

# Máster en Física Avanzada

## Especialidad teórica



## Trabajo Fin de Máster

---

### ANÁLISIS DE LA UNITARIEDAD DEL SECTOR ESCALAR DEL MODELO ESTÁNDAR

Joaquín Santos Blasco

Tutor: Antonio Pich Zardoya

*Curso académico 2012/13*

La simetría gauge que fija las interacciones electrodébiles impide que las partículas que conforman el Modelo Estándar tengan masa. El mecanismo de Higgs junto con la rotura espontánea de la simetría resuelven estos problemas mediante la introducción del campo de Higgs y de tres bosones de Goldstone sin masa, que implementan las polarizaciones longitudinales de los bosones gauge  $W^\pm$  y  $Z$ . Se fundamentan estos mecanismos en base a argumentos de conservación de la unitariedad.

A partir de la construcción de teorías de campos efectivas se analizan procesos de dispersión de bosones de Goldstone desarrollando un formalismo escalar equivalente. El estudio de la unitariedad de estas teorías nos permite conocer los límites energéticos del Modelo Estándar sin Higgs. Finalmente, se plantea un escenario similar para estudiar la sensibilidad del acoplamiento del Higgs del Modelo Estándar.

# Índice

<b>1. Teoría electrodébil en el Modelo Estándar</b>	<b>4</b>
1.1. Teoría $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ . . . . .	4
1.2. Rotura espontánea de la simetría. Mecanismo de Higgs . . . . .	7
<b>2. Construcción de la teoría electrodébil en base a argumentos de unitariedad.</b>	<b>10</b>
2.1. Conceptos básicos . . . . .	10
2.2. Construcción de teorías unitarias . . . . .	11
2.3. $\nu_e + \bar{\nu}_e \rightarrow W_L^+ + W_L^-$ . . . . .	12
2.4. $W_L^- + W_L^+ \rightarrow W_L^- + W_L^+$ . . . . .	14
2.5. $W_L^- + W_L^+ \rightarrow Z_L + Z_L$ . . . . .	18
<b>3. Formalismo con bosones Goldstone</b>	<b>21</b>
3.1. Teorías de campos efectivas. . . . .	21
3.2. Teoría efectiva electrodébil quirál . . . . .	21
3.3. Lagrangiano efectivo general de la teoría electrodébil . . . . .	24
3.4. Interacción de bosones Goldstone (sin Higgs) . . . . .	26
3.5. Interacción de bosones Goldstone (con Higgs) . . . . .	29
<b>4. Estudio de la unitariedad de las teorías efectivas</b>	<b>32</b>
4.1. Amplitudes de isospín . . . . .	32
4.2. Descomposición en ondas parciales . . . . .	34
4.3. Unitariedad . . . . .	37
4.4. Unitariedad en colisiones de partículas sin espín . . . . .	39
4.5. Límites de unitariedad de los procesos con bosones Goldstone . . . . .	41
4.6. Acoplamiento escalar a los bosones gauge . . . . .	42
<b>5. Conclusiones</b>	<b>45</b>
<b>6. Proyecto de tesis doctoral</b>	<b>47</b>

Tras el gran éxito de la electrodinámica cuántica como teoría fundamental de las interacciones electromagnéticas durante la década de los 50, se trató de obtener también una teoría fundamental para las interacciones débiles. El resultado fue la teoría electrodébil, que no sólo describe las interacciones débiles sino que las unifica con el electromagnetismo en una única teoría de campos. Paralelamente, la cromodinámica cuántica se establece como la teoría de las interacciones fuertes. Estas teorías conforman el Modelo Estándar y describen todas las partículas conocidas hasta el momento y las interacciones que ocurren entre ellas (salvo la interacción gravitatoria).

El desarrollo de la teoría electrodébil se explica en gran parte debido a los avances tecnológicos, que permitieron la realización de numerosos experimentos. Son especialmente destacables el estudio de la desintegración  $\beta$  y los experimentos con neutrinos. Estas observaciones permitieron entender la naturaleza quiral de la teoría electrodébil, de forma que sólo la componente levógira (dextrógira) de los campos fermiónicos (antifermiónicos) es relevante para estas interacciones. En consecuencia, al formular una teoría asimétrica en este sentido, las simetrías discretas (paridad, conjugación de carga e inversión temporal) adquirieron un papel esencial para el entendimiento de la teoría [1].

Por otro lado, la pretensión de construir teorías con un buen comportamiento para altas energías, es decir, unitarias y renormalizables, llevó a postular la existencia de los bosones masivos mediadores de la interacción débil, los bosones  $W^\pm$  y  $Z$ . En la sección 2 se explica con detalle cómo construir teorías que preservan unitariedad. Actualmente, el desarrollo de la teoría y las observaciones de estas partículas han permitido explicar propiedades tales como la conservación del sabor en las corrientes neutras o la violación de CP.

Estructuramos la memoria del siguiente modo: dedicamos la sección 1 a realizar una breve revisión del Modelo Estándar y el Mecanismo de Higgs. En la sección 2 analizamos distintos procesos de dispersión de bosones gauge longitudinales desde la perspectiva de la construcción de teorías unitarias. Se desarrolla un formalismo escalar equivalente con bosones de Goldstone en la sección 3, a partir de la técnica de las teorías de campos efectivas. Finalmente, en la sección 4, se hace un estudio de los límites de unitariedad de los modelos planteados.

# 1. Teoría electrodébil en el Modelo Estándar

## 1.1. Teoría $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$

Se formula la teoría electrodébil aplicando el principio de simetría gauge y atendiendo a los requerimientos de quiralidad de la teoría. Se ha de construir una teoría con fermiones levógiros dispuestos en dobletes y con tres bosones masivos, además del fotón. El grupo de simetría más simple que satisface estas características es

$$G \equiv SU(2)_L \otimes U(1)_Y \quad (1)$$

donde el subíndice  $L$  hace referencia a los campos levógiros y el subíndice  $Y$ , a la hipercarga.

Al estar considerando representaciones de tipo doblete para campos de Dirac levógiros y singlete para dextrógiros, se requiere un mínimo de tres campos distintos para abordar sistemas en los que haya transiciones débiles. De esta manera, denominamos  $\psi_1(x)$  al estado doblete y  $\psi_2(x)$  y  $\psi_3(x)$  a los dos singletes. Por motivos de simplicidad se aplica la simetría gauge sobre una única familia de fermiones, aunque este principio es claramente extensible a varias. Por ejemplo, para quarks de tipo  $u$  y  $d$ :

$$\psi_1(x) = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \quad \psi_2(x) = u_R, \quad \psi_3(x) = d_R. \quad (2)$$

Una vez fijadas las bases de la simetría se construye el Lagrangiano,

$$\mathcal{L}_0 = \sum_{j=1}^3 i\bar{\psi}_j(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi_j(x), \quad (3)$$

donde los distintos campos se transforman de acuerdo al grupo de simetría  $G$

$$\begin{aligned} \psi_1(x) &\xrightarrow{G} \psi'_1(x) \equiv \exp\{iy_1\beta\}U_L\psi_1(x), \\ \psi_2(x) &\xrightarrow{G} \psi'_2(x) \equiv \exp\{iy_2\beta\}\psi_2(x), \\ \psi_3(x) &\xrightarrow{G} \psi'_3(x) \equiv \exp\{iy_3\beta\}\psi_3(x), \end{aligned} \quad (4)$$

siendo  $y_j$  las hipercargas (análogas a las cargas en electrodinámica) y  $U_L \equiv \exp\{i\frac{\sigma_i}{2}\alpha^i\}$ , con  $\sigma_i$  los tres generadores del grupo de simetría  $SU(2)_L$  (matrices de Pauli).  $\alpha^i$  y  $\beta$  parametrizan la transformación.

Se impone el principio de simetría gauge empleando las derivadas covariantes

$$\begin{aligned} D_\mu \psi_1(x) &\equiv [\partial_\mu + ig\tilde{W}_\mu(x) + ig'y_1 B_\mu(x)] \psi_1(x) , \\ D_\mu \psi_2(x) &\equiv [\partial_\mu + ig'y_2 B_\mu(x)] \psi_2(x) , \\ D_\mu \psi_3(x) &\equiv [\partial_\mu + ig'y_3 B_\mu(x)] \psi_3(x) , \end{aligned} \quad (5)$$

donde los campos  $\tilde{W}_\mu(x) \equiv \frac{\sigma_i}{2} W_\mu^i(x)$  y  $B_\mu(x)$  se transforman, respectivamente,

$$\tilde{W}_\mu \xrightarrow{G} \tilde{W}'_\mu \equiv U_L(x) \tilde{W}_\mu U_L^\dagger(x) + \frac{i}{g} \partial_\mu U_L(x) U_L^\dagger(x) , \quad (6)$$

$$B_\mu(x) \xrightarrow{G} B'_\mu(x) \equiv B_\mu(x) - \frac{1}{g'} \partial_\mu \beta(x) , \quad (7)$$

siendo  $g$  la constante de acoplamiento de  $SU(2)_L$  y  $g'$  la de  $U(1)_Y$  (que se puede tomar como unidad de la hipercarga al igual que ocurre con la carga eléctrica en electrodinámica).

Una vez construido un Lagrangiano invariante bajo transformaciones locales,

$$\mathcal{L} = \sum_{j=1}^3 i\bar{\psi}_j(x) \gamma^\mu D_\mu \psi_j(x) , \quad (8)$$

se construye un Lagrangiano cinético para los campos bosónicos

$$\mathcal{L}_{EW} = -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \frac{1}{2} \text{Tr}[\tilde{W}_{\mu\nu} \tilde{W}^{\mu\nu}] , \quad (9)$$

donde se han introducido los tensores de campo

$$\tilde{W}_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu \tilde{W}_\nu - \partial_\nu \tilde{W}_\mu + ig[\tilde{W}_\mu, \tilde{W}_\nu] , \quad \tilde{W}_{\mu\nu} \xrightarrow{G} U_L \tilde{W}_{\mu\nu} U_L^\dagger ; \quad (10)$$

$$B_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu , \quad B_{\mu\nu} \xrightarrow{G} B_{\mu\nu} . \quad (11)$$

Las interacciones de los fermiones con los mediadores  $W_\mu^i(x)$  y  $B_\mu(x)$  aparecen de forma natural al imponer la simetría gauge local en el Lagrangiano (8), dando lugar a acoplamientos con corrientes cargadas ( $W^\pm$ ) y con corrientes neutras ( $Z$  y  $\gamma$ ).

