la energía invariante del sistema fotón virtual-nucleón incidente. Por su parte, k_γ representa la energía que tendría un fotón real para un determinado valor de W .

La sección eficaz expresada de este modo muestra la estrecha conexión entre procesos electro- y fotonucleares, pues Γ correspondería al flujo de fotones virtuales y $d\sigma_v/d\Omega_\pi$ es la sección eficaz diferencial para piones, producida por fotones virtuales con "polarización" ³

³ Para una discusión detallada sobre el significado de ϵ véase, por ejemplo, el apéndice A de la referencia [89]

$$\epsilon = \left[1 - 2 \frac{|\vec{q}|^2}{q^2} tg^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right]^{-1}$$

Si ahora tenemos en cuenta en la expresión (1.16), que $\vec{q}$ está en la dirección de z y $\vec{p} = \vec{0}$, podemos comprobar inmediatamente que

$$\begin{aligned} i) \quad W^{xx} + W^{yy} &= 2W_1 + W_3(\hat{k}_x\hat{k}_x + \hat{k}_y\hat{k}_y) = \\ &= 2W_1 + W_3 \sin^2\theta_\pi (\cos^2\Phi_\pi + \sin^2\Phi_\pi) \\ &= 2W_1 + W_3 \sin^2\theta_\pi \\ ii) \quad W^{xx} - W^{yy} &= W_3 \sin^2\theta_\pi \cos 2\Phi_\pi \end{aligned} \quad (1.23)$$

De modo que $W^{xx} + W^{yy}$ es independiente de Φ_π . Asimismo, W^{zz} tampoco depende de Φ_π , mientras que W^{zx} , lo hace de $\cos\Phi_\pi$. Remarquemos que las invariancias Lorentz y gauge nos han determinado unívocamente la dependencia en Φ_π .

Haciendo uso de estas propiedades podemos escribir

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_v}{d\Omega_\pi} = \frac{4\pi^2\alpha}{k_\gamma} & \left\{ \left[\frac{W^{xx} + W^{yy}}{2} \right]_{\Phi_\pi=0} + \epsilon_L W^{zz} \Big|_{\Phi_\pi=0} - \right. \\ & \left. - \sqrt{2\epsilon_L(1+\epsilon)} Re W^{zx} \Big|_{\Phi_\pi=0} \cos\Phi_\pi + \right. \\ & \left. + \epsilon \left(\frac{W^{xx} - W^{yy}}{2} \right) \Big|_{\Phi_\pi=0} \cos 2\Phi_\pi \right\} \end{aligned} \quad (1.24)$$

Llegados a este punto únicamente nos restaría el cálculo de las componentes del tensor hadrónico que aparecen en $d\sigma_v/d\Omega$, para obtener la sección eficaz diferencial del proceso que nos ocupa. Pero, antes de ello, y como es usual en la literatura [89] vamos a referir las variables del pión al sistema CM pión-nucleón saliente (mismo que fotón-nucleón incidente). Es decir, la expresión que vamos a evaluar es:

$$\frac{d^3\sigma}{d\Omega'_e dE'_e d\Omega_\pi^*} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} d\Omega'_e dE'_e \rightarrow LAB \\ d\Omega_\pi^* \rightarrow CM \end{array} \right. \quad (1.25)$$

En el sistema LAB, $A^\mu = q^\mu + p_N^\mu = (M_N + q^0, 0, 0, \vec{q})$ [¶], mientras que en el sistema CM (en el que deseamos trabajar) $A_{CM}^\mu = (\sqrt{A^2}, \vec{0})$. El paso de LAB a CM se realiza pues mediante un *boost* en la dirección de z : $\vec{\beta} = |\vec{q}|/(M + q^0)\vec{u}_z$. Por tanto, las componentes transversales no cambiarán: $\vec{q}_{CM}$ seguirá estando en la dirección z y los electrones seguirán determinando el plano xz . Por otra parte, dado que ϵ es un invariante bajo transformaciones entre sistemas de referencia colineales, quedará inalterado. Haciendo uso de ello y denotando $J^{\mu\nu} = Tr(j_{em}^\mu j_{em}^\nu)$ la expresión final que resulta para la quintuple sección eficaz diferencial es la siguiente:

$$\frac{d^5\sigma}{d\Omega_e' dE_e' d\Omega_\pi^*} = \Gamma \left\{ \frac{d\sigma_T}{d\Omega_\pi^*} + \epsilon \frac{d\sigma_L}{d\Omega_\pi^*} + \epsilon \frac{d\sigma_p}{d\Omega_\pi^*} \cos 2\Phi_\pi^* + \sqrt{2\epsilon(1+\epsilon)} \frac{d\sigma_L}{d\Omega_\pi^*} \cos \Phi_\pi^* \right\} \quad (1.26)$$

donde

$$\Gamma = \frac{\alpha}{2\pi^2} \frac{|\vec{k}_e'|}{|\vec{k}_e|} \left[\frac{1}{q^2} \right] \frac{k_\gamma}{1-\epsilon} \quad (1.27)$$

$$k_\gamma = \frac{W^2 - M_N^2}{2M_N}$$

y

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_T}{d\Omega_\pi^*} &= \frac{e^2}{64\pi^2 k_\gamma} \frac{M_N}{\sqrt{s}} |\vec{k}_{CM}| [(J^{xx} + J^{yy})]_{\Phi_\pi^*=0}^{CM} \\ \frac{d\sigma_L}{d\Omega_\pi^*} &= \frac{-q^2}{(q_{cm}^0)^2} \frac{e^2}{32\pi^2 k_\gamma} \frac{M_N}{\sqrt{s}} |\vec{k}_{CM}| [J^{zz}]_{\Phi_\pi^*=0} \\ \frac{d\sigma_p}{d\Omega_\pi^*} &= \frac{e^2}{64\pi^2 k_\gamma} \frac{M_N}{\sqrt{s}} |\vec{k}_{CM}| [(J^{xx} - J^{yy})]_{\Phi_\pi^*=0}^{CM} \\ \frac{d\sigma_L}{d\Omega_\pi^*} &= -\sqrt{\frac{-q^2}{(q_{cm}^0)^2}} \frac{e^2}{64\pi^2 k_\gamma} \frac{M_N}{\sqrt{s}} |\vec{k}_{CM}| [(J^{xx} + J^{zz})]_{\Phi_\pi^*=0}^{CM} \end{aligned} \quad (1.28)$$

[¶] En el capítulo 4 discutiremos las consecuencias que, en las expresiones que damos a continuación, tiene el hecho de que el nucleón incidente tenga un momento $\vec{p}$.

donde $J^{xx} + J^{zz} = 2ReJ^{xx}$ y σ_T , σ_L , σ_P y σ_I son las denominadas secciones eficaces transversal, longitudinal, de polarización e interferencia, respectivamente.

Por continuar con el paralelismo con el caso de fotoproducción, la sección eficaz $\gamma N \rightarrow N\pi$ con fotones reales y en el sistema CM, viene dado por:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{|\vec{k}_{CM}|}{|\vec{q}|} (2M_N)^2 |\mathcal{M}|^2 \quad (1.29)$$

donde $\mathcal{M} = ie\epsilon_\mu j^\mu$, siendo ϵ^μ el vector de polarización del fotón. Como ahora $q = (|\vec{q}|, 0, 0, |\vec{q}|)$ y $q_\mu j^\mu = 0$ tenemos que la sección eficaz diferencial no polarizada en el sistema CM, para fotones reales es:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{e^2}{64\pi^2 k_\gamma} \frac{M_N}{\sqrt{s}} |\vec{k}_{CM}| (J^{xx} + J^{yy})^{CM} \quad (1.30)$$

que coincide con $\frac{d\sigma_T}{d\Omega}$. A esta conexión entre procesos con fotones virtuales y fotones reales, volveremos en el capítulo 5 en relación con la dispersión Compton nuclear.

1.2.3 Resultados.

En la figura 1.5 mostramos la dependencia en W (energía invariante del sistema $\gamma^* N$) de las secciones eficaces longitudinal y transversal inclusivas^{||} (σ_L y σ_T , obtenidas al integrar sobre las variables angulares del pión $d\sigma_L/d\Omega_\pi^*$ y $d\sigma_T/d\Omega_\pi^*$, respectivamente) $p(e, e')$ obtenidas con nuestro modelo y comparada con los datos de la ref.[22]. Como podemos observar, la posición del pico y la anchura de la resonancia Δ son reproducidas correctamente, al igual que en la ref.[19]. En líneas generales, el acuerdo de nuestros resultados con el experimento es muy similar al alcanzado en la referencia anterior.

^{||} El término inclusivas hace referencia a que se obtienen sumando sobre las posibles cargas del pión en el estado final $\pi N'$ partiendo, en este caso, de un protón en el estado inicial.

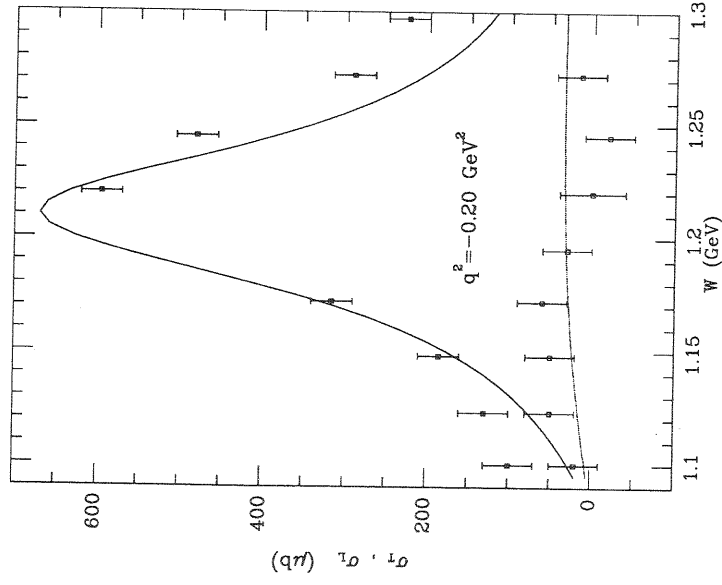


Fig.1.5 Dependencia en W de las secciones eficaces inclusivas $p(e, e')$, σ_T (curva superior) y σ_L (curva inferior)

En la figura 1.6 mostramos los “efectos” (en el sentido en que explicamos en la sección 1.1.2) de la invariancia gauge sobre nuestro anterior resultado. Recordemos que en la sección 1.1.2 establecíamos las relaciones que obligaba la invariancia gauge del modelo elemental de producción de piones entre los diferentes factores de forma ($F_A(q^2) = F_{\gamma\pi\pi}(q^2) = F_1^p(q^2)$) dados en el apéndice A. Pues bien, en la figura mostramos la diferencia (pequeña, según podemos apreciar de la figura y como era esperable) entre los resultados obtenidos para la dependencia en W de las secciones eficaces inclusivas σ_T y σ_L , si consideramos F_A y hacemos iguales a este factor respectivamente a F_1^p y $F_{\gamma\pi\pi}$. De modo análogo, hemos procedido tomando F_1^p y $F_{\gamma\pi\pi}$.

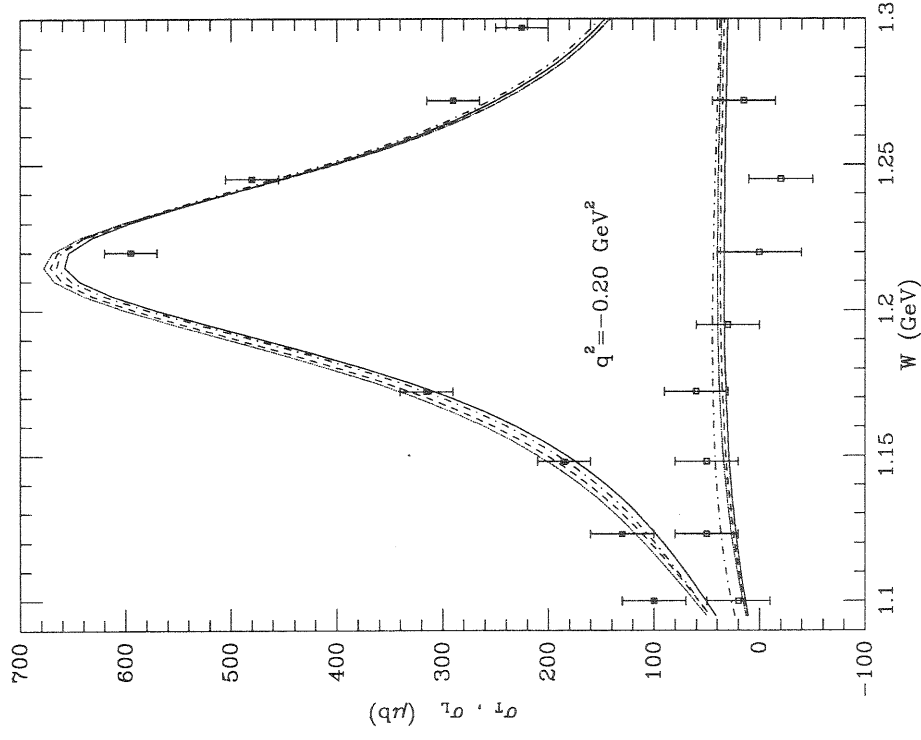


Fig.1.6 Dependencia en W de las secciones eficaces inclusivas $p(e, e')$, σ_T (datos experimentales y curvas superiores) y σ_L (datos experimentales y curvas inferiores). La curva punteada ha sido obtenida considerando la expresión de F_A e igualando $F_1^p = F_{\gamma\pi\pi} = F_A$; la curva a trazos discontinuos se obtiene considerando $F_1^p = F_{\gamma\pi\pi}$ e igualando $F_A = F_1^p = F_{\gamma\pi\pi}$; la curva a puntos y trazos discontinuos se obtiene considerando las expresiones de F_A , F_1^p y $F_{\gamma\pi\pi}$ oviándonos de la relación entre ellas que impone la invariancia gauge; la curva continua la obtenemos tomando la expresión de F_1^p y haciendo $F_A = F_{\gamma\pi\pi} = F_1^p$.

La figura 1.7 muestra nuestros resultados para $d\sigma_I/d\Omega_\pi/(sin\theta_\pi\sqrt{2})$ en el canal de producción de piones $e^-p \rightarrow e^-n\pi^+$. Los datos experimentales están extraídos de la referencia [23].

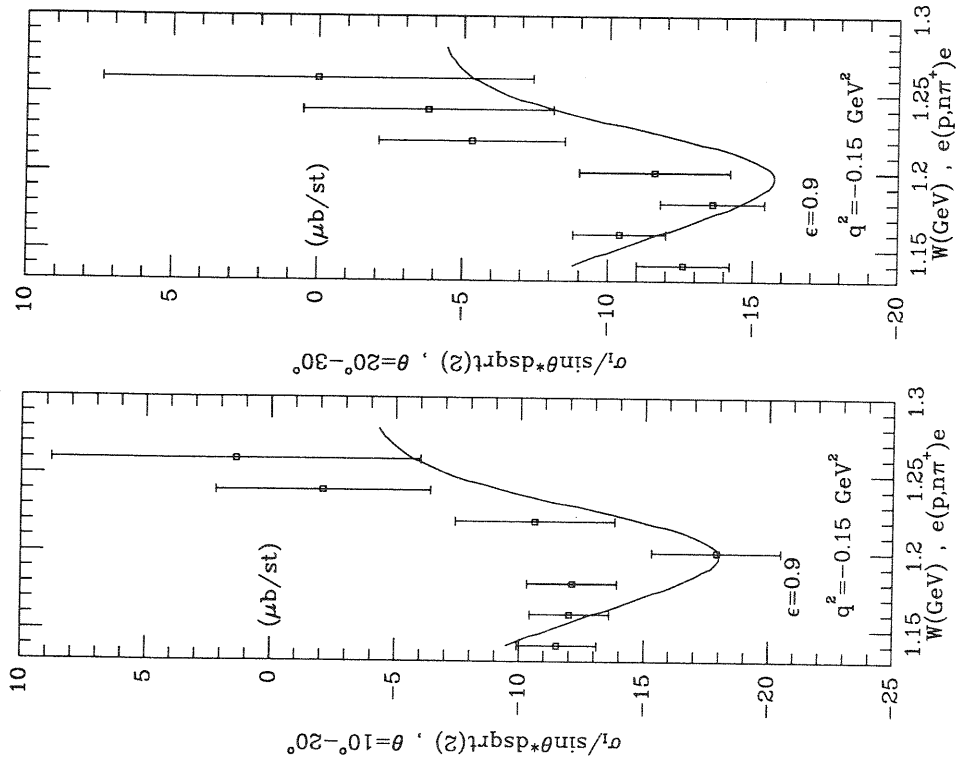


Fig.1.7 Dependencia en W de $d\sigma_I/d\Omega_\pi/(sin\theta_\pi\sqrt{2})$ para $\theta_\pi = 10^\circ - 20^\circ$ y $q^2 = -0.15 \text{ GeV}^2$ (gráfica de la izquierda). Idem para $\theta_\pi = 20^\circ - 30^\circ$ (gráfica de la derecha)

En la figura 1.8 presentamos $d\sigma_P/d\Omega_\pi/sin^2\theta_\pi$ en el canal de producción

de piones $e^-p \rightarrow e^-n\pi^+$. Los datos experimentales son de la referencia [23].

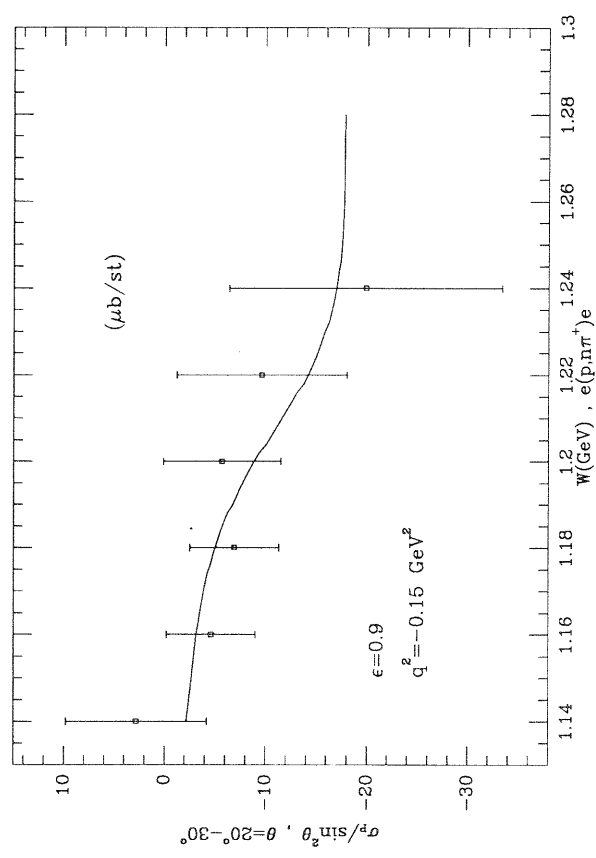


Fig.1.8 Dependencia en W de $d\sigma_P/d\Omega_\pi/(sin\theta_\pi\sqrt{2})$ para $\theta_\pi = 20^\circ - 30^\circ$ y $q^2 = -0.15 \text{ GeV}^2$

Las figuras 1.9, 1.10 y 1.11 corresponden a los resultados obtenidos en el estudio de la dependencia azimutal de la reacción $e^-p \rightarrow e^-n\pi^+$ y para diferentes valores del cuadrado del momento del fotón virtual que se transfiere. Comparando con los datos experimentales de la ref.[23], observamos un acuerdo razonablemente bueno con el experimento en los tres casos.

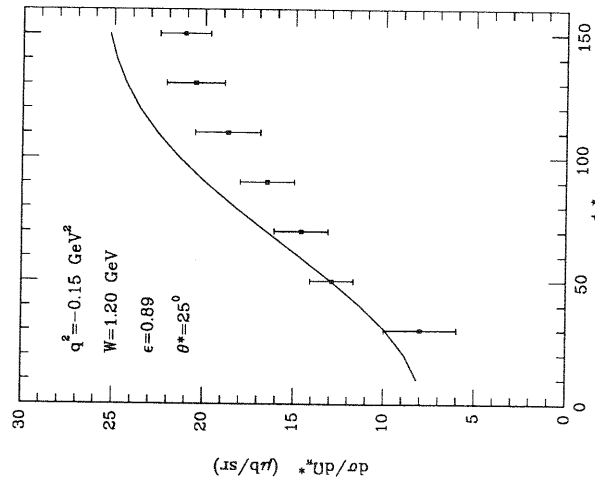


Fig.1.9

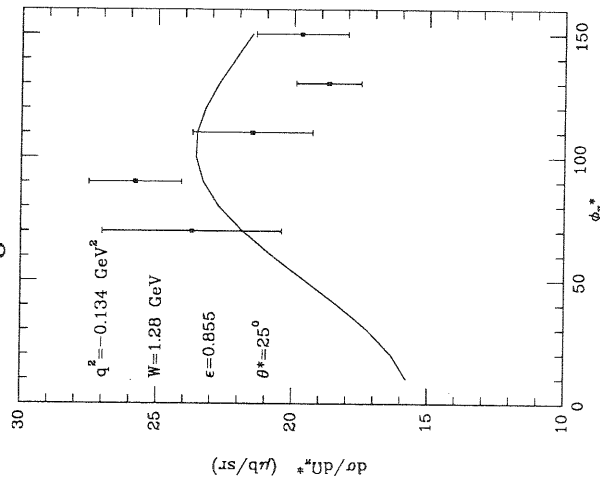


Fig.1.10

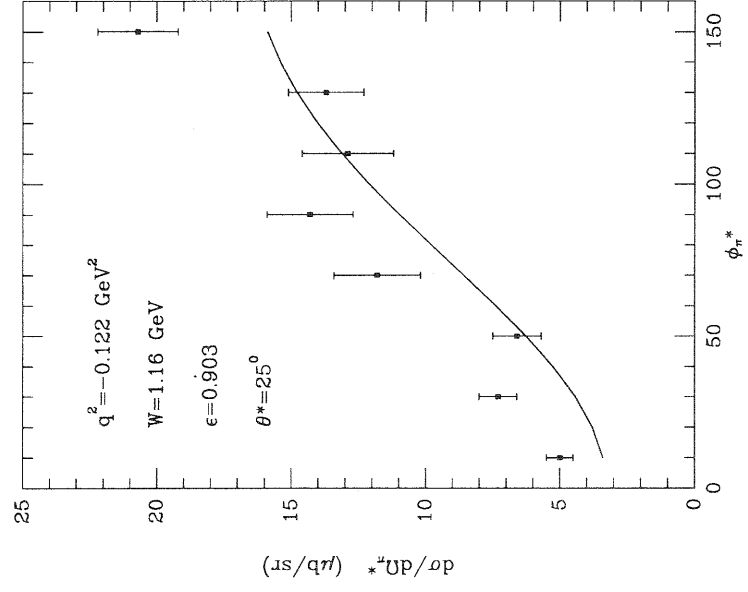


Fig.1.11 Dependencia azimutal de $d\sigma/d\Omega_\pi$ en el canal $e^-p \rightarrow e^-n\pi^+$ para $q^2 = -0.122 \text{ GeV}^2$, $W = 1.16 \text{ GeV}$ y $\theta_\pi = 25^\circ$.

La figura 1.12 muestra los resultados que obtenemos para otro canal de producción de piones: $e^-p \rightarrow e^-p\pi^0$. Los resultados experimentales son de la referencia [24]:

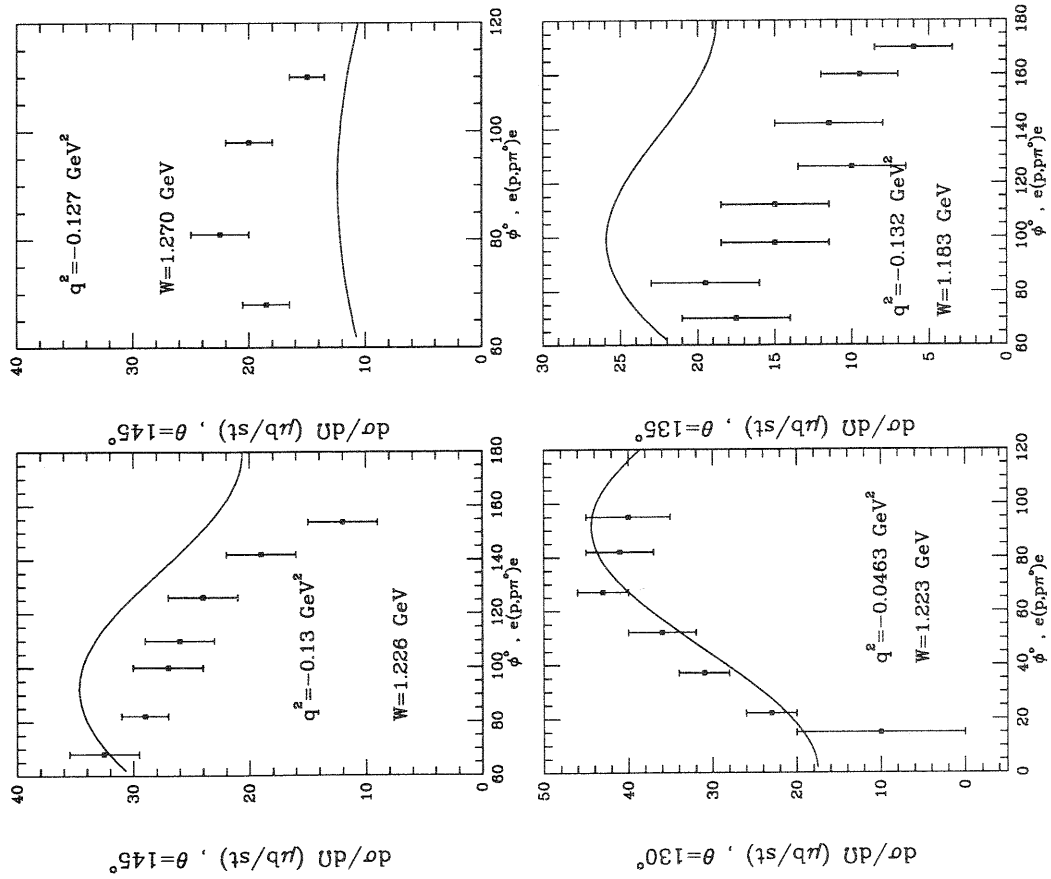


Fig.1.12 Dependencia azimutal de $d\sigma/d\Omega_\pi$ en el canal $e^-p \rightarrow e^-p\pi^0$ para diferentes valores de q^2 , W y θ_π

En figura 1.13 (última gráfica del capítulo) calculamos $d\sigma/d\Omega_\pi$ para la reacción $e^-p \rightarrow e^-n\pi^+$ fijando, en este caso, el ángulo azimutal y des-
glosándola en sus diferentes contribuciones.

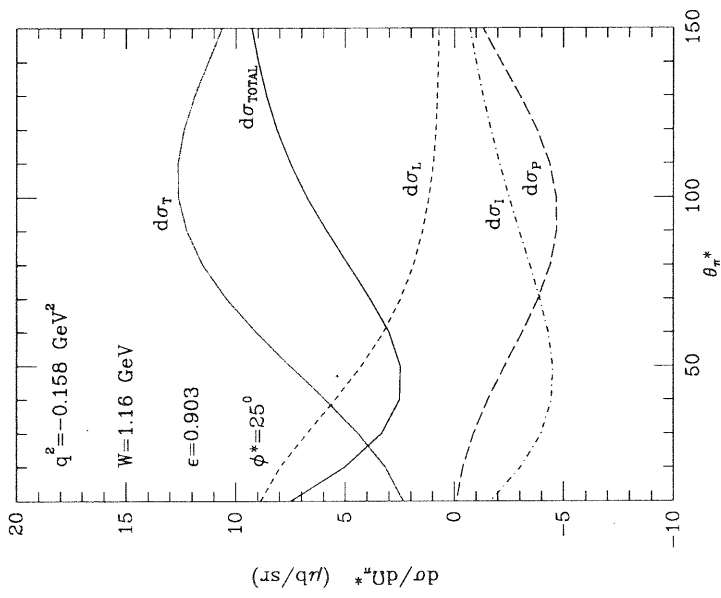


Fig.1.13 Dependencia en θ_π de $d\sigma/d\Omega_\pi$ y sus diferentes contribuciones

Capítulo 2

Dispersión de electrones por núcleos.

2.1 Ingredientes básicos para el cálculo en el medio nuclear.

Vamos a utilizar, en las secciones siguientes, técnicas propias de una Teoría Cuántica de N-cuerpos para trabajar en el medio nuclear. Conviene, entonces, que previamente hagamos una breve introducción a algunos rudimentos del formalismo. La referencia al libro de Fetter y Walecka ([33]) es obligada.

2.1.1 Propagadores en materia nuclear.

La función de Green del nucleón se define como

$$iG_{\alpha\beta}(x', x) = \langle \Psi_0 | T[\Psi_{\alpha_H}(x') \bar{\Psi}_{\beta_H}] | \Psi_0 \rangle \quad (2.1)$$

donde T representa el producto ordenado temporal de los campos, $|\Psi_0\rangle$ es el mar de Fermi correlacionado, normalizado, y $\Psi_{\alpha_H}(x)$ es el campo del nucleón con espín α , en la imagen de Heisenberg.

En teoría de perturbaciones, nos es necesaria la función de Green para un mar de Fermi sin interacción.

Gracias a la invariancia traslacional podemos definir:

$$iG_{\alpha\beta}(x', x) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} e^{-ip(x'-x)} iG_{\alpha\beta}(p) \quad (2.2)$$

donde $G_{\alpha\beta}(p)$, en un mar de Fermi sin interacción, viene dado por:

$$G_{\alpha\beta}^0(p) = \delta_{\alpha\beta} \left\{ \frac{1}{2E_p} \frac{(p' + m_N)}{p'_0 - E_p + i\epsilon} [1 - n_p] \right. \\ \left. + \frac{1}{2E_p} \frac{(p' + m_N)}{p'_0 - E_p - i\epsilon} n_p + \frac{1}{2E_p} \frac{(p'' - m_N)}{(p''_0 + E_p - i\epsilon)} \right\} \quad (2.3)$$

donde

$$\begin{aligned} p' &= (E_p, \vec{p}) \\ p'' &= (E_p, -\vec{p}) \\ n_p &= \Theta(k_F - |\vec{p}|) \end{aligned}$$

siendo Θ la función paso o de Heaviside y $E_p = \sqrt{M_N^2 + \vec{p}^2}$.

La reducción no relativista que usaremos generalmente es (omitiedo la parte de antipartícula en (2.3)):

$$G_0(p) = \frac{\Theta(|\vec{p}| - k_F)}{p^0 - E_p + i\epsilon} + \frac{\Theta(k_F - |\vec{p}|)}{p^0 - E_p - i\epsilon} \quad (2.4)$$

Esta ecuación nos dice que un nucleón físico sólo puede propagarse si está por encima de la superficie de Fermi $|\vec{p}| = k_F$, mientras que un *agujero* sólo lo puede hacer por debajo, en ausencia de interacción.

También es posible obtener la denominada representación de Lehman para el propagador completo del nucleón, a partir de la ec. (2.1) e intercambiando una base de vectores propios de la energía

$$G(p) = \int_{\mu}^{\infty} d\omega \frac{S_p(|\vec{p}|, \omega)}{p^0 - \omega + i\epsilon} + \int_{-\infty}^{\mu} d\omega \frac{S_h(|\vec{p}|, \omega)}{p^0 - \omega - i\epsilon} \quad (2.5)$$

donde

$$\int_{-\infty}^{\mu} d\omega S_h(\omega, |\vec{p}|) + \int_{\mu}^{\infty} d\omega S_p(\omega, |\vec{p}|) = 1 \quad (2.6)$$

siendo μ el potencial químico y, por tanto, independiente de $\vec{p}$.

Las funciones S_p y S_h (llamadas espectrales) representan la densidad de probabilidad de que un estado excitado del mar de Fermi con números cuánticos de nucleón y momento $\vec{p}$ tenga energía ω .

Para bosones en un medio nuclear también puede escribirse una relación de dispersión análoga a (1.5):

$$D(q) = \int_0^{\infty} d\omega \frac{B(|\vec{q}|, \omega)}{(q^0)^2 - \omega^2 + i\epsilon} \quad (2.7)$$

donde $B(|\vec{q}|, \omega) \geq 0$

$$\int_0^{\infty} d\omega B(|\vec{q}|, \omega) = 1$$

En el cálculo efectivo de propagadores la única modificación respecto del caso libre consiste en usar el propagador del nucleón en el medio nuclear

dado por (2.4) en lugar del propagador libre. El propagador de la delta es el mismo que el del caso libre porque no hay mar de Fermi de deltas; igual ocurre para el pion ya que no suponemos condensados de Bose. No obstante, tanto la delta como el pion adquieren una autoenergía en el medio debido a su interacción con el mar de Fermi de nucleones.

El conjunto de diagramas irreducibles da lugar a la autoenergía $\Sigma(p)$; la ecuación de Dyson correspondiente para el nucleón viene dada por:

$$G(p) = G_0(p) + G_0(p)\Sigma(p)G(p) \quad (2.8)$$

o, diagramáticamente

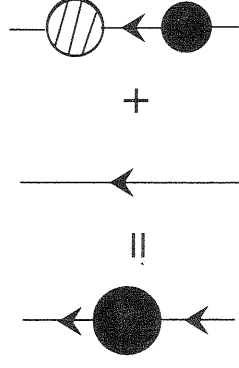


Fig.2.1

Análogamente para el pion

$$D(q) = D_0(q) + D_0(q)\Pi(q)D(q) \quad (2.9)$$

donde $D_0(q) = \frac{1}{(q^0)^2 - m_\pi^2 + i\epsilon}$, siendo m_π la masa del pion.

Resolviendo ambas ecuaciones

$$\begin{aligned} G^{-1}(p) &= p^0 - E_p - \Sigma(p) \\ D^{-1}(q) &= (q^0)^2 - \omega_\pi^2(\vec{q}) - \Pi(q) \end{aligned} \quad (2.10)$$

siendo $\omega_\pi(\vec{q}) = \sqrt{\vec{q}^2 + m_\pi^2}$ la energía del pion real.

A partir de la primera de las ecuaciones (2.10), la autoenergía $\Sigma(p)$ se interpreta como la modificación del medio a la energía física de la partícula. La parte real implica un desplazamiento respecto de E_p lo que equivale a un potencial atractivo o repulsivo sobre la partícula, un potencial no local y dependiente de la energía.

La parte imaginaria implica la no conservación del número de partículas de acuerdo con

$$N(t) \propto \left| e^{-it(E_p + \Sigma(p))} \right|^2 = e^{-t\Gamma(p)} \quad (2.11)$$

de modo que la relación (no relativista) entre la anchura y la autoenergía para fermiones se expresa como:

$$\Gamma(p) = -2Im\Sigma(p) \quad (\text{para fermiones}) \quad (2.12)$$

Análogamente, para bosones:

$$\Gamma(q) = -\frac{1}{2|q^0|} 2Im\Pi(q) \quad (\text{bosones}) \quad (2.13)$$

2.1.2 Interacción efectiva entre bariones en un medio nuclear en el canal espín-isospín.

Nos hemos propuesto en este capítulo 2 de la memoria estudiar las zonas de la resonancia Δ y del *dip* descritas en la introducción. Microscópicamente, las excitaciones de piones reales y virtuales y de la resonancia Δ , dominan completamente el proceso inclusivo $eA \rightarrow e'X$. Estas excitaciones seleccionan de modo automático el canal de espín-isospín $T = S = 1$ de la interacción entre bariones (nucleones y Δ 's). Por esta razón, en esta sección vamos a describir el modelo para la interacción en el canal de espín-isospín $T = S = 1$ que puede encontrarse en la referencia [35] y que, esencialmente, consiste en tener en cuenta el intercambio de un pión, un mesón ρ y correcciones de corto alcance para el intercambio múltiple de piones y mesones más pesados.

El potencial debido al intercambio de un pión,

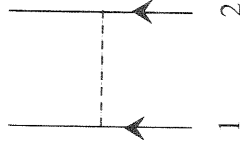


Fig.2.2

viene dado por [32]

$$-i\tilde{V}_\pi(q) = \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi}\right)^2 \bar{\sigma}_1(-\vec{q})(\vec{\sigma}_2\vec{q})(\vec{\tau}_1\vec{\tau}_2)iD_\pi(q) \quad (2.14)$$

La parte matricial se puede factorizar obteniéndose un potencial del tipo:

$$\tilde{V}_\pi(q) = \sigma_1^i \sigma_2^j \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2 \frac{f_{\pi NN}^2}{m_\pi^2} V_{ij}^\pi(q) \quad (2.15)$$

$$V_{ij}^\pi(q) = F_\pi^2(q^2) \vec{q}^2 D_\pi(q) \hat{q}_i \hat{q}_j$$

donde $\Lambda_\pi \sim 1250 MeV$ y $F_\pi = \frac{\Lambda_\pi^2 - m_\pi^2}{\Lambda_\pi^2 - q^2}$

El intercambio simultáneo de dos piones está fuertemente dominado en el canal ($J^P = 1^-, T = 1$) por el mesón ρ , como se indica en la figura

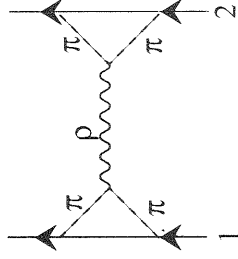


Fig.2.3

El potencial debido al intercambio de un mesón ρ , viene dado por

$$\tilde{V}_\rho(q) = \sigma_1^i \sigma_2^j \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2 \frac{f_{\pi NN}^2}{m_\pi^2} V_{ij}^\rho(q) \quad (2.16)$$

con

$$V_{ij}^\rho(q) = C_\rho F_\rho^2(q^2) \vec{q}^2 D_\rho(q) (\delta_{ij} - \hat{q}_i \hat{q}_j) \quad (2.17)$$

donde $D_\rho(q) = \frac{1}{q^2 - m_\rho^2 + i\epsilon}$, es el propagador del ρ siendo $C_\rho = \frac{f_\rho^2/m_\rho^2}{f_{\pi NN}^2/m_\pi^2} \sim 2$.

Y, al igual que para el pión, elegimos un factor de forma monopolar,

$$F_\rho(q^2) = \frac{\Lambda_\rho^2 - m_\rho^2}{\Lambda_\rho^2 - q^2} \quad (2.18)$$

con $\Lambda_\rho \simeq 2500 MeV$.

De acuerdo con esto, V_{ij}^π es longitudinal ($\hat{q}_j V_{ij}^\pi \propto \hat{q}_i$), mientras que V_{ij}^ρ es transversal ($\hat{q}_j V_{ij}^\rho = 0$). Ambas partes son ortogonales.

El otro ingrediente a incluir son las correlaciones de corto alcance. Para dar cuenta de ellas se introduce un término del tipo $\frac{f_{\pi NN}^2}{m_\pi^2} g'(\vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2)(\vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2)$, denominado en ocasiones corrección de Lorentz-Lorentz, donde g' tendría un valor clásico o "mínimo" de $1/3$ para cancelar un término de contacto que aparece en el potencial para el intercambio de un pión. El valor aceptado para esta magnitud es $g' \sim 0.6$, obtenido a partir del análisis de propiedades magnéticas nucleares [36].

