

TREBALL DE FI DE MÀSTER

Model de Higgs amb dos doblets alineat

Rafael Garcés Malonda

Facultat de Física

Departament de Física Teòrica

Director: Antonio Pich Zardoya

9 de juliol de 2012



VNIVERSITAT DE VALÈNCIA

Índex

1	Introducció	1
2	El Model Estàndar de les interaccions electrodèbils	3
2.1	Teoria <i>gauge</i> $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$	3
2.2	Mecanisme de Higgs	6
2.3	Dinàmica de Sabor	7
2.4	Violació de CP	10
3	Model de Higgs amb dos doblets (2HDM)	13
3.1	Introducció	13
3.2	Model de Higgs amb dos doblets (2HDM)	14
3.2.1	El potencial escalar	15
3.2.2	Sector de <i>gauge</i>	16
3.2.3	Sector de Yukawa	18
4	Model de Higgs amb dos doblets alineat	21
4.1	Introducció	21
4.2	El model	21
4.3	Conseqüències de l'alineament	22
5	Desintegració $t \rightarrow c\gamma$ en el A2HDM	24
5.1	Per què analitzar aquesta desintegració?	24
5.2	Càlcul en el Model Estàndar	24
5.3	Contribucions provinents del A2HDM	30
6	Conclusions	34
A	Integrals	37

1 Introducció

El Model Estàndard és el marc teòric que descriu les diferents interaccions (electrofeble i forta) entre els constituents elementals de la matèria. És una teoria quàntica de camps invariant *gauge* local basada en el grup de simetria $G = SU(3)_C^{QCD} \otimes [SU(2)_L \otimes U(1)_Y]^{EW}$. La interacció forta ve descrita per la Cromodinàmica Quàntica (QCD) mentre que la teoria Electrofeble (EW) unifica la descripció de les interaccions electromagnètica i feble.

A la Natura s'observen les següents partícules elementals (Fig.1):

Three Generations of Matter (Fermions)			
	I	II	III
mass→	2.4 MeV	1.27 GeV	171.2 GeV
charge→	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$
spin→	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
name→	u up	c charm	t top
Quarks	4.8 MeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ d down	104 MeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ s strange	4.2 GeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ b bottom
	<2.2 eV 0 $\frac{1}{2}$ ν_e electron neutrino	<0.17 MeV 0 $\frac{1}{2}$ ν_μ muon neutrino	<15.5 MeV 0 $\frac{1}{2}$ ν_τ tau neutrino
	0.511 MeV -1 $\frac{1}{2}$ e electron	105.7 MeV -1 $\frac{1}{2}$ μ muon	1.777 GeV -1 $\frac{1}{2}$ τ tau
Leptons			
			91.2 GeV 0 1 Z weak force
			80.4 GeV ± 1 1 W weak force
			Bosons (Forces)

Figura 1: Partícules elementals

Els fermions són els constituents de la matèria ordinària. Els quarks són els únics que interaccionen fortament i tant aquestos com els leptons presenten interacció feble, a més els constituents amb càrrega elèctrica també interaccionen electromagnèticament. S'observa l'existència de tres famílies de fermions amb les mateixes propietats però amb diferents masses. Els bosons (amb espí 1) són les partícules mediadores de les interaccions. Tenim 8 gluons per a QCD, els bosons massius $W^\pm$ i Z per a la feble i el fotó per a l'electromagnetisme.

La simetria *gauge* es trencada per el buit, generant la ruptura espontànea de la simetria (SSB) del grup electrodèbil al subgrup electromagnètic $G \rightarrow SU(3)_C \otimes U(1)_{QED}$. Aquest mecanisme s'implementa mitjançant la introducció d'un camp escalar, el Higgs, que interacciona amb el buit (té un valor d'expectació amb el buit no nul). La interacció del Higgs amb els fermions i els bosons mediadors genera les masses d'aquestes partícules mantenint un Lagrangià invariant *gauge*.

El Model Estàndard explica correctament la fenomenologia de les partícules elementals, però deixa una sèrie de qüestions obertes relacionades amb l'estructura de sabor. Sols existeixen tres famílies? Per que el patró de masses és com és? Com expliquem els fenòmens de violació de CP que s'han observat experimentalment? Que sabem de les masses dels neutrins? Quin és l'origen del sabor? D'altra banda el sector de sabor també és la principal font de paràmetres lliures de la teoria.

Recentment s'ha observat experimentalment l'existència d'un bosó amb una massa d'entorn 125 GeV consistent amb el bosó de Higgs. Aquest descobriment obri la porta a l'estudi directe del mecanisme de ruptura de la simetria. És el bosó descobert el Higgs predit pel Model Estàndar ò el descrit per models alternatius?

S'han fet diverses extensions del Model Estàndard per intentar donar solució a les qüestions fonamentals esmentades més adalt. La més simple consisteix en afegir escalars addicionals. En aquest treball tractarem el model de Higgs amb dos doblets, analitzant les seues implicacions fenomenològiques; centrant-nos en les noves possibles fonts de violació de CP, que puguen donar resposta al problema de l'asimetria entre matèria i antimatèria a l'Univers.

A banda, també discutirem la possibilitat de testar aquest model a través del decay $t \rightarrow c\gamma$. Analitzarem la forma de procedir en aquest tipus de càlculs a un "loop", centrant-nos en explicar amb detall quins són els diagrames de Feynman que intervenen, com treballar amb les integrals sobre quadrimoments (parametrizació de Feynman), com analitzar l'estructura de l'amplitud de decaïment... L'objectiu principal d'aquesta secció serà fer una recolecció de les tècniques de càlcul necessàries, descrivint un procediment ordenat i senzill, deixant un poc de banda l'avaluació dels diferents resultats que es presenten.

2 El Model Estàndar de les interaccions electrodèbils

2.1 Teoria *gauge* $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$

Hem vist que existeixen tres famílies de fermions

$$\begin{bmatrix} \nu_e & u \\ e^- & d' \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \nu_\mu & c \\ \mu^- & s' \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \nu_\tau & t \\ \tau^- & b' \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

i les seues corresponents antipartícules, estructurades de la següent forma:

$$\begin{bmatrix} \nu_l & q_u \\ l^- & q_d \end{bmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \nu_l \\ l^- \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} q_u \\ q_d \end{pmatrix}_L, \quad l_R^-, \quad q_{uR}, \quad q_{dR} \quad (2.2)$$

Els camps levògirs són doblets de $SU(2)_L$, mentre que els dextrògirs són singlets.

Exigim que el Lagrangia sigui invariant sota una transformació de *gauge* local $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Amb la següent notació

$$\psi_1(x) = \begin{pmatrix} q_u \\ q_d \end{pmatrix}_L, \quad \psi_2(x) = q_{uR}, \quad \psi_3(x) = q_{dR} \quad (2.3)$$

tenim la transformació:

$$\begin{aligned} \psi_1(x) &\rightarrow \psi'_1(x) \equiv \exp\{iy_1\beta\} U_L \psi_1(x) \\ \psi_2(x) &\rightarrow \psi'_2(x) \equiv \exp\{iy_2\beta\} \psi_2(x) \\ \psi_3(x) &\rightarrow \psi'_3(x) \equiv \exp\{iy_3\beta\} \psi_3(x) \end{aligned} \quad (2.4)$$

amb

$$U_L \equiv \exp\left\{i \frac{\sigma_i}{2} \alpha^i\right\} \quad (i = 1, 2, 3)$$

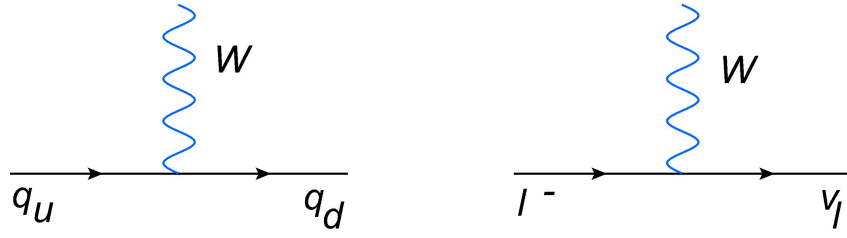
Definim la derivada covariant:

$$\begin{aligned} D_\mu \psi_1(x) &= \left[\partial_\mu + ig \tilde{W}_\mu(x) + ig' y_1 B_\mu(x) \right] \psi_1(x) \\ D_\mu \psi_2(x) &= \left[\partial_\mu + ig' y_2 B_\mu(x) \right] \psi_2(x) \\ D_\mu \psi_3(x) &= \left[\partial_\mu + ig' y_3 B_\mu(x) \right] \psi_3(x) \\ \tilde{W}_\mu(x) &\equiv \frac{\sigma_i}{2} W_\mu^i(x) \end{aligned} \quad (2.5)$$

El Lagrangia $\mathcal{L} = \sum_{j=1}^3 i \bar{\psi}_j \gamma^\mu D_\mu \psi_j$ és invariant *gauge* i genera els següents termes d'interacció entre els bosons de *gauge* i els diferents fermions, amb les característiques que es descriuen.

- Corrent Carregada

$$\mathcal{L}_{CC} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} \left\{ W_\mu^\dagger [\bar{u} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) d + \bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) e] + h.c \right\} \quad (2.6)$$



- ▷ Sols els fermions levògirs i els antifermions dextrògirs acoblen al $W^\pm$. Hi ha una violació del 100% de paritat i conjugació de càrrega. A aquest nivell CP és una simetria exacta.
- ▷ El $W^\pm$ acobla als doblets fermiònics on les càrregues elèctriques dels fermions difereixen en una unitat. Els canals permitits per al decaïment del W^- són:

$$W^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e, \mu^- \bar{\nu}_\mu, \tau^- \bar{\nu}_\tau, d' \bar{u}, s' \bar{c} \quad (2.7)$$

Degut a l'elevada massa el quark top, $m_t = 173.5 \text{ GeV} > M_W = 80.385 \text{ GeV}$ [13], la producció “on-shell” a través de $W^- \rightarrow b' \bar{t}$ està cinemàticament prohibida.

- ▷ Tots els doblets fermiònics acoblen als bosons $W^\pm$ amb la mateixa força universal.
- ▷ Els companys de doblet dels quarks up, charm i top són una mescla dels tres quarks amb càrrega $-\frac{1}{3}$

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \mathbf{V} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad \mathbf{V} \mathbf{V}^\dagger = \mathbf{V}^\dagger \mathbf{V} = 1 \quad (2.8)$$

Els autoestats dèbils d', s', b' són diferents dels autoestats massius d, s, b .

El Lagrangian es veu modificat amb la matriu de CKM, que després explicarem en detall

$$\mathcal{L}_{CC} = \frac{-g}{2\sqrt{2}} \left\{ W_\mu^\dagger \left[\sum_{ij} \bar{u}_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) V_{ij} d_j + \sum_l \bar{\nu}_l \gamma^\mu (1 - \gamma_5) l \right] + h.c. \right\} \quad (2.9)$$

- ▷ L'evidència experimental de les oscil·lacions de neutrins mostren que ν_e, ν_μ, ν_τ són també mescles dels autoestats massius. Les masses dels neutrins són molt menudes: $|m_{\nu_3}^2 - m_{\nu_2}^2| \sim 2.4 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$, $m_{\nu_2}^2 - m_{\nu_1}^2 \sim 7.6 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2$.

• Corrent Neutra

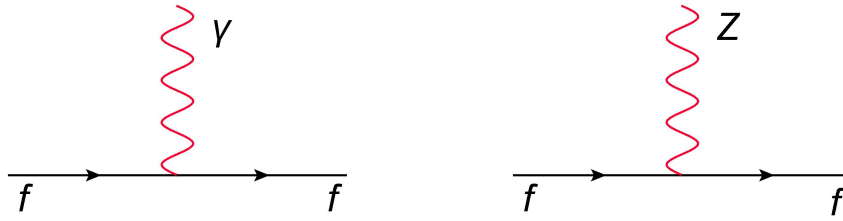
$$\mathcal{L}_{NC} = \mathcal{L}_{QED} + \mathcal{L}_{NC}^Z \quad (2.10)$$

$$\mathcal{L}_{QED} = -e A_\mu \sum_j \bar{\psi}_j \gamma^\mu Q_j \psi_j \quad (2.11)$$

$$\mathcal{L}_{NC}^Z = -\frac{e}{2 \sin \theta_W \cos \theta_W} Z_\mu \sum_f \bar{f} \gamma^\mu (v_f - a_f \gamma_5) f \quad (2.12)$$

amb els acoblaments per als fermions

	u	d	ν_e	e
$2v_f$	$1 - \frac{8}{3} \sin^2 \theta_W$	$-1 + \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W$	1	$-1 + 4 \sin^2 \theta_W$
$2a_f$	1	-1	1	-1



On els estats físics estan relacionats amb els estats *gauge* per les transformacions:

$$W_\mu \equiv (W_\mu^1 + iW_\mu^2) / \sqrt{2} \quad (2.13)$$

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

$$g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W = e \quad (2.15)$$

- ▷ Tots els vèrtex d'interacció conserven sabor. Tant el fotó com el bosó Z acoblen a un fermió i el corresponent antifermió, $\gamma f \bar{f}$ i $Z f \bar{f}$. No s'han observat mai transicions del tipus $\mu \rightarrow e \gamma$ ó $Z \rightarrow e^\pm \mu^\mp$.
- ▷ La interacció depèn de la càrrega elèctrica del fermió Q_f . Fermions amb la mateixa càrrega tenen la mateixa magnitud en l'acoblament. Els neutrins no tenen càrrega elèctria, sols acoblen al bosó Z.
- ▷ Els fotons tenen la mateixa interacció per als fermions amb diferent quiralitat. D'altra banda els acoblaments del Z són diferents per a fermions dextrògirs i levògirs. L'acoblament del neutrí amb el Z sols involucra fermions levògirs.
- ▷ Hi ha tres espècies diferents de neutrins lleugers.