Reexpresando los campos  $W_\mu^i(x)$  según

$$\tilde{W}_\mu = \frac{\sigma^i}{2} W_\mu^i = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 & \sqrt{2}W_\mu^+ \\ \sqrt{2}W_\mu^- & -W_\mu^3 \end{pmatrix} , \quad W_\mu \equiv \frac{W_\mu^1 + iW_\mu^2}{\sqrt{2}} , \quad (12)$$

la interacción por corrientes cargadas tiene la siguiente forma (conecta fermiones que difieren en una unidad de carga):

$$\mathcal{L}_{\text{CC}} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} \{W_\mu^\dagger [\bar{u}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)d] + \text{c.c.}\} . \quad (13)$$

Por otra parte, para las corrientes neutras, introduciendo el fotón  $A_\mu$  y el bosón neutro  $Z_\mu$  según

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} , \quad (14)$$

con  $\theta_W$  el parámetro de mezcla, la densidad Lagrangiana de las corrientes neutras en términos de estos campos es

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{CN}} = & -\sum_j \bar{\psi}_j \gamma^\mu \{A_\mu [g T_3 \sin \theta_W + g' y_j \cos \theta_W] \\ & + Z_\mu [g T_3 \cos \theta_W - g' y_j \sin \theta_W]\} \psi_j . \end{aligned} \quad (15)$$

A continuación, se pretende obtener el Lagrangiano de la electrodinámica a partir de la expresión anterior. Para ello se ha de imponer ciertas restricciones sobre los parámetros de la teoría. En primer lugar, se relacionan las constantes de acoplamiento de  $SU(2)_L$  y  $U(1)_Y$  con la de la electrodinámica,  $g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W = e$ . En segundo lugar, se establece una relación entre las hipercargas, las cargas eléctricas y el isospín débil,  $Y = Q - T_3$ . Asumiendo estas consideraciones, el Lagrangiano de las corrientes neutras se reexpresa como

$$\mathcal{L}_{\text{CN}} = \mathcal{L}_{\text{QED}} + \mathcal{L}_{\text{CN}}^Z , \quad (16)$$

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = -e A_\mu \sum_j \bar{\psi}_j \gamma^\mu Q_j \psi_j \equiv -e A_\mu J_{\text{em}}^\mu , \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{CN}}^Z &= -\frac{2e}{\sin 2\theta_W} \sum_j \bar{\psi}_j \gamma^\mu (T_3 - \sin^2 \theta_W Q_j) \psi_j Z_\mu \\ &\equiv -\frac{e}{\sin 2\theta_W} J_Z^\mu Z_\mu , \end{aligned} \quad (18)$$

donde  $J_{\text{em}}^\mu$  y  $J_Z^\mu$  son las corrientes conservadas electromagnéticas y neutras, respectivamente. Cabe subrayar que en los términos de interacción anteriores:

- las corrientes neutras conservan el sabor (es decir, el tipo de quark),
- las corrientes cargadas son las únicas que inducen cambios de sabor.

## 1.2. Rotura espontánea de la simetría. Mecanismo de Higgs

Atendiendo a las ecuaciones de transformación de los campos mediadores de las interacciones electrodébiles, ecs.(6) y (7), los términos de masa de los bosones gauge,  $\frac{1}{2}m_W^2 \tilde{W}_\mu \tilde{W}^\mu$  y  $\frac{1}{2}m_B^2 B_\mu B^\mu$ , son incompatibles con la simetría impuesta: la simetría requerida prescribe partículas mediadoras sin masa y, por lo tanto, una interacción de largo alcance (potencial  $\propto r^{-1}$ ). Esta predicción teórica está en clara contradicción con las evidencias experimentales (bosones  $W^\pm$  y  $Z$  masivos y fotón sin masa). El mecanismo que permite dar masa a los bosones mediadores manteniendo la estructura gauge de las interacciones es la *rotura espontánea de la simetría*. Particularmente, se dice que la simetría del sistema se rompe de forma espontánea cuando en un Lagrangiano que tiene un conjunto degenerado de estados de mínima energía relacionados por una simetría se escoge uno de ellos como fundamental.

Consideramos el siguiente Lagrangiano, dado por el campo escalar complejo  $\phi(x)$  y el potencial  $V(\phi)$ ,

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \phi^\dagger \partial^\mu \phi - V(\phi) , \quad V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 . \quad (19)$$

Para ser un potencial físico  $\lambda > 0$ , ya que ha de tener estados de mínima energía. Tomando  $\mu^2 < 0$  se obtiene un conjunto degenerado de estados de energía mínima,

$$\phi_0(x) = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}} e^{i\theta} \equiv \frac{v}{\sqrt{2}} e^{i\theta} \quad (20)$$

con  $v = \sqrt{-\mu^2/\lambda}$ , de acuerdo con la invariancia de fase  $U(1)$  del Lagrangiano. Si se parametrizan las excitaciones sobre el estado fundamental escogido,  $\theta = 0$ , en términos de los campos reales  $\phi_1, \phi_2$  se obtiene

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} [v + \phi_1(x) + i\phi_2(x)] , \quad (21)$$

$$V(\phi) = -\frac{\lambda}{4} v^4 - \mu^2 \phi_1^2 + \lambda v \phi_1 (\phi_1^2 + \phi_2^2) + \frac{\lambda}{4} (\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 , \quad (22)$$

siendo, por tanto,  $\phi_1$  un campo de masa  $m_{\phi_1}^2 = -2\mu^2$  y  $\phi_2$  un campo sin masa.

El hecho de que haya excitaciones sin masa asociadas con el mecanismo de rotura espontánea de la simetría es un resultado general, conocido como el teorema de Goldstone. Este teorema prueba que si un Lagrangiano es invariante bajo un grupo de simetría continuo  $G$ , siendo el estado fundamental (o estado “vacío”) invariante únicamente frente a un subgrupo  $H \subset G$ , entonces existen tantas partículas escalares sin masa (bosones de Goldstone) como generadores rotos (generadores de  $G$  que no lo son de  $H$ ) [2].

Para incorporar este mecanismo al modelo electrodébil, que es invariante bajo una simetría local  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ , se considera el doblete  $SU(2)_L$  de campos escalares complejos

$$\phi(x) \equiv \begin{pmatrix} \phi^{(+)}(x) \\ \phi^{(0)}(x) \end{pmatrix}, \quad (23)$$

con un Lagrangiano equivalente al propuesto en el modelo anterior,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_S &= (D_\mu \phi)^\dagger D^\mu \phi - \mu^2 \phi^\dagger \phi - \lambda (\phi^\dagger \phi)^2, \\ D^\mu \phi &= [\partial^\mu + ig\tilde{W}^\mu + ig'y_\phi B^\mu] \phi, \end{aligned} \quad (24)$$

invariante frente a la simetría local  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  y siendo  $y_\phi = Q_\phi - T_3 = 1/2$  el valor de la hipercarga.

De nuevo, se obtienen infinitos estados de mínima energía. Identificando el estado de mínima energía  $|0\rangle$  con el estado fundamental y requiriendo que no tenga carga eléctrica, únicamente  $\phi^{(0)}(x)$  puede tomar un valor de expectación en el vacío no nulo. Por tanto, con

$$|\langle 0|\phi^{(0)}|0\rangle| = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}} = \frac{v}{\sqrt{2}}, \quad (25)$$

se rompe de manera espontánea la simetría  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  y se mantiene el subgrupo de la electrodinámica,  $U(1)_{\text{QED}}$ .

Al parametrizar el campo  $\phi(x)$  en torno al estado de vacío,

$$\phi(x) = \exp\left\{i\frac{\sigma_i}{2}\varphi_i(x)\right\} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}, \quad (26)$$

se obtienen tres campos reales,  $\varphi_i(x)$ , que involucran a tres bosones sin masa (teorema de Goldstone); y un cuarto campo real con masa,  $H(x)$ , llamado campo de Higgs. Debido a la invariancia gauge local del Lagrangiano, se escoge el gauge unitario y se obtienen nuevos términos de interacción de los campos  $W_\mu^i(x)$  y  $Z_\mu(x)$  con el campo de Higgs, que aparecen al haber roto la simetría:

$$(D_\mu \phi)^\dagger D^\mu \phi \xrightarrow{\varphi_i=0} \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H + (v + H)^2 \left\{ \frac{g^2}{4} W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{g^2}{8 \cos^2 \theta_W} Z_\mu \right\}. \quad (27)$$

La imposición de la simetría gauge sobre los bosones  $W^\pm$  y  $Z$  impide que estas partículas tengan masa. Esta condición fija también las polarizaciones transversales de los tres bosones (6 grados de libertad). Por otra parte, la implementación del mecanismo de Higgs dota al estado de vacío de un valor

de expectación  $\phi^{(0)}(x)$  no nulo, por lo que aparecen de forma natural términos de masa para los bosones  $W^\pm$  y  $Z$ , satisfaciendo

$$M_Z \cos \theta_W = M_W = \frac{1}{2}vg . \quad (28)$$

En consecuencia, se requieren tres grados de libertad adicionales para las polarizaciones longitudinales de los campos bosónicos. Son precisamente los tres bosones de Goldstone las polarizaciones longitudinales de los bosones gauge  $W^\pm$  y  $Z$ .

En resumen, al añadir un campo escalar  $\phi(x)$  al Lagrangiano electrodébil junto con la invariancia gauge local  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ , se obtiene un modelo que explica la teoría electrodébil de manera consistente. Esta simetría en presencia de vacío se rompe de manera espontánea y da lugar a la electrodinámica (que es una buena simetría de vacío). Adicionalmente, este campo escalar hace adquirir masa a los bosones propagadores de la interacción débil,  $W^\pm$  y  $Z$ , a través de la implementación de los bosones de Goldstone como sus polarizaciones longitudinales.