De este modo, y si separamos la parte matricial $\frac{f_{\pi NN}^2}{m_\pi^2} \sigma_1^i \sigma_2^j \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2$, la interacción de espín-isospín (tras incluir correlaciones en la parte transversal) tiene la forma

$$V_{ij}(q) = V_l(q) \hat{q}_i \hat{q}_j + V_t(q) (\delta_{ij} - \hat{q}_i \hat{q}_j) \quad (2.19)$$

$$V_l(q) = V_\pi(q) + g_l'(q)$$

$$V_t(q) = V_\rho(q) + g_t'(q)$$

donde

$$V_\pi(q) = \vec{q}^2 \vec{F}_\pi^2(q^2) D_\pi(q)$$

$$V_\rho(q) = C_\rho \vec{q}^2 F_\rho^2 D_\rho(q)$$

y utilizando el modelo de la referencia [26] (vid [32])

$$\begin{cases} g_l' = -(\vec{q}^2 + \frac{1}{3} q_c^2) \vec{F}_\pi^2 \bar{D}_\pi - \frac{2}{3} C_\rho q_c^2 \vec{F}_\rho^2 \bar{D}_\rho \\ g_t' = -\frac{1}{3} q_c^2 \vec{F}_\pi^2 \bar{D}_\pi - (\vec{q}^2 + \frac{2}{3} q_c^2) C_\rho \vec{F}_\rho^2 \bar{D}_\rho \end{cases} \quad (2.20)$$

donde $\vec{F}$ y $\bar{D}$ se obtienen de F y D cambiando $\vec{q}^2$ por $\vec{q}^2 + q_c^2$, siendo $q_c \simeq m_\omega \simeq 783 \text{ MeV}$, por tanto m_ω^{-1} define el alcance de estas correlaciones. Podemos comprobar que cuando $|\vec{q}| \ll q_c$, $g_l' \simeq g_t' \simeq 0.6$. El origen físico de esta g' no es del todo claro: por un lado, simula en cierta forma potenciales NN de tipo *hard-core*. Por otro lado, en modelos de intercambio múltiples de mesones, g' simula el intercambio de mesones más pesados que π 's y ρ 's.

Finalmente, si queremos utilizar la interacción efectiva de espín-isospín en un diagrama, aplicaremos las siguientes reglas:

- Escribir el valor del diagrama mediante las reglas de Feynman poniendo sólo piones para el potencial de espín-isospín

- Factorizar la parte matricial de modo que quede en términos de V_{ij}^π
- Sustituir $V_{ij}^\pi(q)$ por $V_{ij}(q)$ completo.
- Si estamos considerando interacciones del tipo $\Delta N \rightarrow NN$, $NN \rightarrow \Delta N$, $\Delta N \rightarrow N\Delta$ y $\Delta\Delta \rightarrow NN$, lo dicho anteriormente es aplicable sustituyendo $(f_{\pi NN}/m_\pi)\sigma\tau \rightarrow (f^*/m_\pi)ST$ ó $(f^*/m_\pi)S^\dagger T^\dagger$ en $\hat{V}_\pi$ y $\hat{V}_\rho$.

Llegados a este punto, todavía no habíamos hecho mención al medio nuclear: no sólo debemos correlacionar el pión cuando se intercambia entre dos bariones sino también permitir su interacción con el medio durante su propagación. De este modo, obtenemos su interacción *polarizada*. En la figura 2.4(a) mostramos V_{ij} , en (b) la interacción polarizada a primer orden y en (c) en órdenes superiores.

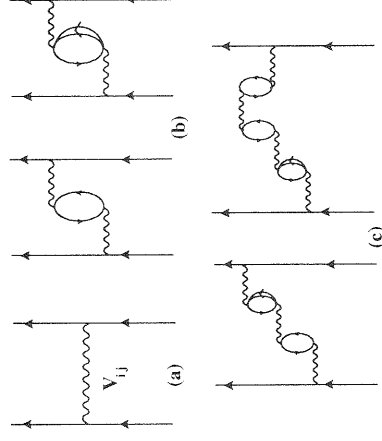


Fig. 2.4

$$\begin{aligned} \tilde{W}_{\sigma\tau} = & \sigma_1^i \sigma_2^j \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2 \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2 V_{ij}(q) + \\ & \sigma_1^i \sigma_2^j \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2 \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2 \left[V_{ik} \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2 U(q) V_{kj}(q) \right] + \\ & \sigma_1^i \sigma_2^j \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2 \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2 \left[V_{ik} \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2 U(q) V_{km}(q) \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2 U(q) V_{mj}(q) \right] + \dots \end{aligned} \quad (2.21)$$

los nucleones sencillamente reparte esa sección eficaz en diferentes canales. Este último punto será objeto de estudio en el Capítulo 4.

2.3 Expresión de la sección eficaz: las funciones de respuesta nucleares.

Consideremos el proceso $e^- A \rightarrow e^- X$ en la aproximación de intercambio de un fotón (primer orden de teoría de perturbaciones). Su expresión diagramática es la correspondiente a:

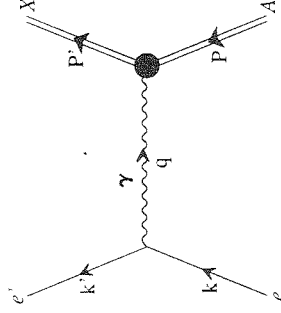


Fig.2.5

donde:

A: sistema hadrónico inicial

X: sistema hadrónico final

El cuadrimomento del fotón intercambiado $q = (\omega, \vec{q}) = k - k'$, está fijado por los cuadrimomentos de los electrones incidente y dispersado, $k = (E_n, \vec{k})$ y $k' = (E'_{out}, \vec{k}')$ respectivamente.

La cinemática del blanco (un núcleo, en el caso que nos ocupa) está descrita por el cuadrimomento $P = (E, \vec{P})$ en el estado inicial. El proceso inclusivo, en el que sólo se detecta el electrón dispersado, lo obtenemos integrando y sumando sobre los momentos hadrónicos para todos los posibles canales de desintegración.

Por otro lado, debido a la conservación del momento y dado que realizamos la suma sobre todos los estados finales en el sistema hadrónico, hay únicamente dos cantidades independientes; éstas pueden ser, por ejemplo, ω y $|\vec{q}|$.

Si recordamos la expresión 1.14, la sección eficaz diferencial para nuestro proceso en el sistema laboratorio del núcleo, puede ser escrita como:

2.2. PREÁMBULO: PROCESOS QUE CONTRIBUYEN A LA SECCIÓN EFICAZ INCLUSIVA DE DISPERSIÓN DE ELECTRONES.

donde $U(q)$ es la función de Lindhard, $U(q) = U_N(q) + U_\Delta(q)$ que definiremos más adelante. Utilizando el hecho de que $\hat{q}_i \hat{q}_j$ y $(\delta_{ij} - \hat{q}_i \hat{q}_j)$ son los proyectores ortogonales sobre la parte longitudinal y transversal de la interacción podemos realizar la suma en la anterior ecuación, obteniendo:

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\sigma\tau} &= \sigma_1^i \sigma_2^j \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2 \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2 W_{ij}(q) \\ W_{ij} &= \frac{V_i(q)}{1 - U(q)V_i(q) \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)} \hat{q}_i \hat{q}_j + \\ &\quad \frac{V_i(q)}{1 - U(q)V_i(q) \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)} \frac{V_i(q)}{1 - U(q)V_i(q) \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)} 2(\delta_{ij} - \hat{q}_i \hat{q}_j) \end{aligned} \quad (2.22)$$

expresión en la que se refleja la renormalización que sufre la interacción NN en el seno del medio nuclear.

2.2 Preámbulo: procesos que contribuyen a la sección eficaz inclusiva de dispersión de electrones.

En el rango de energías en el que trabajamos, los fotones virtuales al interactuar con el núcleo van a propiciar diferentes procesos:

i) $\gamma^*(N, N') \rightarrow N, \gamma^* NN \rightarrow NN, \dots$: absorción del fotón virtual por nucleones. Este proceso (a diferencia del caso de fotones reales) puede ser llevado a cabo por un nucleón y su importancia varía dependiendo de la zona de energías en la que nos situemos: apreciable en la zona del *dip* y de la resonancia Δ y decisiva (por motivos obvios) en la zona del pico cuasielástico.

ii) $\gamma^*(N, N')\pi^\lambda$: corresponde a la fotoproducción (electroproducción) de piones a través de los mecanismos detallados en el capítulo anterior.

Los piones, a su vez, una vez producidos pueden ser absorbidos en su propagación hasta la superficie nuclear o propiciar reacciones *cuasielásticas* (es decir, del tipo (π, π')) en las que el pion cede parte de su energía al núcleo.

Pero, y como es nuestro objetivo en este y en el siguiente capítulo para el cálculo de la sección eficaz inclusiva (es decir, aquélla en la que sólo se detecta el electrón dispersado) no nos preocupa cuál sea el destino final del pión o de los nucleones *emitidos*. La interacción final de los piones y de

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega'dE'} = \frac{\alpha^2}{q} \frac{|\vec{k}'|}{|\vec{k}|} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} \quad (2.23)$$

donde $L^{\mu\nu}$ y $W^{\mu\nu}$ corresponden a los tensores hadrónico y leptónico respectivamente:

$$L^{\mu\nu} = 2(k'^\mu k'^\nu + k'^\nu k'^\mu + \frac{1}{2}q^2 g^{\mu\nu})$$

$$W^{\mu\nu} = \sum_s \sum_{s'} \sum_x \int \frac{d^3 p'_f}{(2\pi)^3 2E'_f} (2m_f^F)^3 \times \quad (2.24)$$

$$\delta^4(P + q - P') < X | J^\mu | A > < X | J^\nu | A >^*$$

con

$$P' = \sum_f p'_f$$

y el subíndice f recorre las partículas finales. El factor $(2m_f^F)$ que aparece hace referencia a los fermiones finales.

Debido a la contracción con el tensor simétrico $L^{\mu\nu}$ (lo que supone la cancelación de la parte antisimétrica de $W^{\mu\nu}$), a la suma realizada sobre los grados de libertad de espín y a su propia naturaleza tensorial, $W^{\mu\nu}$ podría ser expresado como combinación simétrica de los cuadvectores q^μ y P^μ , o bien, alternativamente, podemos utilizar q^μ y V^μ , estando éste último definido como:

$$V^\mu = \frac{1}{M_A} \left(P^\mu - \frac{q \cdot P}{q^2} q^\mu \right) \quad (2.25)$$

(es conveniente el uso de V^μ , puesto que se verifica que $q_\mu V^\mu = 0$). Es decir,

$$W^{\mu\nu} = \widetilde{W}_1 g^{\mu\nu} + \widetilde{W}_2 V^\mu V^\nu + \widetilde{W}_3 q^\mu q^\nu + \widetilde{W}_4 (q^\mu V^\nu + V^\mu q^\nu) \quad (2.26)$$

donde $\widetilde{W}_i = \widetilde{W}_i(q^2, q \cdot P)$, $i = 1, 2, 3, 4$ (recordemos que tenemos dos cantidades escalares en nuestro problema). Por otro lado, y si suponemos invariancia gauge en el modelo que utilizamos para el cálculo del tensor hadrónico (aspecto en el que profundizaremos en un posterior capítulo), es necesario imponer que $q_\mu W^{\mu\nu} = 0$.

Considerando invariancia gauge es posible encontrar una serie de relaciones entre los coeficientes funcionales ($\widetilde{W}_i$) anteriores, lo que nos permite reducir a dos el número de funciones de respuesta independientes. De hecho, podemos expresar el tensor hadrónico como sigue:

$$W^{\mu\nu} = \left(\frac{q^\mu q^\nu}{q^2} - g^{\mu\nu} \right) W_1(q^2, q \cdot P) + \left(P^\mu - \frac{P \cdot q}{q^2} q^\mu \right) \left(P^\nu - \frac{P \cdot q}{q^2} q^\nu \right) \frac{W_2(q^2, q \cdot P)}{M_A^2} \quad (2.27)$$

Haciendo, pues, la contracción con el tensor leptónico, recordando que que $q_\mu L^{\mu\nu} = 0$ y considerando el límite relativista ($m_e \rightarrow 0$), obtenemos la siguiente expresión para la sección eficaz diferencial en términos de W_1 y W_2 :

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega'dE'} = \frac{\alpha^2}{4E_e^2 \sin^4(\theta/2)} \{ 2 \sin^2(\theta/2) W_1 + \cos^2(\theta/2) W_2 \} \quad (2.28)$$

donde θ es el ángulo de dispersión del electrón y E_e , la energía del electrón incidente.

Si ahora consideramos como sistema de referencia aquél en el que el núcleo está en reposo y escogemos como eje z el correspondiente a la dirección del fotón mediador, podemos comprobar fácilmente que:

$$W^{xx} = W^{yy} = W_1$$

$$W^{zz} = \frac{\omega^2}{q^2} \left(W_1 + \frac{|\vec{q}|^2}{q^2} W_2 \right) \quad (2.29)$$

$$W^{ij} = 0 \quad (i \neq j) \quad i, j = 1, 2, 3$$

Definimos ahora las funciones de respuesta nucleares longitudinal y transversal, W_L y W_T :

$$W_L = -\frac{q^2}{\omega^2} W^{zz} = -\frac{q^2}{|\vec{q}|^2} W^{00} \quad (2.30)$$

$$W_T = W^{xx}$$

Sustituyendo esta expresiones en la correspondiente a la sección eficaz del proceso resulta:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega' dE'} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Mott} \left(-\frac{q^2}{|\vec{q}|^2} \right) \left\{ W_L(\omega, |\vec{q}|) + \frac{W_T(\omega, |\vec{q}|)}{\epsilon} \right\} \quad (2.31)$$

con

$$q^2 = \omega^2 - |\vec{q}|^2$$

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{Mott} = \frac{\alpha^2 \cos^2(\theta/2)}{4E_e^2 \sin^4(\theta/2)} \quad (2.32)$$

$$\epsilon = \frac{1}{1 - 2\frac{|\vec{q}|^2}{q^2} t g^2(\theta/2)}$$

El objetico marcado será, pues, el cálculo de las funciones de respuesta W_L y W_T utilizando técnicas de teoría cuántica de N cuerpos.

Nuestro punto de partida será la autoenergía del electrón en el medio correspondiente al siguiente diagrama:

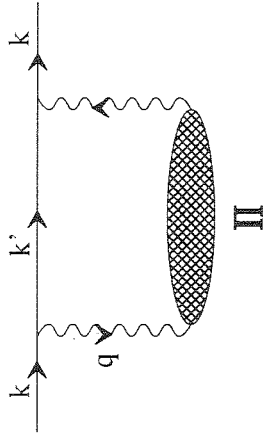


Fig.2.6

La expresión de dicha autoenergía, incluyendo cuadriespinores de Dirac, es:

$$\Sigma_r(k) = i\epsilon^2 \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \bar{u}_r(k) \gamma_\mu \frac{(\not{k}' + m_e)}{k'^2 - m_e^2 + i\epsilon} \gamma_\nu u_r(k) \frac{\Pi_\gamma^{\mu\nu}(q)}{(q^2 + i\epsilon)^2} \quad (2.33)$$

donde $\Pi_\gamma^{\mu\nu}$ corresponde a la energía del fotón. Si realizamos un promedio sobre los grados de libertad de espín, obtenemos:

$$\Sigma(k) = \frac{i\epsilon^2}{2m_e} \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{L_{\mu\nu} \Pi_\gamma^{\mu\nu}(q)}{q^4} \frac{1}{(k'^2 - m_e^2 + i\epsilon)} \quad (2.34)$$

Como estamos interesados en la parte imaginaria de esta autoenergía, que se obtiene "cortando" $\Pi^{\mu\nu}$ y la línea del electrón y que, como veremos más adelante, está relacionada con la sección eficaz de nuestro proceso, vamos a hacer uso de las reglas de Cutkosky, lo que implica hacer las sustituciones siguientes:

$$\Sigma(k) \rightarrow 2iIm\Sigma(k)\Theta(k^0)$$

$$\Xi(k') \rightarrow 2iIm\Xi(k')\Theta(k'^0) \quad (2.35)$$

$$\Pi^{\mu\nu}(q) \rightarrow 2iIm\Pi^{\mu\nu}(q)\Theta(q^0)$$

donde

$$\Xi(k') = \frac{1}{k'^2 - m_e^2 + i\epsilon} \quad (2.36)$$

y Θ es la función de Heaviside. Si así lo hacemos, obtenemos la expresión:

$$Im\Sigma(k) = \frac{2\pi\alpha}{m_e} \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \left(Im\Pi_\gamma^{\mu\nu} L_{\mu\nu}(k, k') \right) \frac{1}{q^4} \frac{1}{2E_e(k')} \Theta(q^0) \quad (2.37)$$

con $q^0 = k^0 - E_e(k')$ y $\vec{k}' = \vec{k} - \vec{q}$.

2.3.1 Relación entre la sección eficaz y la parte imaginaria de la autoenergía: la aproximación de densidad local.

Como consecuencia de la unitariedad de la matriz de dispersión es posible deducir que la anchura de desintegración (Γ) de una partícula es proporcional a la parte imaginaria de su autoenergía, tal y como vimos en las expresiones (2.12) y (2.13) *.

La contribución a la sección eficaz de un elemento de volumen d^3r , será:

$$\Gamma(k) dtdS = -\frac{2m}{|\vec{k}|} Im\Sigma d^3r \quad (2.38)$$

siendo dS el elemento de superficie y dt , el diferencial de tiempo, de modo que

$$\sigma = \int d^3r \frac{2m}{|\vec{k}|} Im\Sigma(k, \rho(\vec{r})) \quad (2.39)$$

*Para fermiones relativistas $\Gamma = -2\frac{m}{p_f} Im\Sigma$.

donde hemos hecho uso de la aproximación de densidad local (LDA), $\rho \rightarrow \rho(\vec{r})$. La aproximación LDA desprecia el rango finito de la interacción. Sin embargo, para reacciones electro-(foto)nucleares que son sensibles a todo el volumen nuclear y no sólo a la superficie del núcleo, como ocurre en el caso de procesos hadrónicos, se puede demostrar [20] que tener en cuenta el rango finito de la interacción proporciona resultados equivalentes a los obtenidos mediante LDA.

La expresión (2.39) permite, entonces, obtener la sección eficaz en cualquier núcleo con sólo conocer la autoenergía del fotón virtual ($Im\Pi_\gamma^{\mu\nu}$) en materia nuclear y la correspondiente densidad nuclear. Cuando se integra en volumen se supone que no hay pérdida de flujo de fotones ni efectos de distorsión en el *recorrido* nuclear, lo que está justificado por el hecho de que estamos trabajando con secciones eficaces electromagnéticas. De cualquier modo, los datos experimentales sobre estos procesos están ya corregidos de la distorsión de Coulomb.

Utilizando esta relación podemos obtener la siguiente expresión para la sección eficaz diferencial del proceso que nos ocupa:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega'dE'} = -\frac{\alpha}{q^4} \frac{|\vec{k}'|}{|\vec{k}|} \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^3r \left(Im\Pi_\gamma^{\mu\nu} L_{\mu\nu} \right) \quad (2.40)$$

A partir de la relación anterior se sigue:

$$W^{\mu\nu} = -\frac{1}{\pi e^2} \int d^3r \frac{1}{2} (Im\Pi^{\mu\nu} + Im\Pi^{\nu\mu}) \quad (2.41)$$

De modo que, recordando el sistema de referencia que habíamos introducido con anterioridad, la relación con las funciones de respuesta longitudinal y transversal es:

$$\begin{aligned} W_L &= -\frac{q^2}{\pi e^2 |\vec{q}|^2} \int d^3r Im\Pi^{00}(q, \rho(\vec{r})) \\ W_T &= -\frac{1}{\pi e^2} \int d^3r Im\Pi^{xx}(q, \rho(\vec{r})) \end{aligned} \quad (2.42)$$

2.3.2 Construcción de los diagramas de autoenergía del fotón: sistemática.

Para el cálculo de la parte imaginaria de la autoenergía del fotón, debemos considerar los diferentes procesos que pueden contribuir en el rango

de energías que nos ocupa: para valores pequeños de la energía transferida al núcleo ω (zona del pico cuasielástico, vid fig.0.1), el proceso dominante es la absorción del fotón virtual por un nucleón o excitación de una partícula-agujero, aunque también son posibles procesos de excitación de dos partículas-dos agujeros. Conforme aumentamos ω , entramos en la zona de producción un pión (fuertemente dominada por la excitación de la resonancia $\Delta(1232)$) y, finalmente, en la zona de altas energías en nuestro rango, se abren los canales de producción de dos piones.

Dado que el canal de absorción del fotón por un nucleón será discutido con detalle en el capítulo 3, comencemos la construcción de los diagramas de autoenergía del fotón incorporando el canal de producción de un pión (γ^*, π):

Para ello, debemos considerar todos los diagramas del modelo elemental (γ^*, π) así como los correspondientes (π, γ^*) y con ellos construir un diagrama de autoenergía como el que se muestra en la figura 2.7.

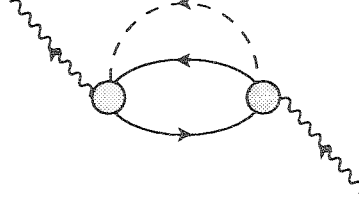


Fig.2.7

Donde el círculo sombreado simboliza cualquiera de los términos de la amplitud elemental (Fig.1.2).

Si "cortamos" en la figura las líneas de la partícula, el agujero y el pión simultáneamente utilizando las reglas de Cutkosky (lo que equivaldría a poner "sobre la capa de masas" los dos nucleones y el pión), estaríamos considerando la contribución a la sección eficaz, del canal $\gamma^* N \rightarrow \pi N$. Supongamos ahora que quisiéramos introducir los procesos de absorción de fotones por dos nucleones. Si en el diagrama 2.7 permitimos que el pión excite una partícula-agujero, siguiendo una imagen clásica de la re-normalización del pión en el medio nuclear [31], obtenemos el conjunto de diagramas que representamos genéricamente en la figura 2.8:

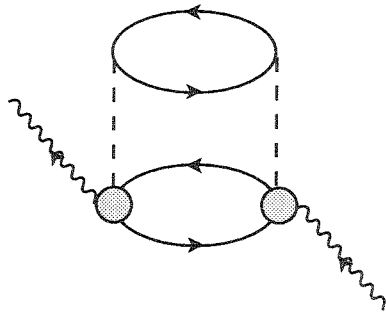


Fig. 2.8

De este modo, cuando las dos excitaciones *ph* son puestas *on-shell*, hemos introducido un canal de absorción del fotón virtual por dos nucleones. En este último proceso hemos de ser cuidadosos: uno de los diagramas que aparecen es el que se muestra en la figura

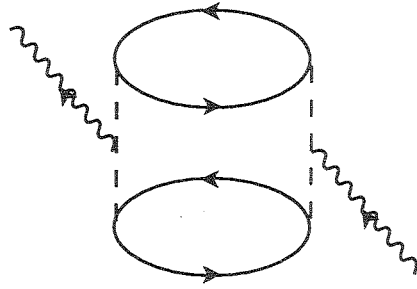


Fig. 2.9

Este diagrama es simétrico por lo que, de acuerdo con las reglas de Feynman, le corresponde un factor $1/2$.

2.4 Diagramas de electroproducción de piones.

En el apéndice B (fig.b.1), se muestran algunos de los 36 diagramas representados por la figura 2.7.

La expresión genérica de la correspondiente autoenergía viene dada por:

$$\Pi_{NN'}^{\mu\nu}(q) = i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} 2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{n_N(p)[1 - n_{N'}(p + q - k)]}{q^0 - k^0 + E(p) - E(p + q - k) + i\epsilon} \times D_\pi(k) \frac{1}{2} T_\tau^{Spin}(T^\mu T^{\nu\dagger})_{NN'} \quad (2.43)$$

siendo T^μ y $T^{\nu\dagger}$, cualquiera de las amplitudes elementales $\gamma^* N \rightarrow \pi N$; $D_\pi(k)$, el propagador del pión libre:

$$D_\pi(k) = \frac{1}{k^2 - m_\pi^2 + i\epsilon} \quad (2.44)$$

$n(\vec{p})$ representa el número de ocupación y $E(\vec{p}) = \sqrt{\vec{p}^2 + M_N^2}$ la energía del nucleón.

Si en $T_\tau^{Spin}(T^\mu T^{\nu\dagger})_{NN'}$ consideramos un momento del nucleón promedio ($\langle |\vec{p}| \rangle = \sqrt{\frac{3}{5}} k_F$ y cuya dirección la tomaremos ortogonal a la del fotón virtual. Esta aproximación supone un error inferior al 5% en el resultado final), podemos factorizar la función de Lindhard $\bar{U}(q - k)^\dagger$. Si hacemos uso de las reglas de Cutkosky para evaluar la contribución del canal de producción de un pión a la parte imaginaria de la autoenergía, obtenemos:

$$Im\Pi^{\mu\nu} = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} Im\bar{U}_{NN'}(q - k) \frac{1}{2\omega(\vec{k})} \theta(q^0 - \omega(\vec{k})) \times \times \frac{1}{2} T_\tau^{Spin}(T^\mu T^{\nu\dagger})_{NN'} \Big|_{k^0 = \omega(\vec{k})} \quad (2.46)$$

siendo $\omega(\vec{k}) = \sqrt{m_\pi^2 + \vec{k}^2}$ la energía del pión. Hemos tenido en cuenta que en la aplicación de las reglas de Cutkosky, la función de Lindhard es tratada como un propagador. Es decir, hemos realizado la sustitución $\bar{U}_{NN'} \rightarrow 2iIm\bar{U}_{NN'}$. Podemos comprobar que, a partir de la ecuación 2.46 y considerando $\bar{U}(q) \simeq -\pi \rho_N \delta\left(q^0 - \frac{q^2}{2M_N}\right)$, se deduce fácilmente la

[†]Definida, para materia nuclear simétrica, como

$$\bar{U}_{rs}(q - k) = 2 \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{n_r(\vec{p})[1 - n_s(\vec{p} + \vec{q} - \vec{k})]}{q^0 - k^0 + E(\vec{p}) - E(\vec{p} + \vec{q} - \vec{k}) + i\epsilon} \quad (2.45)$$

donde los índices r y s corresponden a protones o neutrones.

aproximación de impulso: $\sigma = \sigma_{\gamma^* p} Z + \sigma_{\gamma^* n} N$, siendo $\sigma_{\gamma^* N}$ la sección eficaz elemental sobre nucleón de electroproducción de piones y Z, N , los números de protones y neutrones, respectivamente.

2.4.1 La pieza de excitación de la $\Delta(1232)$ y su relevancia. Estudio detallado.

Al igual que en las reacciones pión-núcleo y fotón (real)-núcleo, el diagrama correspondiente a la excitación de la $\Delta(1232)$, tiene una importancia decisiva en la descripción de los procesos que nos ocupan en las zonas del *dip* y (evidentemente) de la delta.

Por ello es necesario que, en nuestros cálculos, utilicemos un adecuado tratamiento de las propiedades de la Δ en el medio nuclear: al igual que en el caso de fotones reales en [20], hacemos uso del exhaustivo estudio realizado en [37] adoptando los resultados obtenidos en dicho artículo para nuestras diversas cinemáticas. El significado diagramático de esta pieza es:

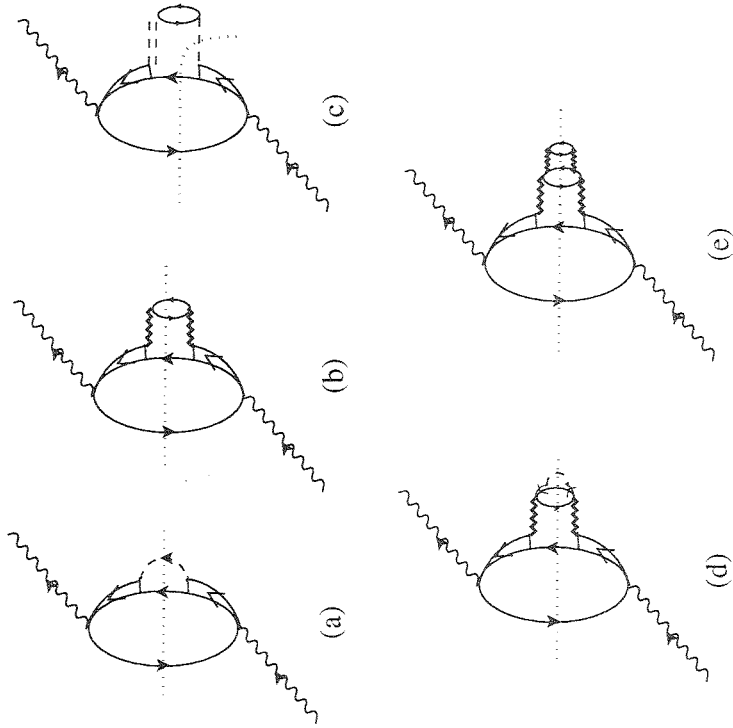


Fig.2.10

La línea quebrada (que conecta la delta con la partícula-agujero en la figura (2.10.b), por ejemplo) representa la interacción inducida construida a partir de la interacción espín-isospín a la que hacíamos referencia al final de la subsección 2.1.2. La línea simple discontinua en la figura (2.10.c) representa el intercambio de un pión, mientras que la doble línea discontinua de la misma figura, representa la interacción V_I . El corte (a) contribuiría a la sección eficaz en el canal (γ^*, π) ; el (b), a la absorción del fotón por dos nucleones; el (c) a correcciones del canal (γ^*, π) cuando se pone *on-shell* el pión (en el intercambio de piones incluido como parte de la interacción inducida); el (d) contribuye a la excitación del $2p1\pi$ y, finalmente, el corte (e), a la absorción de un fotón por tres nucleones.

La expresión genérica de la contribución de estos diagramas es la dada por:

$$\begin{aligned}
 Im\Pi_{\Delta}^{\mu\nu} = & \sum_{i,j} |c_{ij}|^2 \frac{f_{\gamma}^2(q^2)}{m_{\pi}^2} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} n_i(p) \Lambda_m^{\mu}(p, q) \Lambda_l^{\nu}(p, q) \\
 & \times Tr \left((\vec{S}^i \times \vec{q}_{cm})^m (\vec{S} \times \vec{q}_{cm})^l \right) \frac{s}{M_{\Delta}^2} \times \\
 & \times \frac{Im\Sigma_{\Delta}^j(p+q) - \frac{\bar{\Gamma}}{2}(p+q)}{\left[\sqrt{s} - M_{\Delta} + i \frac{\bar{\Gamma}(s)}{2} - \Sigma_{\Delta}(s) \right]^2}
 \end{aligned} \quad (2.47)$$

donde $\Lambda_m^{\mu}(p, q)$ corresponde a los elementos de la matriz del *boost* de Lorentz que realiza la transformación al sistema donde $\vec{q} + \vec{p} = \vec{p}_{\Delta} = \vec{0}$ (sistema de Δ en reposo, cm del sistema $\gamma^* N$); es decir, $\Lambda_m^{\mu}(q, p)$ es tal que $q^{\mu} = \Lambda_m^{\mu} q_{cm}^{\mu}$; $|C_{ij}| = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \delta_{ij} + \frac{2}{9} \delta_{i,j+1} + \frac{2}{9} \delta_{i,j-1}$, $s = (p+q)^2$, $\bar{\Gamma}$ es la anchura de la Δ modificada por el bloque de Pauli (da cuenta del diagrama del 2.10.a) y Σ_{Δ} es la autoenergía de la Δ calculada en la referencia [37].

En esta última, se da una parametrización de Σ_{Δ} como una función de la densidad. Para el caso de la parte imaginaria:

$$Im\Sigma_{\Delta} = - \{ C_Q(\rho/\rho_0)^{\alpha} + C_{A_2}(\rho/\rho_0)^{\beta} + C_{A_3}(\rho/\rho_0)^{\gamma} \} \quad (2.48)$$

donde $C_Q, C_{A_2}, C_{A_3}, \alpha, \beta$ y γ dependen de la energía.

Esta separación explícita es muy útil puesto que C_Q está relacionado con el canal (γ^*, π) de las figuras 2.10.c y 2.10.d, mientras que C_{A_2} y C_{A_3}

están relacionados con los canales de absorción de dos (figura 2.10.b) y tres cuerpos (figura 2.10.e), respectivamente. Por tanto, no sólo podemos evaluar la contribución global de la pieza de la Δ a la sección eficaz, sino también separar dicha contribución en los diferentes canales de reacción.

En cuanto a la parte real de la autoenergía, hay que añadirle una corrección: la proveniente de la iteración de la excitación de la Δ mediante la interacción inducida Δh , tal y como se muestra en la figura:

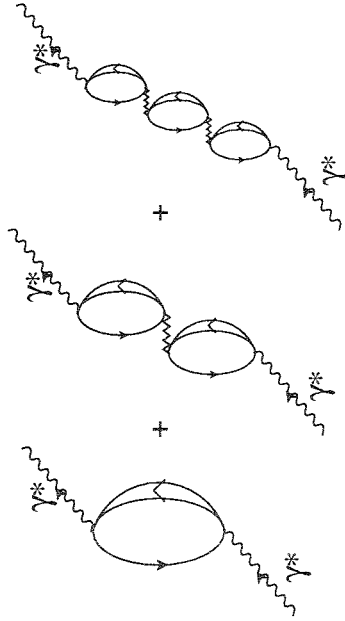


Fig.2.11

Es fácil comprobar que estos términos se pueden tener en cuenta reemplazando $Re\Sigma_\Delta$ por [20]

$$Re\Sigma_\Delta \rightarrow Re\Sigma_\Delta + \frac{4}{9} \left(\frac{f^*}{m_\pi} \right)^2 \rho V_t \quad (2.49)$$

siendo ρ , la densidad nuclear.

Sin embargo, todavía nos faltaría añadir diagramas irreducibles como el de la figura 2.12, incluyendo excitaciones partícula-agujero. Se puede establecer de forma sencilla que para tener en cuenta las contribuciones de los diagramas (2.11) y (2.12) debemos hacer la sustitución de $Re\Sigma_\Delta$ por

$$Re\Sigma_\Delta + \frac{4}{9} \left(\frac{f^*}{m_\pi} \right)^2 \frac{V_t}{\left(1 - \frac{f_{\pi NN}^2}{m_\pi^2} UV_t \right)} \rho \quad (2.50)$$

siendo $U = 2\bar{U}$, la función de Lindhard en materia nuclear simétrica.

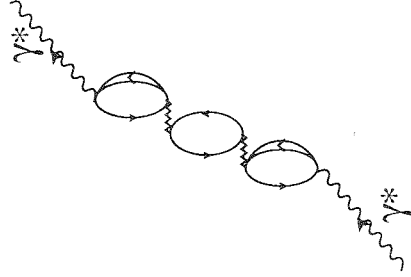


Fig.2.12

2.4.2 Discusión.

En la figura (2.13) se muestra la aportación del diagrama de la delta a la sección eficaz para ^{12}C separada en sus diferentes contribuciones: producción de piones, absorción por dos nucleones y absorción por tres nucleones. Los datos experimentales corresponden a la segunda referencia de [4].

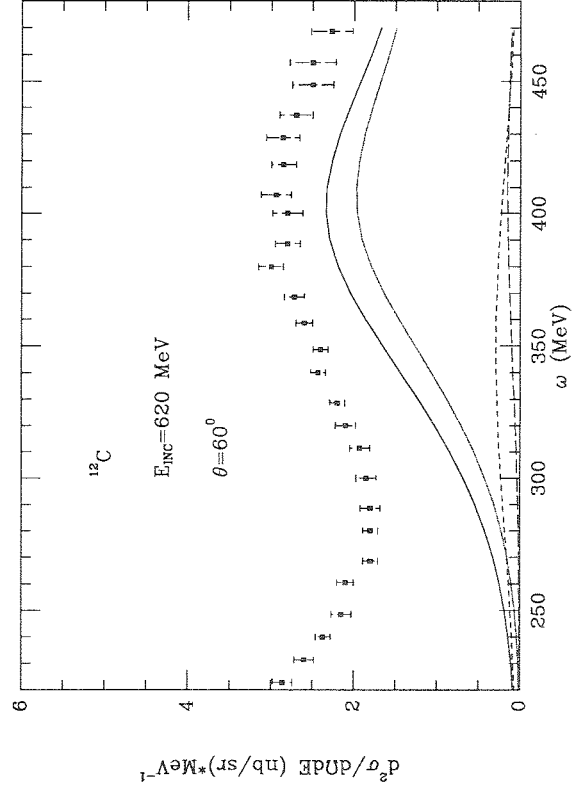


Fig.2.13 Contribución global del diagrama de la Δ

La línea sólida superior corresponde a la contribución global del diagrama de la delta; la siguiente línea sólida (en orden decreciente de alturas) corresponde a la contribución del diagrama de la Δ a la producción de piones; la línea de trazos discontinuos pequeños corresponde a la absorción por dos nucleones y la de trazos discontinuos mayores, a la absorción por tres nucleones.

En la figura 2.14 se presenta la contribución del diagrama de la delta a la sección eficaz diferencial de ^{208}Pb . Los datos experimentales están extraídos de la referencia [38]:

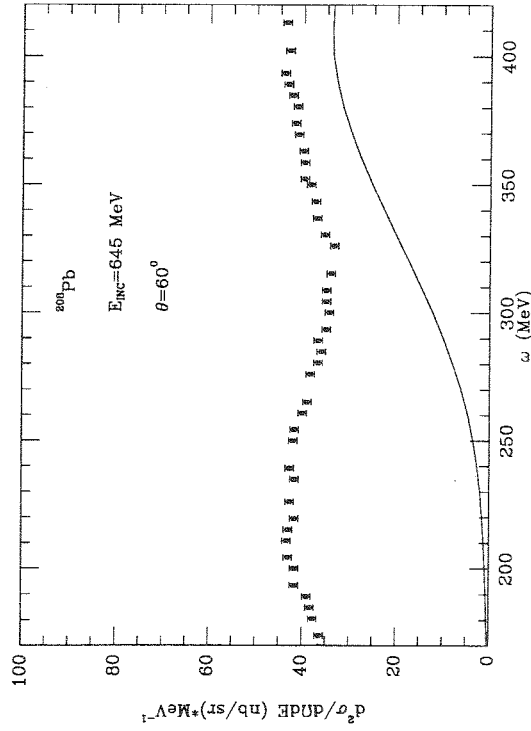


Fig.2.14 Línea sólida: contribución global del diagrama de la Δ

2.5 Diagramas de fotoabsorción por dos nucleones.

Como hemos visto en el apartado anterior, la pieza de la delta (via su autoenergía) incorpora mecanismos de absorción del fotón por dos y tres nucleones. Veamos cómo obtener contribuciones no resonantes al canal de absorción por dos nucleones:

Tal y como comentábamos, si en el diagrama de autoenergía que representa la producción de piones, permitimos al pion excitar un par partícula-agujero, obtenemos de forma genérica la figura 2.7. Si ahora consideramos el corte por las líneas de nucleón, de acuerdo con las reglas de Cutkowski, estaríamos poniendo *on-shell* dos partículas y dos agujeros; en otras pala-

bras estaríamos obteniendo contribuciones al proceso de absorción del fotón por dos nucleones.

De manera explícita, los diagramas representados genéricamente en la figura anterior son los que mostramos en el apéndice B (fig.b.2).