Hem d'afegir un terme cinètic per als camps *gauge*:

$$\mathcal{L}_{Kin} = -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} \quad (2.16)$$

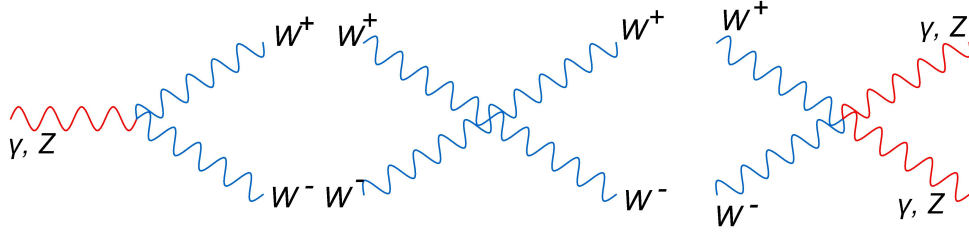
$$B_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (2.17)$$

$$W_{\mu\nu}^i \equiv \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - g \epsilon^{ijk} W_\mu^j W_\nu^k \quad (2.18)$$

Aquest conté termes d'autointeracció entre els bosons (treballem amb un grup no abelià):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_3 = & ie \cot \theta_W \left\{ (\partial^\mu W^\nu - \partial^\nu W^\mu) W_\mu^\dagger Z_\nu - (\partial^\mu W^{\nu\dagger} - \partial^\nu W^{\mu\dagger}) W_\mu Z_\nu + W_\mu W_\nu^\dagger (\partial^\mu Z^\nu - \partial^\nu Z^\mu) \right\} \\ & + ie \left\{ (\partial^\mu W^\nu - \partial^\nu W^\mu) W_\mu^\dagger A_\nu - (\partial^\mu W^{\nu\dagger} - \partial^\nu W^{\mu\dagger}) W_\mu A_\nu + W_\mu W_\nu^\dagger (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) \right\} \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_4 = & -\frac{e^2}{2 \sin^2 \theta_W} \left\{ (W_\mu^\dagger W^\mu)^2 - W_\mu^\dagger W^{\mu\dagger} W_\nu W^\nu \right\} - e^2 \cot^2 \theta_W \left\{ W_\mu^\dagger W^\mu Z_\nu Z^\nu - W_\mu^\dagger Z^\mu W_\nu Z^\nu \right\} \\ & - e^2 \cot \theta_W \left\{ 2 W_\mu^\dagger W^\mu Z_\nu A^\nu - W_\mu^\dagger Z^\mu W_\nu A^\nu - W_\mu^\dagger A^\mu W_\nu Z^\nu \right\} \\ & - e^2 \left\{ W_\mu^\dagger W^\mu A_\nu A^\nu - W_\mu^\dagger A^\mu W_\nu A^\nu \right\} \end{aligned} \quad (2.20)$$



Cal destacar que sempre hi ha present una parella de bosons W . La simetria $SU(2)_L$ no genera vèrtex neutres amb sols fotons o bosons Z .

2.2 Mecanisme de Higgs

Hem generat la dinàmica d'interacció entre les partícules elementals, però no hem inclòs termes de massa en els diferents Lagrangians perquè trenquen la invariància *gauge*.

Les masses es generen a través del mecanisme de Higgs-Kibble [8, 9, 10, 11].

Introduïm un camp escalar

$$\phi(x) \equiv \begin{pmatrix} \phi^{(+)}(x) \\ \phi^{(0)}(x) \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

$$(2.22)$$

que interacciona amb un potencial (Fig.2) que genera una sèrie d'estats degenerats amb mínima energia.

Associem el buit quàntic amb un d'aquests estats, trencant la simetria *gauge*, però mantenint un Lagrangia simètric, preservant la renormalitzabilitat de la teoria

$$|\langle 0 | \phi^{(0)} | 0 \rangle| = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2h}} \equiv \frac{v}{\sqrt{2}} \quad (2.23)$$

El camp escalar ve descrit pel Lagrangia

$$\mathcal{L}_S = (D_\mu \phi)^\dagger D^\mu \phi - \mu^2 \phi^\dagger \phi - h (\phi^\dagger \phi)^2, \quad \mu^2 < 0, \quad h > 0 \quad (2.24)$$

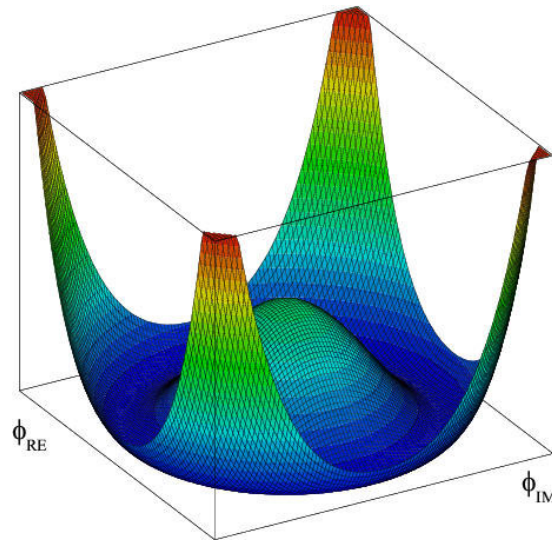


Figura 2: Potencial escalar

Després de la ruptura espontànea de la simetria podem escriure el camp escalar com una excitació sobre el buit,

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^{(+)} \\ \phi^{(0)} \end{pmatrix} \xrightarrow{SSB} \exp\left\{i\frac{\sigma_i}{2}\theta^i\right\} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v+H) \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

La simetria $SU(2)_L$ permet eliminar la dependència amb els θ_i (anomenats bosons de Goldstone), donant lloc a les masses dels bosons mediadors

$$M_Z \cos \theta_W = M_W = \frac{1}{2}vg \quad (2.26)$$

Queda un grau de llibertat romanent, el Higgs, descrit pel Lagrangia

$$\mathcal{L}_S = \frac{1}{4}hv^4 + \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_{HG^2} \quad (2.27)$$

$$\mathcal{L}_H = \frac{1}{2}\partial_\mu H \partial^\mu H - \frac{1}{2}M_H^2 H^2 - \frac{M_H^2}{2v}H^3 - \frac{M_H^2}{8v^2}H^4 \quad (2.28)$$

$$\mathcal{L}_{HG^2} = M_W^2 W_\mu^\dagger W^\mu \left\{1 + \frac{2}{v}H + \frac{H^2}{v^2}\right\} + \frac{1}{2}M_Z^2 Z_\mu Z^\mu \left\{1 + \frac{2}{v}H + \frac{H^2}{v^2}\right\} \quad (2.29)$$

amb una massa

$$M_H = \sqrt{-2\mu^2} = \sqrt{2}hv \quad (2.30)$$

2.3 Dinàmica de Sabor

Un terme de massa per als fermions també està prohibit degut a que mescla les components dextrogiros i levògiros, que transformen de forma diferent.

Considerem el cas general amb N_G generacions de fermions i escrivim el Lagrangia més general possible d'interacció entre els fermions i el doblet escalar:

$$\mathcal{L}_Y = - \{ (\bar{u}', \bar{d}')_L [c_d \phi d'_R + c_u \tilde{\phi} u'_R] + (\bar{v}'_l, \bar{l}')_L c_l \phi l'_R \} + h.c. \quad (2.31)$$

On $u = u, c, t, u_4, \dots, u_{N_G}$, $d = d, s, b, d_4, \dots, d_{N_G}$ i $l = e, \mu, \tau, l_4, \dots, l_{N_G}$ són vectors N_G -dimensionals en l'espai de sabor i c_d, c_u, c_l són matrius $N_G \times N_G$. Després de la ruptura espontànea de la simetria (SSB):

$$\mathcal{L}_Y = - \left(1 + \frac{h}{v} \right) [\bar{d}'_L M'_d d'_R + \bar{u}'_L M'_u u'_R + \bar{l}'_L M'_l l'_R] \quad (2.32)$$

amb $M'_f \equiv \frac{v}{\sqrt{2}} c_f$ ($f = u, d, l$). En la base dels autoestats de massa dels fermions

$$\begin{aligned} f_L &= S_f f'_L \\ f_R &= S_f U_f f'_R \end{aligned} \quad (2.33)$$

ens queda

$$\mathcal{L}_Y = - \left(1 + \frac{h}{v} \right) [\bar{d}_L M_d d_R + \bar{u}_L M_u u_R + \bar{l}_L M_l l_R] \quad (2.34)$$

Essent S_f i U_f matrius unitàries, de forma que $M_f = S_f M'_f U_f^\dagger S_f^\dagger$ siguin matrius diagonals amb les masses dels fermions

$$\begin{aligned} M_u &= \text{diag}(m_u, m_c, m_t, m_{u_4}, \dots, m_{u_{N_G}}) \\ M_d &= \text{diag}(m_d, m_s, m_b, m_{d_4}, \dots, m_{d_{N_G}}) \\ M_l &= \text{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau, m_{l_4}, \dots, m_{l_{N_G}}) \end{aligned} \quad (2.35)$$

Si realitzem el canvi dels autoestats *gauge* als autoestats massius en el Lagrangia electrodèbil, hem de distingir els següents casos:

- Corrents neutres, on tenim una estructura de sabor de la forma $\bar{f}'_L f'_L$ o $\bar{f}'_R f'_R$. Amb autoestats massius tenim la mateixa estructura $\bar{f}_L f_L$ i $\bar{f}_R f_R$. No hi ha canvis de sabor amb corrents neutres provinents d'interaccions vectorials.
- Interaccions amb el Higgs del tipus $\bar{f}'_L M'_f f'_R$, on M'_f és una matriu $N_G \times N_G$ no diagonal. En el Lagrangia amb els autoestats de massa ens queda $\bar{f}_L M_f^D f_R$, on M_f^D ha estat diagonalitzada pel canvi de base. No hi han canvis de sabor amb corrents neutres provinents d'interaccions amb els escalars.
- Corrents carregades, on l'estructura de sabor és $\bar{u}'_L d'_L = \bar{u}_L S_u S_d^\dagger d_L = \bar{u}_L V d_L$. V és la coneguda com a matriu de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa. És una matriu complexa, unitària i no diagonal que genera interaccions amb canvi de sabor en el sector dels quarks,

$$V = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} & V_{ud_4} & \dots & V_{ud_{N_G}} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} & V_{cd_4} & \dots & V_{cd_{N_G}} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} & V_{td_4} & \dots & V_{td_{N_G}} \\ V_{u_4d} & V_{u_4s} & V_{u_4b} & V_{u_4d_4} & \dots & V_{u_4d_{N_G}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ V_{u_{N_G}d} & V_{u_{N_G}s} & V_{u_{N_G}b} & V_{u_{N_G}d_4} & \dots & V_{u_{N_G}d_{N_G}} \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

Degut a la absència de neutrins dextrògirs, podem fer la redefinició $\bar{\nu}_L = \bar{\nu}'_L S_L^\dagger$, i per tant no hi ha matriu de mescla en els sector leptònic, $\bar{\nu}'_L l'_L = \bar{\nu}_L l_L$.

Cal destacar que l'absència de canvis de sabor amb corrents neutres a nivell arbre (mecanisme de GIM) està en complet acord amb les dades experimentals i que en el Model Estàndard, amb tres famílies, la matriu CKM conté 4 graus de llibertat (3 angles i 1 fase).

El “Particle Data Group” recomana utilitzar la següent parametrització [13]:

$$V = \begin{bmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23}c_{13} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

on es pren $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ i $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$, amb i i j els índex de la família fermiònica ($i, j = 1, 2, 3$) i els angles es trien de forma que $c_{ij} \geq 0$, $s_{ij} \geq 0$ i $0 \leq \delta_{13} \leq 2\pi$.

Els valors dels elements de la matriu CKM mesurats mostren que existeix un patró jeràrquic: els valors diagonals són pròxims a la unitat, els que connecten les dos primeres generacions són de l'ordre de $\lambda \approx |V_{us}| = 0.2255 \pm 0.0013$, els de mescla entre la segona i la tercera família de l'ordre de λ^2 i els de mescla entre la primera i la tercera família de λ^3 (Figura:3).

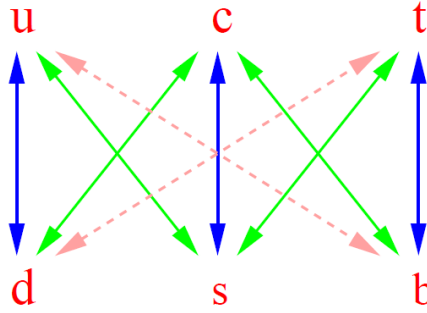


Figura 3: Intensitat dels valors de la matriu CKM

És útil utilitzar la següent parametrització aproximada de la matriu CKM, coneguda com la parametrització de Wolfenstein[16]:

$$V = \begin{bmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{bmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4) \quad (2.38)$$

on $A \approx \frac{|V_{cb}|}{\lambda^2} = 0.802 \pm 0.024$, $\sqrt{\rho^2 + \eta^2} \approx \left| \frac{V_{ub}}{\lambda V_{cb}} \right| = 0.423 \pm 0.049$.

Si definim $s_{12} \equiv \lambda$, $s_{23} \equiv A\lambda^2$ i $s_{13}e^{-i\delta_{13}} \equiv A\lambda^3(\rho - i\eta)$, la parametrització de Wolfenstein (Eq.2.38) correspon a un desenvolupament en sèrie de Taylor de l'Eq.2.37 en potències de λ .

Els valors dels paràmetres s'obtenen d'un fit global on es tenen en compte totes les mesures experimentals, amb les restriccions que imposa unitarietat i amb les incerteses teòriques[17]:

$$\lambda = 0.2254^{+0.0006}_{-0.0010}, \quad A = 0.801^{+0.026}_{-0.014}, \quad \bar{\rho} = 0.144^{+0.02}_{-0.026}, \quad \bar{\eta} = 0.343^{+0.015}_{-0.014} \quad (2.39)$$

amb $(\bar{\rho}, \bar{\eta}) \approx (1 - \lambda^2/2)(\rho, \eta)$

2.4 Violació de CP

Els fenòmens de violació de CP estan relacionats amb la presència de fases complexes entre amplituds que interfereixen. El teorema CPT garanteix que en una teoria quàntica de camps local, invariant Lorentz i que preserva microcausalitat el producte de les tres simetries (C,P,T) és un invariant. Per tant una violació de CP implica una violació de T. La inversió temporal T és una simetria que s'implementa mitjançant un operador antiunitari, involucra la complex-conjugació, així la presència de fases relatives complexes entre amplituds que interfereixen és necessària per a que es trenquen aquestes simetries.

El Model Estàndard sols conté una fase complexa provinent de la matriu CKM, el mecanisme de violació de CP està basat en la unitarietat d'aquesta matriu. Testant les restriccions que imposa unitarietat es pot obtenir informació sobre la font de violació de CP.