Por otra parte, al incluir el campo  $\phi(x)$  en el Lagrangiano aparece una nueva partícula escalar en el modelo: el bosón de Higgs,  $H$ . Recientemente, en los experimentos ATLAS y CMS, realizados en el LHC, hay claros indicios de que podría haber sido descubierta esta partícula. En efecto, los experimentos realizados muestran que la partícula encontrada es un bosón con una masa de 126 GeV, compatible con el bosón de Higgs. De confirmarse este descubrimiento, completaría el Modelo Estándar.

## 2. Construcción de la teoría electrodébil en base a argumentos de unitariedad.

### 2.1. Conceptos básicos

La ecuación del movimiento más sencilla que describe partículas de espín 1 y masa  $m$  es la ecuación de Proca:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} + m^2 A^\nu = 0, \quad F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu. \quad (29)$$

La divergencia de esta ecuación,  $m^2 \partial_\nu A^\nu = 0$ , pone de manifiesto la condición de invariancia Lorentz, restringiendo a tres los grados de libertad del campo  $A_\mu$ , como corresponde a una partícula de spin 1. A partir de las ecuaciones de Euler-Lagrange es fácil comprobar que el Lagrangiano que da lugar a esta ecuación es

$$\mathcal{L}_P = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m^2 A_\mu A^\mu, \quad (30)$$

conocido como Lagrangiano de Proca. La solución más general de esta ecuación puede escribirse en términos de operadores de creación y destrucción:

$$A_\mu = \int \frac{d^3 \vec{k}}{(2\pi)^3 2E_k} \sum_{\lambda=1}^3 \left( \epsilon_\mu(\vec{k}, \lambda) e^{-ikx} a(\vec{k}, \lambda) + \epsilon_\mu^*(\vec{k}, \lambda) e^{ikx} a^\dagger(\vec{k}, \lambda) \right), \quad (31)$$

siendo  $\epsilon_\mu(\vec{k}, \lambda)$  los cuadvectores que describen las tres polarizaciones posibles del campo y  $E_k = \sqrt{\vec{k}^2 + m^2}$ . Escogiendo un conjunto de vectores de polarización ortonormales y recordando la condición de divergencia nula se obtienen las siguientes propiedades:

$$k_\mu \epsilon^\mu(\vec{k}, \lambda) = 0, \quad \epsilon_\mu(\vec{k}, \lambda) \epsilon^\mu(\vec{k}, \lambda') = -\delta_{\lambda\lambda'}, \quad \lambda = 1, 2, 3; \quad (32)$$

$$\sum_{\lambda=1}^3 \epsilon_\mu(\vec{k}, \lambda) \epsilon_\nu(\vec{k}, \lambda) = -g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{m^2} \quad (33)$$

Convencionalmente, se elige un sistema de referencia tal que el vector de polarización longitudinal,  $\epsilon_L^\mu(\vec{k}) \equiv \epsilon^\mu(\vec{k}, 3)$ , esté orientado en la dirección del eje Z. De acuerdo con esta configuración, en el sistema  $k^\mu = (k^0, 0, 0, |\vec{k}|)$  se escoge la base:

$$\begin{aligned}
\epsilon^\mu(\vec{k}, 1) &= (0, 1, 0, 0) , \\
\epsilon^\mu(\vec{k}, 2) &= (0, 0, 1, 0) , \\
\epsilon_L^\mu(\vec{k}) &= \frac{1}{m}(|\vec{k}|, 0, 0, |k^0|) ,
\end{aligned} \tag{34}$$

En general, una posible base de vectores de polarización es

$$\epsilon_0(\vec{k}, \lambda) = \frac{1}{k^0} \vec{k} \vec{\epsilon}(\vec{k}, \lambda) , \quad \epsilon_i(\vec{k}, \lambda) = \delta_{\lambda i} + \frac{k_\lambda k_i}{m(m + k^0)} , \quad \lambda = 1, 2, 3 ; \tag{35}$$

que satisface

$$\epsilon_0(-\vec{k}, \lambda) = -\epsilon_0(\vec{k}, \lambda) , \quad \epsilon_i(-\vec{k}, \lambda) = \epsilon_i(\vec{k}, \lambda) . \tag{36}$$

Para el cálculo de procesos de tipo perturbativo que involucran partículas polarizadas longitudinalmente resulta de gran utilidad el uso de

$$\epsilon_L(\vec{k}) \cdot \epsilon_L(\vec{k}) = -1 , \quad \epsilon_L(\vec{k}) \cdot k = 0 ; \tag{37}$$

así como el desarrollo del vector de polarización en serie de potencias de  $E/m$ :

$$\epsilon_L^\mu(\vec{k}) = \frac{k^\mu}{m} + \frac{1}{2\gamma^2} \frac{Q^\mu}{m} + \dots , \quad Q^\mu = (-E, \vec{k}) . \tag{38}$$

donde  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$  y  $\vec{\beta} = \vec{k}/E$ .

## 2.2. Construcción de teorías unitarias

Una de las principales consideraciones que se han de tomar para dar consistencia a una teoría de campos es su comportamiento en un régimen de altas energías. En particular, dado un proceso de colisión a dos cuerpos,  $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ , aparecen de forma natural restricciones sobre la amplitud del proceso,  $\mathcal{M}$ . En efecto, al considerar la sección eficaz en el sistema de referencia centro de masas,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{|\vec{p}_f|}{|\vec{p}_i|} |\mathcal{M}|^2 , \tag{39}$$

es fácil reconocer que el término dominante de la amplitud no puede ser proporcional a una potencia positiva de la energía,  $\sqrt{s}$ , ya que la sección eficaz sería divergente. En otras palabras, el orden de la amplitud ha de ser  $\mathcal{O}[(\sqrt{s}/m)^0] \equiv \mathcal{O}(1)$ .

El incumplimiento de esta ecuación está directamente relacionado con la violación de unitariedad del operador de dispersión (operador de *scattering*),  $S$ , que relaciona los estados de partícula iniciales y finales. Un proceso físico o una teoría que no satisface esta condición se dice que “viola unitariedad”. En la sección 4 se realiza un estudio detallado de esta propiedad.

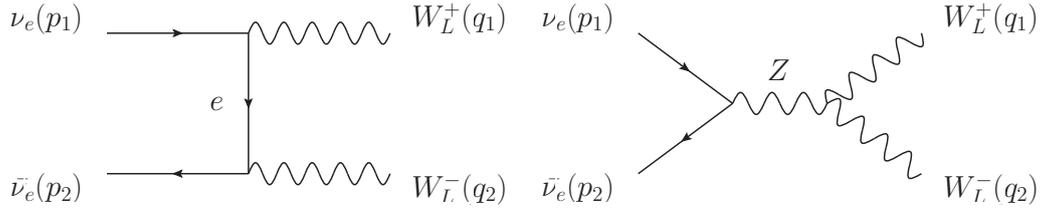
La consideración de que las teorías físicas han de ser unitarias constituye un argumento de gran importancia para su validez. Para comprender la repercusión de esta propiedad estudiamos, en primer lugar, la colisión  $\nu_e + \bar{\nu}_e \rightarrow W_L^+ + W_L^-$ . Históricamente, el análisis de este proceso fue esencial para predecir la existencia del bosón gauge  $Z$ . Posteriormente, en la cámara de burbujas Gargamelle en el año 1973 se observaron por primera vez los efectos de este bosón. Finalmente, en 1983 en los colisionadores del CERN se produjo esta partícula por primera vez.

### 2.3. $\nu_e + \bar{\nu}_e \rightarrow W_L^+ + W_L^-$

El proceso que consideramos es

$$\nu_e(p_1) + \bar{\nu}_e(p_2) \rightarrow W_L^+(q_1) + W_L^-(q_2). \quad (40)$$

Los diagramas de Feynman asociados se muestran en la figura 1. El primer diagrama,  $\mathcal{M}_\nu$ , representa una teoría de la interacción débil ya obsoleta, en la que no existe el bosón  $Z$ . Al considerar también el segundo diagrama,  $\mathcal{M}_Z$ , se recuperan los resultados que predice el Modelo Estándar. Aplicando las



**Figura 1:** Diagramas de Feynman de  $\nu_e + \bar{\nu}_e \rightarrow W_L^+ + W_L^-$ .

reglas de Feynman, se construyen sendas amplitudes:

$$\mathcal{M}_\nu = -\frac{g^2}{2t} \epsilon_{L\mu}^*(\vec{q}_1) \epsilon_{L\nu}^*(\vec{q}_2) \bar{v}_r(\vec{p}_2) \gamma^\nu P_L (\not{p}_1 - \not{q}_1) \gamma^\mu u_r(\vec{p}_1) , \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_Z &= -\frac{g^2}{2} \epsilon_{L\mu}^*(\vec{q}_1) \epsilon_{L\nu}^*(\vec{q}_2) \bar{v}_r(\vec{p}_2) \gamma^\alpha P_L u_r(\vec{p}_1) \left( -g_{\alpha\beta} + \frac{(p_1 + p_2)_\alpha (p_1 + p_2)_\beta}{M_Z^2} \right) \\ &\quad \times \frac{\Gamma^{\mu\nu\beta}(-q_1, -q_2, q_1 + q_2)}{s - M_Z^2} \\ &= \frac{g^2}{2} \epsilon_{L\mu}^*(\vec{q}_1) \epsilon_{L\nu}^*(\vec{q}_2) \bar{v}_r(\vec{p}_2) \gamma_\beta P_L u_r(\vec{p}_1) \frac{\Gamma^{\mu\nu\beta}(-q_1, -q_2, q_1 + q_2)}{s - M_Z^2} , \end{aligned} \quad (42)$$

siendo  $\Gamma_{\mu\nu\rho}(p, k, q) \equiv g_{\mu\nu}(p-k)_\rho + g_{\nu\rho}(k-q)_\mu + g_{\rho\mu}(q-p)_\nu$ . Se ha simplificado la segunda amplitud haciendo uso de la ecuación de Dirac sobre los espinores y considerando despreciable la masa de los neutrinos, de forma que

$$\not{k} u_r(\vec{k}) = 0, \quad \bar{v}_r(\vec{k}) \not{k} = 0. \quad (43)$$

A continuación, se sustituyen los vectores de polarización empleando la ecuación (38) en primera aproximación,  $\epsilon_{L\mu}(\vec{k}) = k_\mu/M_W$ , y se simplifica el resultado debido a la conservación del cuadrimomento,  $q_1 = p_1 + p_2 - q_2$ , y a la ecuación de Dirac:

$$\mathcal{M}_\nu = \frac{1}{2M_W^2} \bar{v}_r(\vec{p}_2) \not{q}_2 P_L u_r(\vec{p}_1) + \mathcal{O}(1), \quad (44)$$

$$\mathcal{M}_Z = -\frac{1}{2M_W^2} \bar{v}_r(\vec{p}_2) \not{q}_2 P_L u_r(\vec{p}_1) + \mathcal{O}(1). \quad (45)$$