La expresión que obtenemos para $\Pi^{\mu\nu}$ es, en este caso,

$$\begin{aligned} \Pi^{(2)\mu\nu}(q) = & \sum_{N,N'} i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{n_N(p)[1 - n_{N'}(p+q-k)]}{q^0 - k^0 + E(p) - E(p+q-k) + i\epsilon} \times \\ & D_\pi^2(k) \frac{f_{\pi NN}^2}{m_\pi} \tilde{k}_{CM}^2 \pi_N U_\lambda(k) T^{\pi^{spin}}(T^{\mu\nu} T'^{\mu\nu})_{NN'} F_\pi^4(k) \end{aligned} \quad (2.51)$$

donde $U_\lambda(k)$ es la función de Lindhard ordinaria para la excitación de una partícula-agujero por un objeto de carga λ , es decir: dos veces $\tilde{U}_{p,n}$ o $\tilde{U}_{n,p}$ para la excitación de piones cargados (esto tiene en cuenta el factor de isospín del acoplamiento de piones cargados a nucleones) o $\tilde{U}_{p,p} + \tilde{U}_{n,n}$ para la excitación por un π^0 . El término $F_\pi^4(k)$ (F_π , factor de forma del pión) que aparece en la expresión es consecuencia del carácter virtual de los piones que se intercambian y de la necesidad de preservar la invariancia gauge del modelo.

Si, al igual que en la sección 2.4, consideramos un momento promedio del nucleón en $T^{\pi^{spin}}(T^{\mu\nu} T'^{\mu\nu})$, podemos factorizar de nuevo la función de Lindhard:

$$\begin{aligned} \Pi^{(2)\mu\nu}(q) = & \sum_{NN'} i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \tilde{U}_{NN'}(q-k) D_\pi^2(k) \frac{f_{\pi NN}^2}{m_\pi} \\ & \tilde{k}_{CM}^2 U_\lambda(k) \frac{1}{2} T^{\pi^{spin}}(T^{\mu\nu} T'^{\mu\nu})_{NN'} F_\pi^4(k) \end{aligned} \quad (2.52)$$

donde $\tilde{k}_{CM}$ es el momento del pion en el sistema centro de masas respecto al par pion-nucleón salientes.

Y, finalmente, el cálculo de la parte imaginaria nos lleva a la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
Im\Pi^{(2)\mu\nu} = & -\sum_{NN'} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \Theta(q^0 - k^0) Im\bar{U}_{NN'}(q - k) \Theta(k^0) \times \\
& ImU_\lambda(k) D_\pi^2(k) \frac{f_{\pi NN}^2}{m_\pi^2} \vec{k}_M^2 F_\pi^4(k) \times \\
& T r^{Spin}(T^\mu T^{\dagger\nu})_{NN'}
\end{aligned} \quad (2.53)$$

Sabemos que para obtener la $Im\Pi^{\mu\nu}$ hemos de considerar todos los cortes posibles, por tanto deberíamos también tener en cuenta la contribución del corte descrito en la figura 2.15

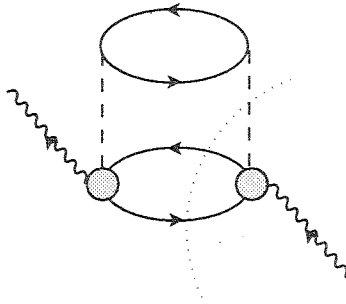


Fig.2.15

Dicha contribución ha sido tenida en cuenta en la pieza de la delta (mediante el término C_Q) pero vamos a despreciarla en los restantes términos debido a que cerca del umbral de producción de piones, donde las piezas de *background* son importantes, el canal (γ^*, π) es pequeño; a más altas energías son las piezas resonantes las que dominan y en éstas ya habíamos incluido tal contribución, como hemos comentado.

Además de los diagramas de la figura del apéndice A, hemos considerado otros: los correspondientes al acoplamiento de cada fotón a una *burbuja* distinta. De todo el conjunto de nuevos diagramas y considerando sólo aquellos topológicamente diferentes a los ya calculados, sólo el representado en la figura 2.16 da una contribución significativa:

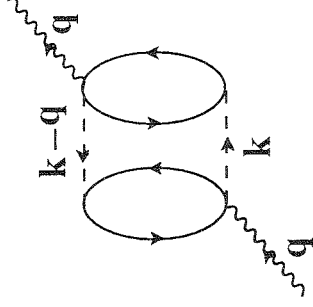


Fig.2.16

La contribución de este diagrama es, de manera explícita para $Im\Pi^{00}$ e $Im(\Pi^{xx} + \Pi^{yy})$:

$$\begin{aligned}
Im\Pi^{00} = & -2e^2 \left(\frac{f_\pi^2}{m_\pi^2} \right)^2 2F_A^2(q^2) \times \\
& \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} D_0(k) D_0(k - q) \frac{(\vec{k}\vec{q})(\vec{k} - \vec{q})\vec{q}}{M_N^2} \times \\
& F_{\pi NN}^2(k) F_{\pi NN}^2(k - q) \times \\
& [Im\bar{U}_{pp}(q) Im\bar{U}_{pp}(k - q) + Im\bar{U}_{pn}(q) Im\bar{U}_{pn}(k - q) + \\
& + Im\bar{U}_{np}(q) Im\bar{U}_{np}(k - q)] \Theta(k^0) \Theta(k^0 - q^0) \\
\\
Im(\Pi^{xx} + \Pi^{yy}) = & -2e^2 \left(\frac{f_\pi^2}{m_\pi^2} \right)^2 2F_A^2(q^2) \times \\
& \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} D_0(k) D_0(k - q) |\vec{k}|^2 \sin^2 \theta F_{\pi NN}^2(k) F_{\pi NN}^2(k - q) \times \\
& \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{q^0}{M_N} \right)^2 Im\bar{U}_{pp}(q) Im\bar{U}_{pp}(k - q) + \right.
\end{aligned} \quad (2.54)$$

$$\begin{aligned}
& \left[- \left(1 - \frac{q^0}{2M} \right) \sqrt{2} \right]^2 Im \bar{U}_{pn}(q) Im \bar{U}_{np}(k - q) \\
& + \left[\left(1 + \frac{q^0}{2M} \right) \sqrt{2} \right]^2 Im \bar{U}_{np}(q) Im \bar{U}_{pn}(k - q) \} \times \\
& \Theta(k^0) \Theta(k^0 - q^0)
\end{aligned} \quad (2.55)$$

Aunque, en principio, este término da una contribución que es aproximadamente la mitad que la del diagrama $KR \times KR$, es importante puesto que se producen cancelaciones entre las piezas de KR y PP debido a las interferencias.

2.6 Contribuciones relacionadas con el canal $(\gamma^*, \pi\pi)$

El modelo invariante gauge a bajas energías[†] (hasta energías de excitación de unos 700 MeV) que utilizamos para esta reacción comprende los cuatro diagramas de Feynman que mostramos a continuación

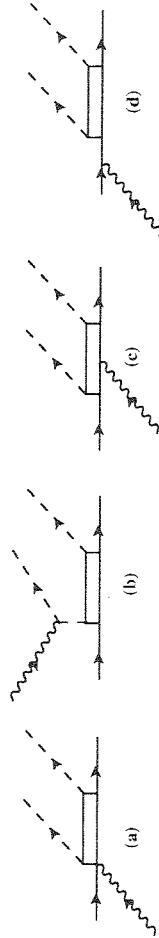


Fig.2.17

Los términos importantes en el cálculo de la sección eficaz son (a) y (b) ([20]). El término (a) incorpora un nuevo vértice $(\gamma^* N \rightarrow \Delta\pi)$, que aparece cuando se sigue la prescripción de acoplamiento mínimo en el vértice $\pi N \Delta$. La expresión de este nuevo vértice Kroll-Ruderman $\gamma N \pi \Delta$ es

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}^\mu &= \begin{Bmatrix} 0 \\ \pm 1 \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \pi^0 \\ \pi^\pm \end{Bmatrix} \left(e \frac{f^*}{m_\pi} \right) \times \\
& \left(1 \frac{1}{2} \frac{3}{2} |m_\pi M_N M_\Delta| \right) \left(\frac{\vec{S}^\dagger \vec{p}_\Delta}{\sqrt{s}} \right) \begin{Bmatrix} \vec{S}^\dagger \end{Bmatrix} \quad (2.56)
\end{aligned}$$

[†]Un estudio detallado y completo del proceso $(\gamma^*, \pi\pi)$, puede verse en [39]

que corresponde a la figura 2.18:

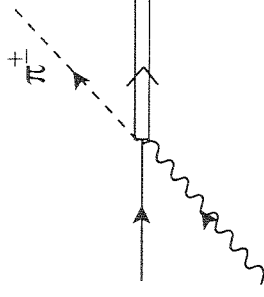


Fig.2.18

Aunque los términos (c) y (d) de la figura 2.17 son necesarios para preservar la invariancia gauge, su contribución es pequeña a bajas energías de excitación (menos de 700 MeV) por lo que la despreciamos en este trabajo.

Los diagramas de autoenergía que podemos construir son, de acuerdo con nuestra sistemática:

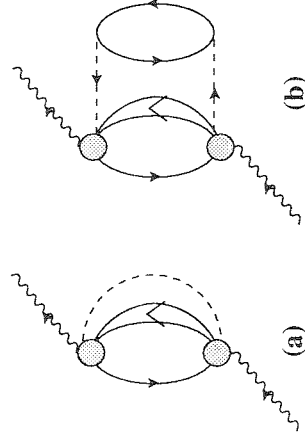


Fig.2.19

donde el círculo representa los vértices (a) y (b).

Las contribuciones a la parte imaginaria de estos diagramas corresponden a los cortes de la figura 2.20. La única contribución genuina de los diagramas de esta figura corresponde a aquellos que poseen los dos vértices del tipo Kroll-Ruderman $\gamma N \pi \Delta$, pues los restantes corresponden a amplitudes combinadas de electroproducción de un pión real seguido de *rescattering* del pión. Este último paso no modifica la sección eficaz de electroproducción del primer paso γ , sencillamente, redistribuye el peso de esa sección eficaz en diferentes canales; es decir, forman parte de la interacción de estado final de piones. De nuevo, esto será objeto de estudio en el Capítulo 4. Para el cálculo de la sección eficaz inclusiva debemos, por tanto, excluir esos diagramas. Para más detalles, ver la discusión que sobre el tema se hace en la referencia [20].

Obviamente, estos procesos serán apreciables a altas energías del fotón γ , dado que la energía necesaria para excitar una partícula-agujero es menor que la requerida en la creación de un pión, la importancia de los diagramas (2) y (4) será mayor que la de los diagramas (1) y (2).

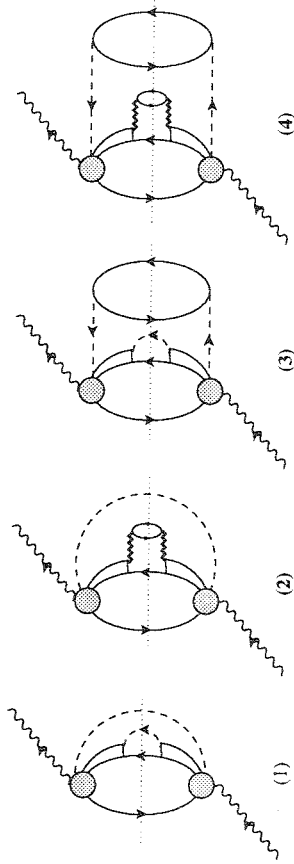


Fig.2.20

En la figura (2.21) que se muestra a continuación podemos ver la contribución de los canales estudiados en este apartado (línea sólida) a la sección eficaz del proceso. La línea discontinua corresponde a la producción de un pión y se muestra para dar un referente de la magnitud de la contribución.

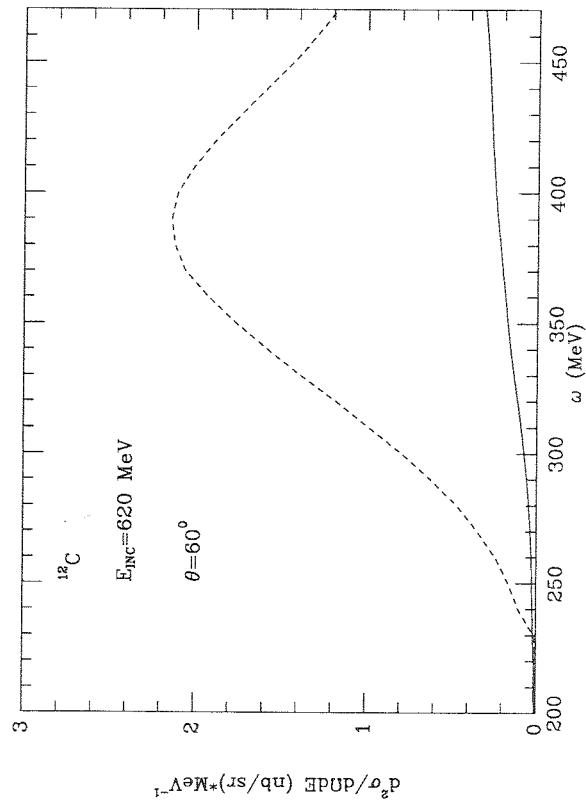


Fig.2.21

2.7 Efectos de polarización nuclear.

Entendemos por polarización el efecto del medio nuclear en la propagación de los piones (γ , más generalmente, en la interacción). La expresión diagramática de este efecto se muestra en la figura 2.22 (considerando el bloque de KR y PP). La polarización de los restantes términos no resonantes será tratada en la sección y capítulo siguientes.

Es fácilmente demostrable que la suma de diagramas de la primera línea da como resultado una serie geométrica donde sólo contribuye la parte longitudinal de la interacción. Así pues, se tendrá en cuenta la suma sustituyendo

$$U_{\lambda}(k) \rightarrow \frac{U_{\lambda}(k)}{1 - U_{\lambda}(k) \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_{\pi}} \right)^2} V_i \quad (2.57)$$

En las restantes líneas la prescripción es idéntica sobre ambas funciones de Lindhard:

$$U_{\lambda}(k) \rightarrow \frac{U_{\lambda}(k)}{1 - U_{\lambda}(k) \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_{\pi}} \right)^2} V_i \quad (2.58)$$

$$U_{\lambda}(q-k) \rightarrow \frac{U_{\lambda}(q-k)}{1 - U_{\lambda}(q-k) \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_{\pi}} \right)^2} V_i$$

Puede sorprender el hecho de que en la primera línea sólo una función de Lindhard haya sido modificada, mientras que en las otras, la modificación haya afectado a las dos funciones de Lindhard. La razón de esto es que hemos omitido hasta el momento la renormalización del operador de KR que será tratada en la siguiente subsección.

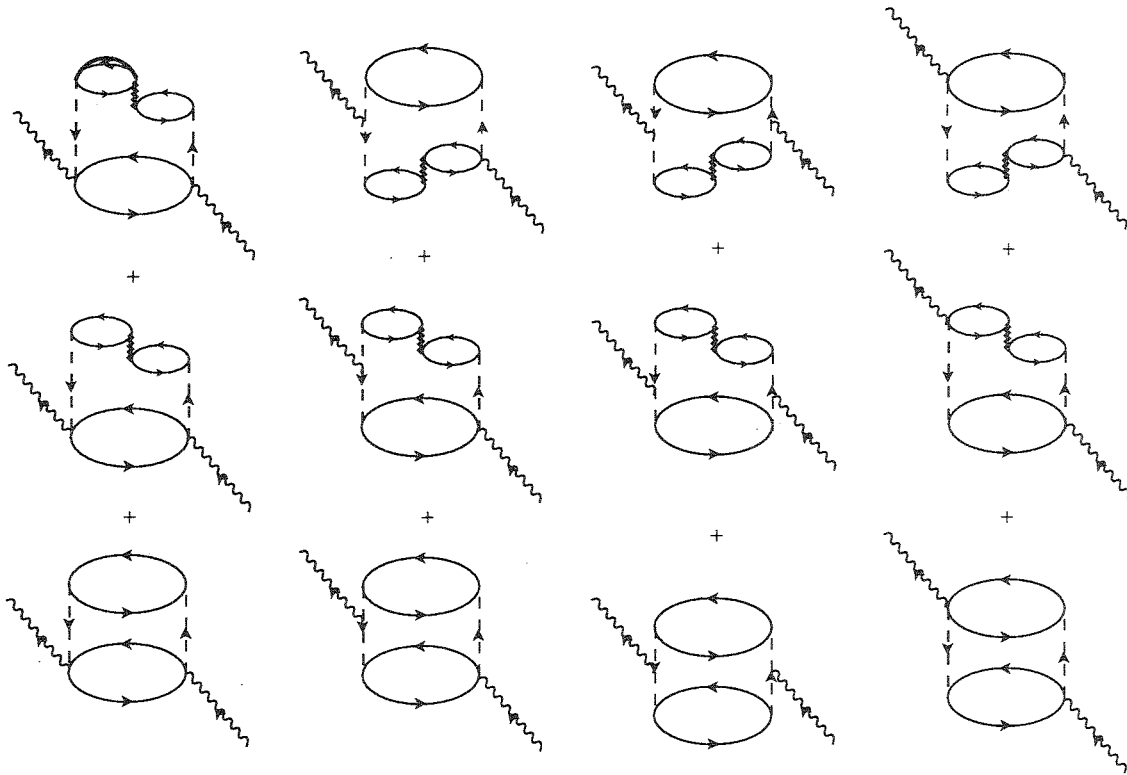


Fig. 2.22 Expresión diagramática de la polarización. Bloque de KR y PP

2.7.1 Un caso especial: el vértice de K.R.

El calificativo especial es debido a que el operador de KR induce una renormalización en el diagrama $KR \times KR$ diferente a la obtenida en la subsección anterior y cuya expresión diagramática puede verse en la figura 2.23.

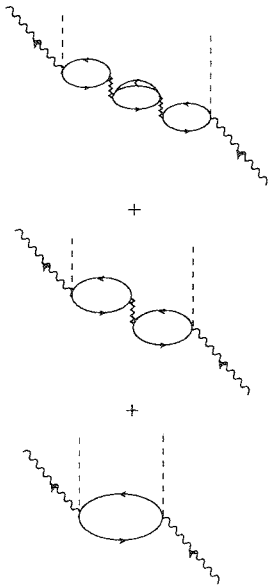


Fig. 2.23

a) Renormalización de las componentes xx e yy .

En este caso, partimos en la fig. 2.23 de $Tr(\sigma_i \sigma_j) \frac{1}{2} U_\lambda(q-k) = \delta^{ij} U_\lambda(q-k)$.

Cuando consideramos la interacción entre dos *burbujas* la estructura de espín (teniendo en cuenta la interacción efectiva) es ahora

$$Tr(\sigma_i \sigma_a) Tr(\sigma_b \sigma_j) \left(i \frac{U_\lambda(q-k)}{2} \right)^2 (-i) \times \left[\left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2 V_l(q-k) \hat{v}_a \hat{v}_b + \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2 V_t(q-k) (\delta_{ab} - \hat{v}_a \hat{v}_b) \right] \quad (2.59)$$

donde $\hat{v} = (\vec{q} - \vec{k})/|\vec{q} - \vec{k}|$

Prosiguiendo de este modo, obtendríamos una serie geométrica en $U_\lambda V$, de manera que la estructura de espín al considerar la suma de todas las *burbujas* sería:

$$iU_\lambda(q-k) \left\{ \frac{\hat{v}_i \hat{v}_j \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2 V_l(q-k)}{1 - U_\lambda(q-k) \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2 V_l(q-k)} + \frac{\delta_{ij} - \hat{v}_i \hat{v}_j \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2 V_t(q-k)}{1 - U_\lambda(q-k) \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2 V_t(q-k)} \right\} \quad (2.60)$$

De forma que para tener en cuenta la renormalización del medio en las componentes ij de la pieza de absorción $KR \times KR$ debemos reemplazar

$$U_\lambda(q-k) \rightarrow U_\lambda(q-k) \left\{ \frac{\hat{v}_i \hat{v}_j}{1 - U_\lambda(q-k) \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2 V_i(q-k)} + \frac{\delta_{ij} - \hat{v}_i \hat{v}_j}{1 - U_\lambda(q-k) \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2 V_i(q-k)} \right\} \quad (2.61)$$

b) Renormalización de la componente 00.

En este caso, la estructura de espín para una burbuja es $T\tau(\vec{\sigma}\vec{q})i\frac{1}{2}U_\lambda(q-k)$. Si procedemos como en el apartado a) es fácil comprobar que la renormalización de la componente 00 supone sustituir

$$\vec{q}^2 U_\lambda(q-k) \rightarrow U_\lambda(q-k) \left\{ \frac{[\vec{q}\vec{v}]^2}{1 - U_\lambda \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2 V_i(q-k)} + \frac{\vec{q}^2 - [\vec{q}\vec{v}]^2}{1 - U_\lambda \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2 V_i(q-k)} \right\} \quad (2.62)$$

2.7.2 Comentarios.

Para el término de $KR \gamma NN\Delta\pi$ de la sección eficaz (2.6), tendríamos la misma renormalización con una salvedad: cuando tomemos la parte imaginaria de la función de Lindhard que aparece en el numerador, en el caso del vértice de $KR \gamma NN\pi$ hemos de quedarnos con la función de Lindhard de nucleón, es decir,

$$Im \left(\frac{U_\lambda}{1 - U_\lambda \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2 V_{i,t}} \right) \rightarrow \frac{Im U_N}{1 - U_\lambda \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2 V_{i,t}} \quad (2.63)$$

El considerar $Im U_\Delta$ introducirá contribuciones no genuinas (al igual que en el resto de diagramas de la figura) que de nuevo involucraría procesos a *dos pasos* como se discute con referencia a la figura 2.20: electroproducción de un pión real más su posterior *rescattering* en el medio nuclear. En el caso del vértice $\gamma N\Delta\pi$, la contribución genuina procede, por el contrario, de considerar

$$\frac{Im U_\Delta}{\left| 1 - U_\lambda \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2 V_{i,t} \right|^2} \quad (2.64)$$

En los diagramas de electroproducción de piones (figura b.1. del apéndice B), hemos considerado asimismo efectos de polarización. Utilizando las conclusiones obtenidas sobre la polarización de las piezas de *background*, podemos concluir, de forma resumida, que la polarización del término $KR \times KR$ es tenida en cuenta sustituyendo en

a) Componentes xx e yy

$$Im \bar{U} \rightarrow Im \bar{U} \left\{ \frac{(\hat{v})_i (\hat{v})_j}{\left| 1 - U_\lambda \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2 (q-k) V_i(q-k) \right|^2} + \frac{\delta_{ij} - (\hat{v})_i (\hat{v})_j}{\left| 1 - U_\lambda (q-k) \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2 V_i(q-k) \right|^2} \right\} \quad (2.65)$$

b) Componente 00

$$\begin{aligned} \vec{q}^2 Im\bar{U} \rightarrow Im\bar{U} & \left\{ \frac{[\vec{q}\vec{v}]^2}{1 - U_\lambda \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2} V_l(q-k) \right\} + \\ & + \left\{ \frac{\vec{q}^2 - [\vec{q}\vec{v}]^2}{1 - U_\lambda \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2} V_l(q-k) \right\} \end{aligned} \quad (2.66)$$

La polarización del resto de diagramas del bloque KR y PP (que selecciona la parte longitudinal de la interacción) se tiene en cuenta reemplazando

$$Im\bar{U} \rightarrow \frac{Im\bar{U}}{|1 - U_\lambda V_l|^2} \quad (2.67)$$

No consideramos la renormalización del resto de diagramas de electroproducción de piones por ser pequeña su contribución.

2.8 Otras correcciones.

En la sección anterior hemos considerado los efectos de renormalización para el bloque de diagramas determinado por los vértices KR y PP. Consideremos ahora las piezas de *background* correspondientes al bloque PN y PNC del apéndice B (fig. b.2, segunda fila). En estos diagramas se asume que la interacción entre las dos excitaciones partícula-agujero viene determinada únicamente por el intercambio de un pión. Según hemos visto en la sección 2.1.2, en el canal del pión ($S = 1$ y $T = 1$) es necesario incluir también tanto una parte transversal (intercambio de un mesón ρ en el modelo presentado en 2.1.2) como correlaciones de corto alcance tanto en el canal longitudinal como en el transversal. Nótese que en los diagramas de la figura b.2 que involucran vértices KR o PP sólo es admisible el intercambio de un pión. Por otra parte, la interacción NN posee no sólo ese canal $S = T = 1$ ($\vec{\sigma}\vec{\sigma}\vec{\tau}\vec{\tau}$) sino también canales escalares tanto en espín como en isospín (I), escalares en espín y vectoriales en isospín ($\vec{\tau}\vec{\tau}$) y, finalmente, vectorial en espín y escalares en isospín ($\vec{\sigma}\vec{\sigma}$). Resumiendo: el pión que media la interacción entre las dos burbujas de la segunda fila de

la figura b.2 (bloque PN-PNC) debe ser reemplazado por una interacción más general del tipo I , $\vec{\sigma}\vec{\sigma}$, $\vec{\tau}\vec{\tau}$, $\vec{\sigma}\vec{\sigma}\vec{\tau}\vec{\tau}$ (nótese que aquéllos diagramas que involucran la resonancia Δ eligen automáticamente el canal $S=T=1$). Por otra parte, esta interacción NN se ve renormalizada en el seno del medio nuclear, como fue discutido en la sección 2.1.2 para el canal $S = 1 = T$. Todos los efectos mencionados anteriormente han sido tenidos en cuenta: en esta subsección discutiremos únicamente el canal $S = 1 = T$, mientras que en el siguiente capítulo, discutiremos el resto de canales de espín-isospín, aunque numéricamente sus efectos son tenidos en cuenta en este capítulo.

Veamos como se modifica la expresión para $Im\Pi^{(2)\mu\nu}$ si tenemos en cuenta la interacción efectiva en el canal $S = T = 1$. Tomemos, por ejemplo, la amplitud de PN (1.1):

$$j^\mu = -e \frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} B(N, N'\pi) \frac{1}{\sqrt{s} - M_N} \begin{pmatrix} F_1^N \vec{\sigma} \vec{k} \\ F_1^N \vec{\sigma} \vec{k} \left(\frac{2\vec{p} + \vec{q}}{2M_N} \right) + \\ i \frac{\vec{\sigma} \vec{k}}{2M_N} (\vec{\sigma} \times \vec{q}) G_M^N \end{pmatrix} \quad (2.68)$$

donde $B(N, N'\pi)$ es un coeficiente de isospín.

Si consideramos el intercambio de un pión en el diagrama (b.2.e) del apéndice B, los términos del integrando en la expresión de $Im\Pi^{(2)\mu\nu}$ son, grosso modo:

$$F_\pi^4(k) D_\pi^2(k) U(k) \vec{k}^2 T_\tau(j^\mu j^{\nu}) \quad (2.69)$$

Definamos ahora una nueva corriente

$$\tilde{j}_{(i)}^\mu = \sigma_{(i)} (\vec{\sigma} \vec{k})^{-1} j^\mu \quad (2.70)$$

de modo que $j^\mu = k^i \tilde{j}_i^\mu$

En términos de esta $\tilde{j}^\mu$ la expresión (2.69) queda

$$F_\pi^4 k^i k^i D_\pi^2 \frac{U(k)}{2} k_m k_n T_\tau(\sigma_m \sigma_n) T_\tau(\tilde{j}_{(i)}^\mu \tilde{j}_{(i)}^\nu) \quad (2.71)$$

Si ahora consideramos la interacción efectiva introducida con anterioridad, lo que deberíamos hacer es sustituir

$$F_\pi^2 k^i k^m D_\pi \rightarrow [V_i(k) \hat{k}_i \hat{k}_m + V_i(\delta_{im} - \hat{k}_i \hat{k}_m)] \quad (2.72)$$

$$F_\pi^2 k^i k^n D_\pi \rightarrow [V_i(k) \hat{k}_i \hat{k}_n + V_i(\delta_{in} - \hat{k}_i \hat{k}_n)]$$

de modo que operando (teniendo en cuenta que V_i y V_i son ortogonales) llegaremos a

$$F_\pi^4 k^i k^i D_\pi^2 k_m k_n \frac{T_r(\sigma_m \sigma_n)}{2} T_r(\tilde{j}_{(i)}^\mu \tilde{j}_{(i)}^\mu) \rightarrow \left[V_i^2 \frac{1}{k^2} T_r(j^\mu j^{\nu}) + \right. \\ \left. + V_i^2 \left\{ T_r \left(\sum_i \tilde{j}_{(i)}^\mu \tilde{j}_{(i)}^{\nu} \right) - \frac{1}{k^2} T_r(j^\mu j^{\nu}) \right\} \right] \quad (2.73)$$

Veamos que ocurre con $T_r(\sum_i \tilde{j}_{(i)}^\mu \tilde{j}_{(i)}^{\nu})$

$$T_r \left(\sum_i \tilde{j}_{(i)}^\mu \tilde{j}_{(i)}^{\nu} \right) = T_r \left(\sum_i \sigma_{(i)} (\vec{\sigma} \vec{k})^{-1} j^\mu j^{\nu} [(\vec{\sigma} \vec{k})^{-1}]^\dagger \sigma_{(i)}^\dagger \right) = \\ = \sum_i T_r \left((\vec{\sigma} \vec{k})^{-1} j^\mu j^{\nu} [(\vec{\sigma} \vec{k})^{-1}]^\dagger \right) = \\ = \sum_i T_r \left(j^\mu j^{\nu} \frac{1}{k^2} \right) = \frac{3}{k^2} T_r(j^\mu j^{\nu}) \quad (2.74)$$

De modo que, finalmente, obtendríamos

$$\frac{U(k)}{k^2} T_r(j^\mu j^{\nu}) [V_i^2 + 2V_i^2] \quad (2.75)$$

Por tanto (y si incluimos la renormalización correspondiente discutida en la sección 2.1.2) la inclusión de la interacción supone reemplazar en la expresión dada para $Im\Pi^{(2)\mu\nu}$

$$F_\pi^4(k) D_\pi^2(k) Im U_N(k) \vec{k}^2 T_r(j^\mu j^{\nu}) - Im U_N(k) T_r(j^\mu j^{\nu}) \times \\ \times \left\{ \frac{V_i^2}{|1 - U_\lambda(k) V_i(k) \frac{f_{\pi NN}^2}{m_\pi^2}|^2} + \frac{2V_i^2}{|1 - U_\lambda(k) V_i(k) \frac{f_{\pi NN}^2}{m_\pi^2}|^2} \right\} \frac{1}{k^2} \quad (2.76)$$

2.9. RESULTADOS Y CONCLUSIONES: ZONAS DEL DIP Y LA RESONANCIA Δ .

Los denominadores de la expresión anterior (salvo el término $\vec{k}^{-2}$) son consecuencia de tener en cuenta la renormalización del medio.

De modo análogo obtenemos expresiones equivalentes para las restantes piezas del bloque. El resto de diagramas del figura b.2 (hemos considerado los bloques KR-PP en la sección anterior, PN-PNC en esta subsección y el diagrama resonante de la figura 2.10 en la subsección 2.4.1) son pequeñas contribuciones y no hemos considerado en ellos el efecto de las correcciones del medio, aunque sí hemos reemplazado el intercambio de un pión por la interacción efectiva en el canal $S = 1 = T$.

2.9 Resultados y conclusiones: zonas del dip y la resonancia Δ .

En la figura 2.24 presentamos los resultados obtenidos para la sección eficaz inclusiva de dispersión de electrones sobre carbono. En la figura y con línea punteada, se muestra asimismo la contribución de la producción de un pión a la sección eficaz. Se han incluido también los resultados que obtenemos en la zona del pico cuasielástico, y que serán analizados en detalle en el siguiente capítulo. Los datos experimentales son los de la referencia [4]. En la figura 2.25 mostramos la contribución de dos cuerpos a la sección eficaz (línea sólida) correspondiente a los diagramas descritos en secciones anteriores, comparada con la producción de un pión (línea discontinua). Por último, en la figura 2.26 representamos la contribución de los canales de absorción por tres nucleones (línea sólida) *versus* la correspondiente a dos nucleones (línea discontinua).

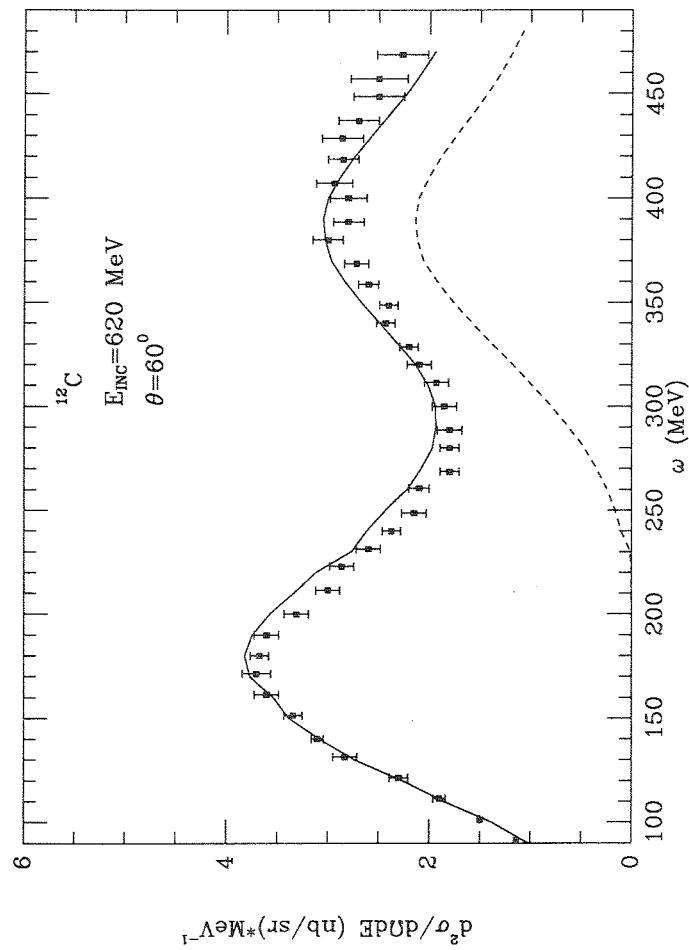


Fig. 2.24 Sección eficaz diferencial inclusiva para carbono. $E_{inc} = 620$ MeV y $\theta_e = 60^\circ$. Los datos experimentales son de la referencia [4]. La línea punteada corresponde a la producción de un pión y la línea sólida, a nuestro resultado global.

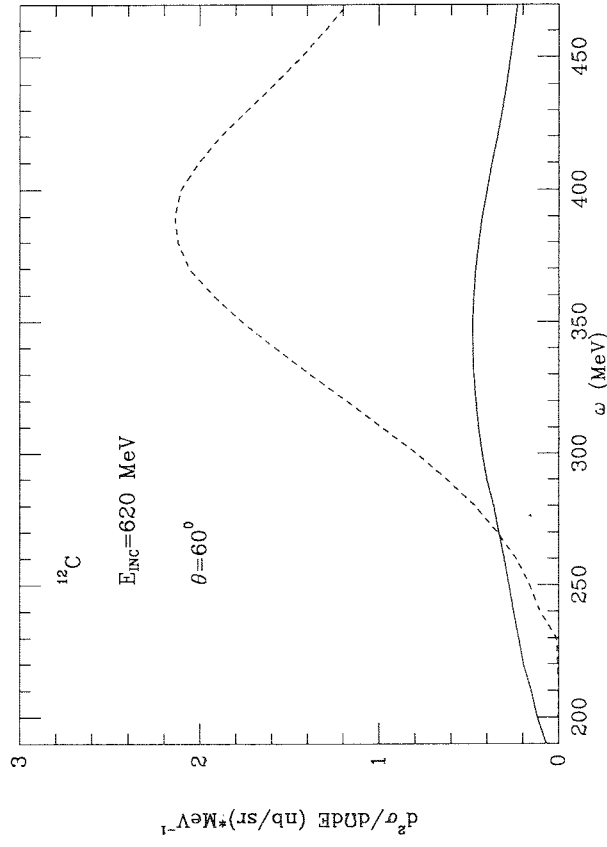


Fig. 2.25 Contribución de la absorción por dos nucleones (línea sólida)

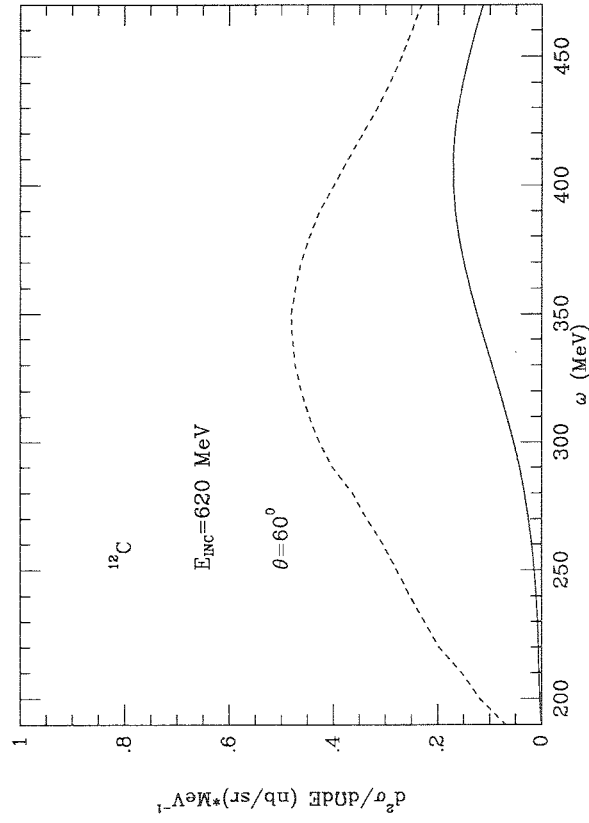


Fig. 2.26 Contribución de la absorción por tres nucleones (línea sólida).

La figura 2.27 muestra nuestros resultados para la sección eficaz inclusiva de dispersión de electrones sobre ^{12}C pero con una cinemática distinta a la anterior (con una elección "más forward" del ángulo de dispersión). Los datos experimentales están extraídos de la referencia [4]:

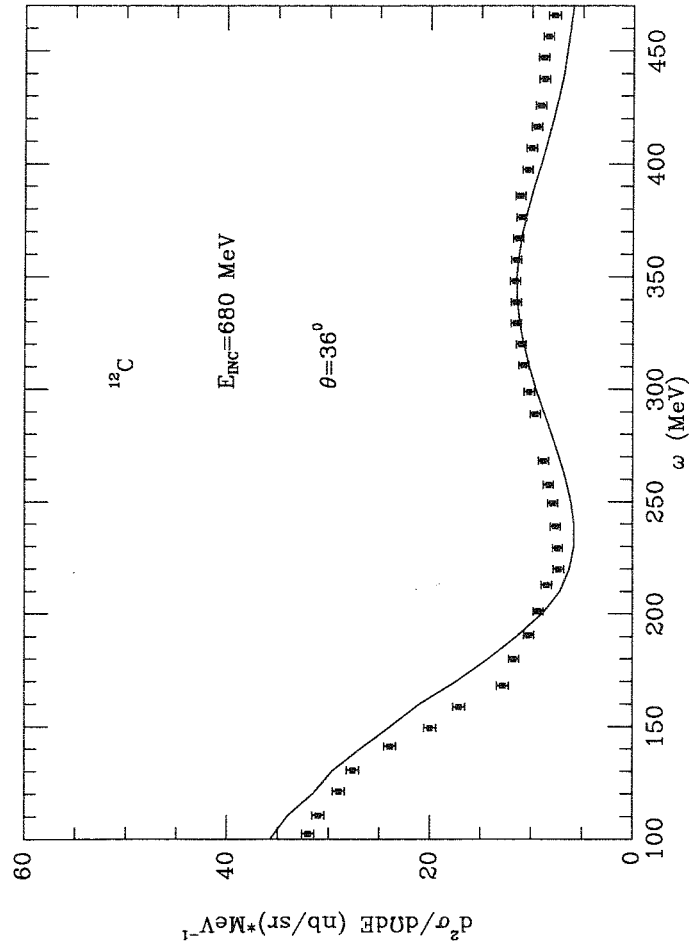


Fig.2.27 Línea sólida: resultado para la sección eficaz inclusiva de dispersión de electrones sobre ^{12}C . $E_{inc} = 680 \text{ MeV}$ y $\theta_e = 36^\circ$.