Els tests d'unitarietat de la matriu CKM ($V^\dagger V = VV^\dagger = 1$) consisteixen en mesures dels elements de la matriu $V^\dagger V$. Els elements diagonals involucren sols el mòdul dels paràmetres de la matriu CKM. Com que la violació de CP està relacionada amb la fase complexa són més útils els elements que es troben fora de la diagonal:

$$\begin{aligned} V_{ud}^* V_{us} + V_{cd}^* V_{cs} + V_{td}^* V_{ts} &= 0 \\ V_{us}^* V_{ub} + V_{cs}^* V_{cb} + V_{ts}^* V_{tb} &= 0 \\ V_{ub}^* V_{ud} + V_{cb}^* V_{cd} + V_{tb}^* V_{td} &= 0 \end{aligned} \quad (2.40)$$

Aquestes relacions es poden representar com triangles en un pla complex. Als primers dos triangles, un costat és molt més menut que els altres dos. Al tercer triangle els tres costats tenen un tamany similar d'aproximadament λ^3 . Aquests són relativament menuts, per tant els "branching-ratios" dels decays amb un quark b rellevants són menuts, però amb una quantitat elevada d'estadística amb mesons B, els fenòmens de violació de CP són considerables. Si s'escalen els costats del triangle dividint per $V_{cb}^* V_{cd}$, tenim un triangle amb vèrtex a (0,0), (1,0) i $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ (Fig.4):

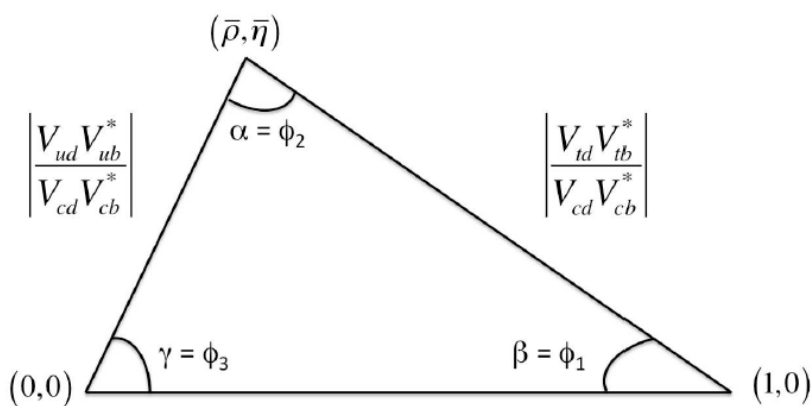


Figura 4: Triangle d'unitarietat al Model Estàndard

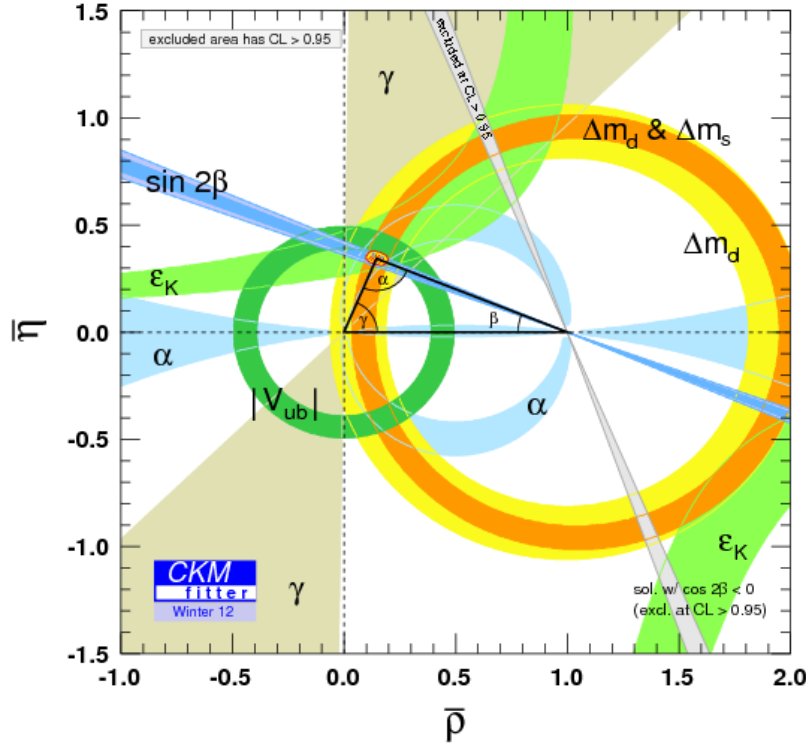


Figura 5: Restriccions experimentals en el triangle d'unitarietat al Model Estàndar [17]

A la figura 5 es representen diferents regions associades a mesures experimentals d'observables físics relacionats amb violació de CP. Els observables que conserven CP (“CP-conserving”) $|V_{ub}/V_{cd}|$ i el $B_{d,s}^0$ mixing ens proporcionen les regions circulars centrades en $(0,0)$ i $(1,0)$ respectivament. La superposició d'aquestes en un punt amb $\eta \neq 0$ indica l'existència de violació de CP. Informació addicional és pot extraure de mesures d'observables que violen CP (“CP-violating”), que són sensibles als angles $(\alpha + \beta + \gamma = \pi)$:

$$\alpha \equiv \arg \left[-\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*} \right], \quad \beta \equiv \arg \left[-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*} \right], \quad \gamma \equiv \arg \left[-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right]. \quad (2.41)$$

Donades dues amplituds de transició que interfereixen

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(i \rightarrow f) &= A_1 e^{i(\delta_1 + \phi_1)} + A_2 e^{i(\delta_2 + \phi_2)} \\ \mathcal{A}(\bar{i} \rightarrow \bar{f}) &= A_1 e^{i(-\delta_1 + \phi_1)} + A_2 e^{i(-\delta_2 + \phi_2)} \end{aligned} \quad (2.42)$$

on la barra representa els estats CP, $A_{1,2}$ les parts reals de les amplituds, $\delta_{1,2}$ les fases dèbils (les úniques afectades per la conjugació CP) i $\phi_{1,2}$ les fases fortes, qualsevol efecte de violació de CP apareixerà relacionat amb l'observable

$$\frac{\Gamma(i \rightarrow f) - \Gamma(\bar{i} \rightarrow \bar{f})}{\Gamma(i \rightarrow f) + \Gamma(\bar{i} \rightarrow \bar{f})} = \frac{-2A_1A_2 \sin(\delta_1 - \delta_2) \sin(\phi_1 - \phi_2)}{|A_1|^2|A_2|^2 + 2A_1A_2 \cos(\delta_1 - \delta_2) \cos(\phi_1 - \phi_2)} \quad (2.43)$$

Per tenir efectes considerables s'han d'acomplir les següents condicions[18]:

- Al procés han de participar les tres generacions de fermions.
- Es necessiten dues amplituds que interferixquen i que siguin de la mateixa magnitud $A_1 \approx A_2$.
- Les fases dèbils han de ser diferents [$\sin(\delta_1 - \delta_2) \neq 0$]
- i les fortes també [$\sin(\phi_1 - \phi_2) \neq 0$].
- No hi pot haver degeneració de masses entre quarks amb la mateixa càrrega.

Amb les fonts de violació de CP del Model Estàndard s'expliquen els fenòmens de violació observats en els sistemes de mesons K i B . D'altra banda, el model no dona una resposta a l'asimetria entre matèria i antimatèria existent a l'univers i no explica quin és l'origen fonamental de la violació de CP.¹

¹En la redacció d'aquesta secció he consultat les fonts [1],[34]

3 Model de Higgs amb dos doblets (2HDM)

3.1 Introducció

Volem fer una extensió del Model Estàndard per incloure nova dinàmica mantenint l'estructura *gauge* i el contingut fermiònic, de forma que no s'alteren els tests de precisió realitzats a diferents observables del Model Estàndard (Fig.6).

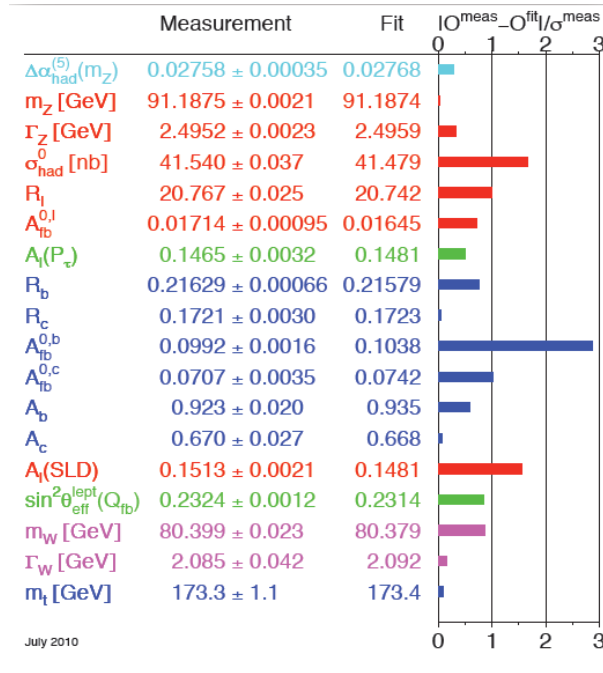


Figura 6: Comparació de les mesures directes amb el “SM global fit” de diversos observables [19]

La manera més senzilla és afegint un nou doblet escalar en la teoria. En el Lagrangià del sector de sabor introduïm nous acoblaments de Yukawa, tenint, per tant nous graus de llibertat per generar noves dinàmiques.

Podem incloure fases complexes extra que generen noves fonts de violació de CP directes o a través del potencial escalar. Apareixen corrents neutres amb canvi de sabor a nivell arbre (FCNC) que s’han d’evitar en el sector dels quarks imposant restriccions.

El model amb dos doblets ens pot ajudar a entendre la jerarquia de masses en la tercera generació de quarks. El ratio de masses entre els quarks bottom i top és $m_t/m_b \approx \frac{173.5}{4.18} \approx 41$. En el Model Estàndard les masses d’ambdós quarks provenen del mateix doblet de Higgs, amb un nou doblet el quark bottom pot adquirir la massa d’un doblet de Higgs diferent al del quark top i així implementar la jerarquia dels Yukawa d’una forma més natural.

Finalment afegir que altres teories, com els models supersimètrics, necessiten d’un sector de Higgs amb almenys dos doblets.

3.2 Model de Higgs amb dos doblets (2HDM)

El 2HDM [20] és una teoria invariant *gauge* $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ amb el mateix contingut fermiònic que el Model Estàndard però amb un doblet escalar addicional. Tenim dos doblets escalars amb hipercàrrega $Y = 1/2$

$$\phi_a(x) \equiv \begin{pmatrix} \phi_a^{(+)}(x) \\ \phi_a^{(0)}(x) \end{pmatrix}; \quad (a = 1, 2) \quad (3.1)$$

els quals després del mecanisme de ruptura espontànea de la simetria adquireixen un valor d'expectació en el buit $\langle 0 | \phi_a^T(x) | 0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, v_a e^{i\theta_a})$ de forma que podem parametritzar les excitacions sobre l'estat fonamental com

$$\phi_a = e^{i\theta_a} \begin{bmatrix} \phi_a^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_a + \rho_a + i\eta_a) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Mitjançant una transformació $U(1)_Y$ podem prendre $\theta_1 = 0$, deixant una fase relativa $\theta = \theta_2 - \theta_1$.

Ambdós doblets tenen idèntiques estructures de sabor, solament es distingeixen per l'autointeracció amb el potencial escalar, per tant podem realitzar una transformació arbitrària complexa $\phi_a \rightarrow \phi'_a = \mathcal{T}_{ab}\phi_b$, essent $\mathcal{T}_{ab}$ una matriu amb 8 paràmetres reals. D'aquesta manera amb 4 d'aquests paràmetres podem escriure el Lagrangià cinètic

$$\mathcal{L}_K^{\phi_a} = c_{11}(D_\mu \phi_1)^\dagger D^\mu \phi_1 + c_{22}(D_\mu \phi_2)^\dagger D^\mu \phi_2 + [c_{12}(D_\mu \phi_1)^\dagger D^\mu \phi_2 + h.c.] \quad (3.3)$$

en una versió renormalitzable, prenent $c_{11} = c_{22} = 1$ i $c_{12} = 0$

$$\mathcal{L}_K^{\phi_a} = (D_\mu \phi_1)^\dagger D^\mu \phi_1 + (D_\mu \phi_2)^\dagger D^\mu \phi_2 \quad (3.4)$$

Una transformació global $U(2)$ en l'espai escalar (ϕ_1, ϕ_2) , $\phi_a \rightarrow \phi'_a = \mathcal{U}_{ab}\phi_b$ deixa el terme cinètic invariant. Com que podem transformar lliurement els doblets (podem elegir la base escalar) hem de tenir en compte que els observables, les quantitats físiques, han de ser invariants baix aquestes transformacions, la física no pot dependre de la base particular en que treballem.

Realitzem una transformació $\mathcal{U}$ de forma que sols un doblet escalar adquireixi un valor d'expectació no nul en el buit

$$\begin{pmatrix} \Phi_1 \\ -\Phi_2 \end{pmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ \sin \beta & -\cos \beta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ e^{-i\theta} \phi_2 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Aquesta és la base de Higgs, en la qual el VEV $(v \equiv \sqrt{v_1^2 + v_2^2})$ i els tres Goldstone $G^\pm$ i G^0 queden aïllats en el primer doblet, reproduint el contingut del Model Estàndard, mentre que els nous camps apareixen en el segon doblet

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} G^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v + S_1 + iG^0) \end{bmatrix}, \quad \Phi_2 = \begin{bmatrix} H^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(S_2 + iS_3) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

L'espectre de partícules escalars (autoestats massius) consta de 5 graus de llibertat: dos camps carregats $H^\pm(x)$ i tres neutres $\phi_i^0(x) = \{h(x), H(x), A(x)\}$, relacionats amb els camps originals $\mathbf{S}_i = \{S_1(x), S_2(x), S_3(x)\}$ per una transformació ortogonal $\phi_i^0(x) = \mathcal{R}_{ij}\mathbf{S}_j(x)$, on la matriu $\mathcal{R}$ ve fixada pel potencial escalar.

3.2.1 El potencial escalar

El potencial escalar més general possible, renormalitzable e invariant sota una transformació $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ és de la forma

$$V = \sum_{a,b,c,d=1}^2 \left[Y_{ab} \phi_a^\dagger \phi_b + Z_{abcd} (\phi_a^\dagger \phi_b) (\phi_c^\dagger \phi_d) \right] \quad (3.7)$$

Podem pendre $Z_{abcd} = Z_{cdab}$ i exigint l'hermiticitat del potencial ($V = V^\dagger$) trobar les següents restriccions: $Y_{ab} = Y_{ba}^*$ i $Z_{abcd} = Z_{badc}^*$, quedant-nos 14 paràmetres reals independents.

Per implementar el mecanisme de Higgs busquem un conjunt degenerat d'estats amb mínima energia. El valor d'expectació en el buit està relacionat amb els extrems del potencial

$$\left. \frac{\partial V}{\partial \phi_1} \right|_{\phi_1=\langle \phi_1 \rangle, \phi_2=\langle \phi_2 \rangle} = 0 \quad \left. \frac{\partial V}{\partial \phi_2} \right|_{\phi_1=\langle \phi_1 \rangle, \phi_2=\langle \phi_2 \rangle} = 0 \quad (3.8)$$

El mecanisme de ruptura espontànea de la simetria es pot implementar per a les següents solucions: $\langle \phi_1 \rangle \neq 0$ i $\langle \phi_2 \rangle = 0$, $\langle \phi_1 \rangle = 0$ i $\langle \phi_2 \rangle \neq 0$ ó $\langle \phi_1 \rangle \neq 0$ i $\langle \phi_2 \rangle \neq 0$.

Escrivim el potencial en la base de Higgs

$$\begin{aligned} V = & \mu_1 \Phi_1^\dagger \Phi_1 + \mu_2 \Phi_2^\dagger \Phi_2 + [\mu_{12} \Phi_1^\dagger \Phi_2 + h.c.] \\ & + \lambda_1 (\Phi_1^\dagger \Phi_1)^2 + \lambda_2 (\Phi_2^\dagger \Phi_2)^2 + \lambda_3 (\Phi_1^\dagger \Phi_1) (\Phi_2^\dagger \Phi_2) + \lambda_4 (\Phi_1^\dagger \Phi_2) (\Phi_2^\dagger \Phi_1) \\ & + [(\lambda_5 \Phi_1^\dagger \Phi_2 + \lambda_6 \Phi_1^\dagger \Phi_1 + \lambda_7 \Phi_2^\dagger \Phi_2) (\Phi_1^\dagger \Phi_2) + h.c.] \end{aligned} \quad (3.9)$$

on μ_{12} , λ_5 , λ_6 i λ_7 són paràmetres complexos i μ_1 , μ_2 i λ_{1-4} reals.