Si se omite la existencia del bosón  $Z$  y se considera únicamente el primer diagrama, la amplitud resultante es proporcional a  $(\sqrt{s}/M_W)^2$  por lo que el proceso viola unitariedad. En cambio, al sumar las dos contribuciones se obtiene

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_\nu + \mathcal{M}_Z = \mathcal{O}(1), \quad (46)$$

de manera que el término dominante de la amplitud global es una constante. Por lo tanto, el proceso estudiado ya no presenta un comportamiento divergente para altas energías. Cabe destacar que es la simetría gauge la que explica esta cancelación, ya que es la responsable de fijar el acoplamiento de autointeracción de los bosones gauge (ZWW).

Por otra parte, para calcular la sección eficaz de  $\nu_e + \bar{\nu}_e \rightarrow W_L^+ W_L^-$ , cuyo cálculo se omite en este trabajo, se ha de considerar una mejor aproximación para el vector de polarización, ec.(38). El resultado es

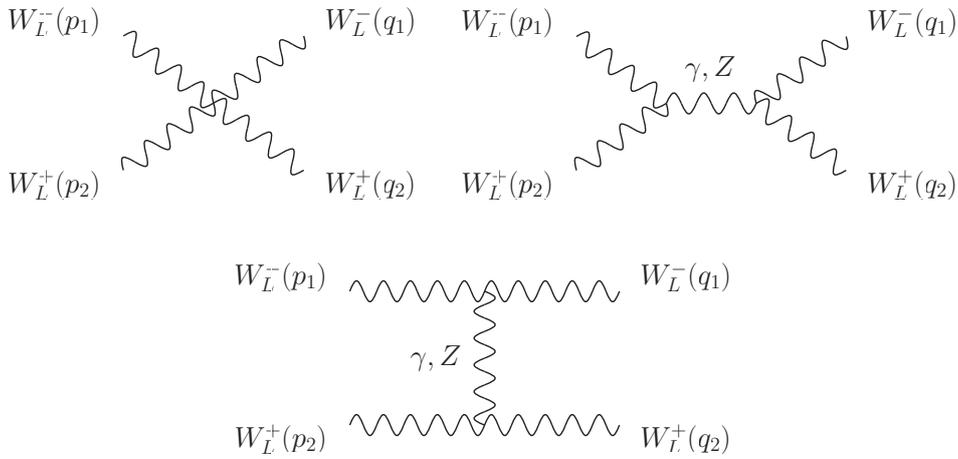
$$\sigma_{CM} = \frac{g^4(2M_W^2 - M_Z^2)^2}{2^9 3\pi M_W^4} \frac{1}{s} + \mathcal{O}(s^{-2}). \quad (47)$$

En efecto, se aprecia de forma explícita cómo el término dominante decrece con la energía y se evitan las divergencias.

## 2.4. $W_L^- + W_L^+ \rightarrow W_L^- + W_L^+$

El proceso que se estudia en esta sección es la colisión elástica de  $W^- W^+$ :

$$W_L^-(p_1) + W_L^+(p_2) \rightarrow W_L^-(q_1) + W_L^+(q_2). \quad (48)$$



**Figura 2:** Diagramas de Feynman de  $W_L^- + W_L^+ \rightarrow W_L^- + W_L^+$  sin Higgs.

En primer lugar, se aborda su estudio sin considerar la contribución del bosón de Higgs. Posteriormente, se incorpora esta partícula y se valora su efecto en la teoría. Los diagramas de Feynman del proceso en un modelo sin bosón de Higgs se muestran en la figura 2. Nos referimos a sus amplitudes como  $\mathcal{M}_4$  para el diagrama que involucra el vértice cuártico;  $\mathcal{M}_{s\gamma}$  y  $\mathcal{M}_{sZ}$ , para los diagramas de canal s; y  $\mathcal{M}_{t\gamma}$  y  $\mathcal{M}_{tZ}$ , para el canal t. Denotamos  $\mathcal{M}_0$  a la suma de sus contribuciones (sin Higgs).

$$\mathcal{M}_4 = g^2 \epsilon_L^\alpha(\vec{p}_1) \epsilon_L^\beta(\vec{p}_2) \epsilon_L^{*\gamma}(\vec{q}_1) \epsilon_L^{*\delta}(\vec{q}_2) (2g_{\alpha\delta}g_{\beta\gamma} - g_{\alpha\gamma}g_{\beta\delta} - g_{\alpha\beta}g_{\gamma\delta}) , \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{s\gamma} &= \frac{e^2}{s} \epsilon_L^\alpha(\vec{p}_1) \epsilon_L^\beta(\vec{p}_2) \epsilon_L^{*\gamma}(\vec{q}_1) \epsilon_L^{*\delta}(\vec{q}_2) g^{\mu\nu} \\ &\quad \times \Gamma_{\alpha\beta\mu}(p_1, p_2, -p_1 - p_2) \Gamma_{\gamma\delta\nu}(-q_1, -q_2, q_1 + q_2) , \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{sZ} &= \frac{g^2 \cos^2 \theta_W}{t - M_Z^2} \epsilon_L^\alpha(\vec{p}_1) \epsilon_L^\beta(\vec{p}_2) \epsilon_L^{*\gamma}(\vec{q}_1) \epsilon_L^{*\delta}(\vec{q}_2) \left( g^{\mu\nu} - \frac{(p_1 + p_2)^\mu (p_1 + p_2)^\nu}{M_Z^2} \right) \\ &\quad \times \Gamma_{\alpha\beta\mu}(p_1, p_2, -p_1 - p_2) \Gamma_{\gamma\delta\nu}(-q_1, -q_2, q_1 + q_2) , \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{t\gamma} &= \frac{e^2}{t} \epsilon_L^\alpha(\vec{p}_1) \epsilon_L^\beta(\vec{p}_2) \epsilon_L^{*\gamma}(\vec{q}_1) \epsilon_L^{*\delta}(\vec{q}_2) g^{\mu\nu} \\ &\quad \times \Gamma_{\alpha\gamma\mu}(p_1, -q_1, -p_1 + q_1) \Gamma_{\beta\delta\nu}(p_2, -q_2, -p_2 + q_2) , \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{tZ} &= \frac{g^2 \cos^2 \theta_W}{t - M_Z^2} \epsilon_L^\alpha(\vec{p}_1) \epsilon_L^\beta(\vec{p}_2) \epsilon_L^{*\gamma}(\vec{q}_1) \epsilon_L^{*\delta}(\vec{q}_2) \left( g^{\mu\nu} - \frac{(p_1 - q_1)^\mu (p_1 - q_1)^\nu}{M_Z^2} \right) \\ &\quad \times \Gamma_{\alpha\gamma\mu}(p_1, -q_1, -p_1 + q_1) \Gamma_{\beta\delta\nu}(p_2, -q_2, -p_2 + q_2) , \end{aligned} \quad (53)$$

Las amplitudes resultantes tienen términos dominantes proporcionales a  $s^2$  a nivel árbol, como cabe esperar en un proceso que involucra a cuatro bosones gauge. En consecuencia, la aproximación de los vectores de polarización por su término dominante es insuficiente para poder estudiar la unitariedad de la interacción. En su lugar, se emplea la siguiente configuración cinemática:

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{\sqrt{s}}{2}(1, 0, 0, \beta) , & p_2 &= (p_1^0, -\vec{p}_1) , \\ q_1 &= \frac{\sqrt{s}}{2}(1, \beta \sin \phi, 0, \beta \cos \phi) , & q_2 &= (q_1^0, -\vec{q}_1) ; \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_L(\vec{p}_1) &= \frac{\sqrt{s}}{2M_W}(\beta, 0, 0, 1) , & \epsilon_L(\vec{p}_2) &= (\epsilon_L^0(\vec{p}_1), -\vec{\epsilon}_L(\vec{p}_1)) , \\ \epsilon_L(\vec{q}_1) &= \frac{\sqrt{s}}{2M_W}(\beta, \sin \phi, 0, \cos \phi) , & \epsilon_L(\vec{q}_2) &= (\epsilon_L^0(\vec{q}_1), -\vec{\epsilon}_L(\vec{q}_1)) ; \end{aligned} \quad (55)$$

siendo  $\phi$  el ángulo característico de la dispersión en el centro de masas (figura 3).