La figura 2.28 muestra nuestros resultados para la sección eficaz inclusiva de dispersión de electrones sobre ^{208}Pb . Los datos experimentales están extraídos de la referencia [38]:

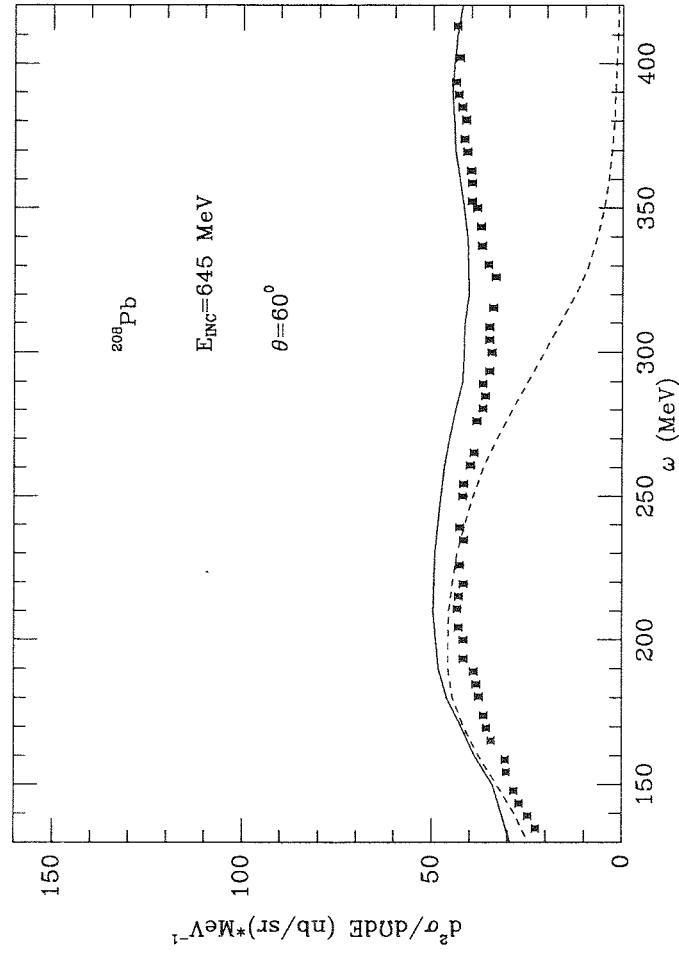


Fig.2.28 Línea discontinua: contribución de la absorción por un cuerpo (contribución del diagrama 3.3 correspondiente al tercer capítulo) a la sección eficaz inclusiva de dispersión de electrones sobre ^{208}Pb . Línea sólida: resultado total.

Capítulo 3

Estudio detallado de la zona del pico cuasielástico.

En el estudio del proceso inclusivo de dispersión de electrones por núcleos tratado en el capítulo anterior, hemos visto que la sección eficaz del proceso podía escribirse (asumiendo la invariancia gauge del tensor hadrónico $W^{\mu\nu}$) como combinación lineal de dos funciones: las funciones de respuesta longitudinal y transversal (R_L y R_T). Tal y como decíamos en la introducción, la separación de ambas funciones en la zona del pico cuasielástico ha motivado un considerable esfuerzo investigador (tanto teórico como experimental) destinado a explicar un hecho: la llamada supresión de la respuesta longitudinal. Resumamos brevemente el problema: la característica más destacada del proceso (e, e') para transferencias de momento del orden de unos pocos cientos de MeV, es la aparición de un pronunciado pico de la sección eficaz a una energía transferida $q^0 = \omega \sim \vec{q}^2 / 2M_N$, siendo M_N la masa del nucleón.

Este pico es debido a la dispersión incoherente elástica electrón-nucleón y su anchura es una consecuencia del movimiento de Fermi de los nucleones. La comparación de los primeros resultados experimentales para la sección eficaz con cálculos de modelos de gas de Fermi mostraban, grosso modo, un buen acuerdo exceptuando la zona de altas transferencias de energía donde otros mecanismos (inelásticos) eran importantes.

Dado que las contribuciones *inelásticas* a $R_L(\omega, |\vec{q}|)$ son pequeñas cabía esperar, entonces, para ésta un buen acuerdo con la aproximación de impulso.

Sin embargo, los experimentos llevados a cabo en Saclay [2] durante la década pasada dedicados a la separación de R_L y R_T llevaron a la sorpresa: para núcleos medios y pesados (^{40}Ca , ^{56}Fe , ^{208}Pb ...) la R_L experimental estaba *suprimida* hasta en un 40% con respecto a predicciones de los modelos de gas de Fermi.

Los esfuerzos teóricos realizados hasta el momento han ido reduciendo la discrepancia con los resultados experimentales de Saclay pero ninguno de ellos ha conseguido explicar satisfactoriamente ambas funciones de respuesta (longitudinal y transversal) [34].

Por otra parte, los datos experimentales de Saclay fueron cuestionados por otro experimento realizado en Bates [10] en el que parecía no existir la famosa supresión de R_L . Finalmente, J. Jourdan [11] tal y como decíamos en la introducción, ha aportado nueva luz al *problema*. Recientes e interesantes trabajos teóricos sobre la separación de las respuestas longitudinal y transversal en el pico cuasielástico, pueden verse en las referencias [40, 41].

En este capítulo introduciremos los refinamientos teóricos que hemos utilizado en la zona del pico cuasielástico y mostraremos los resultados obtenidos para R_L y R_T . Pero antes, discutamos brevemente sobre invariancia gauge:

3.1 Invariancia gauge y separación de las funciones de respuesta.

En este apartado nos proponemos averiguar cuál es la *verdadera identidad* de R_L a partir de la negación de algo que hemos asumido como cierto en el capítulo anterior y que lo es sólo hasta cierto punto en cualquier modelo nuclear: la invariancia gauge de $W^{\mu\nu}$. La discusión que nos proponemos llevar a cabo tiene su origen en que en la aproximación estricta de impulso nuestro modelo es invariante gauge, pero al introducir correcciones de orden superior en densidad ésta se pierde aproximadamente, como veremos más adelante. En esta sección estudiaremos las consecuencias de esta pérdida parcial de invariancia gauge.

Recordemos que, admitiendo invariancia gauge, escribíamos (vid eq. (2.25)):

$$W^{\mu\nu} = \left\{ \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} - g^{\mu\nu} \right\} W_1 + \left\{ \left(P^\mu - \frac{P \cdot q}{q^2} q^\mu \right) \left(P^\nu - \frac{P \cdot q}{q^2} q^\nu \right) \right\} \frac{W_2}{M_A^2}$$

siendo q y P los cuadrimomentos del fotón virtual y el sistema hadrónico inicial, respectivamente y M_A la masa de este último.

La sección eficaz inclusiva en el sistema laboratorio y escogida la dirección z como la del fotón virtual, puede ser escrita como:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega'_e dE'_e} = -\frac{2\alpha^2 \vec{k}'_e}{q^2 \vec{k}_e} \frac{1}{1-\epsilon} \{W_T + \epsilon W_L\}$$

donde

$$W_L = -W_1 - \frac{|\vec{q}|^2}{q^2} W_2 = -\frac{q^2}{\omega^2} W^{zz} = -\frac{q^2}{|\vec{q}|^2} W^{00} = -\frac{q^2}{\omega |\vec{q}|} W^{0z} \quad (3.1)$$

$$W_T = W^{xx} = W^{yy}$$

Supongamos ahora que hemos perdido la invariancia gauge. Ello supone que la ahora expresión más general de $W^{\mu\nu}$ es

$$\widetilde{W}^{\mu\nu} = \left\{ \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} - g^{\mu\nu} \right\} W_1 + \left\{ \left(P^\mu - \frac{P \cdot q}{q^2} q^\mu \right) \left(P^\nu - \frac{P \cdot q}{q^2} q^\nu \right) \right\} \frac{W_2}{M_A^2} + W_3 \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} + W_4 \frac{P^\mu P^\nu}{M_A^2} \quad (3.2)$$

En este caso podemos verificar las siguientes relaciones

$$W_T = W_1 = W^{xx} = W^{yy}$$

$$W_L = -W_1 - \frac{|\vec{q}|^2}{q^2} W_2 = \frac{|\vec{q}|}{\omega} W^{0z} - W^{zz}$$

$$W_3 = \frac{\omega}{|\vec{q}|} W^{0z} - W^{zz} \quad (3.3)$$

$$W_4 = W^{00} + W^{zz} - \left(\frac{|\vec{q}|}{\omega} + \frac{\omega}{|\vec{q}|} \right) W^{0z}$$

En el caso de invariancia gauge, W_L se reduce a la expresión más común en la literatura (eq.3.1), en términos de W^{00} u W^{zz} . Asimismo, en tal caso, W_3 y W_4 se anulan. La pérdida de invariancia gauge implica que ambas cosas dejan de ser ciertas.

La sección eficaz del proceso se escribiría (contrayendo 3.2 con el tensor leptónico) como

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega'_e dE'_e} = -\frac{2\alpha^2 \vec{k}'_e}{q^2} \frac{1}{\vec{k}_e} \frac{1}{1-\epsilon} \left\{ \vec{W}_T + \epsilon \left(\vec{W}_L - \frac{|\vec{q}|^2}{q^2} \vec{W}_4 \right) \right\} \quad (3.4)$$

donde la ausencia de W_3 de la expresión es debida a que el tensor leptónico sí es invariante gauge. Notemos que el hecho de que la sección eficaz siga factorizándose como $\propto (A + \epsilon B)$, da sentido a que podamos seguir hablando de respuestas longitudinal y transversal. Reexpresando la sección eficaz de esta forma,

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega'_e dE'_e} = -\frac{2\alpha^2 \vec{k}'_e}{q^2} \frac{1}{\vec{k}_e} \frac{1}{1-\epsilon} \left\{ \vec{W}_T + \epsilon \vec{W}_L \right\} \quad (3.5)$$

donde ahora

$$\begin{aligned} \vec{W}_T &= W^{xz} \\ \vec{W}_L &= -\frac{\omega^2}{q^2} W^{zz} - \frac{|\vec{q}|^2}{q^2} W^{00} + 2 \frac{|\vec{q}| \omega}{q^2} W^{0z} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Luego, comparando estas relaciones con (3.1) llegamos a la conclusión de que la pérdida de invariancia gauge del modelo nuclear supone una redefinición de lo que se entiende por respuesta longitudinal, tal y como podemos ver en las identidades (3.6). Las ecuaciones (3.6) se reducen a las ecuaciones (3.1) en el límite en el cual se restaura la invariancia gauge.

Hagamos un estudio somero de cuan importante puede ser la pérdida de invariancia gauge dependiendo del rango de energía transferida considerada (es decir, dependiendo de que se trate de la zona del pico cuasielástico, del *dip* o de la delta). Supongamos que:

$$\begin{cases} W^{zz} = \frac{\omega^2}{|\vec{q}|^2} W^{00} + \Delta W^{zz} \\ W^{0z} = \frac{\omega}{|\vec{q}|} W^{00} + \Delta W^{0z} \end{cases} \quad (3.7)$$

Tanto ΔW^{zz} como ΔW^{0z} darían cuenta de la pérdida de invariancia gauge y por construcción esperaríamos que:

$$\frac{\Delta W^{zz}}{W^{00}} \sim \frac{\omega^2}{|\vec{q}|^2} \quad \text{y} \quad \frac{\Delta W^{0z}}{W^{00}} \sim \frac{\omega}{|\vec{q}|} \quad (3.8)$$

y, por tanto, que las razones que aparecen fueran como mucho del orden de 1. De este modo expresaríamos (3.6):

$$\vec{W}_L^{NG} = -\frac{q^2}{|\vec{q}|^2} W^{00} \left\{ 1 + \frac{\omega^2 |\vec{q}|^2}{q^4} \frac{\Delta W^{zz}}{W^{00}} - 2 \frac{|\vec{q}|^3 \omega}{q^4} \frac{\Delta W^{0z}}{W^{00}} \right\} \quad (3.9)$$

Examinando el coeficiente de la corrección $\Delta W^{zz}/W^{00}$ en la zona del pico cuasielástico (donde $\omega \simeq |\vec{q}|^2/2M_N$), tendríamos que:

$$\frac{\omega^2 |\vec{q}|^2}{q^4} \simeq \frac{|\vec{q}|^2}{4M_N^2} \left(\frac{|\vec{q}|^2}{4M_N^2} - 1 \right)^{-2} \simeq \frac{|\vec{q}|^2}{4M_N^2} \left(1 + \frac{|\vec{q}|^2}{2M_N^2} \right) \simeq \frac{|\vec{q}|^2}{4M_N^2} \quad (3.10)$$

que es un orden que estamos despreciando en nuestro caso. Por otra parte, el coeficiente de $\frac{\Delta W^{0z}}{W^{00}}$,

$$2 \frac{|\vec{q}|^3 \omega}{q^4} \simeq \frac{|\vec{q}|^5}{M_N |\vec{q}|^4 \left(1 - \frac{|\vec{q}|^2}{2M_N^2} \right)} \simeq \frac{|\vec{q}|}{M_N} \quad (3.11)$$

pero dado que en el pico cuasielástico

$$\frac{W^{0z}}{W^{00}} \sim \frac{\omega}{|\vec{q}|} \sim \frac{|\vec{q}|}{2M_N} \quad (3.12)$$

observamos como el orden global de la corrección sería $\frac{|\vec{q}|^2}{2M_N^2}$, de modo que en líneas generales podemos afirmar que el error que cometeríamos al asumir la invariancia gauge para R_L sería de un 5 – 10%. Además dado que $\Delta W/W$ está suprimido por orden en densidad, * estaríamos siendo excesivamente generosos en esta estimación. Por tanto, en la zona del pico cuasielástico es una muy buena aproximación calcular R_L a partir de la componente *carga-carga* (W^{00}) del tensor hadrónico.

Sin embargo, estos errores aumentan significativamente cuando nos desplazamos a la zona de la delta. Consideremos, como ejemplo, la siguiente cinemática utilizada en el capítulo anterior: $E_{inc} = 620 \text{ MeV}$ y $\Theta = 60^\circ$. En el pico de la resonancia delta $\omega \simeq 375 \text{ MeV}$ y $|\vec{q}| = 541 \text{ MeV}$, de forma que:

* A orden ρ , es decir, en la aproximación de impulso, nuestro modelo es invariante gauge. La invariancia gauge sólo se pierde a órdenes superiores en densidad, como discutiremos más adelante

$$\omega^2 \frac{|\vec{q}|^2}{q^4} \sim 1.78 ; 2 \frac{|\vec{q}|^3 \omega}{q^4} \sim 2.57$$

De hecho, en la zona de la Δ , a diferencia de lo que ocurre en el pico cuasielástico (eq.3.12), $\omega/|\vec{q}| \sim 1$. De modo que, aunque $\Delta W^{zz,0z}$ son de un orden superior en densidad que el dominante W^{00} , las correcciones por pérdida de invariancia gauge son considerablemente más significativas en la zona de la delta que en la del pico cuasielástico. Por otra parte, en el pico de la Δ , la respuesta nuclear es predominantemente transversal; por tanto, la conclusión que podría extraerse teniendo en cuenta nuestro anterior razonamiento es que no merece la pena el cálculo de R_L en esa zona puesto que las incertidumbre teóricas serían mayores que su magnitud. En cuanto a la zona del dip , al igual que se discutió para el pico cuasielástico, constatamos asimismo que el cálculo de R_L debe realizarse con la componente 00 del tensor hadrónico, no con la zz .

3.2 Parte imaginaria de la Función de Lindhard con funciones espectrales.

Consideremos el diagrama dominante en la zona del pico cuasielástico:

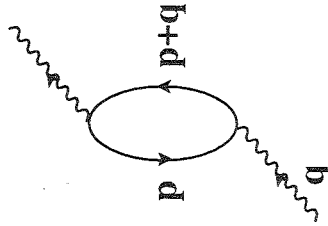


Fig.3.1

La autoenergía correspondiente a este diagrama es:

$$-i\Pi^{\mu\nu} = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{i n_i(p)}{p^0 - E(\vec{p}) + i\epsilon} \times \frac{i(1 - n_j(p+q))}{p^0 + q^0 - E(\vec{p} + \vec{q}) - i\epsilon} T r(V^\mu V^{\nu}) \quad (3.13)$$

donde $V^{\mu,\nu}$ representa el vértice correspondiente y $E(\vec{p}) = \sqrt{\vec{p}^2 + M_N^2}$ es la energía del nucleón. Vamos a asumir una dependencia promedio para el momento del nucleón (la misma que utilizamos en el capítulo anterior) en $T r(V^\mu V^{\nu})^\dagger$; eso nos permitirá factorizar la función de Lindhard.

El vértice V^μ viene dado por:

$$V^\mu = \bar{u}_r(\vec{p}) \left\{ e F_1 \gamma^\mu - i e \frac{G_M}{2M_N} \mu_n \sigma^{\mu\rho} q_\rho \right\} u_r(\vec{p} + \vec{q}) \quad (3.14)$$

expresión en la que están incluidos los cuadriespinores de Dirac de los campos nucleónicos y siendo $\sigma^{\mu\rho} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\rho]$.

Retomando brevemente en este punto la cuestión de la invariancia gauge tratada en la sección anterior, podemos comprobar de forma inmediata que la parte imaginaria (que supone nucleones sobre la capa de masas) de esta autoenergía es invariante gauge por sí misma. La primera corrección del medio vendría dada por el diagrama de la figura 3.12. Cuando se pone sobre la capa de masas las dos excitaciones partícula-agujero, la contribución de este diagrama deja de ser invariante gauge, porque el nucleón con momento $p+q$ no está sobre la capa de masas. Sin embargo, a este orden en densidad restauramos la invariancia gauge porque no sólo hemos de considerar el diagrama de la figura 3.12 sino todos los diagramas implícitos en la figura 2.8, donde no sólo se considera la amplitud PN como en la figura 3.12 y que no es invariante gauge por sí misma, sino las seis amplitudes discutidas en el capítulo 1 ($PN + PNC + KR + PP + PD + PDC$) y que dan lugar a una corriente invariante gauge allí como se discutió allí. Sin embargo, perdemos de nuevo la invariancia gauge cuando consideramos la renormalización en el medio nuclear de cada uno de los 36 diagramas de la figura 2.8 puesto que la renormalización es distinta para los diferentes términos (es decir, no renormalizamos igual la pieza de *background* $KR \times KR$ que la de $PNC \times PNC$).

La aplicación de las reglas de Cutkosky nos permite obtener la siguiente expresión para las partes imaginarias de Π^{00} y Π^{xz} :

[†]Esa dependencia promedio del momento del nucleón en $T r(V^\mu V^{\nu})$ supone que en $\int d^3p n(p)$ todas las direcciones contribuyen por igual y que, por tanto, podemos aproximar cada componente p_i^2 por $\frac{1}{3}\vec{p}^2$ y $\frac{1}{5}\vec{p}^2$ por $\frac{3}{5}k_F^2$.

$$Im\Pi^{00} = -\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} n_i(p)(1 - n_j(p+q)) \times \quad (3.15)$$

$$\times \delta(p^0 + q^0 - E(\vec{p} + \vec{q}) - E(\vec{p} + \vec{q})) Tr(V^0 V^{\dagger 0})$$

$$Im\Pi^{xx} = -\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} n_i(p)(1 - n_j(p+q)) \times \quad (3.16)$$

$$\times \delta(p^0 + q^0 - E(\vec{p} + \vec{q}) - E(\vec{p} + \vec{q})) Tr(V^x V^{\dagger x})$$

y si consideramos la dependencia de $Tr(V^\mu V^\nu)$ en un momento promedio del nucleón, tal y como comentábamos anteriormente, las expresiones que resultan son:

$$Im\Pi^{00} = \frac{1}{2} Im\bar{U}(q, \rho) Tr(V^0 V^{\dagger 0}) \quad (3.17)$$

$$Im\Pi^{xx} = \frac{1}{2} Im\bar{U}(q, \rho) Tr(V^x V^{\dagger x}) \quad (3.18)$$

donde hemos factorizado la parte imaginaria de la función de Lindhard (apéndice C). Sea ahora $A^{\mu\nu}$ definida como $\frac{1}{2} Tr(V^\mu V^{\dagger\nu})$. La evaluación de $Tr(V^\mu V^{\dagger\nu})$ (sin despreciar términos de orden $\frac{q^2}{M_N^2}$) nos lleva a las siguientes expresiones para A^{00} y A^{xx} :

$$A^{00} = \frac{1}{M_N^2} \left\{ \frac{1}{1 - \frac{q^2}{4M_N^2}} \left[G_E^2(q) - \frac{q^2}{4M_N^2} G_M^2(q) \right] \frac{1}{2} (2p^0 + q^0)^2 - \frac{1}{2} \vec{q}^2 G_M^2(q) \right\} \quad (3.19)$$

$$A^{xx} = \frac{1}{M_N^2} \left\{ \frac{1}{1 - \frac{q^2}{4M_N^2}} \left[G_E^2(q) - \frac{q^2}{4M_N^2} G_M^2(q) \right] \frac{2}{5} k_F^2 - \frac{1}{2} \vec{q}^2 G_M^2(q) \right\} \quad (3.20)$$

donde $p^0 = M_N + \frac{3}{5} \frac{k_F^2}{2M_N}$ y G_E y G_M son los factores de forma de Sachs definidos en el apéndice A.

Las expresiones 3.15 y 3.16 suponen, claro está, que no estamos incluyendo la renormalización del propagador del nucleón en el medio [†] (por ejemplo, la contribución del diagrama de la figura 3.12, donde la interacción entre excitaciones partícula-agujero no se limita al simple intercambio de un pión). Si lo hacemos, es decir, si consideramos los propagadores del nucleón con interacción vistos en la ecuación 2.5 (caso más realista que el anterior) la expresión de la función de Lindhard sería ahora:

$$\bar{U} = 2 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\mu} d\omega S_h(\omega, p) \int_{\mu}^{\infty} d\omega' \frac{S_p(\omega', \vec{p} + \vec{q})}{q^0 + \omega - \omega' + i\epsilon} \quad (3.21)$$

donde S_h y S_p son las denominadas funciones espectrales de agujero y partícula, respectivamente. Estas funciones corresponden a *distribuciones* de energía y momento de los nucleones y están definidas como sigue:

Sea $G(p^0, \vec{p})$ el propagador del nucleón en la representación de Dyson:

$$G(p^0, \vec{p}) = \frac{1}{p^0 - \frac{\vec{p}^2}{2M_N} - \Sigma(p^0, \vec{p})} \quad (3.22)$$

siendo $\Sigma(p^0, \vec{p})$ la autoenergía del nucleón. Se verifica que [46]:

$$\begin{aligned} * \text{ Si } \omega \geq \mu, \quad S_p(\omega, p) &= -\frac{1}{\pi} Im G(\omega, p) = -\frac{1}{\pi} \frac{Im \Sigma(\omega, p)}{A + B} \\ * \text{ Si } \omega \leq \mu, \quad S_h(\omega, p) &= \frac{1}{\pi} Im G(\omega, p) = \frac{1}{\pi} \frac{Im \Sigma(\omega, p)}{A + B} \end{aligned} \quad (3.23)$$

donde $\omega = p^0$ y siendo μ el potencial químico (mínima energía que hay que darle al estado fundamental de un sistema de un número infinito de partículas para introducir otra partícula en el mismo), $\mu \simeq \frac{k_F^2}{2M_N} + Re \Sigma(\mu, k_F)$ y

[†] Las propiedades del nucleón en materia nuclear han sido profusamente estudiadas con diferentes grados de aproximación. Véanse, como ejemplo, las referencias [42, 43, 44, 45].

$$A = \left(\omega - \frac{\vec{p}^2}{2M_N} - \text{Re}\Sigma(\omega, \vec{p}) \right)^2 \quad (3.24)$$

$$B = (Im\Sigma(\omega, \vec{p}))^2$$

En el límite $\Sigma \rightarrow 0$, se obtienen las usuales funciones espectrales:

$$S_h(\omega, \vec{p}) = \delta \left(\omega - \frac{\vec{p}^2}{2M_N} \right) \Theta(-p + k_F) \quad \omega < \mu \quad (3.25)$$

$$S_p(\omega, \vec{p}) = \delta \left(\omega - \frac{\vec{p}^2}{2M_N} \right) \Theta(+p - k_F) \quad \omega > \mu$$

De modo que (2.5) nos determina

$$G(p^0, \vec{p}) = \Theta \left(p^0 - \frac{k_F^2}{2M_N} \right) \frac{1}{p^0 - \frac{\vec{p}^2}{2M_N}} + \Theta \left(\frac{k_F^2}{2M_N} - p^0 \right) \frac{1}{p^0 - \frac{\vec{p}^2}{2M_N} - i\epsilon} \quad (3.26)$$

que corresponde al propagador de partícula (agujero) para $p^0 > k_F^2/(2M_N)$ ($p^0 < k_F^2/(2M_N)$). Para la autoenergía del nucleón consideraremos un modelo semifemenológico [46] que hace uso de las secciones eficaces experimentales para NN y la interacción empírica espín-isospín.

De la función de Lindhard nos interesará evaluar su parte imaginaria, que ahora responde a la siguiente expresión:

$$Im \bar{U}(q) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^\infty dp p^2 \int_{-1}^1 dx \int_{\mu-q^0}^{\mu} d\omega S_h(\omega, p) \times \times S_p(q^0 + \omega, \sqrt{\vec{p}^2 + \vec{q}^2} + 2pqx) \quad (3.27)$$

Para su cálculo (y por razones de tiempo de computación) vamos a asumir que

$$S_h(\omega, p) = \delta(\omega - E(\vec{p})) \Theta(\mu - E(p)) \quad (3.28)$$

Es decir, sustituimos la función espectral de agujero por una delta de Dirac centrada en

$$E(\vec{p}) = \frac{\vec{p}^2}{2M_N} + \text{Re}\Sigma(E(\vec{p}), \vec{p}) \quad (3.29)$$

La razón de hacer esta aproximación en la parte de agujero es que la $Im\Sigma$ para esos estados es considerablemente menor que la correspondiente para los estados de partícula final en el pico cuasielástico [46]. Hemos estimado que el error que introducimos al realizar esta aproximación no puede ser superior al 10% en la respuesta longitudinal.

Los efectos del cálculo de R_L , R_T y la sección eficaz diferencial con esta función de Lindhard espectral pueden verse en la figura 3.2. donde comparamos los resultados que obtenemos para la sección eficaz diferencial utilizando una función de Lindhard *normal* y *espectral*.

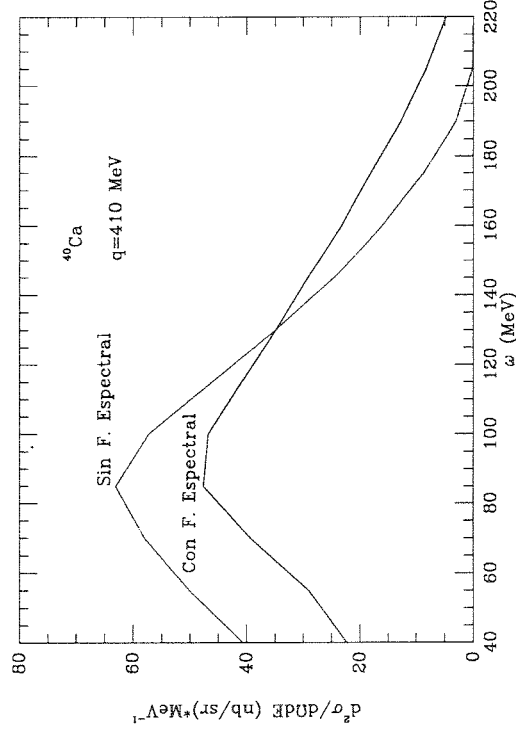


Fig.3.2 Comparación del cálculo de la sección eficaz diferencial para ^{40}Ca utilizando ambas funciones de Lindhard

3.3 Polarización del diagrama de un cuerpo.

En la sección anterior (y en términos diagramáticos) hemos calculado el corte que se muestra en la figura 3.3:

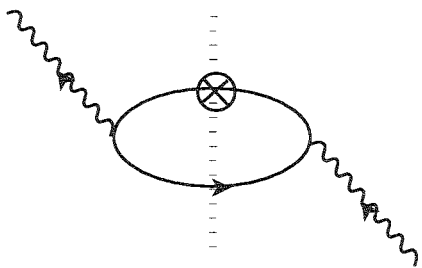


Fig.3.3

donde la línea gruesa representa el propagador de partícula renormalizado (es decir, incluyendo la autoenergía del nucleón).

Obviamente, y como hacíamos en el segundo capítulo, debemos incluir efectos de polarización, lo que se llaman correlaciones RPA a un cuerpo (figura 3.4).

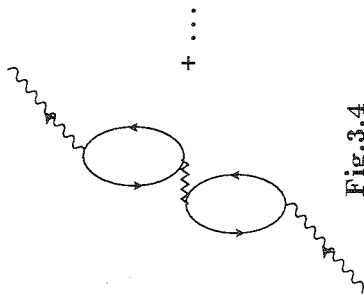


Fig.3.4

donde la línea serrada que une las dos excitaciones partícula-agujero representa la interacción V más general entre nucleones modificada en el medio, incluyendo excitaciones partícula-agujero y Δ -agujero. Para ello, consideramos una interacción partícula-agujero Landau-Migdal típica:

$$V(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = c_0 \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \{ f_0(\rho) + f'_0(\rho) \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2 + g_0(\rho) \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 + g'_0(\rho) (\vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2) \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2 \} \quad (3.30)$$

Para los coeficientes $f_0(\rho)$, $f'_0(\rho)$, $g_0(\rho)$ tomamos la dependencia en densidad dada en la referencia [36]:

$$f_i(\rho(r)) = \frac{\rho(r)}{\rho(0)} f_i^{(in)} + \left[1 - \frac{\rho(r)}{\rho(0)} \right] f_i^{(ex)} \quad (3.31)$$

con

$$\begin{aligned} f_0^{(in)} &= 0.07 & f_0^{(ex)} &= 0.45 \\ f_0^{(ex)} &= -2.15 & c_0 &= 380 \text{ MeV fm}^3 \\ f_0^{(in)} &= 0.33 & & \\ g_0^{(in)} &= g_0^{(ex)} = g_0 = 0.575 & & \\ g_0^{(in)} &= g_0^{(ex)} = g'_0 = 0.725 & & \end{aligned} \quad (3.32)$$

En cuanto a la interacción en el canal $S = 1 = T$, hemos tomado (por consistencia) la introducida y utilizada en el capítulo anterior, en lugar de $c_0 g'_0$, lo que supone una diferencia de un 4%.

Recordemos (3.17 y 3.18) que podíamos escribir la autoenergía de una burbuja como

$$\Pi_{(1)}^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \bar{U}_N(q) A_N^{\nu\mu}(q) e^2 \quad (3.33)$$

expresión donde hemos factorizado explícitamente la función de Lindhard y en la que (considerando la reducción no relativista de $A^{\mu\nu}$)

$$\begin{aligned} A^{\mu\nu} \equiv & \sum_{r, r'} \chi_r \left[F_1^p(q) \delta^{\mu 0} - i \frac{\mu_p G_M(q)}{2M_N} (\vec{\sigma} \times \vec{q})_i \delta^{\mu i} + F_1^p \frac{(2\vec{p} + \vec{q})_i}{2M_N} \delta^{\mu i} \right] \chi_{r'} \times \\ & \times \chi_{r'} \left[F_1^p(q) \delta^{\nu 0} + F_1^p \frac{(2\vec{p} + \vec{q})_i}{2M_N} \delta^{\nu i} + i \frac{\mu_p G_M(q)}{2M_N} (\vec{\sigma} \times \vec{q})_i \delta^{\nu i} \right] \chi_r + \\ & + (p \leftrightarrow n) \end{aligned} \quad (3.34)$$

Veamos como se renormalizan las componentes eléctricas y magnéticas del vértice dada la estructura espín-isospín de la interacción:

a) Interacción $\vec{\sigma}\vec{\sigma}\vec{\tau}\vec{\tau}$: es nuestra interacción *tradicional*. Selecciona el canal de la excitación de la resonancia Δ y de producción de piones ($S = 1$, $T = 1$) introducido anteriormente. Sólo afecta a las componentes magnéticas:

$$\begin{aligned}
A_{mag}^{\mu\nu} = & \sum_{r,r'} \chi_r \left[-i \frac{\mu_p G_M(q)}{2M_N} (\vec{\sigma} \times \vec{q})_i \delta^{ij} \right] \chi_{r'} \times \\
& \times \chi_{r'} \left[i \frac{\mu_p G_M(q)}{2M_N} (\vec{\sigma} \times \vec{q})_i \delta^{ji} \right] \chi_r \frac{(1 + \tau_3)}{2} + \\
& + [\text{neutrones}] \frac{(1 - \tau_3)}{2}
\end{aligned} \quad (3.35)$$

Dado que el operador $\vec{r}\vec{r}$ implica una estructura del tipo (Operador protones - Operador neutrones)², podemos comprobar, tras un sencillo cálculo que la expresión de Π^{ij} es ahora:

$$\Pi_{mag}^{ij} = \frac{1}{2} \bar{U}_N A_{mag}^{ij} (q) e^2 + \frac{e^2}{4M_N^2} \frac{f_{\pi NN}^2}{m_\pi^2} \frac{V_t(q)}{1 - \frac{f_{\pi NN}}{m_\pi^2} V_t(q) U(q)} \times \quad (3.36)$$

$$\times (\vec{q}^2 \delta^{ij} - q^i q^j) G_M^2(q) (\mu_p \bar{U}_p - \mu_n \bar{U}_n)^2$$

siendo $U(q) = U_N(q) + U_\Delta(q)$.

b) Interacción $\vec{r}\vec{r}$

Esta interacción selecciona las componentes no magnéticas de V^μ . Esto quiere decir que se renormalizarían A^{00} y los términos convectivos de A^{ij} . Puesto que estos últimos contribuyen en escasa medida (un 10% de la respuesta transversal, aproximadamente), no nos preocuparemos de su renormalización. Veamos que ocurre con A^{00} .

Puesto que

$$\begin{aligned}
A^{00} = & \left[\sum_{r,r'} \chi_r F_1^p(q) \chi_{r'} F_1^p(q) \chi_r \right] \frac{(1 + \tau_3)}{2} + \\
& + \left[\sum_{r,r'} \chi_r F_1^n(q) \chi_{r'} F_1^n(q) \chi_r \right] \frac{(1 - \tau_3)}{2}
\end{aligned} \quad (3.37)$$

la expresión renormalizada de Π^{00} vendrá dada por

$$\Pi^{00} = e^2 \left\{ (F_1^p)^2 \bar{U}_p + (F_1^n)^2 \bar{U}_n + \frac{c_0 f_0' (F_1^p \bar{U}_p - F_1^n \bar{U}_n)^2}{1 - c_0 f_0' U_N(q)} \right\} \quad (3.38)$$

donde el hecho de excluir U_Δ del denominador es debido a que un operador $\vec{r}\vec{r}$ no puede excitar una Δh .

c) Interacción $\vec{\sigma}\vec{\sigma}$: En este caso, y al igual que en a), las componentes que se renormalizan son las magnéticas y la expresión para la Π^{ij} renormalizada es:

$$\begin{aligned}
\Pi_{mag}^{ij} = & \frac{1}{2} \bar{U}_N A_{mag}^{ij} (q) e^2 + \frac{e^2}{4M_N^2} c_0 g_0 \frac{1}{1 - c_0 g_0 U_N(q)} \times \\
& \times (\vec{q}^2 \delta^{ij} - q^i q^j) G_M^2(q) (\mu_p \bar{U}_p + \mu_n \bar{U}_n)^2 \\
& + \text{efecto de } (a)
\end{aligned} \quad (3.39)$$

d) Interacción escalar: La renormalización afecta a A^{00} (como en b)) de modo que:

$$\Pi^{00} = e^2 \left\{ (F_1^p)^2 \bar{U}_p + (F_1^n)^2 \bar{U}_n + \frac{c_0 f_0(\rho) (F_1^p \bar{U}_p + F_1^n \bar{U}_n)^2}{1 - c_0 f_0 U_N(q)} \right\} + \text{efecto de } (b) \quad (3.40)$$

Otra contribución posible a la renormalización en el pico cuasielástico es la mostrada en la figura:

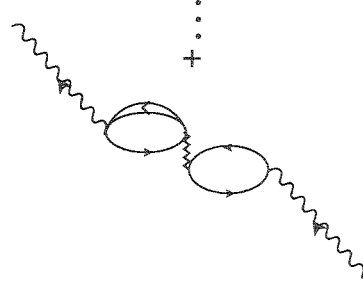


Fig.3.5

Esta renormalización afectará también al pico de la delta, aunque su contribución en ambas zonas no es significativa debido a la escasa interferencia de una ph y una Δh .

Su contribución (únicamente la respuesta transversal) viene dada por

$$\begin{aligned} \Pi^{ij} = e \left(\frac{4}{3} \right)^2 \frac{f_\gamma}{m_\pi} \left(\frac{\rho}{\sqrt{s} - M_\Delta + i \frac{\Gamma}{2} - \Sigma_\Delta} \right) i \times \\ \times \left(\frac{V_t}{1 - U \frac{f_{\pi NN}^2}{m_\pi^2} V_t} \right) \frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} f^* [\vec{q}^2 \delta^{ij} - q^i q^j] \times \\ \times \frac{G_M}{4M_N} [\mu_p \bar{U}_p - \mu_n \bar{U}_n] \end{aligned} \quad (3.41)$$

En las figuras que se muestran a continuación podemos apreciar los efectos de la polarización en el cálculo de la sección eficaz diferencial y las funciones de respuesta. En las figuras 3.9, 3.10 y 3.11 podemos ver los efectos de los diferentes términos de la interacción nucleón-nucleón en la sección eficaz y en las funciones de respuesta.