Ens trobem en el cas on sols un doblet aquireix un valor esperat no nul en el buit, per tant imposant

$$\left. \frac{\partial V}{\partial \Phi_1} \right|_{\Phi_1=\frac{v}{\sqrt{2}}, \Phi_2=0} = 0 \quad \left. \frac{\partial V}{\partial \Phi_2} \right|_{\Phi_1=\frac{v}{\sqrt{2}}, \Phi_2=0} = 0 \quad (3.10)$$

obtenim la relació entre els paràmetres

$$\mu_1 = -\lambda_1 v^2, \quad \mu_{12} = -\frac{\lambda_6}{2} v^2 \quad (3.11)$$

Substituïnt aquestes relacions en l'expressió del potencial i amb els dobles

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v + S_1) \end{bmatrix} \quad \Phi_2 = \begin{bmatrix} H^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(S_2 + iS_3) \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

on no considerem els Goldstone, podem escriure la part quadràtica del potencial

$$V = \dots + M_{H^\pm}^2 H^+ H^- + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} S_1 & S_2 & S_3 \end{pmatrix} \mathcal{M} \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} + \dots \quad (3.13)$$

$M_{H^\pm}^2 = \mu_2 + \frac{v^2}{2}\lambda_3$ és la massa dels Higgs carregats i $\mathcal{M}$ és una matriu no diagonal simètrica

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 2v^2\lambda_1 & v^2\lambda_6^R & -v^2\lambda_6^I \\ v^2\lambda_6^R & M_{H^\pm}^2 + (\lambda_4 + 2\lambda_5^R)\frac{v^2}{2} & -v^2\lambda_5^I \\ -v^2\lambda_6^I & -v^2\lambda_5^I & M_{H^\pm}^2 + (\lambda_4 - 2\lambda_5^R)\frac{v^2}{2} \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

on $\lambda_{5,6}^R$ i $\lambda_{5,6}^I$ són les parts real e imaginària dels paràmetres complexos.

Els autoestats massius neutres els obtenim mitjançant un canvi de base amb una matriu ortogonal $\mathcal{R}$

$$\begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix} = \mathcal{R} \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}, \quad (3.15)$$

que diagonalitza la matriu $\mathcal{M}$

$$\mathcal{D} = \mathcal{R}\mathcal{M}\mathcal{R}^\dagger = \begin{pmatrix} M_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & M_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3^2 \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

Aquesta es pot escriure com un producte de tres matrius de rotació $\mathcal{R} = \mathcal{R}_3\mathcal{R}_2\mathcal{R}_1$, amb

$$\mathcal{R}_1 = \begin{pmatrix} c_1 & s_1 & 0 \\ -s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \mathcal{R}_2 = \begin{pmatrix} c_2 & 0 & s_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_2 & 0 & c_2 \end{pmatrix}, \mathcal{R}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_3 & s_3 \\ 0 & -s_3 & c_3 \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

en funció dels angles d'Euler $\alpha_i \in [0, \pi]$ ($s_i \equiv \sin \alpha_i$ i $c_i \equiv \cos \alpha_i$)

Aquest és el cas més general on CP no és una simetria exacta del Lagrangia. Els autoestats massius h_i no tenen paritat definida, ja que en el canvi de base es mesclen les components de CP pars $S_{1,2}$ amb la impar S_3 .

Si exigim que CP siga una simetria exacta del Lagrangia les parts complexes dels paràmetres de la matriu $\mathcal{M}$ desapareixen. Sols es necessària la matriu $\mathcal{R}_1$ per a la diagonalització, per tant, podem escriure

$$\begin{pmatrix} H \\ h \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha - \beta) & \sin(\alpha - \beta) \\ -\sin(\alpha - \beta) & \cos(\alpha - \beta) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix}, \quad A = S_3 \quad (3.18)$$

S'acompleix la següent relació entre les masses

$$M_1^2 + M_2^2 + M_3^2 = M_h^2 + M_H^2 + M_A^2 \quad (3.19)$$

3.2.2 Sector de gauge

El sector de *gauge* conté els termes cinètics dels bosons de gauge i els doblets escalars, els termes d'autointeracció entre els bosons de gauge i les interaccions entre els bosons de gauge i els escalars. El Lagrangia que conté aquesta informació el podem escriure de la següent forma:

$$\mathcal{L}_K + \mathcal{L}_\xi + \sum_a (D_\mu \Phi_a)^\dagger D^\mu \Phi_a = \mathcal{L}_K + \mathcal{L}_{V^2} + \mathcal{L}_{\Phi^2} + \mathcal{L}_{\Phi V} + \mathcal{L}_{\Phi^2 V} + \mathcal{L}_{\Phi V^2} + \mathcal{L}_{\Phi^2 V^2} \quad (3.20)$$

On $D_\mu \equiv \partial_\mu + ig\tilde{W}_\mu + ig'YB_\mu$ és la derivada covariant, introduïda per a mantenir la invariància *gauge* local de la teoria.

Analitzem aquest Lagrangià terme a terme:

- $\mathcal{L}_K$ és el Lagrangià cinètic dels bosons de *gauge* del Model Estàndar.

$$\mathcal{L}_K = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} \quad (3.21)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (3.22)$$

$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - g\epsilon^{ijk}W_\mu^j W_\nu^k \quad (3.23)$$

- $\mathcal{L}_\xi$ és el terme de *gauge* fixing.

$$\mathcal{L}_\xi = -\frac{1}{2}(\partial_\mu A^\mu)^2 - \frac{1}{2}(\partial_\mu Z^\mu + M_Z G^0)^2 - (\partial^\mu W_\mu^\dagger + iM_W G^+)(\partial_\nu W^\nu - iM_W G^-) \quad (3.24)$$

Utilitzem la forma usual de fixar el *gauge* (R_ξ **gauges**) amb un terme de *gauge breaking* $\delta\mathcal{L} = -\frac{(\partial^\mu V_\mu)^2}{2\xi}$ (V_μ representa qualsevol camp vectorial), al que afegim termes quadràtic amb els bosons de Goldstone. Treballem en el que s'anomena el *gauge* de Feynman, on es pren $\xi = 1$.

Les conseqüències de treballar amb aquest terme de *gauge* fixing són:

- ▷ Eliminem els termes quadràtics de mescla entre els bosons de *gauge* i els bosons de Goldstone generats per la derivada covariant. Desapareixen els termes $\mathcal{L}_{\Phi V}$.
- ▷ Els Goldstone adquireixen les masses dels corresponent bosons de *gauge*:

$$M_{G^\pm} = M_W = \frac{g v}{2} \quad (3.25)$$

$$M_{G^0} = M_Z = \frac{M_W}{\cos \theta_W} \quad (3.26)$$

- ▷ L'expressió del propagador corresponent a un bosó vectorial en l'espai de moments pren una forma senzilla. Si considerem com a exemple el cas del bosó W , escrivim el Lagrangià que conté els termes quadràtics

$$\mathcal{L}_{W^2} = -\frac{1}{2}(\partial_\mu W_\nu^\dagger - \partial_\nu W_\mu^\dagger)(\partial^\mu W^\nu - \partial^\nu W^\mu) - \partial^\mu W_\mu^\dagger \partial_\nu W^\nu + M_W^2 W_\mu^\dagger W^\mu, \quad (3.27)$$

realitzem una integració per parts

$$\mathcal{L}_{W^2} = W^\mu \mathcal{O}_{\mu\nu} W^{\nu\dagger} = W^\mu [g_{\mu\nu}(\partial^2 + M_W^2)] W^{\nu\dagger} \quad (3.28)$$

i calculem l'invers de l'operador $\mathcal{O}_{\mu\nu}$, $\mathcal{D}^{\mu\nu} \mathcal{O}_{\nu\sigma} = ig_\sigma^\mu$, obtenim l'expressió del propagador en l'espai de moments

$$\mathcal{D}^{\mu\nu} = \frac{-ig^{\mu\nu}}{k^2 - M_W^2 + i\epsilon} \quad (3.29)$$

On k és el moment de la partícula virtual i el terme $i\epsilon$ la prescripció per evitar el pol.

- La resta de termes que ens queden són els termes quadràtics, de mescla i d'autointeracció entre els diferents bosons. Aquests són generats pel producte de les derivades covariants dels doblets i per contribucions del terme de *gauge* fixing. Els diferents termes els agrupem en els següents Lagrangians:

▷ Termes quadràtics

$$\mathcal{L}_{V^2} = -\frac{1}{2}(\partial_\mu A^\mu)^2 - \frac{1}{2}(\partial_\mu Z^\mu)^2 - \partial^\mu W_\mu^\dagger \partial_\nu W^\nu + \frac{1}{2}M_Z^2 Z_\mu Z^\mu + M_W^2 W_\mu^\dagger W^\mu \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\Phi^2} = & \frac{1}{2}(\partial_\mu H \partial^\mu H + \partial_\mu h \partial^\mu h + \partial_\mu A \partial^\mu A) + \partial_\mu H^+ \partial^\mu H^- \\ & + \frac{1}{2}\partial_\mu G^0 \partial^\mu G^0 - \frac{1}{2}M_Z^2 (G^0)^2 + \partial_\mu G^+ \partial^\mu G^- - M_W^2 G^+ G^- \end{aligned} \quad (3.31)$$

▷ Termes d'interacció entre els bosons de *gauge* i els camps escalars.

Cúbics

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\Phi^2 V} = & ie(A^\mu + \cot(2\theta_W)Z^\mu) \left[(H^+ \overleftrightarrow{\partial}_\mu H^-) + (G^+ \overleftrightarrow{\partial}_\mu G^-) \right] \\ & + \frac{e}{\sin(2\theta_W)} Z^\mu \left[(G^0 \overleftrightarrow{\partial}_\mu S_1) + (S_3 \overleftrightarrow{\partial}_\mu S_2) \right] \\ & + \frac{g}{2} \left\{ W^{\mu\dagger} \left[(H^- \overleftrightarrow{\partial}_\mu S_3) - i(H^- \overleftrightarrow{\partial}_\mu S_2) + (G^- \overleftrightarrow{\partial}_\mu G^0) - i(G^- \overleftrightarrow{\partial}_\mu S_1) \right] + h.c. \right\} \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\Phi V^2} = & \frac{2}{v} S_1 \left(\frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu Z^\mu + M_W^2 W_\mu^\dagger W^\mu \right) \\ & + (eM_W A^\mu - gM_Z \sin^2 \theta_W Z^\mu) (G^+ W_\mu + G^- W_\mu^\dagger) \end{aligned} \quad (3.33)$$

Quàrtics

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\Phi^2 V^2} = & \frac{1}{v^2} \left(\frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu Z^\mu + M_W^2 W_\mu^\dagger W^\mu \right) (H^2 + h^2 + A^2 + (G^0)^2) \\ & + \left(e^2 [A^\mu + \cot(2\theta_W)Z^\mu]^2 + \frac{g^2}{2} W_\mu^\dagger W^\mu \right) (G^+ G^- + H^+ H^-) \\ & + \frac{eg}{2} (A^\mu - \tan \theta_W Z^\mu) \left[S_1 (G^+ W_\mu + G^- W_\mu^\dagger) + S_2 (H^+ W_\mu + H^- W_\mu^\dagger) \right] \end{aligned} \quad (3.34)$$

Utilitzant aquesta notació podem recuperar l'estructura *gauge* del Model Estàndard eliminant els termes d'interacció amb els escalars del segon doblet.

3.2.3 Sector de Yukawa

Aquest sector conté els termes d'interacció entre els escalars i el contigut fermiònic del Model Estàndard, que en aquest tipus de teories no es veu modificat. Per escriure el Lagrangian més general possible que conté aquesta informació, primer analitzem els nombres quàntics del grup $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ dels diferents camps a considerar per a una família fermiònica:

- Quarks

$$Q_L = \left\{ \underline{2}, \frac{1}{6} \right\}, \quad d_R = \left\{ \underline{1}, -\frac{1}{3} \right\}, \quad u_R = \left\{ \underline{1}, \frac{2}{3} \right\} \quad (3.35)$$

- Leptons

$$L_L = \left\{ \underline{2}, -\frac{1}{2} \right\}, \quad l_R = \{ \underline{1}, -1 \} \quad (3.36)$$

- Doblets escalars

$$\phi_a = \left\{ \underline{2}, \frac{1}{2} \right\} \quad (3.37)$$

L'operador d'hipercàrrega l'hem definit com $Y = Q - T_3$.

Amb aquests camps escrivim el Lagrangià més general possible invariant *gauge* local $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, que mescle les components dextrògires i levògires dels fermions, per generar així els termes de massa d'aquestos.

Considerem el cas més general possible amb N_G generacions de fermions:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y &= -\bar{Q}'_L (\Gamma_1 \phi_1 + \Gamma_2 \phi_2) d'_R - \bar{Q}'_L (\Delta_1 \tilde{\phi}_1 + \Delta_2 \tilde{\phi}_2) u'_R \\ &- \bar{L}'_L (\Pi_1 \phi_1 + \Pi_2 \phi_2) l'_R + h.c. \end{aligned} \quad (3.38)$$

essent $\tilde{\phi}_a \equiv i\tau_2 \phi_a^*$ el complex conjugat del doblet escalar i on els camps fermiònics estan escrits com a vectors en l'espai N_G -dimensional de sabor. Els acoblaments Γ_a , Δ_a i Π_a són matrius $N_G \times N_G$ complexes.

En la base de Higgs tenim:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y &= -\frac{\sqrt{2}}{v} \{ \bar{Q}'_L (M'_d \Phi_1 + Y'_d \Phi_2) d'_R + \bar{Q}'_L (M'_u \tilde{\Phi}_1 + Y'_u \tilde{\Phi}_2) u'_R \\ &+ \bar{L}'_L (M'_l \Phi_1 + Y'_l \Phi_2) l'_R \} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Després de la ruptura espontànea de la simetria (SSB), on els graus de llibertat corresponents als Goldstone s'han convertit en els graus de llibertat que donen lloc a les masses dels bosons de *gauge* Eq.3.12 i treballant en la base dels autoestats de massa dels fermions ens queda:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y &= -\{ \bar{u}_L M_u u_R + \bar{d}_L M_d d_R + \bar{l}_L M_l l_R \\ &+ \frac{1}{v} (\bar{u}_L M_u u_R + \bar{d}_L M_d d_R + \bar{l}_L M_l l_R) S_1 \\ &+ \frac{1}{v} \bar{u}_L Y_u u_R (S_2 - iS_3) - \frac{\sqrt{2}}{v} \bar{d}_L V^\dagger Y_u u_R H^- \\ &+ \frac{\sqrt{2}}{v} \bar{u}_L V Y_d d_R H^+ + \frac{1}{v} \bar{d}_L Y_d d_R (S_2 + iS_3) \\ &+ \frac{\sqrt{2}}{v} \bar{l}_L Y_l l_R H^+ + \frac{1}{v} \bar{l}_L Y_l l_R (S_2 + iS_3) + h.c. \} \end{aligned} \quad (3.40)$$

Per arribar a aquesta expressió hem fet ús del canvi de base següent:

$$f_L = S_f f'_L, \quad f_R = S_f U_f f'_R \quad (3.41)$$

$$X_f = S_f X'_f U_f^\dagger S_f^\dagger \quad X' = M', Y' \quad (3.42)$$

Elegim les matrius unitàries S_f i U_f de forma que M_f siguin matrius diagonals amb les mases dels corresponents fermions. Hem introduït la matriu de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa $V = S_u S_d^\dagger$, que genera termes de mescla entre fermions de diferents famílies en les interaccions per corrents carregades. A diferència del Model Estàndard, on sols teníem una sola matriu M'_f per a cada fermió, en els models amb dos doblets ens apareixen matrius amb termes no diagonals. El canvi de base realitzat no diagonalitza la matriu Y'_f , aquest fet genera termes de mescla en les interaccions amb corrents neutres. Com que aquests tipus d'interaccions no s'han observat experimentalment, hem d'introduir restriccions dinàmiques per suprimir-les.