A continuación, se sustituyen las expresiones de los vectores de polarización en el cálculo de las amplitudes y se desarrolla el resultado en serie de potencias de la energía, despreciando términos de orden  $(\sqrt{s}/M_W)^{-2}$  e inferiores. Se utilizan las relaciones  $g = e/\sin \theta_W$  y  $M_Z = M_W/\cos \theta_W$ . Los resultados se expresan en términos de la energía y del ángulo  $\phi$ :

$$\mathcal{M}_4 = g^2 \left[ \frac{1}{16}(-3 + 6 \cos \phi + \cos^2 \phi) \frac{s^2}{M_W^4} + \frac{1}{2}(1 - 3 \cos \phi) \frac{s}{M_W^2} \right], \quad (56)$$

$$\mathcal{M}_{s\gamma} = g^2 s_W^2 \left[ -\frac{1}{4} \cos \phi \frac{s^2}{M_W^4} + 3 \cos \phi \right], \quad (57)$$

$$\mathcal{M}_{sZ} = g^2 c_W^2 \left[ -\frac{1}{4} \cos \phi \frac{s^2}{M_W^4} - \frac{1}{4} \frac{\cos \phi}{c_W^2} \frac{s}{M_W^2} + \left( 3 - \frac{1}{4c_W^4} \right) \cos \phi \right], \quad (58)$$

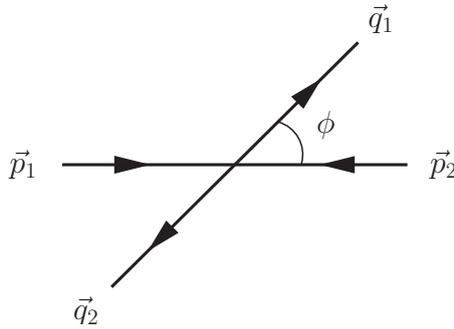
$$\mathcal{M}_{t\gamma} = g^2 s_W^2 \left[ \frac{1}{8}(3 + \cos \phi) \sin^2 \frac{\phi}{2} \frac{s^2}{M_W^4} + 2 \cos \phi \frac{s}{M_W^2} - \frac{1}{\cos \phi - 1} (2 + \cos \phi + \cos 2\phi) \right], \quad (59)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{tZ} = g^2 c_W^2 & \left[ \frac{1}{8}(3 + \cos \phi) \sin^2 \frac{\phi}{2} \frac{s^2}{M_W^4} + \frac{1}{8} \left( -3 + (-1 + 16c_W^2) \frac{\cos \phi}{c_W^2} \right) \frac{s}{M_W^2} \right. \\ & + \frac{1}{4c_W^4(\cos \phi - 1)} \left( (3 - 5c_W^2 + 8c_W^4) \right. \\ & \left. \left. + (1 - 12c_W^2 + 4c_W^4) \cos \phi + (c_W^2 + 4c_W^4) \cos 2\phi \right) \right]. \quad (60) \end{aligned}$$

con  $c_W \equiv \cos \theta_W$  y  $s_W \equiv \sin \theta_W$ . Al sumar todas las contribuciones, los términos dominantes de cada una de ellas se cancelan y dan lugar a

$$\mathcal{M}_0 = g^2 \left[ \frac{1}{8} (1 + \cos \phi) \frac{s}{M_W^2} - \frac{(7 - 6 \cos^2 \theta_W) + 8 \cos^2 \theta_W \cos \phi + (1 - 2 \cos^2 \theta_W) \cos 2\phi}{8 \cos^2 \theta_W (\cos \phi - 1)} \right]. \quad (61)$$

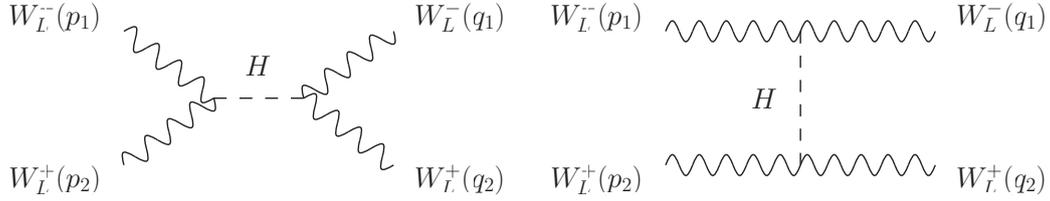
La amplitud resultante ya no es proporcional a  $s^2/M_W^4$ , sino que esta dependencia se ha reducido en un orden. De nuevo, esta cancelación es debida



**Figura 3:** Esquema cinemático de una colisión en el sistema de referencia centro de masas.

a la simetría gauge, pero en este caso no es suficiente ya que la amplitud aún tiene un comportamiento divergente a altas energías. La unitariedad se restaura al incorporar una nueva partícula a la teoría, el bosón de Higgs, que da lugar a nuevas interacciones. Esta propiedad, junto con la capacidad de dotar de masa al resto de partículas del Modelo Estándar, fueron los principales argumentos que llevaron a postular la existencia de esta partícula escalar.

Los diagramas de Feynman debidos al bosón de Higgs para el proceso que estamos considerando se muestran en la figura 4. De nuevo, nos referimos a estos según su canal de interacción,  $\mathcal{M}_{sH}$  y  $\mathcal{M}_{tH}$  respectivamente. Para el cálculo de las amplitudes se expande el propagador de Higgs en serie de potencias. Se obtiene



**Figura 4:** Contribuciones adicionales a  $W_L^- + W_L^+ \rightarrow W_L^- + W_L^+$  debidas al bosón de Higgs.

$$\mathcal{M}_{sH} = g^2 \left[ -\frac{1}{4} \frac{s}{M_W^2} - \frac{1}{4} \frac{M_H^2 - 4M_W^2}{M_W^2} \right], \quad (62)$$

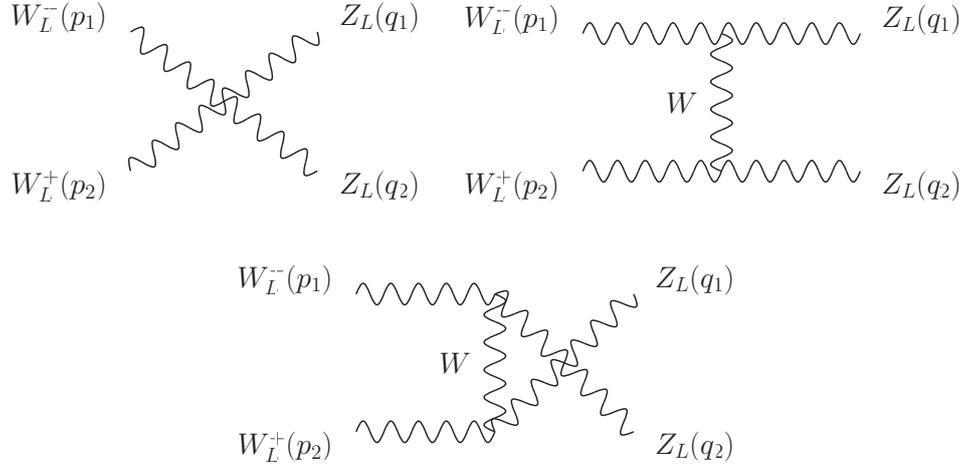
$$\mathcal{M}_{tH} = g^2 \left[ \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\phi}{2} \frac{s}{M_W^2} - \frac{1}{4} \frac{M_H^2 + (1 + \cos \phi)2M_W^2}{M_W^2} \right]. \quad (63)$$

La suma de ambos resultados,  $\mathcal{M}_H$ , representa la amplitud debida a esta partícula:

$$\mathcal{M}_H = g^2 \left[ -\frac{1}{8} (1 + \cos \phi) \frac{s}{M_W^2} - \frac{M_H^2 - (1 - \cos \phi)M_W^2}{2M_W^2} \right]. \quad (64)$$

Al añadir esta contribución a las obtenidas anteriormente se obtiene la amplitud resultante del proceso de colisión:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= \frac{g^2 \operatorname{cosec}^2(\phi/2)}{16 \cos^2 \theta_W M_W^2} (4(\cos \phi - 1) \cos^2 \theta_W M_H^2 + (7 + \cos 2\phi)M_W^2) \\ &= \mathcal{O}(1). \end{aligned} \quad (65)$$



**Figura 5:** Diagramas de Feynman de  $W_L^- + W_L^+ \rightarrow Z_L + Z_L$  sin Higgs.

El resultado obtenido es consistente con la conservación de la unitariedad. Con la adición del bosón de Higgs se ha eliminado la dependencia con la energía del término dominante de la amplitud.

## 2.5. $W_L^- + W_L^+ \rightarrow Z_L + Z_L$

A continuación, analizamos otro proceso de colisión de bosones vectoriales. De nuevo, consideramos primero la interacción sin tener en cuenta los acoplamientos con el bosón de Higgs (figura 5).

$$W_L^-(p_1) + W_L^+(p_2) \rightarrow Z_L(q_1) + Z_L(q_2). \quad (66)$$

Al igual que en la sección anterior nos referimos a cada uno de los posibles diagramas de Feynman según su canal de interacción. De esta manera, denotamos  $\mathcal{M}_4$  a la amplitud resultante término con el vértice cuártico y  $\mathcal{M}_t$  y  $\mathcal{M}_u$  a los diagramas referidos a los canales  $t$  y  $u$ , respectivamente.

$$\mathcal{M}_4 = -g^2 c_W^2 \epsilon_L^\alpha(\vec{p}_1) \epsilon_L^\beta(\vec{p}_2) \epsilon_L^{*\gamma}(\vec{q}_1) \epsilon_L^{*\delta}(\vec{q}_2) (2g_{\alpha\beta} g_{\gamma\delta} - g_{\alpha\gamma} g_{\beta\delta} - g_{\alpha\delta} g_{\beta\gamma}) , \quad (67)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_t &= \frac{g^2 c_W^2}{t - M_W^2} \epsilon_L^\alpha(\vec{p}_1) \epsilon_L^\beta(\vec{p}_2) \epsilon_L^{*\gamma}(\vec{q}_1) \epsilon_L^{*\delta}(\vec{q}_2) \left( g^{\mu\nu} - \frac{(p_1 - q_1)^\mu (q_2 - p_2)^\nu}{M_W^2} \right) \\ &\quad \times \Gamma_{\alpha\gamma\mu}(p_1, -q_1, -p_1 + q_1) \Gamma_{\beta\delta\nu}(p_2, -q_2, -p_2 + q_2) , \end{aligned} \quad (68)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_u &= \frac{g^2 c_W^2}{u - M_W^2} \epsilon_L^\alpha(\vec{p}_1) \epsilon_L^\beta(\vec{p}_2) \epsilon_L^{*\gamma}(\vec{q}_1) \epsilon_L^{*\delta}(\vec{q}_2) \left( g^{\mu\nu} - \frac{(p_1 - q_2)^\mu (q_1 - p_2)^\nu}{M_W^2} \right) \\ &\quad \times \Gamma_{\alpha\gamma\mu}(p_1, -q_2, -p_1 + q_2) \Gamma_{\beta\delta\nu}(p_2, -q_1, -p_2 + q_1) . \end{aligned} \quad (69)$$