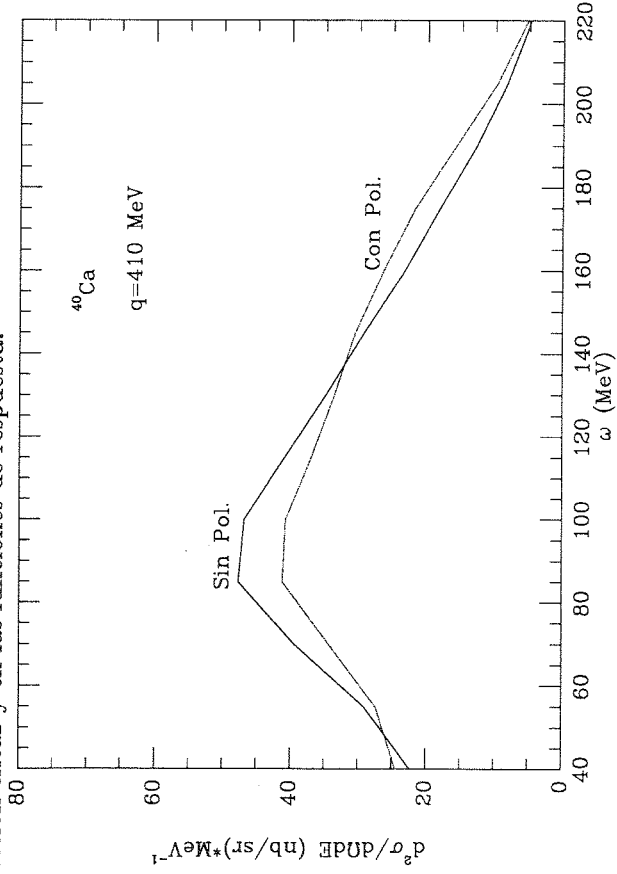


Fig.3.6 Comparación del cálculo de la sección eficaz diferencial para ^{40}Ca con polarización y sin ella

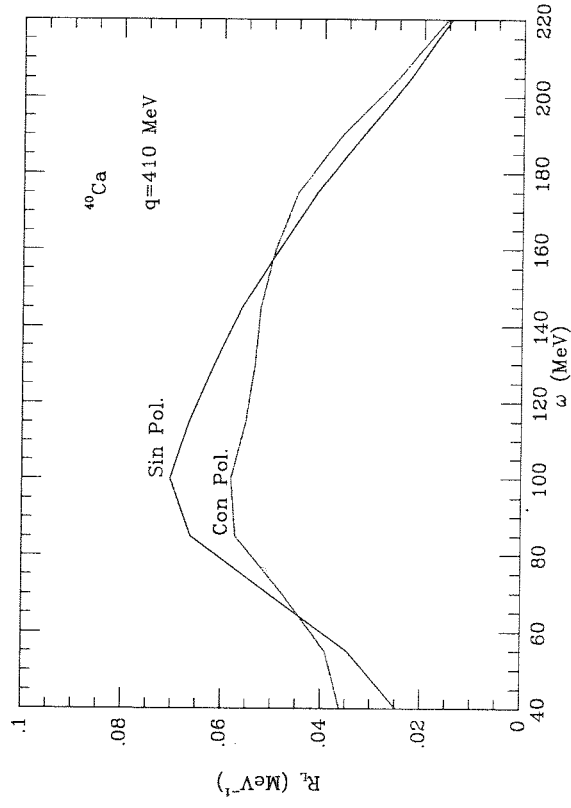


Fig.3.7 Idem para el cálculo de la función de respuesta longitudinal

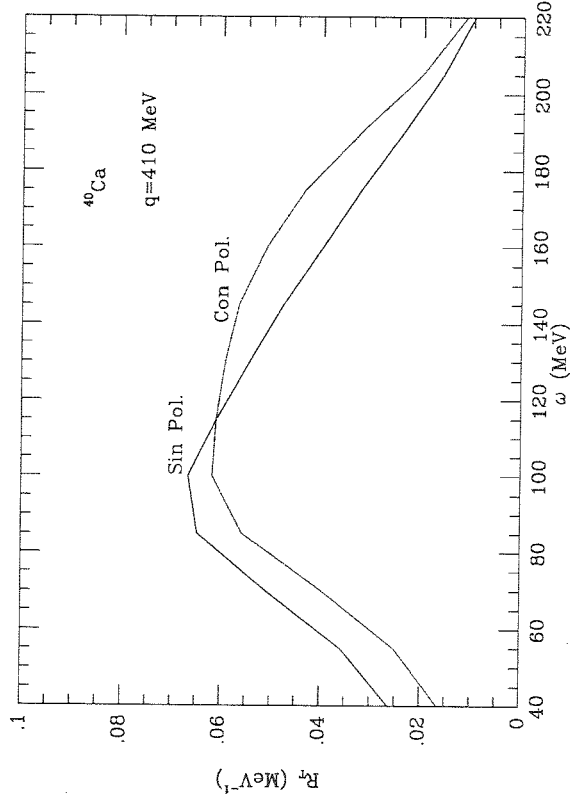


Fig.3.8 Idem para la función de respuesta transversal

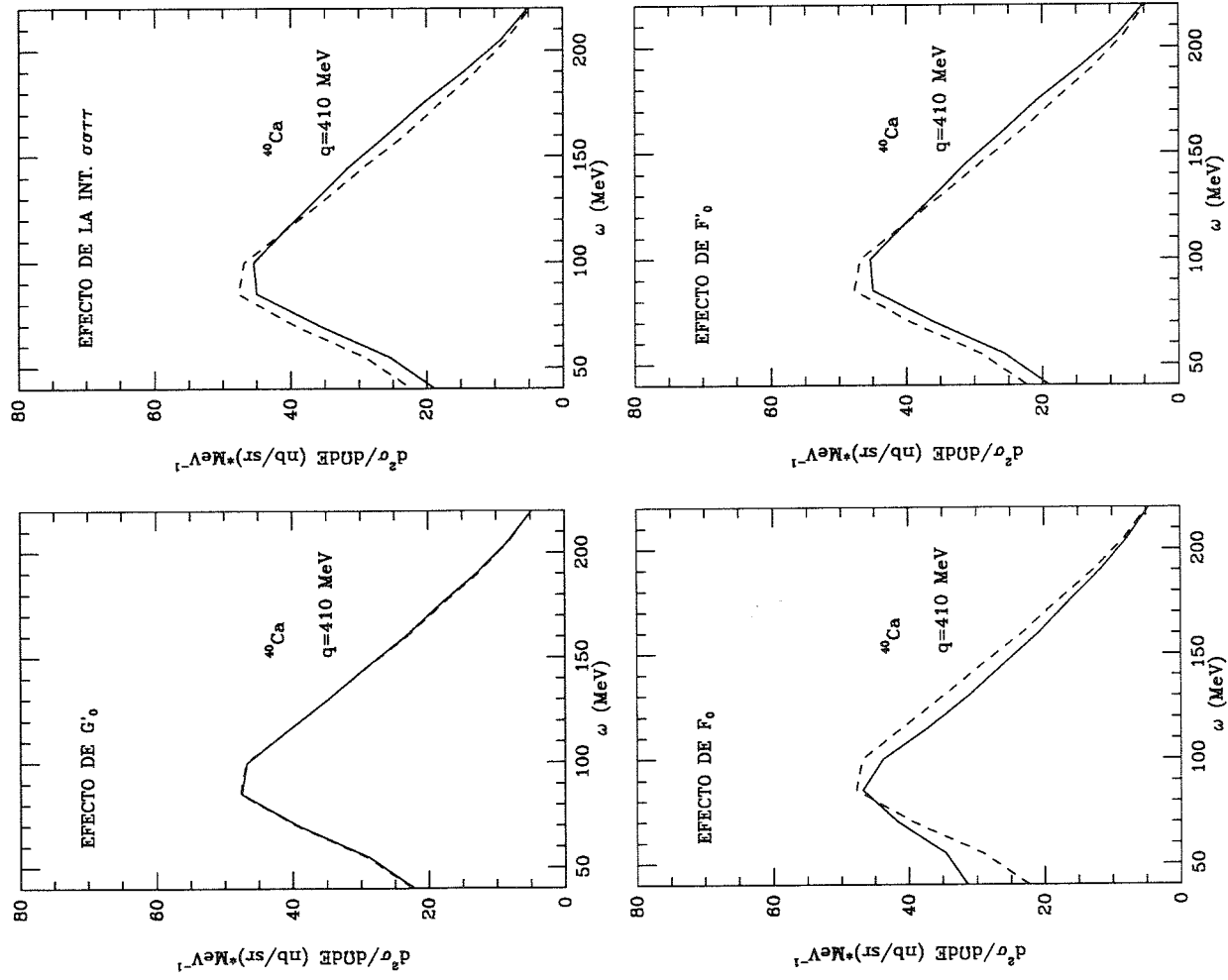


Fig.3.9 Efecto de los distintos términos de la interacción nucleón-nucleón en la sección eficaz. La línea sólida representa el cálculo con polarización y $G'_0 = g'_0$, $F'_0 = f'_0$ y $F''_0 = f''_0$.

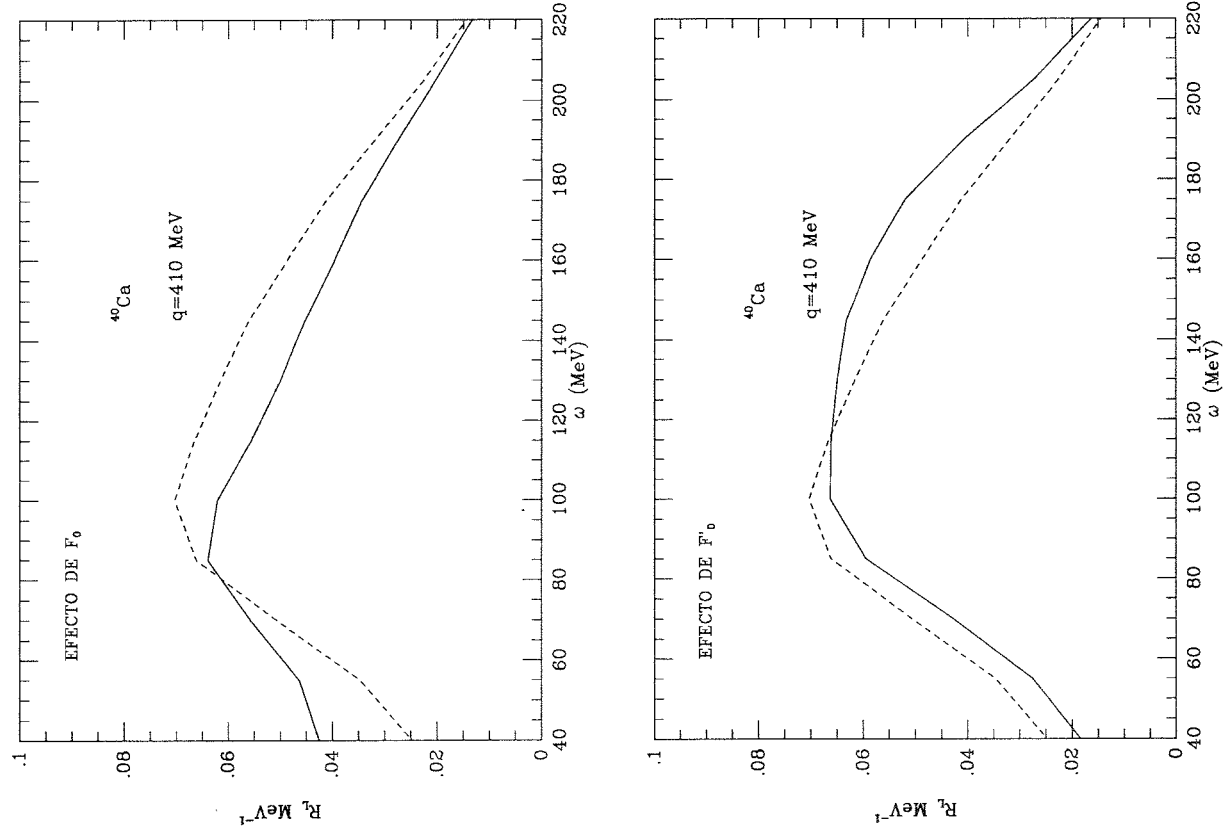


Fig.3.10 Efecto de los dos términos de la interacción nucleón-nucleón que polarizan la respuesta longitudinal. La línea sólida representa el cálculo con polarización y $F_0 = f_0$ y $F'_0 = f'_0$.

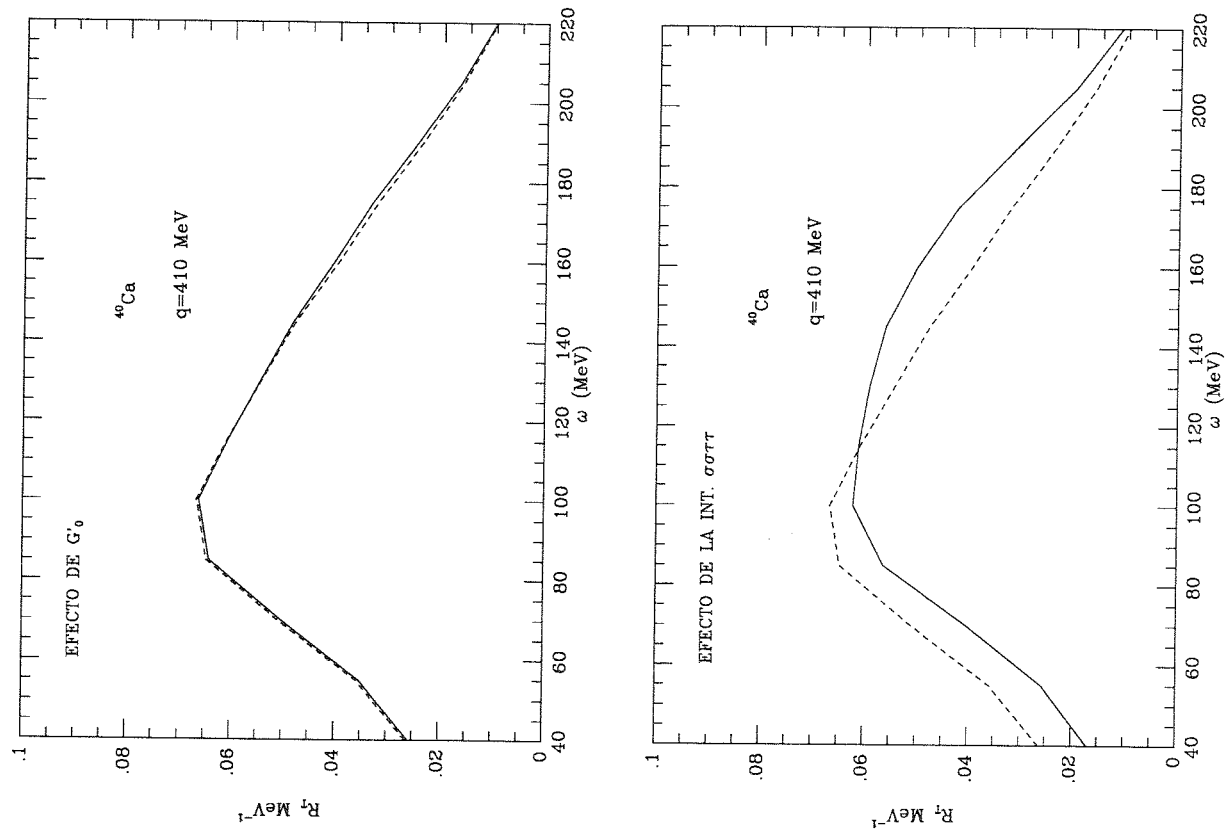


Fig.3.11 Idem para la función de respuesta transversal. $G'_0 = g'_0$.

3.4. EL DIAGRAMA DE POLO DE NUCLEÓN Y OTROS RELACIONADOS.

93

3.4 El diagrama de polo de nucleón y otros relacionados.

Es claro que, al margen de las correlaciones RPA de *un cuerpo*, debemos sumar las contribuciones de los diagramas que hemos introducido en el capítulo anterior. Como en la zona del pico cuasielástico (y a excepción de la zona de altas energías) no hay energía suficiente para producir piones, no contribuirán los diagramas de electroproducción de piones. ¿Qué ocurre con los diagramas de absorción del fotón por dos nucleones?.

Consideremos el diagrama de absorción correspondiente a la amplitud de polo de nucleón y el corte especificado en la figura:

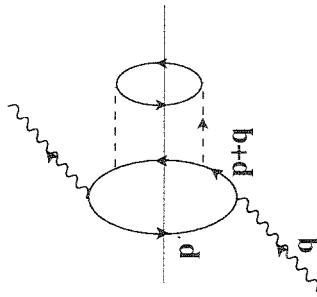


Fig.3.12

Es evidente que el propagador del nucleón intermedio puede diverger (es decir, el nucleón virtual puede llegar a ser real) aun cuando estemos realizando el corte que se indica en la figura. Esto ocurrirá cuando $p^0 + q^0 = E(\vec{p} + \vec{q})$; dicho de otro modo, cuando $q^0 \simeq \vec{q}^2 / (2M_N)$

Es decir, que este diagrama diverge en el pico cuasielástico. Esta divergencia, sin embargo, es espúrea en el sentido de que sólo indica que no se debe calcular este diagrama perturbativamente sino que las inserciones sobre la línea de nucleón deben considerarse como una corrección de autoenergía al propagador del nucleón. En ese sentido, el diagrama de la figura 3.1 más todas las inserciones de autoenergía del tipo del diagrama 3.12 (donde la inserción es iterada según la ecuación de Dyson) están incluidas en la expresión 3.25.

Sin embargo, otras contribuciones que no están incluidas son las correspondientes a las interferencias de la amplitud del polo de nucleón con el resto de las amplitudes³. Es decir:

³Para evitar posibles divergencias es necesario incluir la autoenergía del nucleón en el medio de los propagadores de nucleón involucrados

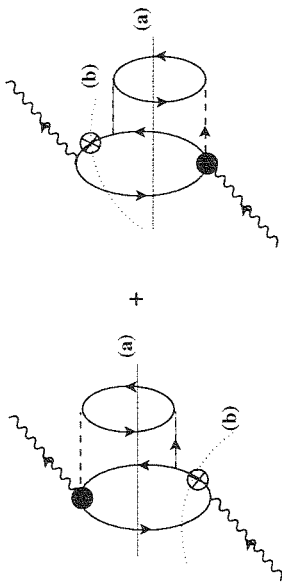


Fig.3.13

La expresión de $Im\Pi^{\mu\nu}$ (considerando el corte (a) mostrado en la figura) correspondiente a estos diagramas es (sumando las contribuciones):

$$\begin{aligned}
 Im\Pi^{\mu\nu} = & \frac{f_{\pi NN}^2}{m_\pi^2} \sum_{ij} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} n_i(\vec{p}) (2\pi) \Theta(p^0) \delta\left(p^0 - E(\vec{p}) - Re\Sigma\left(\frac{\vec{p}^2}{2M_N}, \vec{p}\right)\right) \times \\
 & \times \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} F_\pi^4(k) \frac{\vec{k}_{CM}^2 \Theta(k^0)}{(k^2 - m_\pi^2)^2} 2\pi \delta\left(p^0 + q^0 - k^0 - E(\vec{p} + \vec{q} - \vec{k})\right) \\
 & - Re\Sigma\left(\frac{(\vec{p} + \vec{q} - \vec{k})^2}{2M_N}, \vec{p} + \vec{q} - \vec{k}\right) \Theta(p^0 + q^0 - k^0) \times \\
 & \times (1 - n_j(\vec{p} + \vec{q} - \vec{k})) \frac{ImU_\lambda(k)}{1 - \frac{f_{\pi NN}^2}{m_\pi^2} V_i(k) U(k)} (1 - n_i(\vec{p} + \vec{q})) \times \\
 & \times 2Re\left\{ \frac{1}{p^0 + q^0 - E(\vec{p} + \vec{q}) - \Sigma_N\left(\frac{(\vec{p} + \vec{q})^2}{2M_N}, \vec{p} + \vec{q}\right)} \times \right. \\
 & \left. T\tau\left(\bar{\mathcal{M}}_{PN}^\mu(i \rightarrow j) \bar{\mathcal{M}}_{KR, PP, PNC, \Delta, \Delta C}^{\nu}(i \rightarrow j)\right) \right\}
 \end{aligned} \tag{3.42}$$

siendo $\bar{\mathcal{M}}_{PN}$ la amplitud de polo de nucleón sin el propagador del nucleón, consistentemente con el cálculo de la contribución de un cuerpo.

Pero además del corte indicado en las figuras, debemos considerar también el corte por la línea de nucleón (b). La evaluación de este corte nos pro-

porciona la siguiente expresión para $Im\Pi^{\mu\nu}$:

$$\begin{aligned}
 Im\Pi^{\mu\nu} = & - \sum_{ij} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} n_i(p) \delta\left(p^0 - E(\vec{p}) - Re\Sigma\left(\frac{\vec{p}^2}{2M_N}, \vec{p}\right)\right) \Theta(p^0) \times \\
 & \times (2\pi)^2 (1 - n_i(\vec{p} + \vec{q})) \Theta(p^0 + q^0) \delta(p^0 + q^0 - E(\vec{p} + \vec{q}) \\
 & - Re\Sigma\left(\frac{(\vec{p} + \vec{q})^2}{2M_N}, \vec{p} + \vec{q}\right)) \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} F_\pi^2(k) \times \\
 & \times Im\left\{ \frac{(1 - n_j(p + q - k))}{p^0 + q^0 - k^0 - E(\vec{p} + \vec{q} - \vec{k}) + i\epsilon} \times \right. \\
 & \times \left(\frac{1}{k^2 - m_\pi^2 - \Pi} - \frac{1}{k^2 - m_\pi^2 + i\epsilon} \right) \times \\
 & \left. \times T\tau\left(\bar{\mathcal{M}}_{KR, PP, PNC, \Delta, \Delta C}^\nu(i \rightarrow j) \bar{\mathcal{M}}_{PN}^\mu(i \rightarrow j)\right) \right\}
 \end{aligned} \tag{3.43}$$

siendo Π la autoenergía del pión en el medio nuclear [¶]

La sustracción que aparece en la penúltima línea de la ecuación tiene su origen en que al considerar el límite $\Pi \rightarrow 0$, estaríamos ante una corrección de vértice.

En cuanto a la renormalización de los diagramas de *background* $PNC \times PNC$ y $PNC \times PN$, hemos incluido (aparte de la interacción en el canal $S = T = 1$ -sección 2.8-) los efectos de los restantes términos de la interacción de Landau-Migdal (3.28). Pero puesto que se trata de diagramas que dan una contribución pequeña al proceso tanto en la zona del pico cuasielástico como en la zona de la Δ , los efectos de esta renormalización son poco apreciables.

[¶]Cuya expresión es

$$\Pi = \vec{k}_{CM}^2 \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2 F_\pi^2(k^2) \frac{U_\lambda(k)}{1 - g' \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2} U(k)$$

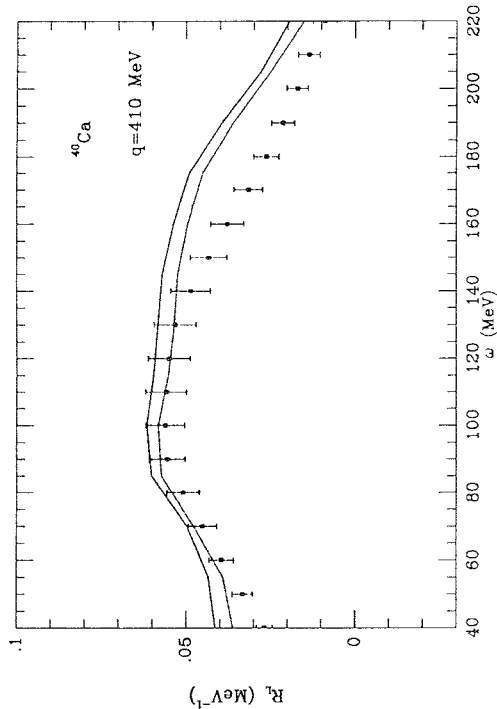


Fig.3.16 Datos experimentales de [10]

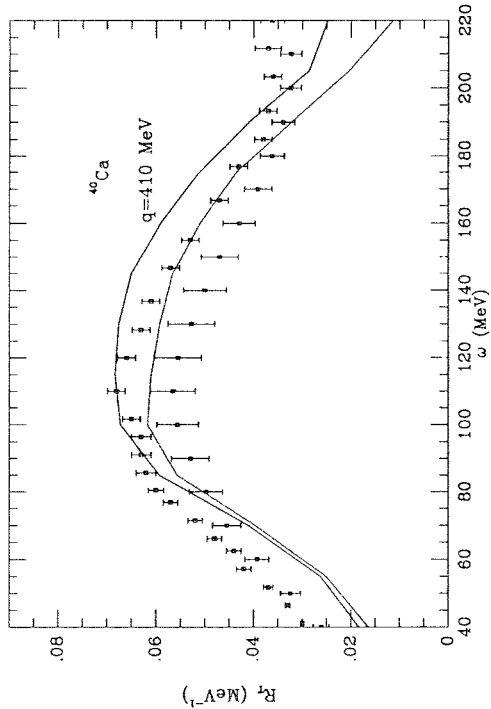


Fig.3.17 Datos experimentales de [10] (puntos inferiores) y [2] (puntos superiores)

Como podemos comprobar, alcanzamos un acuerdo razonable con el reanálisis experimental de Jourdan, que es el que hemos tomado como indicativo dados los desacuerdos experimentales previos.

3.5 Resultados.

A continuación mostramos los resultados para R_L y R_T obtenidos en nuestra aproximación considerando dos núcleos: ^{12}C y ^{40}Ca . La curva punteada representa la contribución de la función de Lindhard "espectral" y la línea sólida, el resultado total que obtenemos (incluyendo todas las contribuciones):

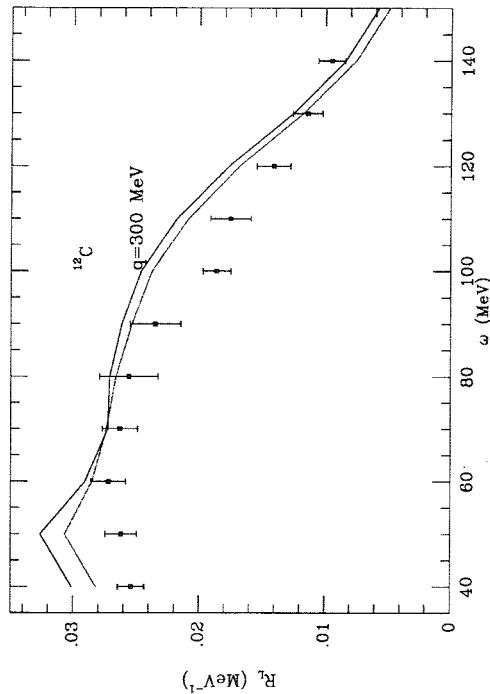


Fig.3.14 Datos experimentales de [11]

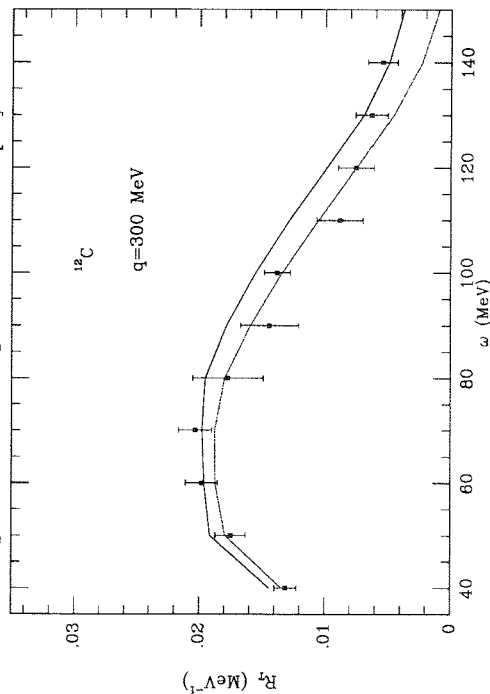


Fig.3.15 Datos experimentales de [11]

Capítulo 4

Procesos exclusivos de dispersión de electrones por núcleos.

4.1 Descripción y aspectos relevantes.

En los experimentos de dispersión de electrones, la medida de una o más partículas en coincidencia con el electrón dispersado proporciona una información mucho más rica sobre la respuesta nuclear que el mismo proceso inclusivo. Las limitaciones experimentales de hace unas décadas, han sido ampliamente superadas y en la actualidad hay numerosos proyectos experimentales en diversos laboratorios (TJNAF [72], Mainz [16], Saskatoon [17]) sobre procesos exclusivos, principalmente $(e, e'N)$ y $(e, e'N\pi)$.

¿Qué aprendemos de este tipo de procesos?. Como mencionábamos en la introducción, el estudio de la dispersión de electrones con medida de un nucleón en coincidencia (genéricamente $(e, e'N)$) da acceso al conocimiento de propiedades monoparticulares de los núcleos, tales como la distribución combinada de energía y momento del nucleón-agujero, la denominada *función espectral* en el núcleo. Por otro lado, la emisión de dos nucleones ha sido estudiada experimental y teóricamente con el objetivo de obtener información sobre correlaciones nucleón-nucleón (ver, por ejemplo, [25]).

Nuestra intención en este capítulo es abordar el cálculo de los procesos exclusivos ya mencionados $(e, e'N)$, $(e, e'N\pi)$, así como aquellos en los que se mide un pion en coincidencia o no con nucleones $((e, e'\pi)$, $(e, e'N\pi)$) etc.

4.2 Aspectos generales: el Método de Monte Carlo.

Para el cálculo de los procesos exclusivos vamos a utilizar un código de simulación de Monte Carlo (MC) para generar y propagar piones y nucleones

en núcleos finitos, al igual que se hizo en los casos de piones y fotones reales de las referencias ([48, 49, 50]).

En el capítulo 2 calculamos las probabilidades de que un fotón virtual fuese absorbido en un punto dado del volumen nuclear. Debido a su pequeñez, despreciábamos los procesos de segundo orden en $\alpha = 1/137$ y los fotones alcanzaban todos los puntos del volumen nuclear con igual flujo. La sección eficaz diferencial inclusiva de dispersión de electrones era obtenida únicamente integrando en el volumen nuclear la mencionada probabilidad.

Sin embargo, cuando los fotones virtuales reaccionan en el medio nuclear, pueden aparecer piones reales y nucleones libres en el estado final. Tanto piones como nucleones poseen grandes secciones eficaces de reacción en el medio nuclear. Por tanto, el estudio de la interacción de estado final es de gran importancia si queremos aprender algo sobre las partículas detectadas y sus secciones eficaces diferenciales.

La pregunta que surge inmediatamente es, ¿cómo abordar un problema que parece tan complejo a priori?. A esta pregunta, ya respondida en las últimas referencias mencionadas para el caso de piones y fotones reales, hemos intentado dar respuesta trazando las siguientes líneas de actuación:

Para piones: tal y como vimos en el capítulo 2, nuestro modelo nos provee de las probabilidades primarias de electroproducción de piones en cada punto del núcleo. Una vez conocidas éstas y mediante cálculos mecánico-cuántico exactos en el marco de nuestra teoría (vid ref.[47]) obtendremos las probabilidades para las diferentes reacciones de piones en materia nuclear: absorción, cuasielástico, intercambio de carga, etc. De modo que moviendo a los piones como partículas clásicas y teniendo en cuenta estas probabilidades de reacción mecánico-cuánticas mediante un código de simulación de Monte Carlo, podremos obtener secciones eficaces diferenciales de piones de un modo sencillo. Las grandes secciones eficaces de piones comparadas con las de los fotones virtuales - hacen "deseable" un esquema de simulación de Monte Carlo: aunque podemos conocer la probabilidad de reacción como función de la energía del pión y la densidad nuclear en un punto dado del núcleo, no es nada fácil saber cuál es el flujo de piones que llega a cada punto, puesto que todas las posibles interacciones previas han de ser tenidas en cuenta: absorción, probabilidades de procesos cuasielásticos, etc. Dado que un número elevado de posibles caminos intermedios nos llevarían al mismo estado, el cálculo de todos ellos podría convertirse en una tarea que nos desbordaría.

En el esquema de simulación de Monte Carlo que utilizamos, la partícula (en este caso el pión) "escoge" en cada paso seguir uno u otro de los múlti-

ples caminos posibles de acuerdo con las probabilidades calculadas. Esto representa, obviamente, una enorme simplificación técnica comparado con la utilización alternativa de ecuaciones integro-diferenciales múltiples acopladas. Además se tiene en cuenta automáticamente la interacción de estado final. Como contrapartida, hemos de asumir que la interferencia entre las contribuciones de los diferentes elementos de volumen es despreciable, aunque está probado que es una muy buena aproximación en reacciones inclusivas como puede verse en [48].

Para nucleones: las secciones eficaces NN son también relativamente grandes, por lo que utilizaremos la técnica Monte Carlo para seguir a los nucleones en su camino hasta su salida del núcleo. Al igual que para los piones, nuestro modelo nos proporciona las probabilidades primigenias de excitación de nucleones en un punto dado del núcleo. Una vez excitados, seguiremos a los nucleones en su camino hasta el exterior nuclear considerando su interacción con el núcleo como *un todo* (por medio de un potencial promedio) y como un *conjunto de partículas* (pues pueden tener lugar colisiones NN). Sin embargo, hay una diferencia en comparación con el caso de piones: *no vamos a utilizar un modelo microscópico para la interacción NN* . En su lugar, consideraremos las secciones eficaces experimentales NN y las modificaremos de acuerdo con los efectos del medio nuclear más importantes, como veremos más adelante.

4.3 Generando y siguiendo a los piones

En primer lugar, en un elemento de volumen (d^3r) del núcleo se decide si ocurre un cierto suceso (en este caso, la producción de piones). Para ello se calcula la probabilidad $\rho\sigma dl$ (siendo ρ la densidad nuclear, σ , la sección eficaz y dl , el elemento de longitud) de que esto ocurra, o lo que es equivalente, la contribución a la sección eficaz como $\rho\sigma d^3r$. Supongamos entonces que hemos generado un pión. Nuestro método de simulación, dependiendo de las correspondientes probabilidades, nos va a permitir decidir: primero, vía qué proceso y en qué punto del núcleo se ha producido el pión y, segundo, cuál ha sido la carga y el momento (módulo y ángulos) del pión producido. Recordemos pues, en primer lugar, cuáles eran los diferentes mecanismos de producción de piones reales en núcleos en el rango de energías que trata esta memoria:

Como vimos en el capítulo 2, la producción de piones en núcleos (en términos diagramáticos) se nutre de diversas fuentes: (a) los diagramas de la figura b.1 del apéndice B, (b) la contribución cuasielástica del diagrama

de la Δ (vid figura 2.9.(c)) y, por último, (c) la proveniente del diagrama 2.19(3) relacionado con el canal $(\gamma^*, \pi \pi)$. Obviamente, la contribución más importante es la de los mencionados en primer término.

Vamos a calcular la aportación de (a) de un modo diferente a como hacíamos en el capítulo 2: consideraremos la sección eficaz proporcionada por el modelo elemental. Sin embargo, dado que la sección eficaz nuclear difiere de la simple aproximación de impulso, es necesario corregir nuestra sección eficaz elemental considerando los efectos del medio. Estos son: movimiento de Fermi de los nucleones, modificación de la anchura de la Δ en el medio y correspondiente renormalización de los diferentes términos.

El bloqueo de Pauli establece que los nucleones finales deben ser producidos con un momento superior al de Fermi en el sistema de referencia nuclear (aquél en el que el núcleo está en reposo). Esto impide al pión llevarse mucha energía puesto que es necesaria para el nucleón.

El procedimiento por el cual se generan sucesos y se eliminan aquéllos que violan el principio de exclusión de Pauli se realiza del siguiente modo:

Generamos aleatoriamente el trimomento de un nucleón del mar de Fermi (con distribuciones *standard* que proporcionan una distribución homogénea en el límite $N \rightarrow \infty$). De este modo tenemos un suceso $\gamma^* N$ con un determinado momento del nucleón. Se hace entonces un "boost" al sistema CM $\gamma^* N$ donde hemos calculado las secciones eficaces diferenciales. Una vez allí, se generan ángulos de colisión (haremos una aclaración al respecto más adelante) también de forma aleatoria pero pesada, en este caso, con las distribuciones angulares calculadas del modelo (en el límite $N \rightarrow \infty$ ese procedimiento garantiza la distribución angular calculada). De esta forma ya tendríamos determinado el estado final, aunque en el CM $\gamma^* N$. El "boost" inverso al sistema de referencia original donde el núcleo (o mar de Fermi como un todo) está en reposo, nos proporciona el suceso deseado con una determinada cinemática para las partículas finales. Después de realizado este procedimiento, si el momento del nucleón producido está por debajo del mar de Fermi, el suceso se rechaza. Técnicamente ese procedimiento es realizado siguiendo los pasos de la ref. [49] para el estudio de la reacción (γ^*, π) y será generalizado a continuación para el caso de $(e, e' \pi)$.

Retomemos en este punto nuestro comentario acerca del bloqueo de Pauli: una vez que las variables cinemáticas quedan fijadas, la energía del pión en el sistema de referencia nuclear es una función creciente de $\cos \theta_{CM}$ (ángulo de dispersión en c.m.); por tanto existe un valor máximo permitido para $\cos \theta_{CM}$ (vid apéndice A de la ref. [87]):

$$\cos \theta_{CM} \leq \cos \theta_{Max} = \begin{cases} x & \text{si } |x| \leq 1 \\ x/|x| & \text{si } |x| > 1 \end{cases} \quad (4.1)$$

siendo

$$x = \frac{P^0 p_{CM}^0 - \mathcal{E}_F \sqrt{s}}{|\vec{P}| |\vec{p}_{CM}|} \quad (4.2)$$

con $(P^0, \vec{P})$, cuadrimomento total en el sistema de referencia nuclear $P^\mu = q^\mu + p^\mu$; q^μ , el cuadrimomento del fotón virtual; p^μ , el cuadrimomento del nucleón en el mar de Fermi; $\mathcal{E}_F^2 = k_F^2 + M_N^2$; k_F , el momento de Fermi; $(p_{cm}^0, \vec{p}_{cm})$ el cuadrimomento del nucleón en el sistema de referencia CM $\gamma^* N'$ (ó $\gamma^* N$) y θ está referido a la dirección de $\vec{P}$.

La expresión para nuestra sección eficaz $(\gamma^* \pi)$ será entonces *:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega' dE'} = \int d^3 r \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} d\Omega_{CM} \Theta(\cos \theta_{Max} - \cos \theta_{CM}) \times \\ \times 2 \left[n_p(\vec{p}) \frac{d\sigma(\gamma p)}{d\Omega' dE' d\Omega_{CM}} + n_n(\vec{p}) \frac{d\sigma(\gamma n)}{d\Omega' dE' d\Omega_{CM}} \right] \quad (4.3)$$

donde la integral $\int d^3 r$ se extiende al volumen nuclear; $\int d^3 p$ corresponde a la integral sobre los momentos del nucleón; $n_p(\vec{p}) = \Theta(k_F - |\vec{p}|)$; $n_n(\vec{p}) = \Theta(k_F - |\vec{p}|)$ y Θ es la función paso o de Heavyside. Las variables de los electrones están referidas al laboratorio.

Pero en esta expresión todavía falta un factor relacionado con el hecho de tener un mar de Fermi de nucleones: puesto que para el cálculo de la sección eficaz en el sistema de referencia nuclear (relativa, por tanto, al sistema de núcleo en reposo) estamos utilizando una sección eficaz (la elemental) relativa al sistema de nucleón en reposo, debemos tener en cuenta el diferente flujo de partículas incidentes en ambos sistemas. Dado que el flujo de fotones virtuales es proporcional a $2\sqrt{(q \cdot p_a)^2 - q^2 p_a^2}$ (que, en el límite no relativista se reduce a $M_N^2 \vec{q}^2$), siendo q y p_a , los cuadrimomentos del fotón virtual y partícula blanco, respectivamente, debemos incluir un factor que será el cociente entre los momentos del fotón virtual en el sistema laboratorio del nucleón y laboratorio del núcleo.