4 Model de Higgs amb dos doblets alineat

4.1 Introducció

Amb el model de Higgs amb dos doblets hem vist que podem generar noves fases complexes provinents (en el cas més general amb un Lagrangiana que no conserva la simetria CP):

- de la matriu de massa $\mathcal{M}$ dels escalars neutres (Eq.3.14), conseqüència de l'estructura del potencial escalar (Eq.3.9).
- del fet que tenim dues matrius de Yukawa diferents que acoblen al mateix temps a un determinat fermió dextrogiu (E.:3.39). Aquest fet genera corrents neutres amb canvi de sabor (FCNC) que s'han de suprimir d'acord amb les observacions experimentals.

El model de Higgs amb dos doblets alineat [21] manté l'estructura de sabor del Model Estàndard, generant noves fases i per tant possibles fonts addicionals de violació de CP. És tracta d'un model amb dos doblets com els que hem discutit fins ara, però on imposen que els dos acoblaments de Yukawa d'un determinat fermió són proporcionals, així eliminem les corrents neutres amb canvi de sabor a nivell arbre. Els paràmetres de proporcionalitat són nombres complexos, contenen les fases complexes, i són observables físics, no depenen de la base escalar en que treballem. Amb aquest model, a banda de l'aparició de noves fonts de violació de CP, també es generen noves dinàmiques, les correccions radiatives trenquen la condició d'alineament generant corrents amb canvi de sabor suprimides pels factors del "loop" que podrien estar d'acord amb les restriccions experimentals.

Seguidament analitzem el model de Higgs amb dos doblets alineat (A2HDM).

4.2 El model

Introduïm la condició d'alineament al Lagrangiana 3.38:

$$\Gamma_2 = \xi_d e^{-i\theta} \Gamma_1, \quad \Delta_2 = \xi_2^* e^{i\theta} \Delta_1, \quad \Pi_2 = \xi_l e^{-i\theta} \Pi_1, \quad (4.1)$$

on els paràmetres de proporcionalitat són nombres complexos i on hem introduït una fase explícita per eliminar les possibles fases globals entre els dos doblets. Les matrius Y_f' i M_f' són proporcionals i per tant es poden diagonalitzar simultàneament:

$$Y_{d,l} = \varsigma_{d,l} M_{d,l}, \quad Y_u = \varsigma_u^* M_u, \quad \varsigma_f \equiv \frac{\xi_f - \tan \beta}{1 + \xi_f \tan \beta} \quad (4.2)$$

En la base d'autoestats de massa, el Lagrangiana de Yukawa 3.39 s'escriu:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y = & - \frac{\sqrt{2}}{v} H^+(x) \bar{u}(x) [\varsigma_d V M_d \mathcal{P}_R - \varsigma_u M_u V \mathcal{P}_L] d(x) \\ & - \frac{\sqrt{2}}{v} H^+(x) \varsigma_l \bar{\nu}(x) M_l \mathcal{P}_R l(x) \\ & - \frac{1}{v} \sum_{\varphi_i^0, f} \varphi_i^0(x) y_f^{\varphi_i^0} \bar{f}(x) M_f \mathcal{P}_R f(x) + h.c. \end{aligned} \quad (4.3)$$

essent V la matriu de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa, $\mathcal{P}_{R,L} \equiv \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5)$ els projectors de quiralitat i $\varphi_i^0(x) = \{h(x), H(x), A(x)\}$ els autoestats massius dels escalars neutres (en el Lagrangian invariant CP que estem considerant). Els acoblaments d'aquests als fermions són:

$$\begin{aligned} y_{d,l}^{\varphi_i^0} &= \mathcal{R}_{i1} + (\mathcal{R}_{i2} + i\mathcal{R}_{i3}) \zeta_{d,l}, \\ y_u^{\varphi_i^0} &= \mathcal{R}_{i1} + (\mathcal{R}_{i2} - i\mathcal{R}_{i3}) \zeta_u^* \end{aligned} \quad (4.4)$$

4.3 Conseqüències de l'alineament

Analizem les conseqüències físiques de la condició d'alineament entre els paràmetres de Yukawa imposada. Hem de tenir en compte que al model amb dos doblets hem mantingut el contingut fermiònic i l'estructura *gauge* del Model Estàndard, sols hem afegit un doblet escalar introduint noves interaccions en aquest sector. Per tant els Lagrangians de Corrent Carregada (CC) i Corrent Neutra (CN) es veuen inalterats, axí com les masses dels bosons intermediaris. Les variacions respecte al Model Estàndard provenen dels termes d'interacció entre els bosons escalars (tant carregats com neutres) del segon doblet amb els bosons de *gauge* i del Lagrangian de Yukawa alineat, que descriu la interacció dels escalars amb els fermions.

Les propietats més importants d'aquestes interaccions són:

- Els acoblaments escalar-fermió són proporcionals a la matriu de massa del fermió corresponent.
- Els Yukawa neutres són diagonals en l'espai de sabor.
- L'única font de canvi de sabor és la matriu de mescla de quarks V , que apareix en els acoblaments dels quarks amb els bosons de *gauge* $W^\pm$ i amb els escalars carregats $H^\pm$.
- Els acoblaments leptònics són diagonals en sabor. Açò es degut a l'absència d'un camp de neutrí dextre. Com que els neutrins són partícules sense massa, la matriu de mescla leptònica V_L es pot reabsorbir amb una redefinició dels camps dels neutrins.
- Els únics nous acoblaments introduïts pel Lagrangian de Yukawa són els tres paràmetres ζ_f . Aquests paràmetres són universals entre les diferents generacions de fermions: tots els fermions amb la mateixa càrrega tenen el mateix paràmetre d'acoblament ζ_f , aquests són "flavour-blind". A més a més són invariants sota transformacions $U(2)$ en l'espai escalar, $\phi_a \rightarrow \phi'_a = \mathcal{U}_{ab} \phi_b$, són independents de la base escalar, per tant són observables físics.
- Els paràmetres ζ_f són nombres complexos arbitraris, poden donar lloc a noves fonts de violació de CP sense introduir corrents neutres amb canvi de sabor a nivell arbre.

Per acabar aquesta secció senyalar que amb el model alineat es poden reproduir altres models amb dos doblets, basats en simetries Z_2 , fent una elecció adequada dels paràmetres ζ_f .

Hem fet una discussió teòrica sobre el model de Higgs amb dos doblets alineat (A2HDM) on els bosons de Goldstone s'han transformat en els graus de llibertat que donen lloc a les masses dels bosons de *gauge* $W^\pm$ i Z . Per a realitzar certs càlculs es convenint mantenir explícitament

els Goldstone en els Lagrangians i calcular els diagrames extra amb aquests bosons. Seguidament presentem el Lagrangia de Yukawa alineat amb els bosons de Goldstone, que utilitzarem al llarg del treball,

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_Y = & - \frac{\sqrt{2}}{v} H^+(x) \bar{u}(x) [\zeta_d V M_d \mathcal{P}_R - \zeta_u M_u V \mathcal{P}_L] d(x) \\
& - \frac{\sqrt{2}}{v} H^+(x) \zeta_l \bar{\nu}(x) M_l \mathcal{P}_R l(x) \\
& - \frac{\sqrt{2}}{v} G^+(x) \bar{u}(x) [V M_d \mathcal{P}_R - M_u V \mathcal{P}_L] d(x) \\
& - \frac{\sqrt{2}}{v} G^+(x) \bar{\nu}(x) M_l \mathcal{P}_R l(x) \\
& - \frac{1}{v} \sum_{\varphi_i^0, f} \varphi_i^0(x) y_f^{\varphi_i^0} \bar{f}(x) M_f \mathcal{P}_R f(x) + h.c.
\end{aligned} \tag{4.5}$$

5 Desintegració $t \rightarrow c\gamma$ en el A2HDM

5.1 Per què analitzar aquesta desintegració?

L'estudi de l'amplitud de desintegració $t \rightarrow c\gamma$ ens pot proporcionar informació sobre física més enllà del Model Estàndard. El quark top té una massa de $m_t = 173.5$ GeV, molt més elevada que la de la resta de quarks i a més presenta una jerarquia no natural entre els acoblaments de Yukawa: el ratio de massa entre el quark top i bottom és de $\frac{m_t}{m_b} \approx 41$, extrany si les masses dels dos quarks provenen del mateix doblet de Higgs. Com ja hem discutit, el Model Estàndard no pot donar una explicació satisfactòria als valors d'aquestes magnituds, conté dos acoblaments de Yukawa però acoblen a un únic doblet escalar. Les característiques peculiars d'aquest quark poden ser d'utilitat a l'hora de testar nous models, comparant observables físics, com l'amplitud de desintegració, amb les observacions experimentals.

Seguidament explicarem el càlcul de l'amplitud de desintegració $t \rightarrow c\gamma$ en el A2HDM.

5.2 Càlcul en el Model Estàndard

Primerament analitzem el decaïment al Model Estàndard. Hem vist com el mecanisme GIM inhibeix els canvis de sabor a nivell arbre en el sector dels quarks, per tant la primera contribució a l'amplitud de desintegració $t \rightarrow c\gamma$ és un càlcul a un "loop" (NLO). Aquesta transició ocorre a través de dos vèrtex de corrent carregada ($\mathcal{L}_{CC}$), canvi de sabor del quark top i producció del quark c, i d'un vèrtex amb l'emissió d'un fotó.

Passem a discutir quins són els diagrames de Feynman que contribueixen al decaïment en el *gauge* en que estem treballant (recordem que estem considerant els bosons de Goldstone explícitament per evitar expressions complicades amb els propagadors vectorials) i despreciant la massa del quark c (no podem despreciar les masses dels quarks involucrats al "loop" ja que en el límit de masses iguals el resultat és nul degut a la unitarietat de la matriu CKM). Prenent la següent prescripció per als moments (Fig.7):

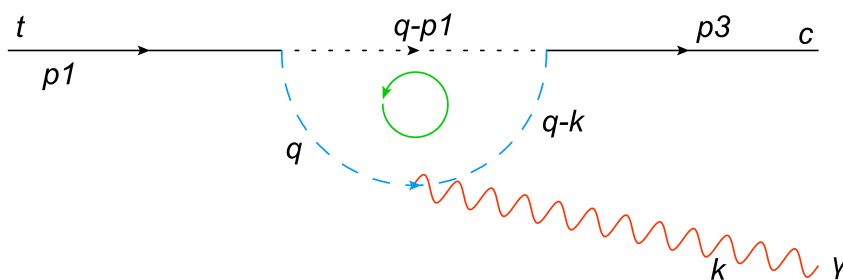


Figura 7: Prescripció per als moments

Tenim

- Diagrama de vèrtex 1. El quark top s'acobra a un vèrtex del Lagrangian de corrent carregada (Eq.2.6). Tenim un propagador vectorial i dos propagadors fermiònics que acoblen al vèrtex del Lagrangian de QED (Eq.2.11) amb l'emissió d'un fotó. El quark c s'acobra al vèrtex de corrent carregada corresponent.

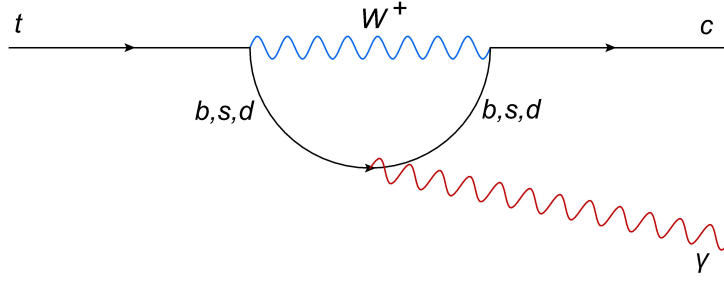


Figura 8: Diagrama de vèrtex Model Estàndard 1

Escrivim l'amplitud reduïda:

$$\mathcal{M} = \frac{-ig^2 e Q_d V_{cd} V_{td}^*}{2} \bar{u}_c \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{\gamma^\mu P_L (\not{q} - \not{k} + m_d) \gamma^\sigma (\not{q} + m_d) \gamma^\nu P_L g_{\mu\nu}}{[q^2 - m_d^2 + i\epsilon][(q-k)^2 - m_d^2 + i\epsilon][(q-p_1)^2 - M_W^2 + i\epsilon]} u_t \epsilon_\sigma^* \quad (5.1)$$

- Diagrama de vèrtex 2. En aquest cas tenim un propagador fermiònic i dos vectorials. Aquest diagrama és una conseqüència de l'existència d'un terme d'autointeracció entre els bosons de gauge Eq.2.19

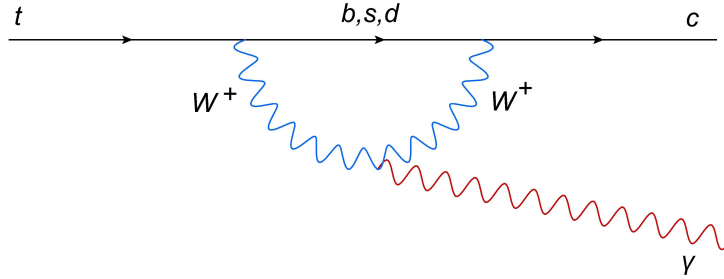


Figura 9: Diagrama de vèrtex Model Estàndard 2

$$\mathcal{M} = \frac{-ig^2 V_{cd} V_{td}^* e}{2} \bar{u}_c \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{\gamma_{\mu'} (\not{q} - \not{p}_1) P_R \gamma_{\nu'} [g^{\mu'\sigma} (q-2k)^{\nu'} + g^{\mu'\nu'} (k-2q)^\sigma + g^{\nu'\sigma} (k+q)^{\mu'}]}{[q^2 - M_W^2 + i\epsilon][(q-k)^2 - M_W^2 + i\epsilon][(q-p_1)^2 - m_d^2 + i\epsilon]} u_t \epsilon_\sigma^* \quad (5.2)$$

- Diagrama de vèrtex 3. Diagrama anàleg al 1 però en lloc de vèrtex de Corrent Carregada tenim els corresponents vèrtex de Yukawa d'interacció amb el Goldstone carregat (Eq.4.5)

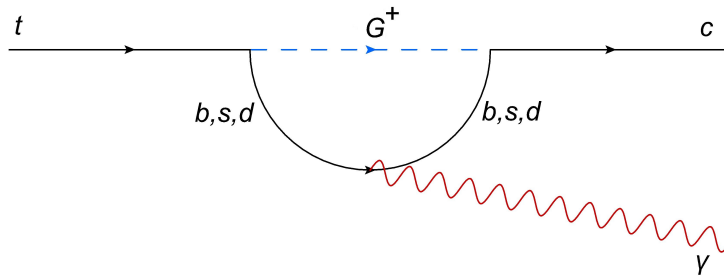


Figura 10: Diagrama de vèrtex Model Estàndard 3

$$\mathcal{M} = \frac{i2Q_d e V_{cd} V_{td}^*}{v^2} \bar{u}_c \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{m_d P_R [(q - k) + m_d] \gamma^\sigma [q + m_d] [m_d P_L - m_t P_R]}{[q^2 - m_d^2 + i\epsilon][(q - k)^2 - m_d^2 + i\epsilon][(q - p_1)^2 - M_W^2 + i\epsilon]} u_t \varepsilon_\sigma^* \quad (5.3)$$