Como en el caso anterior, no se pueden tomar las expresiones aproximadas para los vectores de polarización debido a que los términos dominantes de las amplitudes resultantes son proporcionales a  $s^2$  a nivel árbol. En consecuencia, se ha de emplear la misma configuración cinemática que en la colisión previa (figura 3) y unas expresiones para los vectores de polarización análogas, ecs.(54) y ec.(55), con la salvedad de que en este caso las partículas iniciales y finales no son las mismas. Se obtienen los siguientes resultados, expresados en serie de potencias de energía,

$$\mathcal{M}_4 = g^2 \left[ \frac{c_W^4}{16} (-5 + \cos 2\phi) \frac{s^2}{M_W^4} + \frac{c_W^2}{2} (1 + 2c_W^2) \frac{s}{M_W^2} \right] , \quad (70)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_t &= g^2 \left[ \frac{c_W^4}{8} (3 + \cos \phi) \sin^2 \frac{\phi}{2} \frac{s^2}{M_W^4} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{8} \left( (1 - 2c_W^2 - 2c_W^4) + (-1 + 10c_W^2 + 6c_W^4) \cos \phi \right) \frac{s}{M_W^2} \right] , \end{aligned} \quad (71)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_u &= g^2 \left[ \frac{c_W^4}{8} (3 - \cos \phi) \cos^2 \frac{\phi}{2} \frac{s^2}{M_W^4} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{8} \left( (1 - 2c_W^2 - 2c_W^4) - (-1 + 10c_W^2 + 6c_W^4) \cos \phi \right) \frac{s}{M_W^2} \right] , \end{aligned} \quad (72)$$

en los que se desprecian los términos de orden  $\mathcal{O}(1)$  e inferiores.

A continuación, se suman las tres contribuciones y se calcula la amplitud resultante sin tener en cuenta la presencia del Higgs,

$$\mathcal{M}_0 = g^2 \left[ \frac{1}{4} \frac{s}{M_W^2} + \frac{(-1 + 6c_W^2) + (1 + 2c_W^2) \cos 2\phi}{4c_W^2 \sin^2 \phi} \right] + \mathcal{O}(1) . \quad (73)$$

La cancelación obtenida en  $\mathcal{M}_0$  es insuficiente, ya que el término dominante aún es de orden  $s/M_W^2$  y viola unitariedad. Para solventar este inconveniente

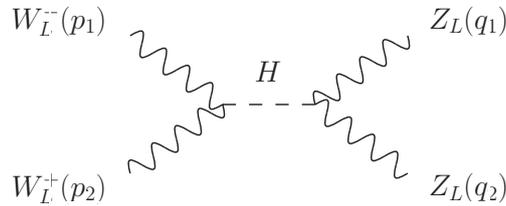
se considera el acoplamiento del bosón de Higgs (figura 6). La amplitud que se deriva de esta incorporación es:

$$\mathcal{M}_H = g^2 \left[ -\frac{1}{4} \frac{s}{M_W^2} + \frac{2M_W^2 + (2M_W^2 - M_H^2)c_W}{4M_W^2 c_W} \right] + \mathcal{O}[(s/M_W^2)^{-1}], \quad (74)$$

Al añadir el cálculo de este diagrama se obtiene la amplitud final del proceso:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & \frac{g^2 \operatorname{cosec}^2(\phi)}{8M_W^2} \left( (-M_H^2 + 14M_W^2) + (M_H^2 + 2M_W^2) \cos \phi \right) \\ & + \mathcal{O}[(s/M_W^2)^{-1}] = \mathcal{O}(1). \end{aligned} \quad (75)$$

En resumen, los dos procesos estudiados de colisión de bosones gauge vectoriales polarizados longitudinalmente han requerido la adición de un acoplamiento escalar a la teoría para poder restaurar la unitariedad de la misma. En ausencia de esta partícula, los dos procesos mostrarían un comportamiento divergente para altas energías. Además de las colisiones estudiadas, existen otras muchas que requieren la existencia de este acoplamiento escalar para anular problemas de unitariedad y que omitimos en la memoria. No obstante, los procesos analizados nos permiten captar la relevancia de construir teorías que preservan esta propiedad, ya sea en el caso del bosón gauge  $Z$  en la sección 2.3 como con el bosón de Higgs en los apartados 2.4 y 2.5.



**Figura 6:** Contribución adicional a  $W_L^- + W_L^+ \rightarrow Z_L + Z_L$  debida al bosón de Higgs.

## 3. Formalismo con bosones Goldstone

### 3.1. Teorías de campos efectivas.

Las teorías de campos efectivas (*Effective Field Theories*, EFTs) son el marco teórico adecuado para describir el régimen de bajas energías de una teoría subyacente. Estas teorías únicamente tienen en cuenta los grados de libertad de la teoría por debajo de una determinada escala, siendo que las excitaciones de mayor energía son eliminadas de la acción y quedan ocultas en las constantes de acoplamiento. Para que una teoría efectiva sea consistente, debe existir una separación considerable en el espectro energético entre los estados ligeros y los pesados. Por otra parte, al existir una escala en la energía, es posible organizar las interacciones del Lagrangiano efectivo en serie de potencias de su energía en relación a esta escala. Esto establece un orden natural que permite que la teoría sea renormalizable orden a orden [2].

La principal finalidad de las teorías de campos efectivas es la construcción de teorías desconocidas en su nivel fundamental a través del estudio de las simetrías que presentan los estados ligeros. Este formalismo permite parametrizar la nueva física en términos de las constantes de acoplamiento. Ejemplos de teorías efectivas basadas en esta idea son la teoría electrodébil quiral, que desarrollamos en el siguiente apartado, o la teoría de Fermi, que reduce las interacciones entre los bosones mediadores  $W^\pm$  a una interacción de contacto parametrizada en la constante de Fermi,  $G_F$ . Sin embargo, el uso de las teorías efectivas no siempre se debe al desconocimiento de las teorías subyacentes. En muchos casos, este formalismo se emplea porque la teoría fundamental no es directamente aplicable en el régimen de bajas energías. El ejemplo paradigmático es QCD ya que, debido al confinamiento, no tiene estados asintóticos de quarks y gluones. En cambio, al conocer las simetrías de la interacción fuerte es posible construir una teoría efectiva en términos de hadrones.

### 3.2. Teoría efectiva electrodébil quiral

El estudio de la teoría electrodébil en base a principios de simetría gauge y la rotura espontánea de la simetría junto con el mecanismo de Higgs nos han permitido elaborar una teoría unitaria que está de acuerdo con los resultados experimentales. A pesar de este gran éxito, el formalismo del Modelo Estándar no es el más adecuado para estudiar directamente este mecanismo ni la dinámica subyacente a la rotura de la simetría. Por este motivo, es particularmente interesante desarrollar teorías efectivas referidas al sector

escalar del Modelo Estándar, con el propósito de estudiar esta dinámica y, a su vez, comprobar la consistencia del Modelo.

Para elaborar una teoría efectiva quiral de las interacciones electrodébiles conviene reexpresar el campo de Higgs en términos de la matriz

$$\Sigma \equiv \begin{pmatrix} \phi^{(0)*} & \phi^{(+)} \\ -\phi^{(-)} & \phi^{(0)} \end{pmatrix}, \quad (76)$$

de forma que el Lagrangiano escalar, ec.(24), se reescribe como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_S &= \frac{1}{2} \text{Tr}[(D_\mu \Sigma)^\dagger D^\mu \Sigma] - \frac{1}{2} \mu^2 \text{Tr}[\Sigma^\dagger \Sigma] - \frac{1}{2} \lambda \text{Tr}[(\Sigma^\dagger \Sigma)(\Sigma^\dagger \Sigma)] \\ &= \frac{1}{2} \text{Tr}[(D_\mu \Sigma)^\dagger D^\mu \Sigma] - \frac{1}{16} \lambda (\text{Tr}[\Sigma^\dagger \Sigma] - v^2)^2, \end{aligned} \quad (77)$$

siendo  $D_\mu$  la derivada covariante:

$$D_\mu \Sigma \equiv \partial_\mu \Sigma - ig \tilde{W}_\mu \Sigma + \frac{i}{2} g' B_\mu \Sigma \sigma_3. \quad (78)$$

La notación matricial muestra de forma explícita que el potencial de Higgs es función de  $\text{Tr}[\Sigma^\dagger \Sigma]$ . En consecuencia, es invariante bajo transformaciones del grupo de simetría quiral  $G \equiv SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ :

$$\Sigma \xrightarrow{G} U_L \Sigma U_R^\dagger, \quad U_L, U_R \in SU(2), \quad (79)$$

Al efectuar la misma transformación sobre el Lagrangiano completo el término de la derivada covariante con  $\sigma_3$  rompe esta simetría. Así pues, en el límite  $g' \rightarrow 0$  el Lagrangiano es invariante bajo  $G$ , de forma que los campos gauge  $\tilde{W}_\mu$  se transforman como un triplete bajo  $SU(2)_L$  y como un singlete bajo  $SU(2)_R$  [3].