*La modificación de la anchura de la Δ en el medio y la renormalización de los diferentes diagramas de electroproducción fueron descritos con detalle en el capítulo 2

Las contribuciones (b) y (c) mencionadas con anterioridad y correspondientes a los diagramas 2.9(c) y 2.19(3), a diferencia de (a), requieren al menos dos nucleones y presentan una dependencia en ρ^2 en el límite de bajas densidades. Es evidente que no pueden ser calculadas tomando la sección eficaz elemental y corrigiendo por los efectos del medio. Obtendremos su contribución de acuerdo con el procedimiento establecido en el capítulo 2 (vid eq.(2.38)). De modo que:

$$\frac{d^2\sigma_{b,c}}{d\Omega'dE'} = -\frac{\alpha}{q^4} \frac{|\vec{k}'|}{|\vec{k}|} \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^3r \left(Im \Pi_{\gamma(b,c)}^{\mu\nu} L_{\mu\nu} \right) P_\lambda \quad (4.4)$$

Donde hemos incluido de forma explícita la probabilidad P_λ de aparición de una determinada carga del pión, λ (es decir, la dependencia en isospín).

Para el diagrama la figura 2.19(3) estas probabilidades son:

$$P_0(\pi^0) = \frac{2}{12} ; P_\pm(\pi^\pm) = \frac{5}{12} \mp \frac{4}{12} \frac{N-Z}{A} \quad (4.5)$$

En cuanto a la contribución cuasielástica del diagrama de la delta, consideraremos la probabilidad que correspondería a una reacción resonante (γ^*, π) con el pión renormalizado, puesto que es ésta la contribución dominante:

$$P_0(\pi^0) = \frac{2}{3} ; P_+(\pi^+) = \frac{Z}{3A} ; P_-(\pi^-) = \frac{N}{3A} \quad (4.6)$$

Por tanto, una vez producido el pión, lo primero que debemos decidir es qué proceso ha tenido lugar, es decir, si el pión se ha producido en un proceso (a), (b) o (c). Si escribimos:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega'dE'} = \left(\sum_{N_i, \lambda} P(\gamma^* N_i \rightarrow \pi^\lambda N_j) + P((b), (c)) \right) \frac{d^2\sigma}{d\Omega'dE'} = \sum_j P_j \frac{d^2\sigma}{d\Omega'dE'} \quad (4.7)$$

donde P_j corresponde a las distintas probabilidades determinadas por las ecuaciones 4.3 y 4.4. La selección del proceso es realizada de acuerdo con estas probabilidades P_j .

Las distribuciones angulares (θ, ϕ) para los piones se generan de acuerdo con la sección eficaz diferencial $d\sigma(\gamma^* N \rightarrow \pi N)/d\Omega'dE'd\Omega_M^*$ que aparece en la ecuación 4.3, salvo en caso de que el pión proceda de la contribución (c), en el que se toman las distribuciones de momentos dadas por el espacio fásico de tres cuerpos. Es importante hacer una aclaración en este punto

referente a la utilización de $d\sigma(\gamma^* N \rightarrow \pi N)/d\Omega'dE'd\Omega_M^*$ para sortear las variables angulares del pión: como hemos comentado anteriormente, estamos utilizando la sección eficaz elemental (relativa a nucleón) para calcular la sección eficaz nuclear (relativa a núcleo). El hecho de que ahora nuestro nucleón del mar de Fermi tenga un determinado momento, implica no sólo que el flujo de fotones sea diferente en uno y otro sistema, sino también que la factorización de la sección eficaz diferencial en el sistema $CM \gamma^* N$ (*libre*) que establecíamos en el capítulo 1, deja de ser cierta ahora en el sistema $CM \gamma^* N$ (*del mar de Fermi*). Para resolver el problema, vamos a sortear las variables angulares del pión en un sistema de referencia en el que el fotón virtual y el nucleón son colineales (y, por tanto, donde es válida la factorización de la ecuación 1.25) para, a continuación, hacer una rotación y transformar las variables angulares sorteadas a las correspondientes del pión en el sistema $CM \gamma^* N$.

En cuanto a la localización espacial del suceso en el interior nuclear, ésta es fácilmente generable, puesto que la sección eficaz del proceso es obtenida en términos de las probabilidades por unidad de volumen, tal y como podemos apreciar en las ecuaciones 4.3 y 4.4.

Como aclaración del proceso seguido para la elección de la posición - r - (en la que se ha generado el pión) y las variables angulares del pión - θ y ϕ -, si descartamos los procesos (b) y (c), definimos para cada canal de carga seleccionado:

$$\begin{aligned} f(\vec{r}) & / \quad \frac{d\sigma_a}{d\Omega'dE'} = \int_0^\infty dr f(r) \\ g_r(\cos\theta) & / \quad f(r) = \int_{-1}^{+1} d(\cos\theta) g_r(\cos\theta) \\ t_{r,\theta}(\phi) & / \quad g_r(\cos\theta) = \int_0^{2\pi} d\phi t_{r,\theta}(\phi) \\ F(r) & = \int dr' f(r') \\ G(\cos\theta) & = \int_{-1}^{\cos\theta} d(\cos\theta') g_r(\cos\theta') \\ T(\phi) & = \int_0^\phi d\phi' t_{r,\theta}(\phi') \end{aligned} \quad (4.8)$$

Generamos tres números aleatorios $x, y, z \in [0, 1[$ y escogemos un radio nuclear tal que $F(r) = xF(\infty)$ y dos ángulos θ y ϕ de modo que $G(\cos \theta) = yG(\cos \theta = 1)$ y $T(\phi) = zT(\phi = 2\pi)$.

Una vez hemos fijado las variables cinemáticas del pión y su posición en el interior nuclear, haremos uso de la simulación de propagación de piones descrita en las referencias [48] y [49], que nos permitirá obtener secciones eficaces totales y diferenciales (donde debe entenderse para las variables del pión: nuestras secciones eficaces son siempre diferenciales para las variables del electrón dispersado). La mencionada simulación tiene en cuenta los dos tipos de reacciones que puede "sufrir" el pión en su recorrido: por un lado, el pión puede ser absorbido (es decir, cede su energía a dos o más nucleones y el propio pión desaparece) y, por otro, puede experimentar reacciones de tipo cuasielástico, es decir, de la forma (π, π') en las cuales el pión cede parte de su energía al núcleo. Este último tipo de reacciones pueden tener lugar sin cambio de carga o con cambio de carga en una (SCX) o dos unidades (DCX). Lógicamente, ello implica la necesidad de un modelo para las diferentes reacciones pión-núcleo, cuyos detalles pueden verse en la referencia [48].

4.4 Nucleones: mecanismos de excitación. Rastreo

Las excitaciones de nucleones pueden, en nuestro caso, tener su origen en diferentes mecanismos:

(i) Absorción directa de los fotones virtuales:

Significa que un fotón virtual es absorbido y cede su energía a nucleones con intercambio de piones virtuales (esto último si $n \geq 2$). Recordemos que la absorción de fotones virtuales puede realizarse, a diferencia de lo que ocurre con fotones reales, por un solo nucleón.

(ii) Reacciones $(\gamma)^*, \pi$:

En el interior nuclear y para energías superiores a la masa del pión, pueden tener lugar reacciones $\gamma^* N \rightarrow \pi N'$. Exceptuando una pequeña contribución coherente[51], cuando se produce la electroproducción de un pión, se excita al menos un nucleón. Puesto que la mayor parte de la energía se requiere para crear el pión, la energía de excitación de (los) nucleón(es) es pequeña. Por otra parte, el bloqueo de Pauli hace irrelevantes los procesos que involucran a más de un nucleón.

(iii) Reacciones (π, π') :

Una vez se ha producido el pión son posibles subsiguientes procesos cuasielásticos $N(\pi, \pi') N'$. Este proceso presenta un marcado carácter re-

sonante (es decir, mediado por la resonancia).

(iv) Absorción de piones o absorción indirecta de los fotones virtuales:

Los piones producidos pueden no sólo sufrir múltiples dispersiones sino también ser absorbidos por n nucleones intercambiando piones virtuales u otros mesones. En este caso, n debe ser mayor que 1 y, en nuestra aproximación, vamos a considerar sucesos de hasta $n=3$. La cantidad de nucleones procedente de esta fuente es muy sensible al tamaño del núcleo.

(v) Colisiones NN :

El número de nucleones excitados aumenta merced a sus colisiones secundarias. Un nucleón puede compartir su energía con otro nucleón de modo tal que ambos, tras la interacción, permanezcan con energía mayor que la de Fermi $\mathcal{E}_F$. Estos nucleones secundarios aparecerán principalmente en la parte de bajas energías del espectro y son responsables, paradójicamente, de la disminución del número de nucleones detectados (puesto que existe un umbral en energía de detección de los nucleones).

Obviamente, para explicar los espectros de nucleones debemos considerar todos estos posibles procesos simultáneamente.

Veamos a continuación cómo tenemos en cuenta los nucleones excitados en las reacciones primarias:

(a) Absorción directa del fotón virtual:

Según hemos comentado anteriormente, nuestra aproximación teórica nos permite saber qué proporción de la absorción directa del fotón virtual corresponde a absorción por uno, dos o tres nucleones. Asimismo nos proporciona las probabilidades para los diferentes canales en un punto dado del núcleo. El Monte Carlo selecciona aleatoriamente - de acuerdo con las distribuciones de probabilidad - qué tipo de proceso tiene lugar y dónde sucede. Los momentos de las partículas dispersadas serán escogidas de acuerdo con las distribuciones de espacio fásico. Sus cargas serán seleccionadas de acuerdo con la dependencia en isospín del proceso. Por ejemplo, los términos no resonantes (que llamaremos de *background*) de absorción del fotón virtual por dos nucleones, corresponden principalmente a la absorción por pares protón-nucleón (pn) con pesos $\rho_p \cdot \rho_n$ puesto que la mayoría de ellos implican el intercambio de un pión cargado entre ambos nucleones. En algunas de las reacciones de absorción de *background* se intercambia un π^0 . Ellas contribuyen a la absorción por pares protón-protón (pp) y neutrón-neutrón (nn) con pesos ρ_p^2 y ρ_n^2 respectivamente - siendo ρ_p (ρ_n) la densidad nuclear de protones (neutrones) -. Sin embargo, el término resonante tiene una contribución de dos cuerpos con dependencia en isospín

$$\frac{1}{6}\rho_p^2 + \frac{4}{6}\rho_p\rho_n + \frac{1}{6}\rho_n^2$$

y una contribución de tres cuerpos que se reparte en cuatro posibles canales de acuerdo con las probabilidades relativas

$$\frac{1}{18}\rho_p^3 + \frac{8}{18}\rho_p^2\rho_n + \frac{8}{18}\rho_p\rho_n^2 + \frac{1}{18}\rho_n^3$$

(b) Reacciones (γ^*, π) y (π, π')

Una vez fijado el momento del fotón virtual o del pión inicial (y, en este caso, su carga) nuestro código selecciona un nucleón aleatorio del mar de Fermi y escoge la carga y el momento del pión dispersado de acuerdo con la sección eficaz nuclear (tal y como vimos en la sección dedicada al seguimiento de los piones). Hecho esto, todas las propiedades del nucleón excitado quedan fijadas.

4.4.1 Secciones eficaces NN

Como comentamos con anterioridad, hemos utilizado una parametrización de las sección eficaz elástica NN , cuya descripción puede encontrarse en el Apéndice D. Puesto que el método de Monte Carlo induce grandes errores cuando se trata de partículas de momentos bajos, no consideraremos colisiones de nucleones con energías cinéticas por debajo de 50 MeV.

Por otra parte, y como ocurría con la producción de piones en la sección anterior, la probabilidad de reacción se modificará al tener en cuenta los efectos del medio (movimiento de Fermi, bloqueo de Pauli y renormalización del medio). Teniendo en cuenta esto, y tal y como se establece en la referencia [50], la expresión que nos proporciona el recorrido libre medio (λ) de los nucleones en el medio nuclear la escribiremos como:

$$\frac{1}{\lambda}(N_1) = 4 \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} n_{p_2} \left[\frac{Z}{A} \hat{\sigma}^{N_1 p}(s) + \frac{(A-Z)}{A} \hat{\sigma}^{N_1 n}(s) \right] \frac{|\vec{p}_{1lab}|}{|\vec{p}_1|} \quad (4.9)$$

con P , el cuadrimomento total en el sistema de referencia en el que el núcleo está en reposo, $s = P^2 = (p_1 + p_2)^2$, N_1 (el nucleón dispersado) y el subíndice 2 hace referencia al nucleón en el medio N_2 . Además

$$\hat{\sigma}^{N_1 N_2} = \int d\Omega_{CM} \frac{d\sigma^{N_1 N_2}}{d\Omega_{CM}} f(q) \Theta(\kappa - |\vec{P} \cdot \hat{p}_{CM}|) \quad (4.10)$$

siendo CM el sistema centro de masas NN y

$$\kappa = x\Theta(1 - |x|) + \frac{x}{|x|}\Theta(|x| - 1) \quad (4.11)$$

Por otro lado,

$$x = \frac{P^0 \vec{p}_{CM}^0 - \epsilon_F \sqrt{s}}{|\vec{P}| |\vec{p}_{CM}|} \quad (4.12)$$

donde $\vec{p}_{CM}$ es el momento del nucleón en CM y ϵ_F es la energía de Fermi. $f(q)$ corresponde a

$$f(q) = \frac{1}{\left[1 - U(q) \left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right)^2 V_t(q) \right]^2} \quad (4.13)$$

donde $U(q)$ es la función de Lindhard (considerando excitaciones particula-agujero y delta-agujero) y q es la transferencia de momento en el sistema en el que el núcleo está en reposo [50]. V_t es la interacción de espín-isospín que fue introducida en el capítulo 2. En estas expresiones, $\Theta(\kappa - |\vec{P} \cdot \hat{p}_{CM}|)$ da cuenta del bloqueo de Pauli y $f(q)$, de la renormalización del medio.

4.4.2 Propagación de nucleones

Tal y como comentamos en la introducción al método de Monte Carlo, vamos a considerar a los nucleones como partículas libres moviéndose bajo la influencia del Hamiltoniano

$$H = \sqrt{\vec{p}^2 + M_N^2} + V(r)$$

siendo

$$V(r) = V_\infty - \mathcal{E}(r) = -\frac{k_F^2}{2M_N} = -\frac{1}{2M_N} \left(\frac{3}{2} \pi^2 \rho(r) \right)^{2/3}$$

que representa la interacción de un nucleón individual con el potencial promedio creado por el resto de nucleones (donde $\rho(r)$ es la densidad nuclear). Al margen de esto, consideramos la posibilidad de interacción con nucleones individuales en el modo descrito en la sección anterior. Esta elección de $V(r)$ significa que la energía del nucleón es la diferencia entre su energía cinética y la energía de Fermi $\mathcal{E}_F$.

En nuestra simulación de Monte Carlo seguiremos cada nucleón excitado moviéndolo una pequeña distancia d tal que $P = d/\lambda < 1$ (P representa la probabilidad de que tenga lugar una colisión). La nueva posición ($\vec{r}'$) y el nuevo momento ($\vec{p}'$) se toman como

$$\begin{cases} \vec{r}' = \vec{r} + \delta\vec{r} = \vec{r} + \vec{p}d \\ \vec{p}' = \vec{p} + \delta\vec{p} \end{cases}$$

La conservación de la energía y el momento angular fijan sin ambigüedades el nuevo momento.

Nuestro código selecciona aleatoriamente, de acuerdo con las probabilidades de reacción mencionadas en la subsección anterior, si el nucleón es dispersado o no y en caso de que así sea, qué tipo de proceso tiene lugar. Si no se produce ninguna colisión, movemos el nucleón otra vez. Cuando el nucleón sale del núcleo interrumpimos (obviamente) el seguimiento del nucleón y éste es contabilizado como una contribución a la sección eficaz. Si se selecciona una dispersión NN tomamos un nucleón aleatorio del mar de Fermi y se calculan las variables cinemáticas iniciales (P^μ y s , cuadrado del momento total del sistema nucleón-nucleón en el sistema de referencia en el que el nucleón está en reposo y energía invariante, respectivamente). Entonces se selecciona un $\cos\theta_{CM}'$. Esta selección la efectuamos de acuerdo con la expresión del Apéndice D.

De acuerdo con esto, obtenemos la probabilidad correcta según $d\sigma^{NN'}/d\Omega_{CM}$ (dada en el mismo apéndice) más restricciones de bloqueo de Pauli, pero que no tiene en cuenta el movimiento de Fermi y los efectos de renormalización en la dependencia angular. Tenemos en cuenta éstos multiplicando cada suceso por un factor peso [50],

$$\xi = \lambda(N_1, N_2) \hat{\sigma}^{N_1 N_2} \rho_{N_2}$$

donde $1/\lambda(N_1, N_2)$ es la probabilidad por unidad de longitud de que un nucleón N_1 colisione con un nucleón del tipo N_2 . Este factor ξ es 1 en promedio.

Nuestro método asume que los nucleones se propagan semiclásicamente en el núcleo. La justificación de esta hipótesis para el caso de fotones reales fue establecida en la referencia [49].

4.5 Reacciones semi-exclusivas de nucleones.

4.5.1 Procesos con un protón final

La primera reacción semi-exclusiva que vamos a estudiar es aquella en la que se detectan en coincidencia el electrón dispersado y un protón. Un planteamiento teórico diferente al expuesto en este capítulo (y, por extensión, en esta memoria), puede verse en la referencia [52]. Al margen de otras consideraciones y como diferencia esencial con nuestra aproximación, en dicho trabajo no se incluyen canales de producción de piones reales, por lo que sus resultados no son capaces de describir la zona de altas energías *faltantes*.

A continuación presentamos nuestros resultados para la sección eficaz diferencial como función de la *energía faltante* (definida como $E_m = \omega - T_p$, siendo ω , la energía transferida al núcleo y T_p , la energía cinética del nucleón). Hemos considerado dos energías del fotón virtual correspondientes a la zona de altas energías del dip y diversos ángulos del protón:

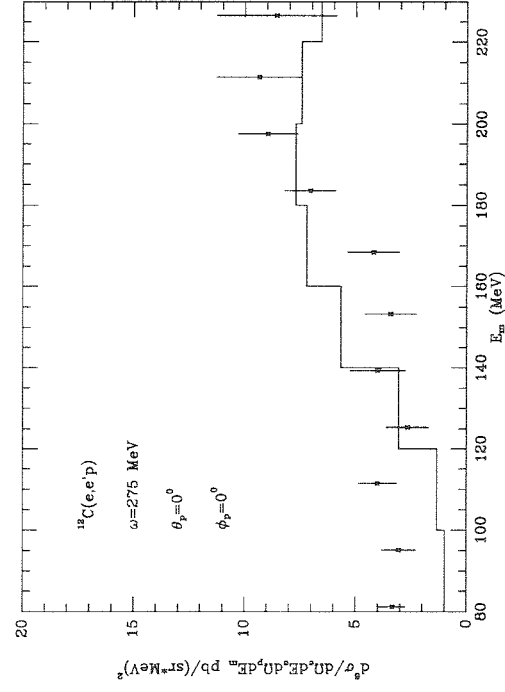


Fig. 4.1 Sección eficaz diferencial para ^{12}C como función de la energía faltante. Cinemática: $E_e = 460 \text{ MeV}$, $\omega = 275 \text{ MeV}$, $|\vec{q}| = 401 \text{ MeV}$ y $\theta_p = 0^\circ$. Datos experimentales de la ref.[53].

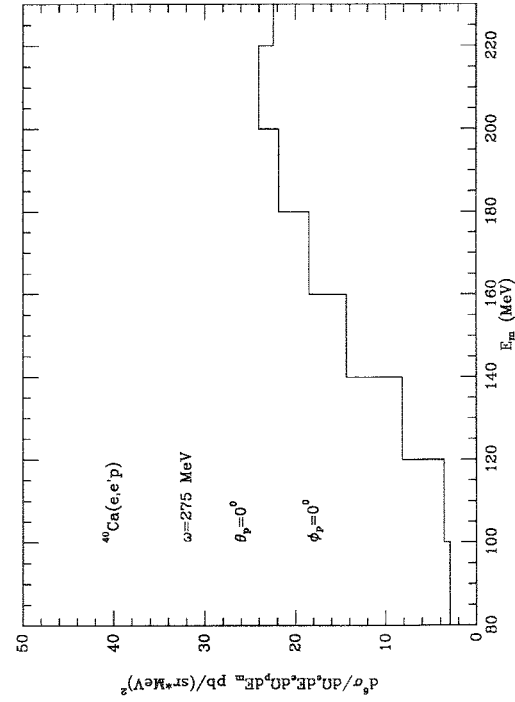


Fig.4.2 Sección eficaz diferencial para ^{40}Ca como función de la energía faltante. Cinemática: $E_e = 460 \text{ MeV}$, $\omega = 275 \text{ MeV}$, $|\vec{q}| = 401 \text{ MeV}$ y $\theta_p = 0^\circ$.

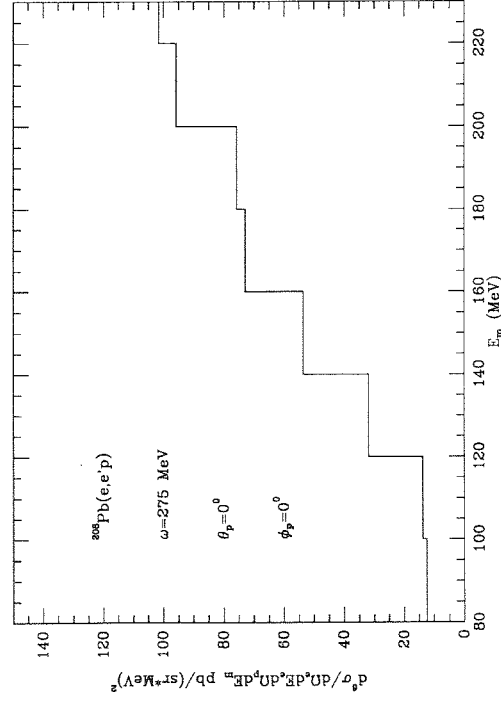


Fig.4.3 Sección eficaz diferencial para ^{208}Pb como función de la energía faltante. Cinemática: $E_e = 460 \text{ MeV}$, $\omega = 275 \text{ MeV}$, $|\vec{q}| = 401 \text{ MeV}$ y $\theta_p = 0^\circ$.

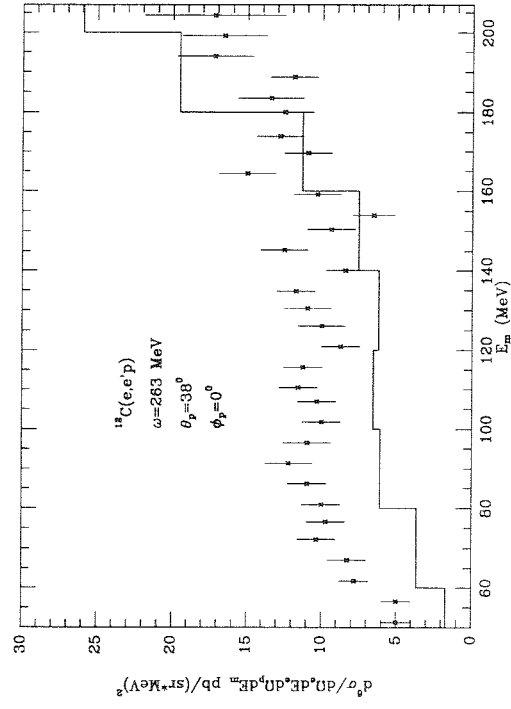


Fig.4.4 Sección eficaz diferencial como función de la energía faltante. Cinemática: $E_e = 478 \text{ MeV}$, $\omega = 263 \text{ MeV}$, $|\vec{q}| = 303 \text{ MeV}$ y $\theta_p = 38^\circ$. Datos experimentales de la ref.[53]

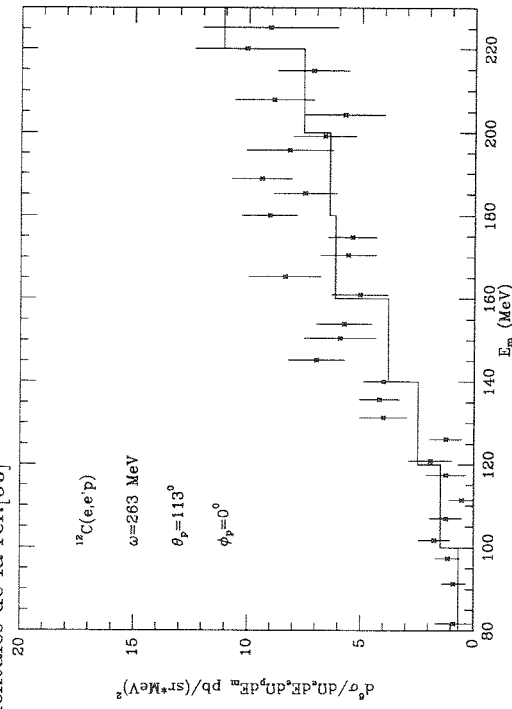


Fig.4.5 Sección eficaz diferencial como función de la energía faltante. Cinemática: $E_e = 478 \text{ MeV}$, $\omega = 263 \text{ MeV}$, $|\vec{q}| = 303 \text{ MeV}$ y $\theta_p = 113^\circ$. Datos experimentales de la ref.[53]

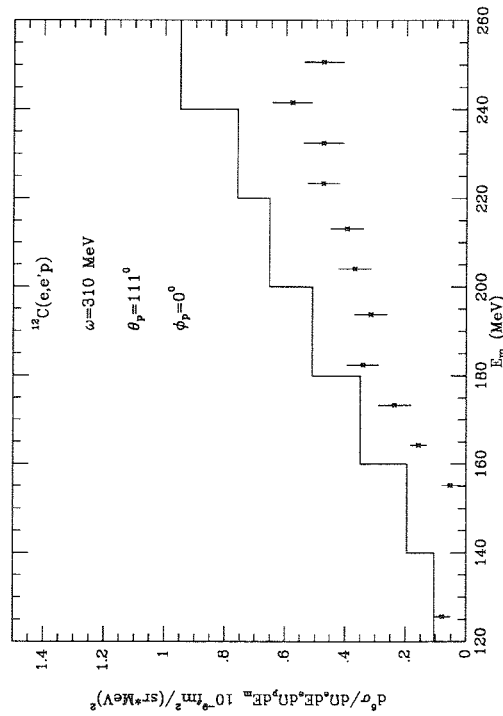


Fig.4.6 Sección eficaz diferencial como función de la energía faltante. Cinemática: $E_e = 478 \text{ MeV}$, $\omega = 310 \text{ MeV}$, $|\vec{q}| = 303 \text{ MeV}$ y $\theta_p = 111^\circ$. Datos experimentales de la ref.[54]

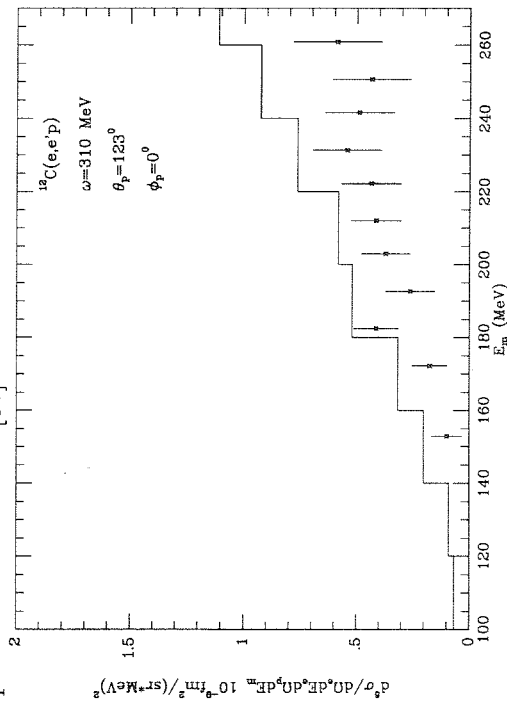


Fig.4.7 Sección eficaz diferencial como función de la energía faltante. Cinemática: $E_e = 478 \text{ MeV}$, $\omega = 310 \text{ MeV}$, $|\vec{q}| = 303 \text{ MeV}$ y $\theta_p = 123^\circ$. Datos experimentales de la ref.[54]

4.5.2 Procesos con dos nucleones finales

Consideremos ahora la posibilidad de detección de dos nucleones en coincidencia con el electrón dispersado. Las figuras que presentamos a continuación muestran las secciones eficaces para $(e, e'pp)$ y $(e, e'pn)$ como función de la energía faltante del sistema (definida ahora como $E_m = \omega - T_{p1} - T_{p2}$, siendo T_{p1} y T_{p2} las energías cinéticas de ambos nucleones). Dado que, fundamentalmente, nuestra intención en este capítulo es hacer predicciones o comparaciones sobre posibles experimentos de reacciones exclusivas, no hemos representado el canal $(e, e'nn)$ por su imposibilidad (hasta el momento) de ser medido, así como ocurrirá con el canal $(e, e'\pi^0)$ en la siguiente sección. Hemos considerado dos núcleos: ^{12}C y ^{40}Ca y energías de la zona de la resonancia $\Delta(1232)$, y del dip :

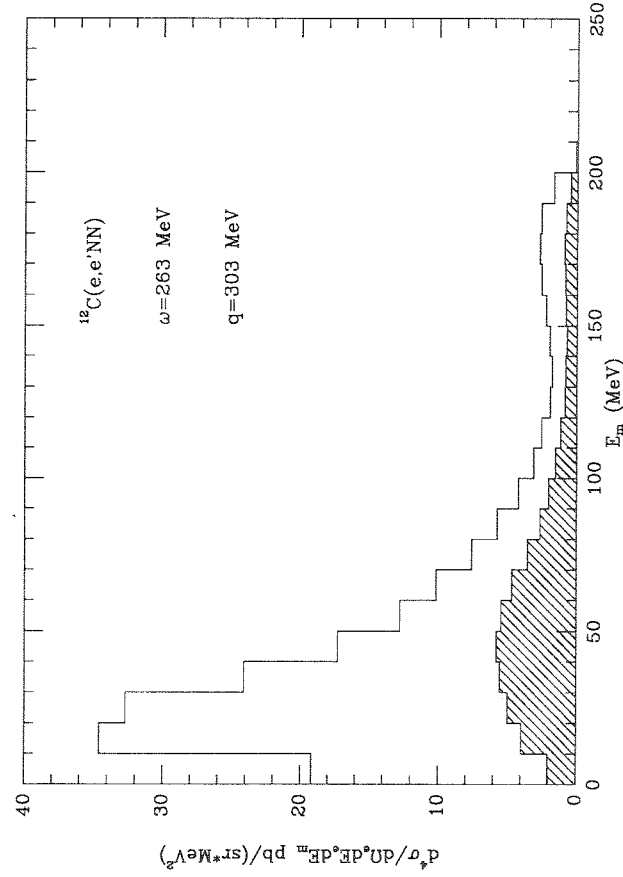


Fig.4.6 Secciones eficaces diferenciales $d^4\sigma/d\Omega_e dE_e dE_m$ para emisión de dos nucleones por encima de $T_N = 30 \text{ MeV}$ como función de la energía faltante E_m y considerando ^{12}C . La energía transferida es de 263 MeV y el momento, $q = 303 \text{ MeV}$. El histograma blanco corresponde a los pares pp , pn mientras que el sombreado corresponde a los pares pp .

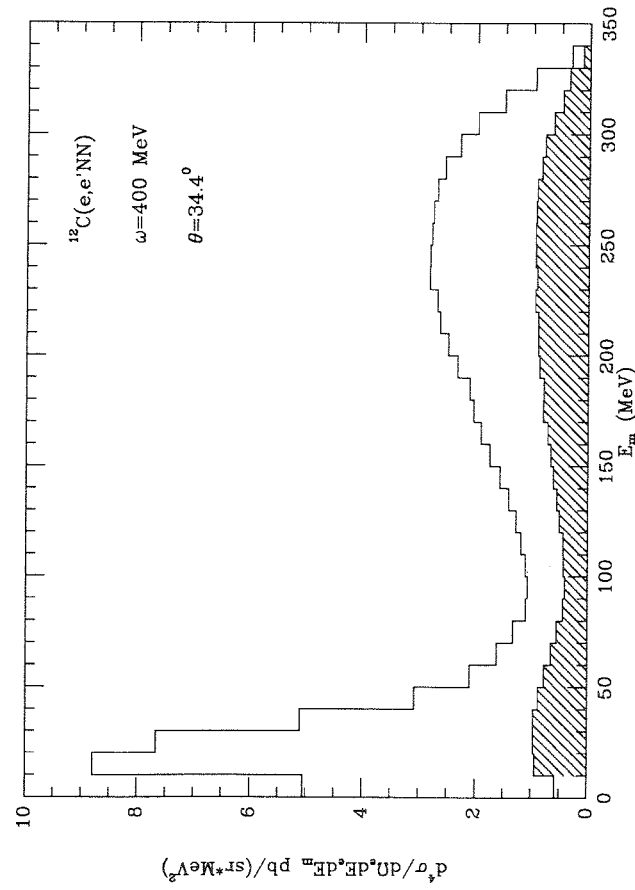


Fig. 4.9 Secciones eficaces diferenciales $d^4\sigma/d\Omega_e dE_e dE_m$ para emisión de dos nucleones por encima de $T_N = 30 \text{ MeV}$ como función de la energía faltante E_m y considerando ^{12}C . La energía transferida es de 400 MeV y el ángulo de dispersión de los electrones, $\theta_e = 34.4^\circ$. El histograma blanco corresponde a los pares pn mientras que el sombreado corresponde a los pares pp .

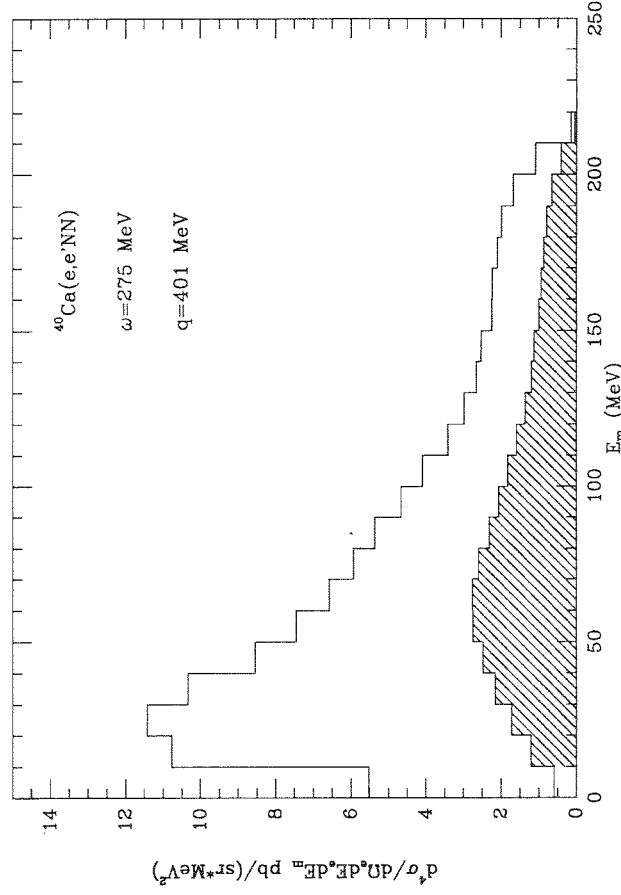


Fig. 4.10 Secciones eficaces diferenciales $d^4\sigma/d\Omega_e dE_e dE_m$ para emisión de dos nucleones por encima de $T_N = 30 \text{ MeV}$ como función de la energía faltante E_m y considerando ^{40}Ca . La energía transferida es de 275 MeV y el momento, $q = 401 \text{ MeV}$. El histograma blanco corresponde a los pares pn mientras que el sombreado corresponde a los pares pp .

Las gráficas anteriores presentan una estructura interpretable del siguiente modo: para pequeños valores de la energía faltante, una considerable fracción de los sucesos procede de la absorción directa por dos nucleones (que está dominada por la absorción por pares pn), mientras que la estructura pronunciada en la zona derecha del espectro en el histograma 4.7 se interpretaría como el resultado de un proceso primario (γ^*, π) seguido por “redispersión” y “reabsorción” del pión.

4.6 Reacciones semi-exclusivas con piones

Como dijimos anteriormente, hemos utilizado para seguir a los piones el código dado en la referencia [48] y vamos a comenzar la presentación de los resultados obtenidos para $(e, e'\pi)$ con la probabilidad de que un pión producido "escape" del núcleo en función de la posición donde se ha producido (expresada en fermis):

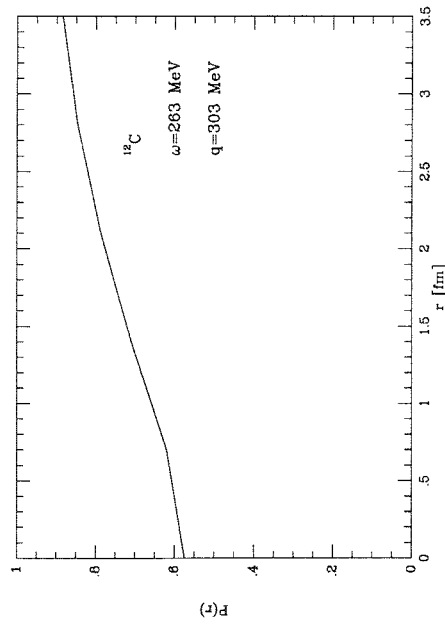


Fig.4.11 Probabilidad de "escape" como función de r

En las figuras que mostramos a continuación, representamos la dependencia con la posición donde se han producido, del número de piones escapados y absorbidos para ^{12}C , ^{40}Ca y ^{208}Pb :

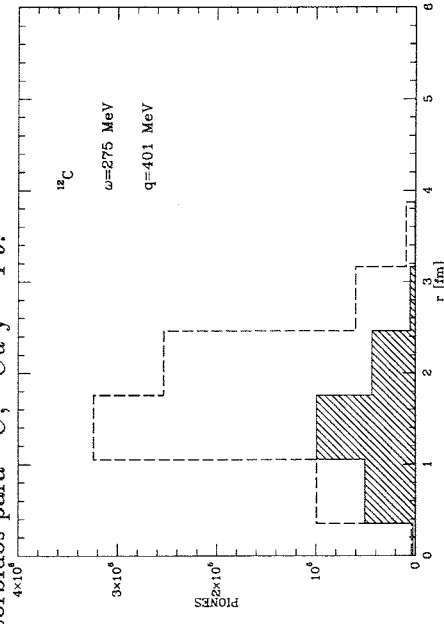


Fig.4.12 Piones escapados (histograma blanco) versus absorbidos en ^{12}C .

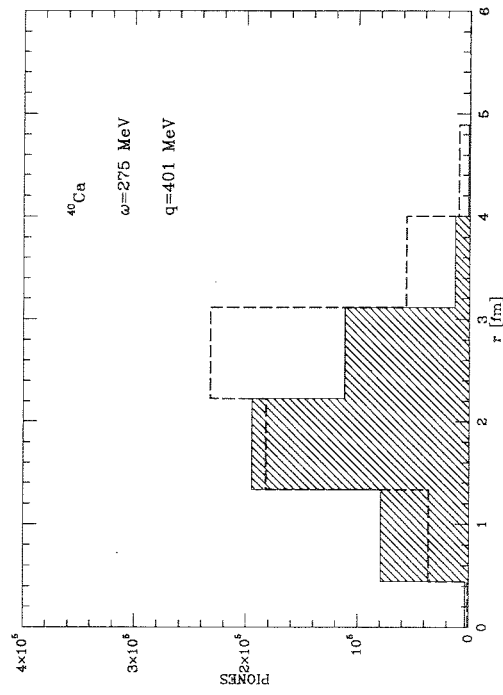


Fig.4.13 Piones escapados versus absorbidos (histograma sombreado) como función de r en ^{40}Ca .