- Diagrama de vèrtex 4. El fotó s'emet del propagador escalar del Goldstone (Eq.3.32)

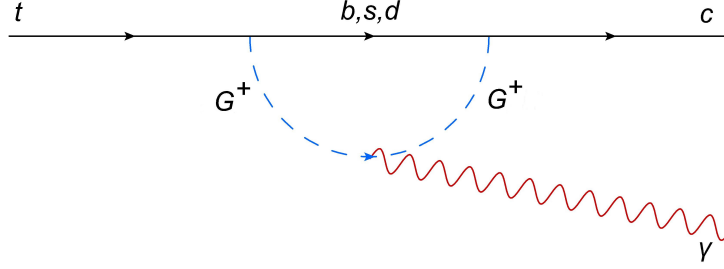


Figura 11: Diagrama de vèrtex Model Estàndard 4

$$\mathcal{M} = \frac{-i2e V_{cd} V_{td}^*}{v^2} \bar{u}_c \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{m_d P_R [p\!\!\!/ - q + m_d] [m_d P_L - m_t P_R] [(q - k)^\sigma + q^\sigma]}{[q^2 - M_W^2 + i\epsilon][(q - k)^2 - M_W^2 + i\epsilon][(q - p_1)^2 - m_d^2 + i\epsilon]} u_t \varepsilon_\sigma^* \quad (5.4)$$

Aquests 4 diagrames presenten numeradors diferents depenent dels vèrtex d'interacció involucrats, però si ens fixem, els denominadors tenen una mateixa estructura, indifereentment de les masses que apareixen. Si analitzem la dimensionalitat fixant-nos en les potències del moment intern del “loop” q , observem que es poden donar les següents estructures:

$$\int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{\{1, q, q^2\}}{q^6} \quad (5.5)$$

Les integrals amb una dependència de q^0 i q al numerador són convergents mentre que la integral amb un q^2 divergeix de forma logarítmica, donant lloc a contribucions infinites que s'han de cancel·lar quan considerem l'amplitud total.

- Diagrama d'autoenergia on el fotó s'emet des del quark de l'estat final amb intercanvi d'un W

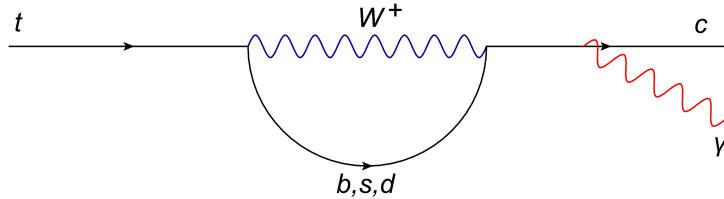


Figura 12: Autoenergia Model Estàndard 1

- Diagrama d'autoenergia on el fotó s'emet des del quark de l'estat inicial amb intercanvi d'un W

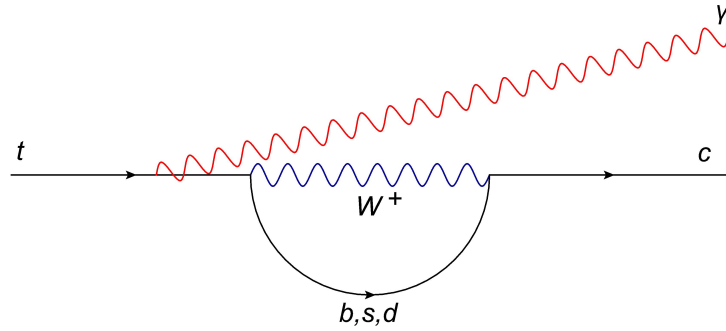


Figura 13: Autoenergia Model Estàndard 2

Donem sols l'amplitud de la segona autoenergia, ja que com després explicarem no cal calcular-les.

$$\mathcal{M} = \frac{-ig^2 Q_t e V_{cd} V_{td}^*}{2} \frac{1}{[(p_1 - k)^2 - m_t^2 + i\epsilon]} \bar{u}_c \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{\gamma^\mu P_L (\not{q} + m_d) \gamma^\nu P_L (\not{p} - \not{k} + m_t) \gamma^\sigma g_{\mu\nu}}{[q^2 - m_d^2 + i\epsilon][(q - p_3)^2 - M_W^2 + i\epsilon]} u_t \epsilon_\sigma^* \quad (5.6)$$

- Diagrama d'autoenergia on el fotó s'emet des del quark de l'estat final amb intercanvi d'un Goldstone.

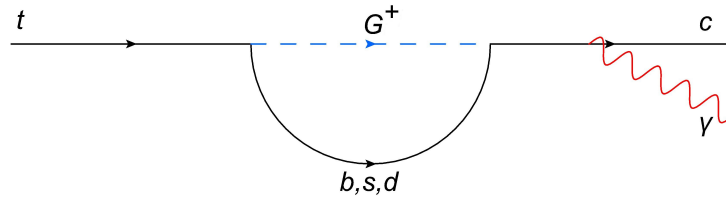


Figura 14: Autoenergia Model Estàndard 3

- Diagrama d'autoenergia on el fotó s'emet des del quark de l'estat final amb intercanvi d'un Goldstone

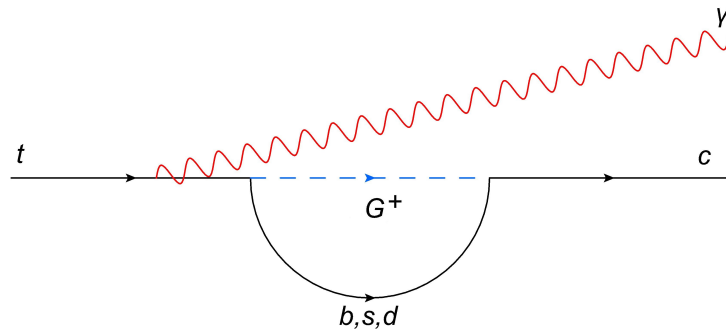


Figura 15: Autoenergia Model Estàndard 4

Donem l'amplitud del segon diagrama:

$$\mathcal{M} = \frac{i2Q_t e V_{cd} V_{td}^*}{v^2} \frac{1}{[(p_1 - k)^2 - m_t^2 + i\epsilon]} \bar{u}_c \int \frac{d^4 q}{(2\pi^4)} \frac{m_d P_R [q + m_d] [m_d P_L - m_t P_R] [p\!\!\!/\gamma - k\!\!\!/ + m_t] \gamma^\sigma}{[q^2 - m_d^2 + i\epsilon][(q - p_1 + k)^2 - M_W^2 + i\epsilon]} u_t \epsilon_\sigma^* \quad (5.7)$$

Aquestes autoenergies estan constituïdes per un “loop” on s'intercanvia un bosó i un fermió i per un propagador fermiònic extern al bucle. Si realitztem l'anàlisi en potències del moment intern del “loop” (q)

$$\int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{\{1, q\}}{q^4} \quad (5.8)$$

observem que aquests diagrames tenen parts divergents.

Els 8 diagrames són els que contribueixen a l'amplitud total, on en cada cas s'han de considerar els diferents quarks (b , s i d) que es poden intercanviar a l'interior del “loop”. Hem vist que hi ha diagrames que donen contribucions infinites. Els infinits són contribucions locals i respecten les simetries de la teoria. Com que al Lagrangia del Model Estàndard no hi ha cap estructura amb la forma dels diagrames que estem considerant, l'amplitud total no pot contenir divergències, hi ha cancel·lacions entre les diferents amplituds.

L'amplitud total de la transició $t \rightarrow c\gamma$ es pot escriure

$$\mathcal{M}(t \rightarrow c\gamma) = \langle c | J_\mu^{em} | t \rangle \epsilon^{\mu*} = \mathcal{M}_\mu \epsilon^{\mu*} \quad (5.9)$$

on podem parametritzar l'element de transició realitzant la descomposició en els diferents índex de Lorentz, tenint en compte les diferents estructures amb les matrius de Dirac que podem formar amb els Lagrangians involucrats

$$\mathcal{M}_\mu = \bar{u}_c [k_\mu (A + B\gamma_5) + \gamma_\mu (C + D\gamma_5) + ik^\nu \sigma_{\mu\nu} (E + F\gamma_5)] u_t \quad (5.10)$$

Estem tractant amb una transició electromagnètica

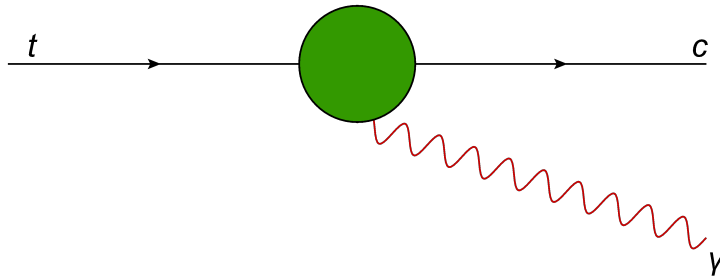


Figura 16: Transició electromagnètica

i per tant s'ha de mantenir la invariància *gauge* electromagnètica

$$\partial^\mu J_\mu^{em} = 0 \quad (5.11)$$

En l'espai de moments, aquesta condició es tradueix en $ik^\mu \cdot J_\mu^{em} = 0$. Introduïda en l'equació 5.9 ens queda

$$\bar{u}_c[k^2(A + B\gamma_5) + \not{k}(C + D\gamma_5) + ik^\mu k^\nu \sigma_{\mu\nu}(E + F\gamma_5)]u_t \epsilon^{\mu*} = 0 \quad (5.12)$$

Amb la conservació del quadrimoment $p_1 = k + p_3$

$$\bar{u}_c[k^2(A + B\gamma_5) + (\not{p}_1 - \not{p}_3)(C + D\gamma_5) + ik^\mu k^\nu \sigma_{\mu\nu}(E + F\gamma_5)]u_t \epsilon^{\mu*} = 0 \quad (5.13)$$

i amb l'equació de Dirac per als espinors

$$(\not{p} - m)u(\vec{p}) = 0 \quad (5.14)$$

$$\bar{u}(\vec{p})(\not{p} - m) = 0, \quad (5.15)$$

sabent que $\{\gamma_\mu, \gamma_5\} = 0 \rightarrow \not{p}_1\gamma_5 = -\gamma_5\not{p}_1$, tenim la següent restricció

$$\bar{u}_c[k^2(A + B\gamma_5) - m_c(C + D\gamma_5) + m_t(C - D\gamma_5) + ik^\mu k^\nu \sigma_{\mu\nu}(E + F\gamma_5)]u_t \epsilon^{\mu*} = 0 \quad (5.16)$$

Com que el fotó està *on-shell*, és a dir, està en la seua capa massica ($k^2 = 0 \rightarrow k^\mu k^\nu \sigma_{\mu\nu} = 0$) obtenim

$$-m_c(C + D\gamma_5) + m_t(C - D\gamma_5) = 0 \quad (5.17)$$

$$C = D = 0 \quad (5.18)$$

Considerant la transversalitat del fotó $k_\mu \cdot \epsilon^\mu = 0$ podem escriure

$$\mathcal{M}(t \rightarrow c\gamma) = \bar{u}_c[ik^\nu \sigma_{\mu\nu}(E + F\gamma_5)]u_t \epsilon^{\mu*} \quad (5.19)$$

Aquest tipus de transicions, amb aquesta estructura, s'anomenen transicions magnètiques.

Una de les conseqüències que s'extrau d'aquest raonament és que no ens cal calcular les autoenergies. Si ens fixem en aquests diagrames, tenen una estructura proporcional a γ_μ , que s'ha de cancel·lar al sumar totes les contribucions.

Degut a l'aproximació amb que hem decidit treballar $m_c = 0$ ($m_t \gg m_c$), les dues amplituds involucrades són iguals

$$E = F \quad (5.20)$$

Amb aquests conceptes, realitzant la parametrizació de Feynman i reduint les expressions dels diferents diagrames s'obté el següent resultat, que hem pres de J.L.Díaz-Cruz *et al* [27].

L'element de matriu de la transició $t \rightarrow c\gamma$ en el Model Estàndard és:

$$\mathcal{M}_u = i\sigma_{\mu\nu}k^\nu F_2^R m_t P_R \quad (5.21)$$

on F_2^R és l'anomenat factor de forma

$$\begin{aligned} F_2^R = & -\frac{ieg^2}{32\pi^2 M_W^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy [z_l^2 \left(\frac{-x}{X} + \frac{1-x}{Y}\right) + (2 + z_l^2) \left(-\frac{x^2 + xy - x}{X} + \frac{x^2 + xy - x}{3Y}\right) \\ & + 2\left(-\frac{1-x}{X} + \frac{x}{3Y}\right)] \end{aligned} \quad (5.22)$$

amb

$$\begin{aligned} X &= (1-x) + z_l^2 x + z_t^2 x(x-1) + z_t^2 xy \\ Y &= x + z_l^2(1-x) + z_t^2 x(x-1) + z_t^2 xy \end{aligned} \quad (5.23)$$

$z_i = m_i/M_W$ on $i = t, l$ essent l qualsevol dels quarks que s'intercanvien al “loop”. El resultat de l'amplitud de decaïment es pot escriure

$$\Gamma(t \rightarrow c\gamma) = \frac{\alpha G_F^2 m_t^5}{32\pi^4} \left| \sum_l V_l I(z_t, z_l) \right|^2 \quad (5.24)$$

Les funcions

$$\begin{aligned} I(z_t, z_l) = \frac{1}{z_t^2} [& - \frac{z_l^2}{2} + (2 + z_l^2 - 2z_t^2)I_X^0 \\ & + [z_l^4 + (z_t^2 - 1)(2 - z_l^2)]I_X^1 \\ & + \frac{1}{3}[\frac{z_l^2}{2} + z_l^2(z_t^2 - 2 - z_l^2)]I_Y^0 \\ & + [z_l^4 + (z_t^2 - 1)(2 - z_l^2)]I_Y^1] \end{aligned} \quad (5.25)$$

contenen integrals que s'han d'evaluar numèricament. Aquestes, per al denominador més general possible ($Z = c + bx + ax^2 + axy$) són:

$$I_Z^0 = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} \frac{dy}{Z} = \int_0^1 dx \frac{1}{ax} \log \left[\frac{c + (a+b)x}{c + bx + ax^2} \right] \quad (5.26)$$

$$I_Z^1 = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} \frac{xdy}{Z} = \frac{1}{a} \int_0^1 dx \log \left[\frac{c + (a+b)x}{c + bx + ax^2} \right] \quad (5.27)$$