El valor de expectación en el vacío adquiere la forma

$$\Sigma^{(0)} = \begin{pmatrix} v^* & 0 \\ 0 & v \end{pmatrix}. \quad (80)$$

Parametrizando las excitaciones de los campos en torno a esta configuración de mínima energía, se realiza una descomposición polar del campo  $\Sigma(x)$ ,

$$\Sigma(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} [v + H(x)] U(\Phi(x)), \quad U(\Phi(x)) = \exp \left\{ i \frac{\Phi(x)}{v} \right\}, \quad (81)$$

con

$$\Phi(x) = \sigma_i \varphi_i(x) = \begin{pmatrix} \varphi^0 & \sqrt{2} \varphi^- \\ \sqrt{2} \varphi^+ & -\varphi^0 \end{pmatrix}; \quad (82)$$

en términos del campo de Higgs,  $H(x)$ , y los bosones Goldstone,  $\varphi_i(x)$ . Hemos reescrito estos últimos estados en términos de sus estados físicos  $\varphi^\pm(x)$  y  $\varphi^0(x)$ , definidos como

$$\varphi^\pm \equiv \frac{\varphi_1 \pm i\varphi_2}{\sqrt{2}} , \quad \varphi^0 = \varphi_3 . \quad (83)$$

Atendiendo a esta descomposición, la simetría inducida por el grupo  $G$  queda espontáneamente rota:

$$SU(2)_L \otimes SU(2)_R \rightarrow SU(2)_{L+R} \equiv SU(2)_C , \quad (84)$$

donde el subíndice  $C$  se refiere al grupo de simetría llamado generalmente “grupo custodial”. Este mecanismo se denomina “rotura espontánea de la simetría quiral” (SCSB).

Al tomar el límite  $\lambda \gg 1$  (aproximación de Higgs pesado), se reexpresa el Lagrangiano escalar, ec.(77), en función de  $U(\Phi)$ . Cabe destacar que, aunque el Lagrangiano es invariante bajo la acción del grupo de simetría quiral, es altamente no lineal con los bosones Goldstone. No obstante, se puede realizar una expansión de esta matriz exponencial en términos de  $\Phi(x)/v$ , apareciendo de forma natural el valor de expectación del vacío,  $v$ , como escala natural para la energía. En consecuencia, esto nos permite formular un Lagrangiano quiral efectivo de bajas energías de la teoría electrodébil organizado en potencias crecientes de momento:

$$\mathcal{L}_{ef}(U(\Phi)) = \sum_n \mathcal{L}^{(2n)} . \quad (85)$$

Esta estructura del Lagrangiano es equivalente a considerar el número de derivadas: necesariamente par debido a la conservación de paridad. Además, debido a la unitariedad de  $U(\Phi)$ , se requieren al menos dos derivadas para generar una interacción no trivial, de manera que

$$\mathcal{L}_0^{(2)} = \frac{v^2}{4} \text{Tr}[(D_\mu U)^\dagger D^\mu U] , \quad (86)$$

con  $D_\mu U \equiv \partial_\mu U - ig\tilde{W}_\mu U + \frac{i}{2}g'B_\mu U \sigma_3$ . Esta ecuación representa el orden más bajo del Lagrangiano quiral efectivo, que empleamos como referencia en secciones posteriores. Al considerar el límite de masa infinita para el bosón de Higgs, se puede apreciar cómo el Lagrangiano escalar se reduce a un Lagrangiano Goldstone. En general, utilizamos el subíndice 0 para indicar que un modelo no incluye explícitamente al bosón de Higgs. Efectivamente, al tomar el gauge unitario,

$$\mathcal{L}_0^{(2)} \xrightarrow{U=1} M_W^2 W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{1}{2}M_Z^2 Z_\mu Z^\mu , \quad (87)$$

se recuperan los términos de masa asociados a las componentes longitudinales de los bosones gauge.

En resumen, el formalismo escalar desarrollado se manifiesta como el más idóneo para estudiar la interacción de los bosones gauge, a través de procesos de dispersión de bosones Goldstone (sección 3.4). Por otra parte, este Lagrangiano no permite analizar los efectos producidos por la interacción con el bosón de Higgs. Para ello, es preciso estudiar los efectos de las contribuciones inherentes al modelo a través de órdenes superiores. Para este propósito, es necesario construir una teoría efectiva electrodébil más general.

### 3.3. Lagrangiano efectivo general de la teoría electrodébil

La rotura espontánea de la simetría quiral (SCSB) de la teoría electrodébil ocurre de forma lineal a través de la presencia de un campo escalar, el campo de Higgs, el cual adquiere un valor de expectación de vacío no nulo. Partiendo de un planteamiento más general, pretendemos construir un Lagrangiano efectivo de la teoría electrodébil en el cual los únicos estados ligeros producidos por la rotura de la simetría global son los bosones Goldstone y en el que no aparece el bosón de Higgs. Así pues, los leptones, quarks y los bosones gauge son las únicas partículas que conforman esta teoría efectiva. Como contrapartida, al no aparecer ningún campo de Higgs, la rotura de la simetría tiene lugar de manera no lineal a través de la matriz  $U(\Phi)$ , que incluye los bosones Goldstone. Debido a este hecho, la composición de este Lagrangiano involucra numerosas constantes de acoplamiento que se han de obtener experimentalmente partiendo de teorías más fundamentales. Si se escogen ciertas constantes de acoplamiento y se trabaja en un régimen de energías bajas en relación a la masa del Higgs, se puede comprobar que este Lagrangiano efectivo reproduce el Modelo Estándar [2, 4].

El Lagrangiano efectivo de orden más bajo que se obtiene es

$$\mathcal{L}_{EW} = \mathcal{L}_\psi + \mathcal{L}_Y + \mathcal{L}_B . \quad (88)$$

$\mathcal{L}_\psi$  representa al Lagrangiano cinético usual. El término  $\mathcal{L}_Y$  describe las interacciones entre los distintos fermiones (quarks y leptones) a través de las matrices  $M_q$  y  $M_l$ :

$$\mathcal{L}_Y = -\bar{q}_L U M_q q_R - \bar{l}_L U M_l l_R + \text{h.c.} . \quad (89)$$

Por último,  $\mathcal{L}_B$  es el Lagrangiano bosónico, definido como

$$\mathcal{L}_B = -\frac{1}{2} \text{Tr}[\tilde{W}_{\mu\nu} \tilde{W}^{\mu\nu} + B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}] + \frac{v^2}{4} \text{Tr}[D_\mu U^\dagger D^\mu U] , \quad (90)$$

siendo  $\tilde{W}_{\mu\nu}$  y  $B_{\mu\nu}$  los tensores introducidos en las expresiones (10) y (11), con sus respectivas reglas de transformación. Debido a las similitudes que presenta este Lagrangiano efectivo generalizado con el Lagrangiano efectivo quiral el apartado previo, ec.(86), en muchas ocasiones se le conoce como la representación quiral del Modelo Estándar. No obstante, no obedecen al mismo grupo de simetría local: este Lagrangiano es invariante bajo el grupo  $G \equiv SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  (Modelo Estándar).

Al igual que en el apartado anterior, la conservación de paridad permite expandir el Lagrangiano en serie de potencias de momento pares (número par de derivadas). Además, para el orden más bajo se obtiene el mismo resultado que en la sección previa (86). No obstante, esta coincidencia no es casual, ya que es el Lagrangiano más general posible, consistente con la simetría quiral, con 2 derivadas.

Para poder estudiar la consistencia del Lagrangiano formulado es preciso estudiar el siguiente orden, a partir del cual es posible extraer nueva información física. Su expresión más general requiere de 15 constantes de acoplamiento independientes, tales que

$$\mathcal{L}_{EW}^{(4)} = \sum_{i=0}^{14} a_i O_i . \quad (91)$$

A continuación, se muestra cada uno de los términos que compone este Lagrangiano efectivo [2]:

$$\begin{aligned} O_0 &= \frac{v^2}{4} \text{Tr}\{TV_\mu\}^2 \\ O_1 &= \frac{igg'}{2} B_{\mu\nu} \text{Tr}\{T\tilde{W}^{\mu\nu}\} & O_2 &= -\frac{ig'}{2} B_{\mu\nu} \text{Tr}\{T[V^\mu, V^\nu]\} , \\ O_3 &= -g \text{Tr}\{\tilde{W}_{\mu\nu}[V^\mu, V^\nu]\} , & O_4 &= \text{Tr}\{V_\mu V_\nu\} \text{Tr}\{V^\mu V^\nu\} \\ O_5 &= \text{Tr}\{V_\mu V^\mu\}^2 , & O_6 &= \text{Tr}\{V_\mu V_\nu\} \text{Tr}\{TV^\mu\} \text{Tr}\{TV^\nu\} , \\ O_7 &= \text{Tr}\{V_\mu V^\mu\} \text{Tr}\{TV_\nu\}^2 , & O_8 &= \frac{g^2}{4} \text{Tr}\{T\tilde{W}_{\mu\nu}\}^2 , \quad (92) \\ O_9 &= -\frac{g}{2} \text{Tr}\{T\tilde{W}_{\mu\nu}\} \text{Tr}\{T[V^\mu, V^\nu]\} , & O_{10} &= (\text{Tr}\{TV^\mu\} \text{Tr}\{TV^\nu\})^2 , \\ O_{11} &= \text{Tr}\{(D_\mu V^\mu)^2\} , & O_{12} &= \text{Tr}\{TD_\mu D_\nu V^\nu\} \text{Tr}\{TV^\mu\} , \\ O_{13} &= \frac{1}{2} \text{Tr}\{TD_\mu V_\nu\}^2 , & O_{14} &= -ig\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \text{Tr}\{\tilde{W}_{\mu\nu} V_\rho\} \text{Tr}\{TV_\sigma\} , \end{aligned}$$

donde se han empleado las variables

$$T \equiv U\sigma_3 U^\dagger , \quad V_\mu \equiv D_\mu U U^\dagger , \quad D_\mu V_\nu \equiv \partial_\mu - ig [\tilde{W}_\mu, V_\nu] , \quad (93)$$

que se transforman bajo  $G$  como:

$$T \xrightarrow{G} g_L T g_L^\dagger \quad V_\mu \xrightarrow{G} g_L V_\mu g_L^\dagger, \quad D_\mu V_\nu \xrightarrow{G} g_L D_\mu V_\nu g_L^\dagger, \quad g_L \in SU(2)_L. \quad (94)$$

La rotura explícita de la simetría quiral se manifiesta a través de  $T$ , que incluye la interacción gauge  $U(1)_Y$ . Efectivamente, es el término  $\sigma_3$  el que rompe esta simetría, al igual que en el Modelo Estándar.