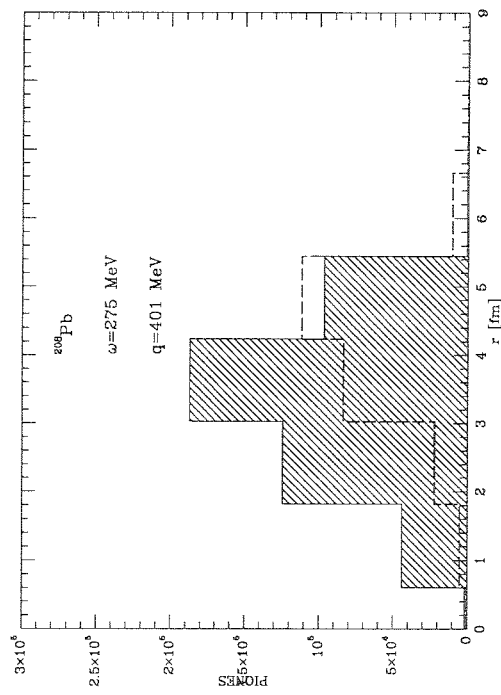


Fig.4.14 Piones escapados versus absorbidos (histograma sombreado) como función de r en ^{208}Pb .

Las figuras que ahora se presentan corresponden a la sección eficaz diferencial semi-exclusiva de producción de piones positivos y piones negativos

para ^{12}C y ^{40}Ca . Dado que no hay datos experimentales con los que poder comparar, hemos considerado una energía representativa de la región del dip y otra, de la zona de la resonancia y dos elecciones angulares (θ_π, ϕ_π):

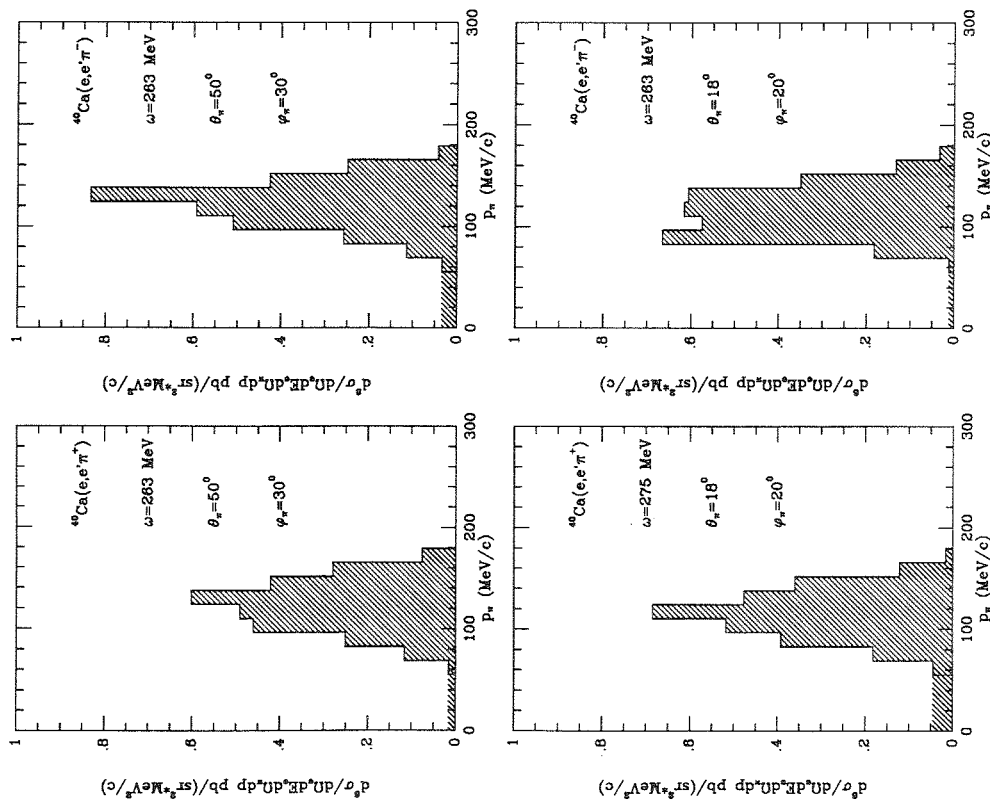


Fig.4.15 Secciones eficaces diferenciales de producción de piones para ^{40}Ca como función del momento del pión.

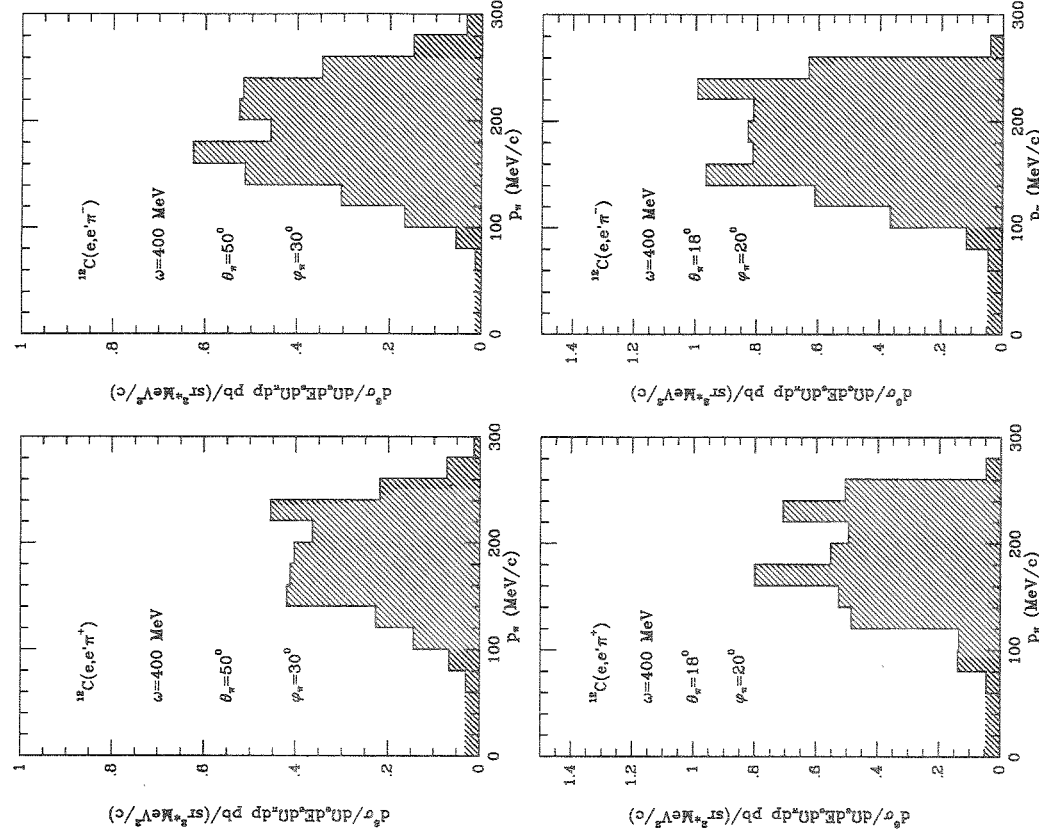


Fig.4.16 Secciones eficaces diferenciales de producción de piones para ^{12}C como función del momento del pión.

Capítulo 5

La dispersión compton virtual en núcleos en la zona resonante

5.1 Introducción

En los últimos años, la dispersión Compton virtual (VCS) sobre nucleones ha resultado de gran interés desde diferentes puntos de vista. En el caso de fotones altamente energéticos, podría proporcionar un test restrictivo de la Cromodinámica Cuántica en el régimen perturbativo [55], a pesar de las serias dificultades experimentales que aparecen. Por debajo del umbral de producción de piones permite medir nuevos observables electromagnéticos que generalizan las conocidas polarizabilidades magnética y eléctrica [56, 57, 58].

Sobre blancos nucleares, la dispersión Compton virtual puede convertirse en un avanzado método de estudio de la estructura nuclear, aunque no existen hasta el momento datos disponibles y sólo un estudio teórico aparece en la literatura.

Por el contrario, se dispone de bastante información sobre la dispersión Compton con fotones reales (RCS), tanto sobre nucleón como sobre núcleo. Sobre nucleón, la dispersión RCS ha sido investigada en todo el rango de energías: a bajas energías en Mainz [60], Saskatoon [61] e Illinois [62]; en la región de la resonancia en Bonn [63] y Tokio [64, 65]; y en la región profundamente inelástica en Cornell [66, 67] y SLAC [68, 69].

El RCS sobre núcleo ha sido objeto de varios trabajos recientes, tanto experimentales como teóricos [70]-[83].

En este capítulo estudiaremos la dispersión Compton virtual coherente sobre núcleos, $A(e, e'\gamma)A$. En este proceso, el electrón emite un fotón virtual que es dispersado por el núcleo produciendo un fotón real y quedando el núcleo en su estado fundamental.

Además de su interés intrínseco, este proceso podría ser una útil herramienta para el estudio de la dispersión Compton real sobre núcleos sin necesidad de disponer de un haz de fotones reales: cuando el ángulo entre el electrón inicial y final es muy pequeño el fotón virtual intermedio es casi real y puede extraerse la sección eficaz RCS a partir de la VCS.

El análisis de ambos procesos (véase Fig. 5.1) nos permite observar que el RCS es un proceso en dos pasos: en primer lugar los electrones son dispersados por núcleos dando lugar a fotones de Bremsstrahlung (este es un proceso orden $(Z^2\alpha^3)$, y más tarde el fotón real es dispersado por un segundo núcleo para así producir el RCS (que es un proceso orden $(A\alpha)^2$); globalmente el proceso es orden $Z^2\alpha^5 A^2$. En cuanto al VCS, se trata de un proceso en un sólo paso: el electrón intercambia un fotón virtual con el núcleo y un fotón real es emitido; éste es un proceso orden $\alpha(A\alpha)^2$. Ello puede ser visto diagramáticamente en la figura 5.1.

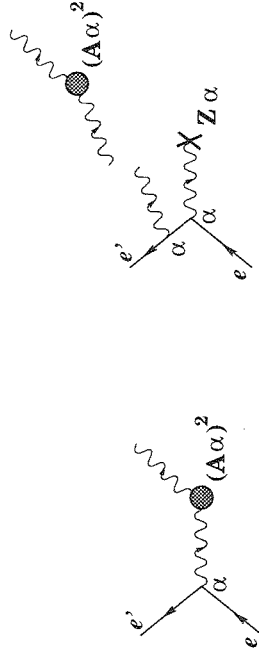


Fig.5.1

Por lo tanto el cociente entre la RCS y la VCS debería ser de orden $Z^2\alpha^2$, menor que 0.1 para la mayor parte de los núcleos. Sin embargo, esta es una sobre-estimación puesto que el hecho de que se trate con dos blancos en el caso de fotones reales limita considerablemente el número de cuentas final. Por tanto, en una aproximación burda, parece más eficiente realizar un experimento con electrones que con fotones. Sin embargo, experimentalmente, tratar con electrones comporta dificultades adicionales respecto a los fotones; una de las principales es el gran fondo de fotones que aparece como consecuencia del Bremsstrahlung coherente (CB) en núcleos: en este proceso el fotón real es emitido por el electrón y no por el núcleo. Se debe pues estudiar, tal como hemos hecho, este proceso para poder determinar cuáles son las regiones accesibles experimentalmente en las que la señal de VCS es claramente detectable.

Hemos centrado nuestro estudio en torno al pico de la región de la resonancia $\Delta(1232)$, es decir, para una energía del fotón de unos 340 MeV.

Al final del capítulo, presentaremos los resultados de los cálculos para ^{12}C y ^{40}Ca a energías del electrón accesibles en Mainz y TJNAF.

5.2 Dispersión Compton virtual en núcleos.

La sección eficaz diferencial para el VCS en núcleos (Fig. 2) en el sistema LAB viene dada por:

$$\frac{d^5\sigma}{d\Omega_e d\Omega_\gamma d\omega'} = \frac{m_e^2}{2(2\pi)^5} \frac{M}{E_A} \frac{|\vec{k}'| \omega'}{|\vec{k}|} \bar{\Sigma} |\mathcal{M}|^2 \quad (5.1)$$

donde, $k = (E, \vec{k})$ y $k' = (E', \vec{k}')$ son los cuadrimomentos del electrón entrante y saliente respectivamente; $q = (\omega, \vec{q})$ y $q' = (\omega', \vec{q}')$, por este orden, los cuadrimomentos del fotón intermedio y final; $p = (M, \vec{0})$ y $p' = (E', \vec{p}')$ los momentos inicial y final del núcleo, m_e la masa del electrón y $\mathcal{M}$, la amplitud del proceso. Puesto que consideramos la sección eficaz no polarizada, sumamos sobre espines de los estados finales y promediamos sobre los iniciales.

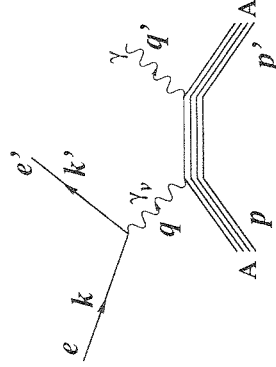


Fig.5.2

La amplitud $\mathcal{M}$ viene dada por:

$$\mathcal{M} = \frac{e}{q^2} \bar{u}_r(k') \gamma^\mu u_r(k) \bar{\Pi}_{\mu\nu}(q, q') \varepsilon^\nu(q') \quad (5.2)$$

en esta expresión $u_r(k)(\bar{u}_r(k'))$ son los espinores de Dirac para el electrón inicial (final) con espín $r(r')$, $\varepsilon^\nu(q')$ es el vector de polarización del fotón final y $\bar{\Pi}_{\mu\nu}(q, q')$ es la transformada de Fourier de la autoenergía del fotón:

$$\bar{\Pi}_{\mu\nu}(q, q') = \int d^3r e^{i(\vec{q}-\vec{q}')\cdot\vec{r}} \Pi_{\mu\nu}(q, q', \rho(\vec{r})) \quad (5.3)$$

en esta expresión hemos hecho uso de la Aproximación de Densidad Local (LDA). En la región de la delta, y para núcleos de espín total 0, la autoe-

nergía del fotón está dominada por la contribución de la $\Delta(1232)$ (véase figura 5.3), tal y como discutíamos en el capítulo 2, y viene dada por:

$$-i\Pi_{\Delta}^{\mu\nu}(q, q', \rho(\vec{r})) = \sum_{M_s, M_T} \sum (-iT^{\mu}(q))(-iT^{\nu}(q')) \quad (5.4)$$

$$\frac{1}{4} \frac{\rho(\vec{r})}{\sqrt{s_{\Delta}} - M_{\Delta} + i \frac{\bar{\Gamma}(\sqrt{s_{\Delta}}, \rho(\vec{r}))}{2} - \sum_{\Delta}(\sqrt{s_{\Delta}}, \rho(\vec{r}))}$$

en esta expresión, $\rho(\vec{r})$ es la densidad nuclear que describimos mediante una parametrización con dos parámetros (valga la redundancia) de Fermi [84] y $\sqrt{s_{\Delta}}$ es la masa invariante del sistema nucleón-fotón virtual. Para el cálculo de la masa invariante, asumimos un momento promedio para el nucleón dado por:

$$\vec{p} = (\vec{q}' - \vec{q})/2 \quad (5.5)$$

también utilizado, por ejemplo en [81, 59, 80]. $\bar{\Gamma}(\sqrt{s_{\Delta}}, \rho(\vec{r}))$ es la anchura de la $\Delta(1232)$ corregida por el bloqueo de Pauli [37]. $\Sigma_{\Delta}(\sqrt{s_{\Delta}}, \rho(\vec{r}))$ denota la autoenergía de la Δ incluyendo las contribuciones cuasielásticas, más la de dos cuerpos y de tres cuerpos relacionadas con la fotoabsorción [37, 87] ya descritas en el capítulo 2. El vértice $\gamma N \Delta$ lo escribimos $T^{\mu}(q)$ que en el sistema C.M. viene dado por

$$T^{\mu}(q) = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{f_{\gamma}}{m_{\pi}} \frac{\sqrt{s_{\Delta}}}{M_{\Delta}} \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \vec{S} \times \vec{q} \end{array} \right\} \quad (5.6)$$

donde el $\sqrt{\frac{2}{3}}$ es un factor de isospín, $f_{\gamma}(q^2)$ es la constante de acoplamiento $\gamma^* N \Delta$ y $\vec{S}$ es el operador de transición de espín de $1/2$ a $3/2$, definidos en el Apéndice A.

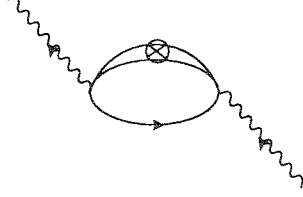


Fig.5.3

5.3 El fondo de fotones de Bremsstrahlung: una presencia

Como mencionamos anteriormente, la emisión de fotones provenientes del CB puede ser muy importante, dependiendo de la cinemática. En este proceso el núcleo actúa como fuente de momento (sin transferencia de energía) y el fotón es emitido por el electrón, como podemos ver en la figura 5.4.

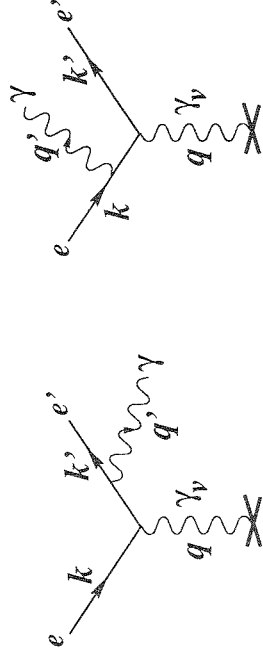


Fig.5.4

La sección eficaz para este proceso se escribe [88]:

$$\frac{d^5\omega}{d\Omega_e \Omega_{\gamma} d\omega'} = \frac{m_e^2}{2(2\pi)^5} e^4 \frac{\omega' |\vec{k}'|}{|\vec{k}|} L^{\mu\nu} A_{\mu}(\vec{q}) A_{\nu}(\vec{q}) \quad (5.7)$$

siendo $L^{\mu\nu}$ el tensor leptónico del proceso (para más detalles consultar la referencia [88]) y $A_{\mu}(\vec{q})$ el potencial de Coulomb en el espacio de momentos, transformada de Fourier del potencial en el espacio coordenado,

$$A^{\mu}(\vec{x}) = (A^0(\vec{x}), \vec{0}) = \left(\frac{Ze}{4\pi} \int d^3x' \frac{\rho_p(x')}{|\vec{x} - \vec{x}'|}, \vec{0} \right). \quad (5.8)$$

En el cálculo de la sección eficaz total del proceso $A(e, e' \gamma)A$ incluimos también su interferencia con el proceso de VCS.

5.4 La sección eficaz Compton en la zona resonante.

Compararemos en esta sección el VCS y el RCS con la intención de comprobar si es posible extraer el último de ellos de la información que nos proporcione el primero.

La sección eficaz para el proceso de RCS (Fig. 5) en el sistema LAB es [80]:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_\gamma} \right)_{\text{real}} = \frac{1}{16\pi^2} |\mathcal{M}(\vec{q}, \vec{q}')|^2. \quad (5.9)$$

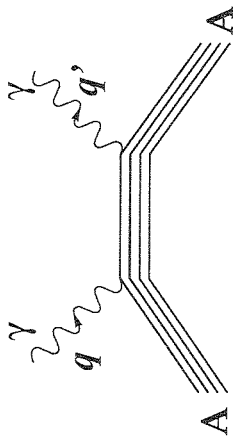


Fig.5.5

Como habíamos anunciado, nos centraremos en la región de la resonancia Δ , escribiéndose entonces la amplitud como:

$$\mathcal{M}(\vec{q}, \vec{q}') = \bar{\Pi}_\Delta^{\mu\nu}(\vec{q}, \vec{q}') \varepsilon_\mu(\vec{q}) \varepsilon_\nu(\vec{q}') \quad (5.10)$$

Ahora, y siempre con la intención de comparar esta sección eficaz con la de VCS, escribimos la sección eficaz para la producción de fotones no polarizados en reacciones (e, e') [89] (expresión que ya veíamos en el capítulo dedicado a la electroproducción elemental de piones):

$$\begin{aligned} \frac{d^5\sigma}{d\Omega_e d\omega' d\Omega_\gamma} = \Gamma \left\{ \frac{d\sigma_T}{d\Omega_\gamma} + \epsilon \frac{d\sigma_L}{d\Omega_\gamma} \right. \\ \left. + \epsilon \frac{d\sigma_P}{d\Omega_\gamma} \cos 2\phi_\gamma + \sqrt{2\epsilon(1+\epsilon)} \frac{d\sigma_1}{d\Omega_\gamma} \cos \phi_\gamma \right\} \end{aligned} \quad (5.11)$$

donde

$$\Gamma = \frac{\alpha}{2\pi^2} \frac{1}{-q^2} \frac{|\vec{k}'|}{|\vec{k}|} \frac{1}{1-\epsilon} k_\gamma \quad (5.12)$$

$$\epsilon = \left(1 - \frac{2\vec{q}^2}{q^2} \tan^2(\theta/2) \right)^{-1}$$

$$k_\gamma = \frac{s - M_N^2}{2M_N}$$

En la zona de la $\Delta(1232)$ la sección eficaz para el VCS viene dominada por la parte transversal

$$\frac{d^5\sigma}{d\Omega_e d\omega' d\Omega_\gamma} \simeq \Gamma \frac{d\sigma_T}{d\Omega_\gamma} \quad (5.13)$$

y para pequeños ángulos entre electrón inicial y final el fotón intercambiado es casi real, de modo que

$$\frac{d\sigma_T}{d\Omega_\gamma} \simeq \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_\gamma} \right)_{\text{real}} \quad (5.14)$$

Por tanto, en principio, es posible extraer la sección eficaz de RCS de la de VCS. Al presentar los resultados comprobaremos la bondad de esta aproximación. Con el propósito de comparar ambos procesos, tomaremos la energía q^0 y dirección del fotón incidente en el RCS iguales a los del fotón virtual en el VCS. Sin embargo, los fotones reales en el RCS tendrán un momento $q = q^0$, mientras que para el fotón virtual en VCS tendremos $q \neq q^0$.

5.5 Compton virtual versus Bremsstrahlung.

En las figuras (5.6-5.9) mostramos la sección eficaz diferencial para VCS (líneas punteadas), comparada con el fondo de fotones (líneas a trazos), así como la suma coherente de ambos procesos (líneas continuas). Se han realizado estos cálculos en el caso de los núcleos ^{12}C y ^{40}Ca para diferentes ángulos entre el electrón inicial y el final, θ_e^{LAB} , ($\theta_e^{LAB} = 2, 5, 10, 15$ grados), y para dos energías del electrón incidente, E_e , ($E_e = 500$ y 800), siempre para una energía fija del fotón intermedio e igual a 340 MeV (para situarnos aproximadamente en el pico de la resonancia Δ). En las gráficas se representan las secciones eficaces diferenciales respecto al ángulo entre el

fotón final y el intermedio en el sistema LAB (θ_{γ}^{LAB}), habiendo integrado sobre el ángulo ϕ_{γ} del fotón.

Obsérvese en las figuras 5.6-5.9 como la sección eficaz para ambos procesos decrece tanto cuando aumenta el ángulo del electrón saliente, θ_e^{LAB} , como cuando aumenta la energía del electrón incidente, E_e . Podemos, por tanto, llegar a la conclusión preliminar de que el estudio experimental del presente proceso será mas favorable para pequeños valores de θ_e^{LAB} y E_e .

Además, observemos como el comportamiento de la sección eficaz para ^{12}C y ^{40}Ca es muy parecido salvo por la diferencia en los factores de forma nucleares y por la dependencia en A^2 de la sección eficaz, motivo por el cual es mayor la sección eficaz para ^{40}Ca que la correspondiente a ^{12}C .

Observando ahora con más detenimiento las secciones eficaces, podemos comprobar como para $E_e = 500 \text{ MeV}$ y pequeños ángulos del electrón ($\theta_e^{LAB} = 2 - 5$ grados) el VCS domina la sección eficaz para ángulos del fotón mayores que $25 - 30$ grados. Para $\theta_e^{LAB} = 10 - 15$ grados se observa que es necesario ir a mayores ángulos del fotón ($\theta_{\gamma}^{LAB} > 40 - 60$ grados) para poder observar la señal de VCS sobre el fondo. Similares características aparecen para $E_e = 800 \text{ MeV}$, aunque es necesario observar aún mayores ángulos del fotón para observar el VCS.

5.6 El Compton virtual como alternativa de medida del Compton real.

En las figuras 5.10-5.13 queda recogida la sección eficaz diferencial para el RCS (líneas punteadas) comparada con la sección eficaz de VCS dividida por el factor Γ de la ecuación (1.12) (línea continua); se incluye también en estas gráficas la parte transversal de la sección eficaz $d\sigma_T/d\Omega_{\gamma}$ (líneas a trazos).

Lo primero que observamos es que la parte transversal de las secciones eficaces para el VCS (líneas a trazos) es prácticamente igual que las totales (líneas continuas): ambas líneas casi coinciden para todas las energías.

Si ahora comparamos las secciones eficaces VCS y RCS cuando $E_e = 500 \text{ MeV}$ se observa que son esencialmente iguales para $\theta_e < 15^\circ$. Si vamos a mayores energías del electrón $E_e = 800 \text{ MeV}$ esta coincidencia entre ambos resultados se mantiene para pequeños ángulos del electrón ($\theta_e^{LAB} = 2 - 5$ grados), pero empieza a no ser tan exacta para mayores valores ($\theta_e^{LAB} = 10 - 15$ grados).

Por lo tanto, si se desea extraer la sección eficaz RCS de la VCS es necesario medir a pequeños valores de la energía del electrón y del ángulo

del electrón. Incluso en este caso no se puede extraer la sección eficaz VCS para ángulos del fotón menores de 30 grados pues entonces la sección eficaz viene dominada por el fondo de Bremsstrahlung. Esta podría parecer una importante limitación del método. Sin embargo, resulta no ser lo en la práctica debido a que la parte *forward* de la sección eficaz RCS puede ser muy fielmente reproducida [80, 90] via el teorema óptico a partir de datos experimentales sobre la sección eficaz fotonuclear [91, 92] y la parte real de la amplitud *forward* del RCS obtenida mediante relaciones de dispersión [93]. Aún más, la "caída" de la sección eficaz por encima de $50-60$ grados es bien reproducida en términos de los factores de forma nucleares. Por lo tanto la información genuinamente nueva contenida en el RCS se encuentra precisamente en los ángulos no excesivamente *forward* [94], donde de hecho existen discrepancias entre la teoría y el experimento [81, 79, 80].

Dada la limitada información de que se dispone sobre el RCS y la presente y persistente discrepancia entre teoría y experimento, es importante obtener más datos sobre el RCS. El método diseñado en este capítulo puede facilitar el camino.

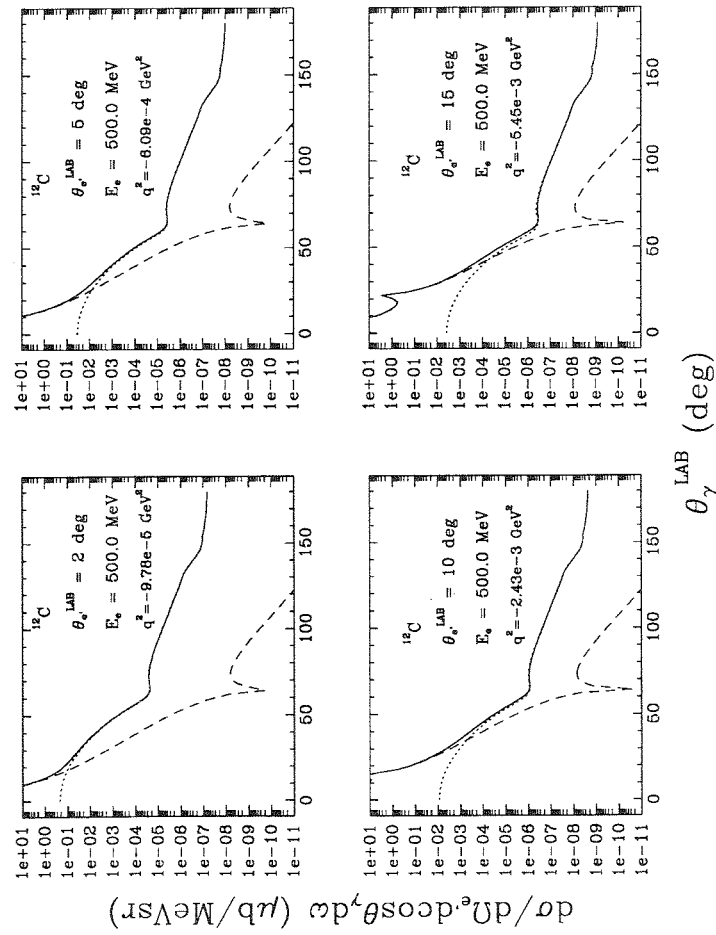


Fig.5.6 Sección eficaz diferencial para el proceso VCS (línea punteada), Bremsstrahlung Coherente (línea discontinua) y la sección eficaz total (línea sólida) en ^{12}C considerando $E_e = 500 \text{ MeV}$ y para diferentes ángulos de dispersión del electrón, como función de $\theta_\gamma^{\text{LAB}}$.

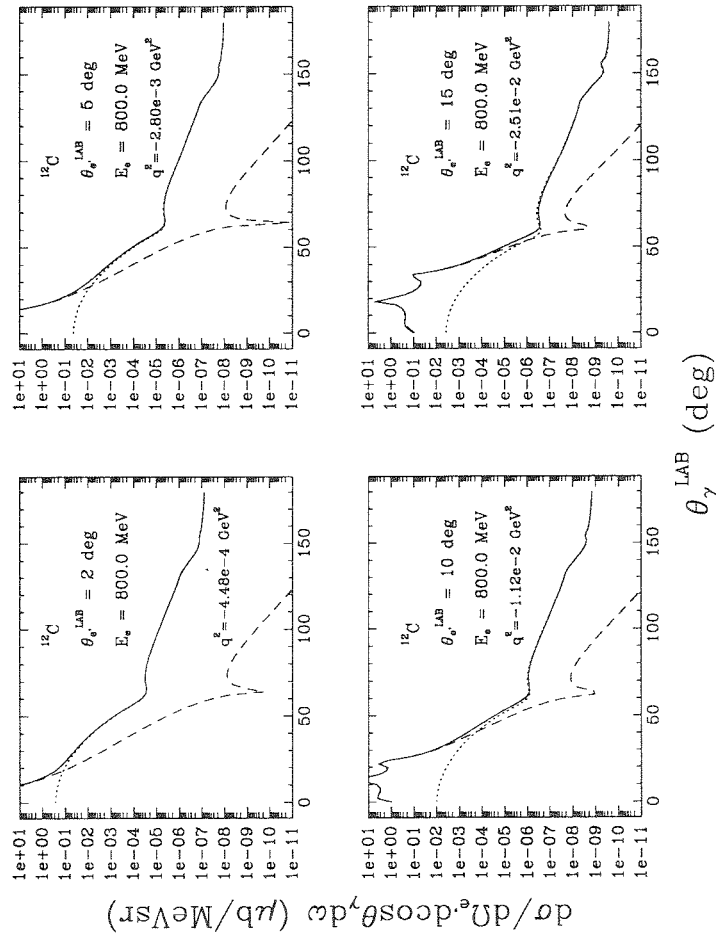


Fig.5.7 Idem que la figura anterior pero considerando $E_e = 800 \text{ MeV}$

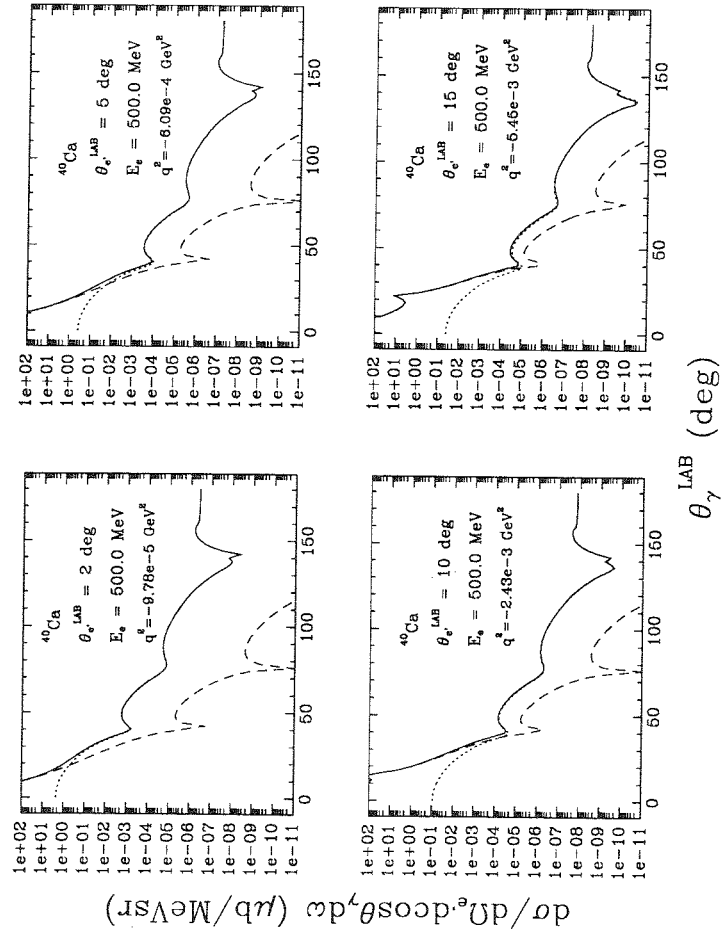


Fig.5.8 Idem que la figura 5.6 para ^{40}Ca .

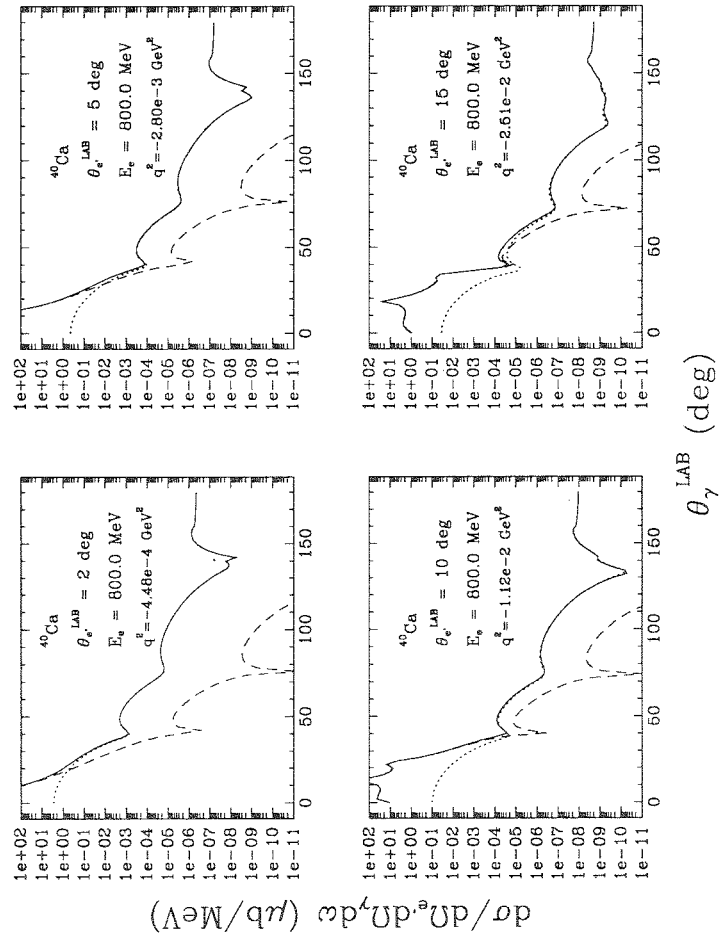


Fig.5.9 Idem que la figura anterior pero considerando $E_e = 800$ MeV

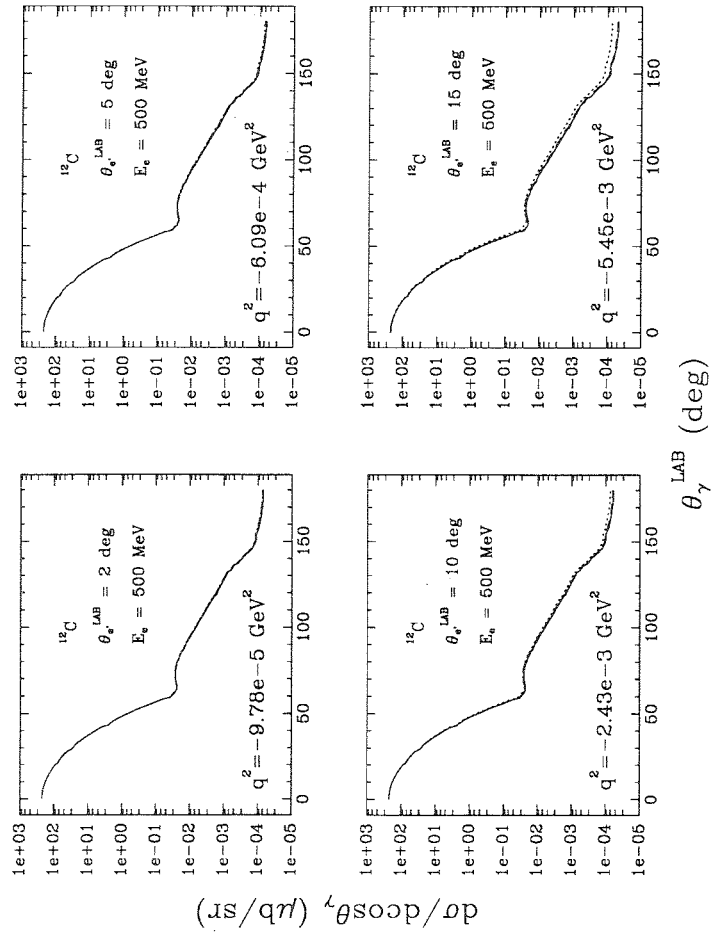


Fig.5.10 Sección eficaz diferencial del proceso RCS (línea punteada) comparada con el VCS para ^{12}C y $E_e = 500 \text{ MeV}$.