Els valors V_l per a cada quark intercanviat al “loop” els obtenim de la parametrització de Wolfenstein de la matriu CKM (Eq.2.38)

$$V_b = V_{cb}V_{tb}^* = A\lambda^2 \quad (5.28)$$

$$V_s = V_{cs}V_{ts}^* = -A\lambda^2(1 - \frac{\lambda^2}{2}) \quad (5.29)$$

$$V_d = V_{cd}V_{td}^* = -A\lambda^4(1 - \rho + i\eta) \quad (5.30)$$

5.3 Contribucions provinents del A2HDM

Al Model de Higgs amb dos doblets aliniat hem afegit un doblet escalar al Model Estàndard sense modificar el contingut fermiònic. Ens apareixen, aleshores, 3 escalars neutres i 2 escalars carregats addicionals que poden contribuir a la desintegració que estem considerant. Degut a la conservació de la càrrega elèctrica sols hi hauran contribucions provinents de l'intercanvi d'un H^+ en el “loop”. Els diagrames a considerar són:

- Diagrama de vèrtex amb un propagador vectorial i fotó emés del propagador fermiònic

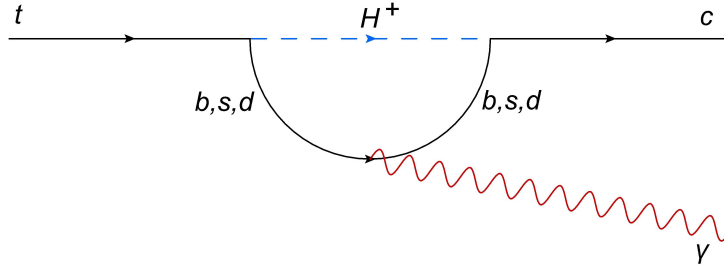


Figura 17: Diagrama de vèrtex A2HDM 1

$$\mathcal{M} = \frac{i2Q_d e V_{cd} V_{td}^*}{v^2} \bar{u}_c \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{\zeta_d m_d P_R [(q-k) + m_d] \gamma^\sigma [q + m_d] [\zeta_d^\dagger m_d P_L - \zeta_t^\dagger m_t P_R]}{[q^2 - m_d^2 + i\epsilon][(q-k)^2 - m_d^2 + i\epsilon][(q-p)^2 - M_H^2 + i\epsilon]} u_t \epsilon_\sigma^* \quad (5.31)$$

Utilitzant la parametrització de Feynman

$$\frac{1}{abc} = \Gamma(3) \int_0^1 dx \int_0^{1-x} \frac{1}{[ax + by + c(1-x-y)]^3} \quad (5.32)$$

i simplificant el numerador, podem escriure

$$\mathcal{M} = \frac{i2Q_d e V_{cd} V_{td}^*}{v^2} \Gamma(3) \bar{u}_c \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{Num}{[l^2 - L^2]^3} u_t \epsilon_\sigma^* \quad (5.33)$$

on hem fet el canvi de variable $q = l + p_3 y + k(1-x)$ i escrit el denominador en la forma habitual, essent

$$L^2 = m_t^2 \left[y \left(\frac{M_H^2 - m_d^2}{m_t^2} - x \right) + \frac{m_d^2}{m_t^2} - i\epsilon \right] \quad (5.34)$$

així tenim

$$\begin{aligned} Num &= [-\zeta_d \zeta_d^\dagger m_d^2 \frac{l^2}{2} - 2\zeta_d \zeta_d^\dagger m_d^2 m_t^2 y + \zeta_d \zeta_d^\dagger m_d^4 - \zeta_d \zeta_t^\dagger m_d^2 m_t^2 y] \gamma^\sigma P_L \\ &+ ik_\rho \sigma^{\sigma\rho} m_d^2 m_t [\zeta_d \zeta_t^\dagger (1-y) - \zeta_d \zeta_d^\dagger xy] P_R \end{aligned} \quad (5.35)$$

- Diagrama de vèrtex amb un propagador fermiònic i on el fotò es emés per la interacció amb els bosons H^+

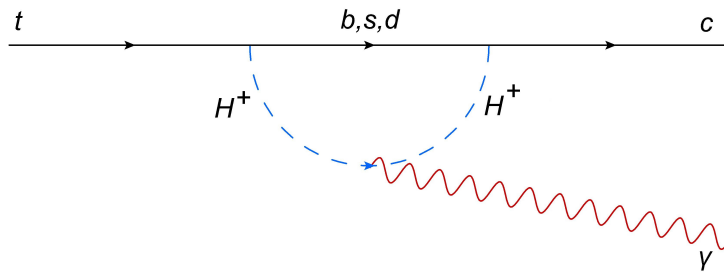


Figura 18: Diagrama de vèrtex A2HDM 2

$$\mathcal{M} = \frac{-i2eV_{cd}V_{td}^*}{v^2} \bar{u}_c \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{\zeta_d m_d P_R [q - p_1 + m_d] [\zeta_d^\dagger m_d P_L - \zeta_t^\dagger m_t P_R] [(q-k)^\sigma + q^\sigma]}{[q^2 - M_H^2 + i\epsilon][(q-k)^2 - M_H^2 + i\epsilon][(q-p_1)^2 - m_d^2 + i\epsilon]} u_t \epsilon_\sigma^* \quad (5.36)$$

Procedint de forma anàloga al diagrama anterior

$$\mathcal{M} = \frac{-i2eV_{cd}V_{td}^*}{v^2} \Gamma(3) \bar{u}_c \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} \frac{Num}{[l^2 - L^2]^3} u_t \epsilon_\sigma^* \quad (5.37)$$

amb

$$L^2 = m_t^2 \left[y \left(\frac{m_d^2 - M_H^2}{m_t^2} - x \right) + \frac{M_H^2}{m_t^2} - i\epsilon \right] \quad (5.38)$$

$$\begin{aligned} Num &= [\zeta_d \zeta_d^\dagger m_d^2 \frac{l^2}{2} + m_d^2 m_t^2 (\zeta_d \zeta_t^\dagger y - \zeta_d \zeta_d^\dagger xy)] \gamma^\sigma P_L \\ &+ ik_\rho \sigma^{\sigma\rho} m_d^2 m_t [\zeta_d \zeta_t^\dagger y - \zeta_d \zeta_d^\dagger xy] P_R \end{aligned} \quad (5.39)$$

- Diagrama d'autoenergia on el fotó s'emet des del quark de l'estat final amb intercanvi d'un H^+

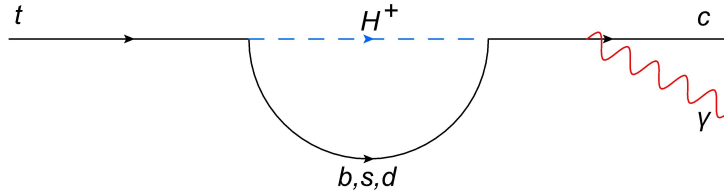


Figura 19: Autoenergia A2HDM 1

- Diagrama d'autoenergia on el fotó s'emet des del quark de l'estat inicial amb intercanvi d'un H^+

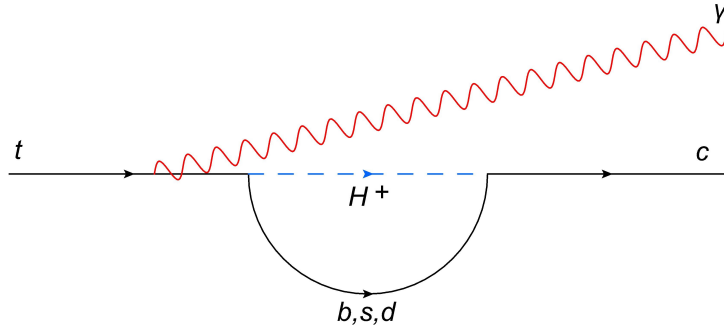


Figura 20: Autoenergia A2HDM 2

Com al cas del Model Estàndard tenim una transició electromagnètica, sols que considerem un camp escalar addicional donant lloc a nous diagrames, però l'estructura de l'amplitud de transició ha de ser igual degut a la invariància *gauge*. Aleshores, les autoenergies no contribueixen a l'amplitud de decaïment i sols ens queden termes amb una estructura proporcional a $ik_\rho \sigma^{\sigma\rho}$.

L'element de matriu de la contribució del A2HDM per a un quark intercanviat al “loop” és

$$\mathcal{M}_{qd} = -i \frac{2em_t}{(4\pi)^2 v^2} F_{qd} \bar{u}_c k_\rho \sigma^{\sigma\rho} P_R u_t \epsilon_\sigma^* \quad (5.40)$$

$$F_{qd} = m_d^2 V_{cd} V_{td}^* \left\{ \zeta_d \zeta_t^\dagger \left[C_y^{(2)} + \frac{C^{(1)}}{3} - \frac{C_Y^{(1)}}{3} \right] - \zeta_d \zeta_d^\dagger \left[C_{xy}^{(2)} - \frac{C_{xy}^{(1)}}{3} \right] \right\} \quad (5.41)$$

Ja hem realitzat la integració sobre els quadrimoments i les expressions dels coeficients C es donen a l'apèndix A (el superíndex fa referència al diagrama considerat, ja que aquests paràmetres depenen de les masses de les partícules involucrades al “loop”).

Ens interessaria estudiar quina és la contribució del model amb dos dobles a l'amplitud de decaïment. Considerant l'amplitud reduïda total del A2HDM

$$\mathcal{M} = -i \frac{2em_t}{(4\pi)^2 v^2} (F_b + F_s + F_d) \bar{u}_c k_\rho \sigma^{\sigma\rho} P_R u_t \epsilon_\sigma^* \quad (5.42)$$

En un primer anàlisi, degut al nombre de paràmetres lliures al A2HDM, podríem considerar sols els diagrames d'aquest model i estudiar l'amplitud de decaïment en funció d'aquests.

Realitzant la suma i la mitjana sobre totes les possibles polaritzacions de les partícules inicials del mòdul al quadrat de l'element de matriu reduït $\mathcal{M}$ i amb l'expressió per a l'amplitud de decaïment

$$\frac{d\Gamma(t \rightarrow c\gamma)}{d\Omega^{cm}} = \frac{|\vec{p}_f|^{cm}}{32\pi^2 m_t^2} \sum |\mathcal{M}|^2 \quad (5.43)$$

obtenim

$$\Gamma^{A2HDM}(t \rightarrow c\gamma) = \frac{\alpha G_F^2}{512\pi^4} m_t^5 |F_b + F_s + F_d|^2 \quad (5.44)$$

Les cotes experimentals mesurades per a la massa del Higgs carregat i els paràmetres d'alineament involucrats a aquest decay són

$$\begin{aligned} 80\text{GeV} &< M_H < 500\text{GeV} \\ |\zeta_d| &< 50, \quad |\zeta_u| < 2 \\ 0 &< \text{Arg}(\zeta_d \zeta_u^*) < 2\pi \end{aligned}$$

6 Conclusions

El Model Estàndard descriu d'una forma simple i amb gran precisió un elevat nombre de fenòmens en física d'altres energies. Es tracta d'una teoria basada en un principi d'invariància *gauge* que ens proporciona quines són i com interaccionen les diferents partícules elementals. Experimentalment s'han anat observant les diferents partícules postulades al model. Les partícules mitjanceres (bosons), responsables de la propagació de les interaccions, i els constituents elementals de la matèria (fermions) són partícules massives (exceptuant els neutrins amb una massa molt menuda, que despreciam). El Model Estàndard no pot incorporar aquestes masses de la forma habitual, ja que els termes que les descriuen al Lagrangià trenquen la invariància *gauge*.

Existeix una forma de donar massa a les diferents partícules mantenint un Lagrangià invariant. Necessitem d'un potencial que genere una sèries d'estats amb mínima energia degenerats. Elegint un d'aquests com l'estat fonamental, el buit quàntic, es trenca la simetria espontàneament. Per implementar aquest mecanisme necessitem introduir nous escalars, que finalment generen els graus de llibertat associats a les masses. Al Model Estàndard, en la versió més simple, introduïm un doblet escalar invariant $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$

$$\phi(x) \equiv \begin{pmatrix} \phi^{(+)}(x) \\ \phi^{(0)}(x) \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

amb $\mathcal{L}_S = (D_\mu \phi)^\dagger D^\mu \phi - \mu^2 \phi^\dagger \phi - h(\phi^\dagger \phi)^2$. Així és generen els tres graus de llibertat (bosons de Goldstone) que donen lloc a les masses dels bosons $W^\pm$ i Z , el fotó té massa nula, ja que el grup $U_{em}(1)$ continua invariant. Com que hem introduït un nou doblet la interacció d'aquest amb els diferents fermions genera les masses dels últims.

Queda un grau de llibertat romanent, el Higgs. Recentment s'ha fet públic el descobriment d'un bosó consistent amb aquesta partícula. D'altra banda el sector escalar no està suficientment testat i no sabem exactament com s'implementa el mecanisme de ruptura de la simetria.

En aquest treball hem analitzat una extensió del Model Estàndard afegint un altre doblet escalar. És a dir, hem fet model amb dos doblets (2HDM), amb la fi de poder incorporar noves dinàmiques al Models Estàndard e intentar donar respostes a qüestions fonamentals com l'asimetria entre matèria i antimatèria existent a l'Univers, quina és la raó de la diferent massa del quark top...

Hem introduït els dos doblets de forma que sols un adquirisca un valor d'expectació no nul en el buit. Com abans apareixen 3 bosons de Goldstone donant lloc a les masses però ara ens queden 5 graus de llibertat: dos camps carregats $H^\pm$ i 3 neutres $\varphi_i^0 = \{h, H, A\}$. Aquestes partícules poden donar contribucions a diferents observables.

També hem vist que degut a l'estructura del Lagrangià de Yukawa amb dos doblets apareixen corrents neutres amb canvi de sabor. Aquests tipus de models són interessants ja que en el cas de que es descobriren senyals experimentals d'aquests tipus de fenòmens en el sector leptònic, es podrien acomodar fàcilment. D'altra banda en el sector dels quarks aquestes transicions estan molt restringides, s'han d'evitar introduint restriccions ad-hoc.

El model amb dos doblets alineat que hem presentat consisteix en imposar una relació de proporcionalitat entre els acoblaments de Yukawa. D'aquesta manera desapareixen les corrents neutres amb canvi de sabor a nivell arbre i tota la nova dinàmica queda parametritzada per tres paràmetres complexos ζ_u , ζ_d i ζ_l .

Una característica important és l'aparició de noves fases complexes que podrien donar lloc a noves fonts de violació de CP. Al treball hem analitzat els fenòmens de violació de CP al Model Estàndard i hem vist que estan restringits a amplituds que interfereixen entre sí amb unes característiques peculiars. La fase complexa del Model Estàndard explica aquests tipus de fenòmens, però és insuficient per explicar l'asimetria entre matèria i antimatèria. Una de les raons principals del desenvolupament del model amb dos doblets és la possibilitat de generar fases complexes extra mantenint l'estructura i les mesures de precisió realitzades al Model Estàndard.

Hem vist la relació existent entre la massa dels fermions i el mecanisme espontani de ruptura de la simetria. La massa del top és molt més elevada que la de la resta de quarks, aquest fet és el que ens ha portat a analitzar el decaïment $t \rightarrow c\gamma$ i buscar les contribucions de nova física més enllà del Model Estàndard. Amb el 2HDM els diferents quarks up i down adquireixen la massa de l'acoblament als diferents doblets escalars, podent acomodar d'una forma més simple la jerarquia de masses dels fermions.

Hem presentat tots els diagrames de Feynman que contribueixen a l'amplitud, donant la seua expressió. Analitzant les diferents simetries hem arribat a que sols contribueixen els termes proporcionals a $ik^\nu \sigma_{\mu\nu}$. Hem discutit que els infinits que apareixen a alguns diagrames s'han de cancel·lar, no podem introduir contratermes al Lagrangian ja que aquest tipus d'estructures no existeixen. Tampoc ha sigut necessari fer el càlcul explícit de les autoenergies, que no presenten aquest tipus d'estructura.

En l'apèndix presentem una guia amb el càlcul de les diferents integrals sobre els paràmetres de Feynman que ens apareixen. Hem fet un anàlisi de les tècniques habituals [29, 30, 31] i hem donat la solució particular per al nostre procés d'una forma senzilla.

Hem presentat el resultat final per al Model Estàndard i els resultats obtinguts per als diagrames que contribueixen al A2HDM.

Per finalitzar sols dir que a l'hora d'avaluar aquestes expressions s'ha d'anar amb cura de controlar les diverses parts imaginàries que contribueixen.

A Integrals

En el càlcul dels diagrames de vèrtex ens apareixen integrals del tipus:

$$\int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{1}{[q^2 - M_1^2 + i\epsilon][(q - p_2)^2 - M_1^2 + i\epsilon][(q - p_2 - p_3)^2 - M_2^2 + i\epsilon]} \quad (\text{A.1})$$

on prenem la següent prescripció per a les masses i els moments

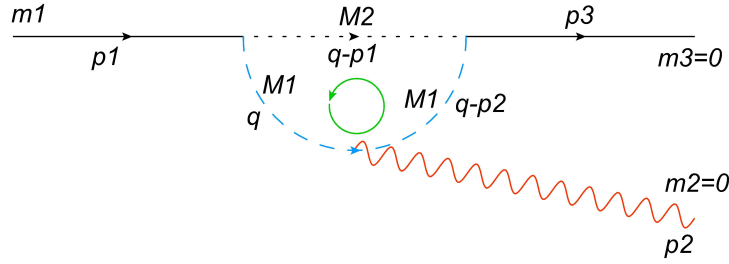


Figura 21: Prescripció masses i moments

Amb la parametrització de Feynman

$$\frac{1}{abc} = \Gamma(3) \int_0^1 dx \int_0^{1-x} \frac{1}{[ax + by + c(1-x-y)]^3} \quad (\text{A.2})$$

podem escriure aquesta integral com

$$\Gamma(3) \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{1}{[l^2 - L^2]^3} \quad (\text{A.3})$$

amb

$$L^2 = m_1^2 \left\{ y \left(\frac{M^2}{m_1^2} - x \right) + \frac{M_1^2}{m_1^2} - i\epsilon \right\}, \quad M^2 = M_2^2 - M_1^2 \quad (\text{A.4})$$

En els càlculs amb “loops” ens apareixen integrals sobre quadrimoments que hem de realitzar abans de calcular les integrals paramètriques. La integral bàsica en regularització dimensional és [28]

$$\Gamma(D, \alpha, \beta) \equiv \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{[k^2]^\alpha}{[k^2 - a^2]^\beta} = \frac{i}{(4\pi)^2} (-a^2)^{\alpha-\beta+2} \left(\frac{a^2}{4\pi} \right)^\epsilon \frac{\Gamma(2+\alpha+\epsilon)\Gamma(\beta-\alpha-2-\epsilon)}{\Gamma(\beta)\Gamma(2+\epsilon)} \quad (\text{A.5})$$

on $D = 4 + 2\epsilon$ és la dimensió espai-temporal i α i β nombres arbitràris reals.

La solució per al nostre cas particular és

$$\int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{1}{[l^2 - L^2]^3} = -\frac{i}{(4\pi)^2} \frac{1}{\Gamma(3)} \frac{1}{L^2} \quad (\text{A.6})$$

Al llarg del càlcul ens apareixen diverses integrals d'aquest tipus amb diferents paràmetres de Feynman al numerador, la integració sobre quadrimoments és anàlega en tots els casos, el que varia és la integració sobre els paràmetres.

Donem el resultat de les integrals $\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{\{1, x, xy\}}{L^2}$:

$$C = \frac{1}{m_1^2} \left\{ \sum_{i=1}^2 I_1^{lnx_i} - \log\left(\frac{M_1^2}{m_1^2}\right) I_1^0 + i\pi \log\left(\frac{M^2 - m_1^2 x_2}{M^2 - m_1^2 x_1}\right) \right\} \quad (\text{A.7})$$

$$C_y = \frac{1}{m_1^2} \left\{ I_1^0 - I_1^1 - \frac{M_1^2}{m_1^2} \left[\sum_{i=1}^2 I_2^{lnx_i} - \log\left(\frac{M_1^2}{m_1^2}\right) I_2^0 - i\pi \frac{x_2 - x_1}{\left(\frac{M^2}{m_1^2} - x_2\right) \left(\frac{M^2}{m_1^2} - x_1\right)} \right] \right\} \quad (\text{A.8})$$

$$C_{xy} = \frac{1}{m_1^2} \left\{ I_1^1 - I_1^2 - \frac{M_1^2}{m_1^2} \left[\sum_{i=1}^2 I_2^{1lnx_i} - \log\left(\frac{M_1^2}{m_1^2}\right) I_2^1 - i\pi \left(\frac{x_2}{\frac{M^2}{m_1^2} - x_2} - \frac{x_1}{\frac{M^2}{m_1^2} - x_1} + \log\left(\frac{M^2 - m_1^2 x_2}{M^2 - m_1^2 x_1}\right) \right) \right] \right\} \quad (\text{A.9})$$

on

$$I_1^0 = \int_0^1 dx \frac{1}{\frac{M^2}{m_1^2} - x} = -\log\left(\frac{M^2 - m_1^2}{m_1^2}\right) \quad (\text{A.10})$$

$$I_1^1 = \int_0^1 dx \frac{x}{\frac{M^2}{m_1^2} - x} = -\left[1 - \frac{M^2}{m_1^2} I_1^0\right] \quad (\text{A.11})$$

$$I_1^2 = \int_0^1 dx \frac{x^2}{\frac{M^2}{m_1^2} - x} = -\left[1 - \frac{M^2}{m_1^2} I_1^1\right] \quad (\text{A.12})$$

$$I_2^0 = \int_0^1 dx \frac{1}{\left(\frac{M^2}{m_1^2} - x\right)^2} = \frac{1}{\left(\frac{M^2}{m_1^2} - 1\right) \frac{M^2}{m_1^2}} \quad (\text{A.13})$$

$$I_2^1 = \int_0^1 dx \frac{x}{\left(\frac{M^2}{m_1^2} - x\right)^2} = \frac{1}{\frac{M^2}{m_1^2} - 1} - I_1^0 \quad (\text{A.14})$$

$$I_1^{lnx_i} = \int_0^1 dx \frac{1}{\frac{M^2}{m_1^2} - x} \log(x - x_i) = Li_2\left(\frac{M^2 - m_1^2}{M^2 - m_1^2 x_i}\right) - Li_2\left(\frac{M^2}{M^2 - m_1^2 x_i}\right) \quad (\text{A.15})$$

$$I_2^{lnx_i} = \int_0^1 dx \frac{1}{\left(\frac{M^2}{m_1^2} - x\right)^2} \log(x - x_i) = \frac{\log(1 - x_i)}{\frac{M^2}{m_1^2} - 1} - \frac{\log(-x_i)}{\frac{M^2}{m_1^2}} - \frac{1}{\frac{M^2}{m_1^2} - x_i} \left[I_1^0 + \log\left(\frac{1 - x_i}{-x_i}\right) \right] \quad (\text{A.16})$$

$$I_2^{1lnx_i} = \int_0^1 dx \frac{x}{\left(\frac{M^2}{m_1^2} - x\right)^2} \log(x - x_i) = \frac{\log(1 - x_i)}{\frac{M^2}{m_1^2} - 1} - \left\{ I_1^{lnx_i} + \frac{1}{\frac{M^2}{m_1^2} - x_i} \left[I_1^1 + \log\left(\frac{1 - x_i}{-x_i}\right) \right] \right\} \quad (\text{A.17})$$

Hem introduït la funció dilogaritme [32]

$$Li_2(y) = -\int_0^1 dx \frac{\log(1 - xy)}{x} \quad (\text{A.18})$$

I x_i representa les dues solucions de l'equació de segon grau $(1-x)\left(\frac{M^2}{m_1^2} - x\right) + \frac{M_1^2}{m_1^2} = 0$.

$$x_{1,2} = \frac{\left(1 + \frac{M^2}{m_1^2}\right) \pm \sqrt{\left(1 + \frac{M^2}{m_1^2}\right)^2 - 4\frac{M_1^2}{m_1^2}}}{2} \quad (\text{A.19})$$

Hem separat la part imaginària tenint en compte que provè d'arguments negatius de logaritmes

$$\log(-x \pm i\varepsilon) = \log(x) \pm i\pi, \quad x > 0 \quad (\text{A.20})$$

A l'hora d'evaluar les expressions anteriors s'ha de tenir la cura de no generar noves parts imaginàries, considerant els argüments dels logaritmes positius i amb la relació per als dilogaritmes [32, 33]

$$Li_2(1-y) = -Li_2(y) - \log(y)\log(1-y) + \text{zeta}(2) \quad (\text{A.21})$$

Referències

- [1] A.Pich, *The Standard Model of Electroweak Interactions*, arXiv:hep-ph/1201.0537v1
- [2] A.Pich, *Flavour Physics and CP Violation*, arXiv:hep-ph/1112.4094v1
- [3] S.L.Glashow, *Nucl.Phys.* **22** (1961)579
- [4] S.Weinberg, *Phys.Rev.Lett* **19** (1967)1264
- [5] A.Salam, in *Elementary Particle Theory*, ed. N. Svartholm (Almqvist and Wiksells, Stockholm, 1969), p. 367
- [6] Y.Nambu, *Phys.Rev.* **117** (1960)648
- [7] J.Goldstone, A.Salam i S.Weinberg, *Phys.Rev.* **127** (1962)965
- [8] F.Englert i R.Brout, *Phys.Rev.Lett.* **13** (1964)321
- [9] P.W.Higgs, *Phys.Rev.* **145** (1966)1156, *Phys.Rev.Lett.* **13** (1964)508
- [10] G.S.Guralnik, C.R.Hagen i T.W.B.Kibble, *Phys.Rev.Lett.* **13** (1964)585
- [11] T.W.B.Kibble, *Phys.Rev.* **155** (1967)1554
- [12] N.Cabibbo, *Phys.Rev.Lett.* **10** (1963) 531
- [13] J.Beringer *et al.* *Particle Data Group*, *Phys.Rev.* **D86** (2012)010001
- [14] M.Kobayashi i T.Maskawa, *Prog.Theor.Phys.* **42**(1973)652
- [15] S.L.Glashow, J.Iliopoulos i L.Maiani, *Phys.Rev.* **D2** (1970)1285
- [16] L.Wolfenstein, *Phys.Rev.Lett.* **51** (1983)1945
- [17] CKMfitter Group, *Phys.Rev.* **D84** (2011)033005
- [18] C.Jarlskog, *Phys.Rev.Lett.* **55** (1985)1039, *Z.Phys.* **C29** (1985)491
- [19] Gfitter Group, *Eur.Phys.J.* **C60** (2009)543
- [20] T.D.Lee, *Phys.Rev.* **D8** (1973) 1226
- [21] A.Pich i P.Tuzón, *Yukawa Alignment in the Two-Higgs-Doublet Model*, *Phys.Rev.* **D80** 091702 (2009)
- [22] P.Tuzón, *Tests of the Electroweak model in the presence of two Higgs doublets*(Tesi Doctoral)
- [23] C.Branco, L.Lavoura i J.P.Silva, *CP Violation*, Oxford University Press
- [24] J.F.Gunion, H.E.Haber, G.Kane i S.Dawson *The Higgs Hunter's Guide*, Westview Press (2000)

- [25] A.Pich, *Flavour constraints on multi-Higgs-doublet models: Yukawa alignment*, arxiv:hep-ph/1010.5217v1
- [26] Rodolfo A.Díaz, *Phenomenological analysis of the Two Higgs Doublet Model*(Tesi Doctoral)
- [27] J.L.Díaz-Cruz et.Al, *Flavour-changing radiative decay of the t quark*, Phys.Rev **D** 41,3 (1990)
- [28] P.Pascual, R.Tarrach, *QCD:Renormalization for the Practitioner*, Springer-Verlag(1984)
- [29] G. 't Hooft i M.Veltman, *Scalar One-Loop Integrals* Nucl.Phys. **B153** (1979) 365-401
- [30] G.J. van Oldenborgh i J.A.M.Vermaseren, *New algorithms for one-loop integrals* Z.Phys.C-Particles and Fields 46, 425-437 (1990)
- [31] R.K.Ellis i G.Zanderighi, *Scalar one-loop integrals for QCD*, arXiv:hep-ph/0712.1851v4
- [32] L.Lewin, *Polylogarithms and associated functions*, Elsevier North Holland (1981)
- [33] A.Devoto i D.W.Duke, *Table of Integrals and Formulae for Feynman Diagram Calculations*, La Rivista del Nuovo Cimento, vol.7,N.6 (1984)
- [34] Ta-Pei Cheng i Ling-Fong Li, *Gauge Theory of Elementary Particle physics*, Oxford University Press, USA (1988)
- [35] S.Weinberg, *The Quantum Theory of Fields, Volume 1: Foundations*, Oxford University Press (2005)

AGRAÏMENTS

En primer lloc m'agradaria agrair al meu tutor, Toni Pich, tota l'ajuda que m'ha proporcionat al llarg de l'ardua tarea de realitzar aquest treball, resolent els meus infinits dubtes i aconsellant-me sobre la difícil elecció de que fer amb el meu futur professional. Encara que deixi el camí de la física d'altres energies, la forma de veure i analitzar el món que he après, sé que hem seran útils allà on vagi. Per tot açò, moltes gràcies.

Vullc agrair als meus companys d'àtic, Rosa i Jesús, els bons ratos que hem passat, les risas i les xarrades m'han ajudat a desconectar un poc de l'estrés i la pressió. Especial menció mereix Jonathan, que ha tingut que aguantar hores i hores de queixes sobre infumables càlculs de diagrames a un "loop" (horribles!!!). Sempre és un plaer discutir amb tu sobre qualsevol tema, des d'un punt de vista científic o filosòfic, saps molt. Dels moments de descans i xarrades ens queda una llista (confeccionada pels dos) de quines són les pel·lícules imprescindibles, supose que en algun moment hauré de buscar temps per visionar-les.

Tembé vulc agrair als meus companys de sempre, els de Física de tota la vida, les visites al despatx i els dinars amb bona companyia. Lluís, Pacos, Roc, Sergi (els cafés també els conte), Mauro... Gràcies per les risas i els comentaris sobre les xicones de farmàcia (molt guapes totes, incluint la pelirroja).

Quasi per acabar toca parlar dels companys de pis. Mauro i Cristian, hores i hores de companyia, de risas, de xarrades, de nits de peli amb Sergi, cervetes... L'experiència de viure amb vosaltres és extraordinària. Moltes gràcies per aguantar-me.

I per finalitzar un especial agraïment als meus pares, la meua avia, els meus tios i per als meus amics que m'han animat per a que acabara aquest treball.