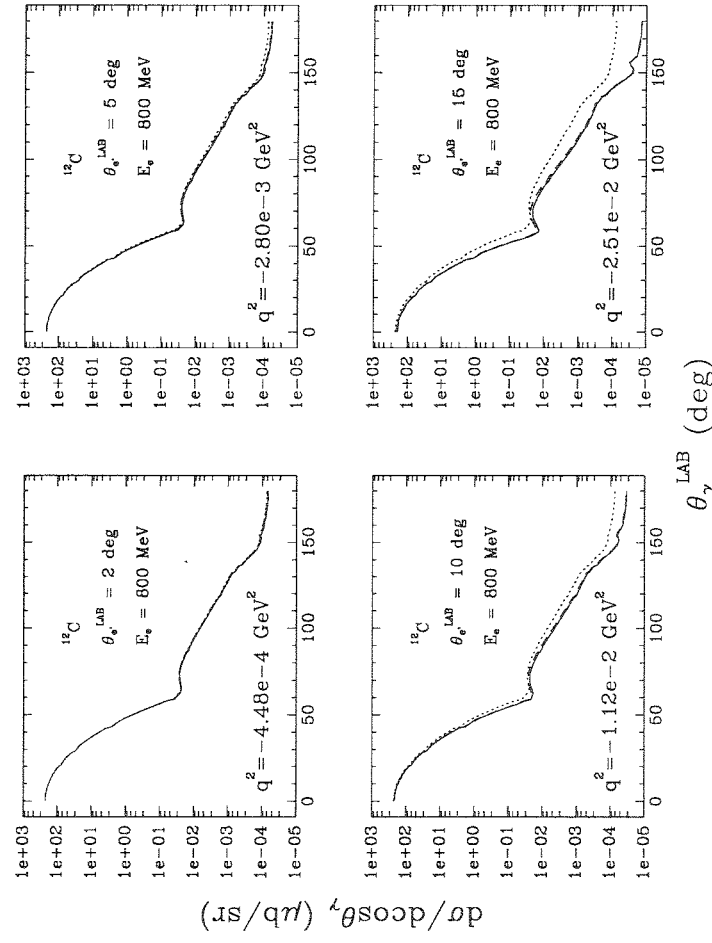


Fig.5.11 Idem que la figura anterior para $E_e = 800 \text{ MeV}$.

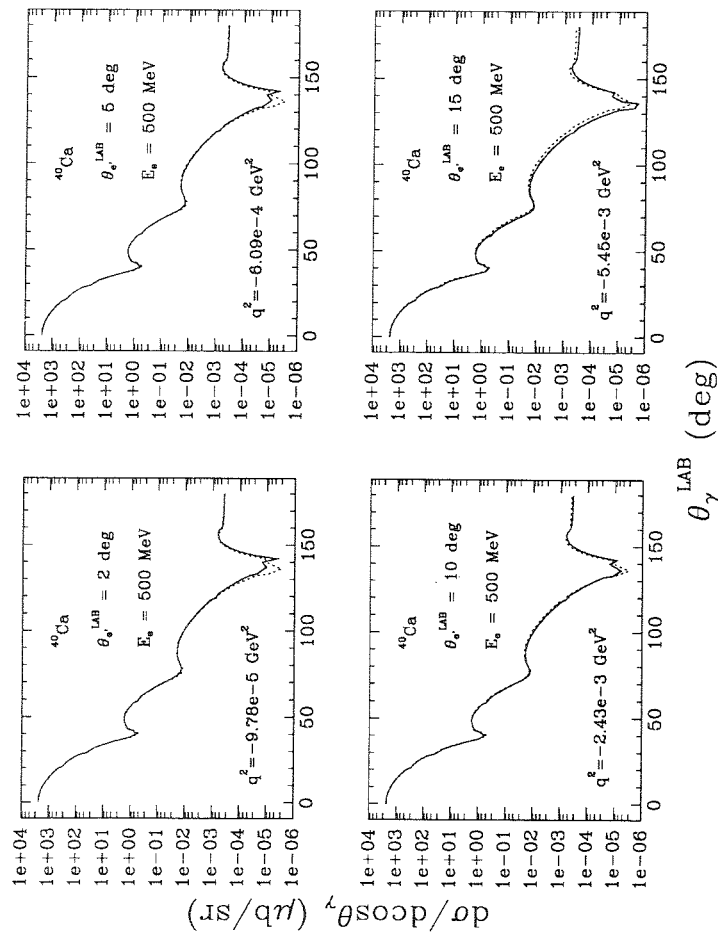


Fig.5.12 Idem que la figura 5.10 para ^{40}Ca .

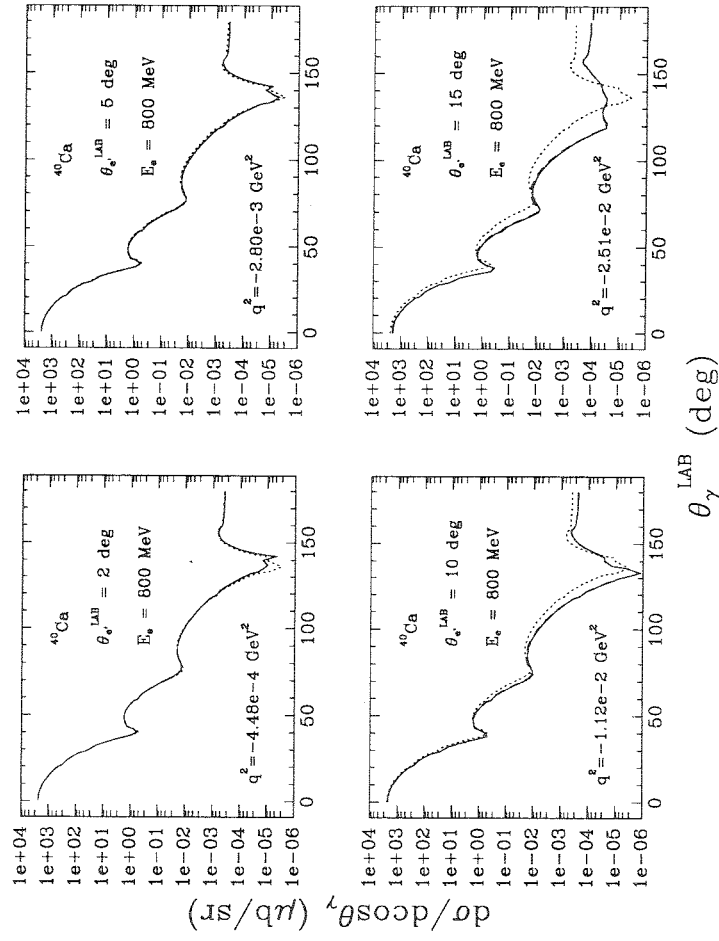


Fig.5.13 Idem que la figura anterior para $E_e = 800 \text{ MeV}$.

5.7 Conclusiones

En el presente capítulo hemos estudiado la sección eficaz VCS en la zona de la resonancia $\Delta(1232)$, comparándola con la sección eficaz de fondo (procedente del CB) que se encontraría en la implementación del experimento. Se han encontrado las regiones accesible por el experimento, observándose

que para pequeños ángulos del fotón saliente el CB domina la reacción; sin embargo, para ángulos del fotón entorno a 30 grados o mayores es posible medir el VCS. El caso más favorable será cuando tanto la energía como el ángulo del electrón sean pequeños. En este caso el VCS alcanza sus mayores valores y aunque otro tanto ocurre para el CB, esta última contribución decrece más rápidamente al aumentar el ángulo del fotón.

Por otro parte, se ha comparado la sección eficaz VCS con la RCS, observándose que para pequeños valores de la energía y el ángulo del electrón es posible extraer la segunda de la medición de la primera; esto es debido a que en estas condiciones de energía y ángulo, el fotón intermediario en el VCS es casi real y, salvo factores globales, la sección eficaz es prácticamente la de RCS; en este estudio se ha cuantificado cuan real ha de ser el fotón para que las secciones eficaces VCS y RCS sean iguales al orden de un 2-3%. Sin embargo, no se debe olvidar el fondo que aparece en VCS que hace la región de pequeños ángulos inaccesible experimentalmente aunque, por otra parte, la información sobre la dispersión Compton *forward* está contenida en las medidas de precisión de la sección eficaz total fononuclear. Por lo tanto la región de ángulos que pueden ser explorados con el presente método es precisamente la que ofrece información genuina sobre el RCS.

Capítulo 6

Conclusiones finales.

En la memoria que concluye con este capítulo hemos intentado dar una descripción general de los procesos de dispersión de electrones sobre núcleos, en el rango de energías correspondiente a la zona del pico cuasielástico, el *dip* y la formación de la resonancia $\Delta(1232)$ (es decir, hasta unos 500 MeV de energía transferida al núcleo). Para ello hemos hecho uso de una aproximación ya utilizada con éxito en la descripción de procesos fononucleares y que consiste en considerar el núcleo como un conglomerado de nucleones, resonancias Δ y mesones, y en describir sus interacciones mediante lagrangianos efectivos. Nos hemos servido de la teoría cuántica de muchos cuerpos para describir la modificación de la propagación e interacción de las partículas en un medio nuclear infinito, y la aproximación de densidad local (LDA) nos ha permitido extender los resultados a núcleos finitos.

En los capítulos 2 y 3, dedicados al estudio de los procesos inclusivos de dispersión de electrones, hemos visto que, tras incorporar sistemáticamente los mecanismos de electroproducción de un pión y absorción del fotón virtual por uno o varios nucleones e introducir canales asociados con la producción de dos piones y la renormalización del medio nuclear, conseguimos una descripción satisfactoria del espectro inclusivo de electrones, así como una separación adecuada (a la espera, eso sí de una aclaración desde una perspectiva experimental) de las funciones de respuesta longitudinal y transversal en la zona del pico cuasielástico.

En el capítulo 4 abordamos las reacciones semi-exclusivas de interacción de electrones con núcleos (es decir, reacciones en las que se detecta una o varias partículas en coincidencia con el electrón dispersado) *via* un esquema de simulación de Monte Carlo para generar y propagar piones y nucleones en núcleos finitos. Este estudio nos ha mostrado, entre otras cosas, que una parte considerable de los piones producidos inicialmente son absorbi-

dos antes de abandonar el núcleo y nos ha permitido obtener, asimismo, secciones eficaces angulares para $(e, e'p)$ y $(e, e'\pi)$, así como secciones eficaces como función de la energía faltante para $(e, e'NN)$. La comparación con los datos experimentales (en los canales en que disponíamos de ellos) se ha revelado razonablemente bueno, constituyendo éste el primer estudio global sobre este tipo de procesos en núcleos.

Por último, en el capítulo 5, nos hemos detenido en el estudio de la dispersión Compton virtual (VCS) en núcleos, analizando las zonas de predominio de ésta sobre el fondo de fotones procedentes del Bremsstrahlung (presencia incómoda e inevitable en los experimentos proyectados al efecto) y comparándola, asimismo, con la dispersión Compton real (RCS), con el objeto de plantear la posibilidad del VCS como método alternativo de medida del RCS.

Apéndice A

De vértices, constantes de acoplamiento y operadores.

Las expresiones invariantes Galileo de los vértices (no relativistas) que aparecen en el modelo que describe la interacción $eN \rightarrow e\pi N$ son:

(a) Vértice asociado al acoplamiento γNN (fig. 1.1(a)):

$$V_{\gamma NN}^{\mu} = -ie \left\{ F_1^N(q^2) \left[\frac{\vec{p} + \vec{p}'}{2M_N} \right] + i \frac{\vec{\sigma}}{2M_N} \times \vec{q} G_M^N(q^2) \right\} F_1^N(q^2) \quad (\text{A.1})$$

(b) Vértice asociado al acoplamiento $\gamma N\Delta$ (fig. 1.1(c)):

$$V_{\gamma N\Delta}^{\mu} = \frac{f_{\gamma}(q^2) \sqrt{s}}{m_{\pi} M_{\Delta}} \left\{ \frac{\vec{p}_{\Delta}}{\sqrt{s}} (\vec{S}^{\dagger} \times \vec{q}) \right. \\ \left. \frac{p_{\Delta}^0}{\sqrt{s}} \left\{ \vec{S}^{\dagger} \times \left(\vec{q} - \frac{q_0^0}{p_{\Delta}} \vec{p}_{\Delta} \right) \right\} \right\} \quad (\text{A.2})$$

(c) Vértice asociado al acoplamiento $\pi N\Delta$ (fig. 1.1(d)):

$$V_{\pi N\Delta} = \frac{f^*}{m_{\pi}} \Delta \vec{S}^{\dagger} \times \left(\vec{k} - \frac{k_0^0}{\sqrt{s}} \vec{p}_{\Delta} \right) \quad (\text{A.3})$$

(d) Vértice asociado al acoplamiento πNN (fig. 1.1(b)):

$$V_{\pi NN} = \frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} B(N, N'\pi) \left\{ \vec{\sigma} \vec{k} - \frac{k^0}{2M_N} \vec{\sigma} (\vec{p} + \vec{p}') \right\} \quad (\text{A.4})$$

siendo $\vec{q}$, $\vec{p}$, $\vec{p}'$, $\vec{p}_\Delta$ y $\vec{k}$ los momentos del fotón, nucleón incidente, nucleón dispersado, Δ y pión respectivamente, $\sqrt{s}$, la energía invariante del sistema $\gamma^* N$ y M_N , m_π y M_Δ las respectivas masas de nucleón, pión y resonancia delta. En las expresiones anteriores (A.3) y (A.4) estamos incluyendo los correspondientes factores de isospín Δ y $B(N, N'\pi)$, respectivamente.

Aparte de los cuatro vértices que se muestran en la figura 1.1, en nuestro modelo para la descripción de la electroproducción elemental de piones aparecen otros dos:

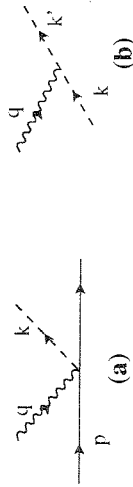


Fig. A.1

El vértice (a) es el denominado "seagull" y surge a partir del lagrangiano $\mathcal{L}_{\pi NN}$ via acoplamiento mínimo. Este vértice es estrictamente cero para los canales $\pi^0 n$ y $\pi^0 p$. Su expresión es:

$$V_{seagull}^\mu = e \frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} B(N, N'\pi) F_A C^\mu \quad (\text{A.5})$$

siendo

$$C^\mu(\pi^- p) = \begin{pmatrix} \vec{\sigma} (2\vec{p} + \vec{q} - \vec{k}) \\ 2M_N \\ \vec{\sigma} \end{pmatrix} ; \quad C^\mu(\pi^0 n) = 0$$

$$C^\mu(\pi^+ n) = \begin{pmatrix} \vec{\sigma} (\vec{k} - \vec{q} - 2\vec{p}) \\ 2M_N \\ \vec{\sigma} \end{pmatrix} ; \quad C^\mu(\pi^0 p) = 0$$

Por lo que respecta al vértice (b) de la figura A.1, éste corresponde al acoplamiento $\pi\pi\gamma^*$ y está definido como:

$$V_{\pi\pi\gamma^*}^\mu = ie(k^\mu + k'^\mu) \quad (\text{A.6})$$

En cuanto a los factores de forma y constantes de acoplamiento, sus expresiones y valores se detallan a continuación:

Los factores de forma de Sachs vienen dados por

$$G_M^N(q^2) = \frac{\mu_N}{\left(1 - \frac{q^2}{\Lambda^2}\right)^2} ; \quad G_E^N(q^2) = \frac{1}{\left(1 - \frac{q^2}{\Lambda^2}\right)^2} \quad (\text{A.7})$$

con $\Lambda^2 = 0.71 \text{ GeV}^2$; $\mu_p = 2.793$; $\mu_n = -1.913$. La relación entre $F_1^p(q^2)$ (factor de forma de Dirac) y G_E^p es:

$$F_1^p(q^2) = G_E^p \frac{\left(1 - \frac{q^2}{4M_N^2} \mu_p\right)}{\left(1 - \frac{q^2}{4M_N^2}\right)} \quad (\text{A.8})$$

y siendo $F_1^n = 0$.

Para las restantes constantes de acoplamiento y factores de forma que aparecen en vértices y(o) amplitudes del capítulo 1, las expresiones correspondientes son:

$$\frac{f_{\pi NN}}{4\pi} = 0.08 ; \quad \frac{f_{\pi^*}}{4\pi} = 0.36 ; \quad F_A(q^2) = \frac{1}{\left(1 - \frac{q^2}{M_A^2}\right)^2} \quad (\text{A.9})$$

donde $M_A = 1.08 \text{ GeV}$.

$$F_{\gamma\pi\pi}(q^2) = \frac{1}{\left(1 - \frac{q^2}{p_\pi}\right)} \quad (\text{A.10})$$

siendo $p_\pi = 0.47 \text{ GeV}^2$.

$$F_\pi(q^2) = \frac{\Lambda_\pi^2 - m_\pi^2}{\Lambda_\pi^2 - q^2} ; \quad \Lambda_\pi \sim 1250 \quad (\text{A.11})$$

$$f_\gamma(q^2) = f_\gamma(0) \frac{\left(1 - \frac{q^2}{(M_\Delta + M_N)^2}\right) G_M^p(q^2)}{\left(1 - \frac{q^2}{4M_N^2}\right) \mu_p} \frac{(M_\Delta + M_N)^2}{(M_\Delta + M_N)^2 - q^2} \quad (\text{A.12})$$

donde $f_\gamma(0) = 0.122$ y corresponde a la constante de acoplamiento $\gamma N\Delta$ considerando fotones reales.

En cuanto a los operadores $\vec{S}$ y $\vec{T}$ (operador de transición entre estados de espín $\frac{3}{2}$ a estados $\frac{1}{2}$ e espín $\frac{1}{2}$ e ídem entre estados de isospín $\frac{3}{2}$ a estados de isospín $\frac{1}{2}$, respectivamente), su normalización es:

$$\langle \frac{3}{2}, M | S_\lambda^\dagger | \frac{1}{2}, m \rangle = (1 \frac{1}{2} \frac{3}{2} | \lambda m M) \quad (\text{A.13})$$

$$\langle \frac{3}{2}, M | T_\lambda^\dagger | \frac{1}{2}, m \rangle = (1 \frac{1}{2} \frac{3}{2} | \lambda m M) \quad (\text{A.14})$$

siendo λ un índice de la base esférica.

Apéndice B

Diagramas de electroproducción de piones y absorción del fotón virtual.

En la figura mostramos algunos de los 36 diagramas de autoenergía correspondientes a la electroproducción de un pión:

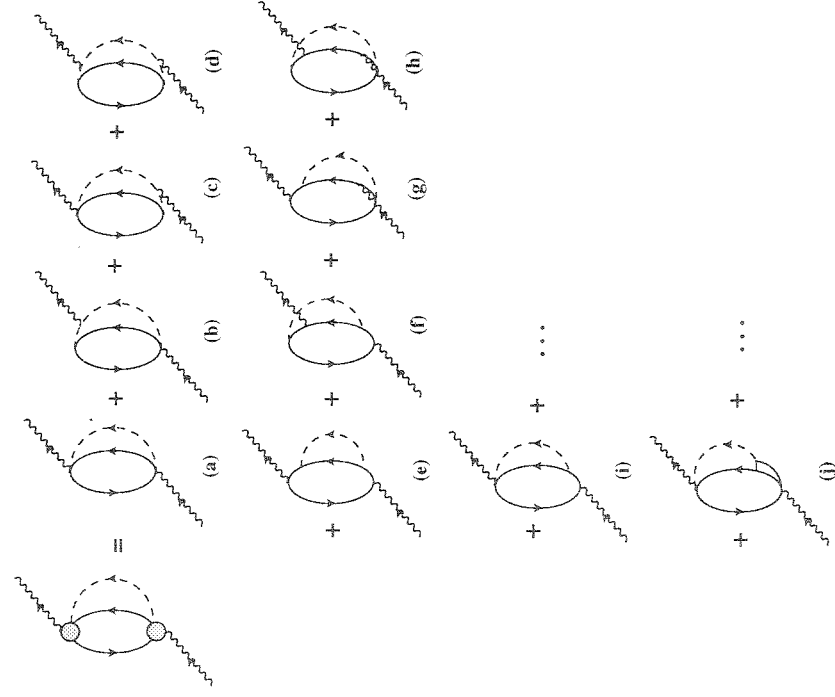


Fig. B.1

A continuación presentamos parte de los 36 diagramas de autoenergía

correspondientes a la absorción del fotón virtual por dos nucleones:

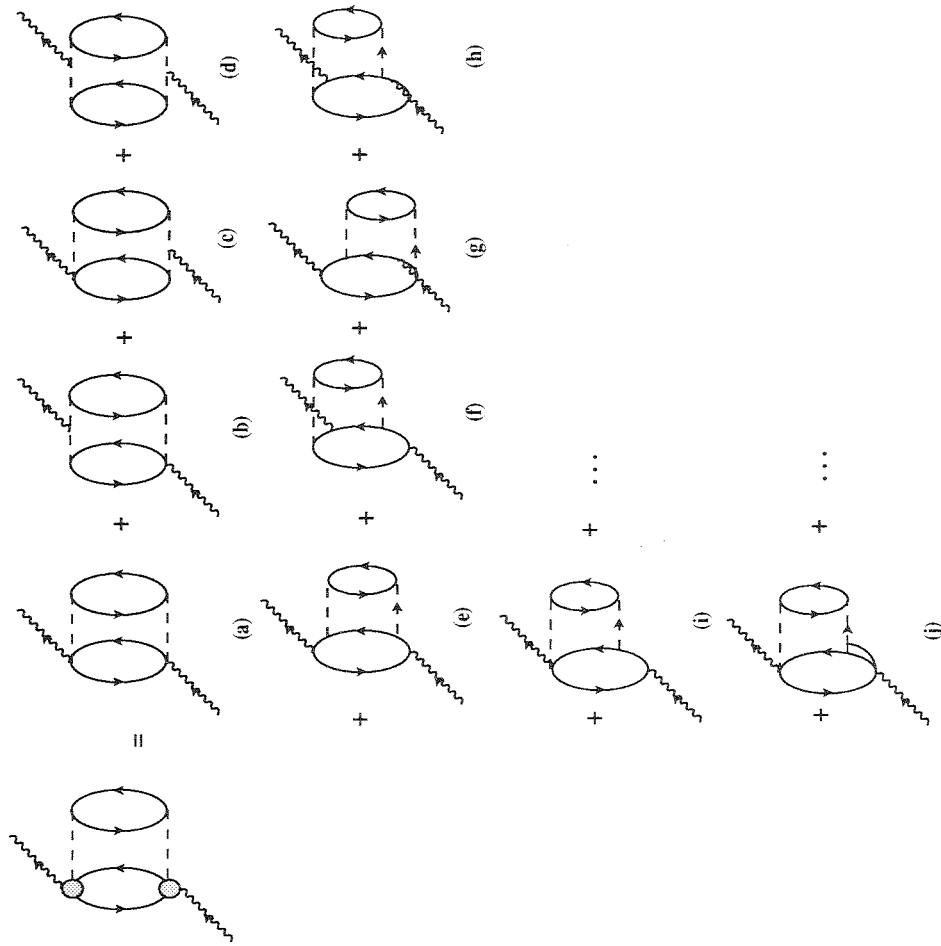


Fig. B.2

Apéndice C

Parte imaginaria de la función de Lindhard en Materia Nuclear Asimétrica.

La función de Lindhard en materia nuclear correspondiente a la excitación de un partícula agujero viene dada por:

$$i \frac{\bar{U}_N}{2} = - \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{i n_1(p) i (1 - n_2(p + q))}{(p^0 - \mathcal{E}(\vec{p}) + i\epsilon)(p^0 + q^0 - \mathcal{E}(p + q) - i\epsilon)} \quad (\text{C.1})$$

donde n_1 y n_2 son los números de ocupación para la partícula y el agujero respectivamente. Si calculamos la parte imaginaria

$$\begin{aligned} 2i \left(i \text{Im} \frac{\bar{U}_N}{2}(q) \right) &= - \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} i n_1(p) 2i (-\pi) \delta(p^0 - \mathcal{E}(\vec{p})) \times \\ &\quad \times 2i i (1 - n_2(p + q)) \pi \delta(p^0 + q^0 - \mathcal{E}(p + q)) = \\ &= \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} n_1(p) (1 - n_2(p + q)) \delta(\mathcal{E}(\vec{p}) + q^0 - \mathcal{E}(\vec{p} + \vec{q})) \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

Realizando las integrales obtenemos:

$$Im\{\bar{U}_N(q^0, |\vec{q}|)\} = \begin{cases} -\frac{M_N^2 q^0}{2\pi|\vec{q}|} - \frac{(k_{F_1}^2 - k_{F_2}^2)M_N}{4\pi|\vec{q}|}, \\ \text{si } k_{F_1}^2 > k_{F_2}^2 - 2M_N q^0 > \left| \frac{M_N q^0}{|\vec{q}|} - \frac{|\vec{q}|^2}{2} \right| \\ \\ -\frac{M_N}{4\pi|\vec{q}|} \left(k_{F_1}^2 - \left| \frac{M_N q^0}{|\vec{q}|} - \frac{|\vec{q}|^2}{2} \right| \right), \\ \text{si } k_{F_1} > \left| \frac{M_N q^0}{|\vec{q}|} - \frac{|\vec{q}|^2}{2} \right| > k_{F_2} - 2M_N q^0 \\ \\ 0, \quad \text{en otro caso} \end{cases} \quad (C.3)$$

donde k_{F_1} y k_{F_2} son los momentos de Fermi para las dos distribuciones, n_1 y n_2 , dados por

$$k_{F_1} = (3\pi^2 \rho_1)^{1/3}, \quad k_{F_2} = (3\pi^2 \rho_2)^{1/3} \quad (C.4)$$

donde ρ_1 , ρ_2 son las densidades nucleares para la partícula destruida y creada en la excitación de la partícula-agujero.

Apéndice D

Parametrizaciones de la sección eficaz NN.

En el capítulo 4 de la memoria hacíamos referencia al uso de una parametrización de la sección eficaz libre elástica NN . Las secciones eficaces están expresadas en fm^2 y todos los momentos que aparecen, en GeV^3 . Por otra parte, p_L es el momento en el sistema laboratorio y p_{CM} , el momento en CM). El umbral inelástico correspondiente a la producción de un pión es aproximadamente $p_L = 0.8 \text{ GeV}$. En las reacciones estudiadas en el capítulo 4 muy pocos nucleones pueden aparecer con p_L mayor que 0.8 GeV , pero incluimos parametrizaciones válidas hasta 1.6 GeV . Las parametrizaciones de la sección eficaz elástica NN [27, 28] se dan a continuación:

	$p_L < 0.8 \text{ GeV}$	$0.8 < p_L < 2 \text{ GeV}$
$\sigma_{pp} = \sigma_{nn}$	$2.35 + 1.00(0.7 - p_L)^4$	$\frac{125}{p_L + 50} - 0.4(1.3 - p_L)^2$
$\sigma_{pn} = \sigma_{np}$	$3.47 + 25.45(1.25 - p_L)^{10}$	$\frac{3.1}{\sqrt{p_L}}$

donde p_L es el momento del nucleón en el sistema laboratorio en GeV .

Las secciones eficaces diferenciales en CM fueron tomadas proporcionales a

$$\frac{d\sigma^{NN}}{d\Omega_{cm}} \propto \exp(at) + \delta \exp(au) \propto \exp(\gamma \cos\theta_{c.m.}) + \delta \exp(-\gamma \cos\theta_{c.m.}) \quad (D.1)$$

siendo $\gamma = 2ap_{c.m.}^2$. Los parámetros a y δ están dados por:

Parámetro	Rango de momentos	Valor
$a(pp) = a(nn)$	$p_L < 2 \text{ GeV}$	$\frac{5.5p_L^3}{7.7 + p_L} \text{ GeV}^{-2}$
$a(pn) = a(np)$	$p_L < 0.225 \text{ GeV}$	0.
	$0.225 < p_L < 0.6 \text{ GeV}$	$16.533(p_L - 0.225)$
	$0.6 < p_L < 1.6 \text{ GeV}$	$-1.63p_L + 7.16$
$\delta(pp) = \delta(nn)$	Todo	0.
$\delta(pn) = \delta(np)$	$p_L < 0.8 \text{ GeV}$	1.
	$0.8 < p_L < 1.6 \text{ GeV}$	$\frac{0.64}{p_L^2}$

Para la generación de ángulos random acordes con la distribución angular (D.1), utilizamos la siguiente expresión:

$$\cos \theta_{cm} = \frac{1}{\alpha} \log \exp(-\alpha) + x \{ \exp(\alpha) - \exp(-\alpha) \} \quad (\text{D.2})$$

siendo x un número aleatorio $0 \leq x < 1$ y α toma el valor $\pm\gamma$, con probabilidades proporcionales a 1 y δ , respectivamente. El ángulo azimutal en c.m. ϕ se escoge aleatoriamente.

Bibliografía

- [1] E. J. Moniz et al. Phys. Rev. Lett. **26** (1971) 445.
- [2] Z. E. Meziani et al., Phys. Rev. Lett. **52** (1984) 2130; Phys. Rev. Lett. 54(1985) 1233.
- [3] R. Altman et al., Phys. Rev. Lett. **44** (1980) 965.
- [4] P. Barreau et al., Nucl. Phys. **A358** (1981) 287c; Nucl. Phys. **A402** (1983) 515.
- [5] G. Orlandini and M. Traini, Rep. Prog. Phys. **54** (1991) 257.
- [6] M. Cavinato et al., Nucl. Phys. **A423** (1984) 376; Phys. Lett. **213B** (1988) 111.
- [7] A. Dellafore et al., Phys. Rev C. **31** (1985) 1088.
- [8] S. Fantoni and V.R. Pandharipande, Nucl. Phys. **A473** 234.
- [9] C.C. Blatchley, Phys. Rev. C **34** 1243.
- [10] T.C. Yates et al., Phys. Lett. **B312** (1993) 382.
- [11] J. Jourdan, Phys. Lett. **B353** (1995) 189; J. Jourdan, Nucl. Phys. **A603** (1996) 117.
- [12] L. Lapikas, Nucl. Phys. **A553** (1993) 297c.
- [13] I. Bobeldijk et al., Phys. Rev. Lett. **73** (1994) 2684.
- [14] K.I. Blomqvist et al., Phys. Lett. **344B** (1995) 85.
- [15] K. Gottfried, Nucl. Phys. **5** (1958) 557.
- [16] G. Rosner, *Proceedings of the Second Workshop on Electromagnetically Induced Two-Nucleon Emission*, Gent (1995).

- [17] N.R. Kolb et al., *Proceedings of the Second Workshop on Electromagnetically Induced Two-Nucleon Emission*, Gent (1995).
- [18] L. Weinstein, *Proceedings of the Second Workshop on Electromagnetically Induced Two-Nucleon Emission*, Gent (1995).
- [19] S. Nozawa and T.-S.H. Lee, Nucl. Phys. **A513** (1990) 511.
- [20] R.C. Carrasco and E. Oset, Nucl. Phys. **A536** (1992) 445.
- [21] M.G. Olsson, Nucl. Phys. **B78** (1974) 55.
- [22] K. Baetznner et al., Phys. Lett. **B39** (1972) 575.
- [23] H. Breuker et al., Nucl. Phys. **B146** (1978) 285.
- [24] C. Mistretta et al., Phys. Rev. Vol.184 **5** (1969).
- [25] S. Boffi, *Proceedings of the Workshop on Two-Nucleon Emission reactions*, Marciana Marina (1989).
- [26] E. Oset, H. Toki, and W. Weise, Phys. Rep. **83** (1982) 281.
- [27] J. Cugnon, private communication.
- [28] Compilation of cross sections III: p and $\bar{p}$ induced reactions. CERN-HERA 84-01 (1984).
- [29] R. Machleidt, K. Holinde and Ch. Elster, Phys. Rep. **149** (1987) 1.
- [30] F. Mandl and G. Shaw, *Quantum Field Theory*, John Wiley and Sons, 1984
- [31] E. Oset, H. Toki and W. Weise, Phys. Reports **83** (1982) 281.
- [32] L.L. Salcedo, Tesis doctoral. Universidad de Valladolid, 1985
- [33] A.L. Fetter and J.D. Walecka, *Quantum Theory of many-particle systems*, McGraw-Hill, 1971.
- [34] D. Drechsel and M.M. Giannini, Rep. Prog. Phys. **52** (1989), 1083.
- [35] E. Oset & W. Weise, Nucl. Phys. **A319** (1979) 477.
- [36] J. Speth et al., Nucl. Phys. **A343** (1980) 382.

- [37] E. Oset and L.L. Salcedo, Nucl. Phys. **A468** (1987) 631
- [38] A. Zghiche et al., Nucl. Phys. **A572** (1994) 513.
- [39] J.A. Gómez-Tejedor and E. Oset, Nucl. Phys. **A571** (1994) 667.
- [40] J.E. Amaro et al., Nucl. Phys. **A578** (1994) 365.
- [41] A. Fabrocini and S. Fantoni, Nucl. Phys. **A503** (1989) 375.
- [42] C. Mahaux et al., Phys. Reports **120** (1985) 1.
- [43] A. Ramos et al., Nucl. Phys. **A503** (1989) 1.
- [44] W.H. Dickhoff et al., *Proc. Topical Workshop on Two Nucleon Emission Reactions*, Elba 1989.
- [45] S. Fantoni et al., Nucl. Phys. **A399** (1983) 51; // S. Fantoni and V.R. Pandharipande, Nucl. Phys. **A427** (1984) 473.
- [46] P. Fernández de Córdoba and E. Oset, Phys. Rev. C **48**, 1992.
- [47] E. Oset, L.L. Salcedo and D. Strottman, Phys. Lett. **B165** (1985) 13.
- [48] L.L. Salcedo, E.Oset, M.J. Vicente-Vacas and C. García-Recio, Nucl. Phys. **A484** (1988) 557.
- [49] R.C. Carrasco, E. Oset and L.L. Salcedo, Nucl. Phys. **A541** (1992) 585.
- [50] R.C. Carrasco, M.J. Vicente-Vacas and E. Oset, Nucl. Phys. **A570** (1994) 701.
- [51] S. Hirenzaki, J. Nieves, E. Oset and M.J. Vicente-Vacas, Phys. Lett. **B304** (1993) 198.
- [52] J. Ryckebusch et al., Phys. Lett. **B333** (1994) 310.
- [53] H. Baghaei et al., Phys. Rev. **C39** (1989) 177.
- [54] A. Zondervan et al., Nucl. Phys. **A487** (1995) 697.
- [55] G. R. Farrar and H. Zhang, Phys. Rev. **D41** (1990) 3348.
- [56] P. A. M. Guichon, G. Liu, A. W. Thomas, Nucl. Phys. **A591** (1995) 606.

- [57] G. Audit et al., CEBAF proposal PR-93-050 (1993).
- [58] J. Berthot et al., MAMI proposal SW9604 (1995).
- [59] B. Pasquini and S. Boffi, preprint nucl-th/9605003.
- [60] A. Zieger et al., Phys. Lett. B278 (1992) 34.
- [61] E. L. Hallin, Phys. Rev. D48 (1993) 1428.
- [62] F. J. Federspiel et al., Phys. Rev. Lett. 67 (1991) 1511.
- [63] M. Jung et al., Z. Phys. C10 (198).
- [64] Y. Wada et al., Nucl. Phys. B247 (1984) 313.
- [65] Ishii et al., Nucl. Phys. B254 (1985) 458.
- [66] J. Deutsch et al., Phys. Rev. D8 (1973) 3828.
- [67] M. A. Shupe et al., Phys. Rev. D19 (1979) 1929.
- [68] R. L. Anderson et al., Phys. Rev. Lett. 25 (1970) 1218.
- [69] D. O. Caldwell et al., Phys. Rev. Lett. 33 (1974) 868.
- [70] M. Schumacher et al., Nucl. Phys. A576 (1994) 603.
- [71] G. E. Brown, M. Rho and M. Soyeur, Nucl. Phys. A553 (1993) 705c.
- [72] W. Weise, Nucl. Phys. A553 (1993) 59c.
- [73] A. Baumann et al., Phys. Rev. C35 (1988) 1940.
- [74] E. Hayward, B. F. Gibson and J. S. O'Connell, Phys. Rev. C5 (1972) 846.
- [75] D. O. Riska, Phys. Rep. 181 (1989) 207.
- [76] K. P. Schelhaas et al., Nucl. Phys. A506 (1990) 307.
- [77] K. W. Rose et al., Nucl. Phys. A514 (1990) 621.
- [78] M. Ludwing et al., Phys. Lett. B274 (1992) 275.
- [79] J. H. Koch, E. J. Moniz and N. Ohtsuka, Annals of Phys. 154 (1984) 99.

- [80] R. C. Carrasco, Anales de Física, 90 (1994) 8.
- [81] B. Pasquini and S. Boffi, Nucl. Phys. A591 (1995) 606.
- [82] E. J. Austin et al., Phys. Rev. Lett. 57 (1986) 972.
- [83] E. J. Austin et al., Phys. Rev. Lett. 61 (1988) 1922.
- [84] H. de Vries, C. W. de Jager and C. de Vries, Atomic data and nuclear data tables, 36, (1987) 495.
- [85] R. C. Carrasco and E. Oset, Nucl. Phys. A536 (1992) 445.
- [86] F. A. Berends, A. Donachie and D. L. Weaver, Nucl. Phys. 84. (1967) 54; F. A. Berends and A. Donnachie, Nucl. Phys. B84 (1975) 342.
- [87] C. García Recio, E. Oset, L.L. Salcedo, D. Strottman and M.J. López, Nucl. Phys. A526 (1991) 685
- [88] See for instance, C. Itzykson and J.B. Zuber, *Quantum Field Theory*, McGraw-Hill, New York, 1980, Section 5-2-4.
- [89] E. Amaldi, S. Fubini and G. Furlan, *Pion electroproduction*, Springer Tracts in Modern Physics, Vol. 83 (Springer, Berlin, 1979)
- [90] E. J. Austin et al., Phys. Rev. Lett. 57 (1986) 972
- [91] J. Ahrens, Nucl. Phys. A335 (1980) 67
- [92] P. Carlos et al., Nucl. Phys. A431 (1984) 573
- [93] J. Ahrens, L.S. Ferreira and W. Weise, Nucl. Phys. A485 (1988) 621
- [94] M. Schumacher, P. Rullhuser and A. Baumann, Nuovo Cimento 100 (1988) 339

Agradecimientos

Escribía alguien en referencia a los agradecimientos que éstos eran como el “Buenos días, amor mío” tras una semana de matrimonio: un doble ejercicio de hipocresía. Como escépticos ha habido siempre así como agradecimientos ¹ ahí va el pertinente reparto de gratitudes a:

- Eulogio Oset y Juan Nieves, directores de tesis y apoyos fundamentales e inasequibles al desaliento (el mío, claro) en el transcurso de la tarea que ahora concluye.
- Cristina y Juan, por la generosa hospitalidad demostrada al haberme abierto su casa y su nevera.
- El departamento de Física Moderna de Granada, por su cordial acogida durante mis estancias granadinas.
- El Dr. José Antonio “Unix Man” Gómez Tejedor, con el que fue un placer colaborar en el capítulo 5 de esta memoria.
- Ana, F. Cano y Fernando, por los cafés gorroneados y los múltiples auxilios prestados.
- Mis compañeros de despacho (los ausentes y los presentes), por haberme ayudado a sobrellevar mis problemas burbu-gil-es.
- J. Segura, por su eficiente labor de mecanografiado y consultorías varias.
- Amparo Lacruz, por haber permitido que mis programas crecieran y se multiplicaran de forma no traumática.
- El P.A.S. de este departamento (Lili, Cristina, Quique, Asun, Tere y Amparo) por facilitarme las relaciones (siempre tortuosas) con la burocracia.
- Por último, a la Consellería de Cultura y Educación, por haberme ayudado a profundizar en dos de las tres virtudes cristianas: FE y ESPERANZA.

Inspiraciones ...

*Come away, fellow sailors, your anchors be weighing,
Time and tide will admit no delaying...*
de la ópera “Dido and Aeneas”, de Henry Purcell.

... y aspiraciones

Mi verdadera vocación era, sin duda, la Física Nuclear.
declaraciones de Cindy Crawford a la revista “Elle”.

¹Óigase, por ejemplo, a Violeta Parra