### 3.4. Interacción de bosones Goldstone (sin Higgs)

Una de las posibilidades de mayor interés que proporcionan los Lagrangianos efectivos de los dos apartados anteriores es el estudio de la interacción de bosones Goldstone. En ambos casos es posible analizar estos procesos empleando el orden más bajo de la teoría,  $\mathcal{L}_0^{(2)}$ . Atendiendo a las ecuaciones (81) y (82), desarrollamos el Lagrangiano efectivo en serie de potencias de  $\Phi(x)/v$ , de forma que el valor de expectación del vacío,  $v$ , adquiere el rol de escala de energía de la teoría efectiva. Al expandir la matriz  $U(\Phi)$  hasta  $\mathcal{O}(\Phi^4)$ ,

$$U(\Phi(x)) \equiv U(\Phi) = 1 + i \frac{\Phi}{v} - \frac{1}{2} \frac{\Phi^2}{v^2} - \frac{i}{6} \frac{\Phi^3}{v^3} + \frac{1}{24} \frac{\Phi^4}{v^4} + \dots, \quad (95)$$

el Lagrangiano efectivo queda en términos de campos de bosones de Goldstone, haciendo posible realizar teoría de perturbaciones con estas partículas ( $\varphi\varphi \rightarrow \varphi\varphi$ ,  $\varphi\varphi \rightarrow 4\varphi \dots$ ). Por otra parte, al estar construyendo una teoría de bosones Goldstone, las correcciones gauge de la derivada covariante no aparecen en el Lagrangiano, de manera que solo actúa la derivada parcial. Se obtiene

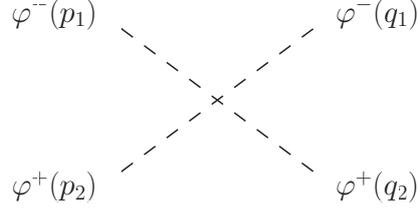
$$\mathcal{L}_0^{(2)} = \frac{1}{4} \text{Tr}[\partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi] + \frac{1}{48v^2} \text{Tr} \{[\Phi, \partial_\mu \Phi] [\Phi, \partial^\mu \Phi]\}. \quad (96)$$

El término cuadrático del Lagrangiano da lugar al propagador del campo. Para obtener este resultado se ha transformado la expresión anterior al espacio de momentos y se ha tomado la inversa del resultado. Realizando el mismo procedimiento para el segundo sumando, se obtienen las expresiones para los vértices de 4 bosones Goldstone y sus respectivas reglas de Feynman.

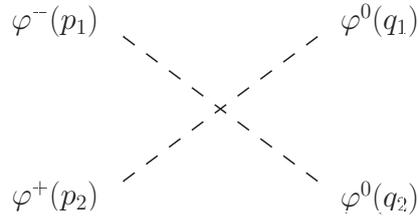
A continuación, analizamos la colisión de bosones Goldstone a nivel árbol (figuras 7 y 8) a partir del estudio de los procesos

$$\varphi^-(p_1) + \varphi^+(p_2) \rightarrow \varphi^-(q_1) + \varphi^+(q_2), \quad (97)$$

$$\varphi^-(p_1) + \varphi^+(p_2) \rightarrow \varphi^0(q_1) + \varphi^0(q_2). \quad (98)$$



**Figura 7:** Diagrama de Feynman de  $\varphi^- + \varphi^+ \rightarrow \varphi^- + \varphi^+$  en ausencia del bosón de Higgs.



**Figura 8:** Diagrama de Feynman de  $\varphi^- + \varphi^+ \rightarrow \varphi^0 + \varphi^0$  en ausencia del bosón de Higgs.

Para el cálculo de las amplitudes es necesario realizar un cambio de base debido a que el Lagrangiano está descrito en términos de  $\varphi_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), mientras que los estados de la colisión corresponden a los estados físicos,  $\varphi^a$  ( $a = \pm, 0$ ). Por simplicidad, se escoge realizar la transformación sobre los estados. Esto permite hacer un estudio de estas colisiones a partir de un planteamiento más general,

$$\varphi_i(p_1) + \varphi_j(p_2) \rightarrow \varphi_{i'}(q_1) + \varphi_{j'}(q_2) , \quad (99)$$

haciendo uso de las siguientes expresiones del álgebra de  $SU(2)$ :

$$\begin{aligned} [\varphi_i \sigma_i, \partial_\mu \varphi_j \sigma_j] &= 2i \epsilon_{ijk} \varphi_i \partial_\mu \varphi_j \sigma_k , \\ \epsilon_{ijk} \epsilon_{i'j'k} &= \delta_{ii'} \delta_{jj'} - \delta_{ij'} \delta_{ji'} , \\ \text{Tr}(\sigma_i \sigma_j) &= 2 \delta_{ij} . \end{aligned} \quad (100)$$

Una vez aplicadas estas relaciones sobre el término de interacción del Lagrangiano efectivo, se calcula la amplitud de una colisión de bosones Golds-

tone general:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_0 &= \frac{1}{3v^2} \left[ \delta_{ii'} \delta_{jj'} \left( (p_1 + p_2)^2 + 4p_1 \cdot p_2 \right) + \delta_{ij} \delta_{i'j'} \left( (p_1 - q_1)^2 - 4p_1 \cdot q_1 \right) \right. \\
&\quad \left. + \delta_{ij'} \delta_{j'i'} \left( (p_1 - q_2)^2 - 4p_1 \cdot q_2 \right) \right] \\
&= \frac{1}{3v^2} \left[ \delta_{ii'} \delta_{jj'} (3s - 4M_W^2) + \delta_{ij} \delta_{i'j'} (3t - 4M_W^2) + \delta_{ij'} \delta_{j'i'} (3u - 4M_W^2) \right] ,
\end{aligned} \tag{101}$$

donde se han empleado las variables de Mandelstam

$$\begin{aligned}
s &\equiv (p_1 + p_2)^2 = (q_1 + q_2)^2 , \\
t &\equiv (p_1 - q_1)^2 = (p_2 - q_2)^2 , \\
u &\equiv (p_1 - q_2)^2 = (p_2 - q_1)^2 .
\end{aligned} \tag{102}$$

A partir de las ecuaciones de cambio de base, ec.(83), se reescriben los estados físicos en función de los estados  $\varphi_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Por completitud, se muestran todas las combinaciones posibles para los estados producto:

$$\begin{aligned}
|\varphi^\pm \varphi^\pm\rangle &= \frac{1}{2} \{ |\varphi_1 \varphi_1\rangle - |\varphi_2 \varphi_2\rangle \mp i(|\varphi_1 \varphi_2\rangle + |\varphi_2 \varphi_1\rangle) \} , \\
|\varphi^\pm \varphi^\mp\rangle &= \frac{1}{2} \{ |\varphi_1 \varphi_1\rangle + |\varphi_2 \varphi_2\rangle \pm i(|\varphi_1 \varphi_2\rangle - |\varphi_2 \varphi_1\rangle) \} , \\
|\varphi^\pm \varphi^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |\varphi_1 \varphi_3\rangle \mp i|\varphi_2 \varphi_3\rangle \} , \\
|\varphi^0 \varphi^0\rangle &= |\varphi_3 \varphi_3\rangle .
\end{aligned} \tag{103}$$

Las amplitudes resultantes de los procesos (97) y (98) son respectivamente

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_0^{(\pm)} &\equiv \mathcal{M}(\varphi^- \varphi^+ \rightarrow \varphi^- \varphi^+) = \frac{1}{v^2} (s + t - 2M_W^2) \\
&= \frac{g^2}{8} (1 + \cos \phi) \frac{s}{M_W^2} + \mathcal{O}(1) ,
\end{aligned} \tag{104}$$

$$\mathcal{M}_0^{(0)} \equiv \mathcal{M}(\varphi^- \varphi^+ \rightarrow \varphi^0 \varphi^0) = \frac{1}{v^2} \left( s - \frac{4}{3} M_W^2 \right) = \frac{g^2}{4} \frac{s}{M_W^2} + \mathcal{O}(1) , \tag{105}$$

habiendo sido reescritas en términos de  $s$  y  $\phi$ , de acuerdo con la configuración cinemática de la figura 3.

Los resultados obtenidos para las amplitudes evidencian una dependencia lineal con la energía, como era previsible. En efecto, los bosones de Goldstone siempre interactúan con potencias del momento (son partículas libres a momento cero). No obstante, la violación de unitariedad de estos procesos no es un problema ya que se está operando con un Lagrangiano efectivo

de bajas energías. El hecho singular de estos cálculos es que se reproducen las amplitudes de las colisiones de bosones gauge longitudinales sin Higgs a primer orden, ecs.(61) y (73).

Este resultado es consecuencia del Teorema de Equivalencia. Dado un proceso de colisión entre los bosones gauge  $W_L^a$  ( $a = \pm, 0$ ) polarizados longitudinalmente, el Teorema de Equivalencia establece que la amplitud de dispersión, o equivalentemente los elementos de la matriz  $S$ , de las componentes longitudinales de los bosones vectoriales masivos se pueden aproximar por los bosones Goldstone  $\varphi^a$  ( $a = \pm, 0$ ), para energías tales que  $\sqrt{s} \gg M_W$ . Esta relación es válida para todos los órdenes de teoría de perturbaciones. La aproximación efectuada por el Teorema de Equivalencia es exacta si se consideran únicamente los términos dominantes en la expansión de las amplitudes en potencias de la energía. Equivalentemente, la relación es una identidad en el régimen de altas energías una la teoría efectiva. De esta manera

$$\mathcal{M}\{W_L^a(p_1), W_L^b(p_2), \dots\} = \mathcal{M}\{\varphi^a(p_1), \varphi^b(p_2), \dots\} + \mathcal{O}\left(\frac{M_W}{\sqrt{s}}\right). \quad (106)$$

Efectivamente, este teorema pone de manifiesto que los bosones de Goldstone implementan las polarizaciones longitudinales de los bosones gauge  $W^\pm$  y  $Z$ . En consecuencia, construir una teoría escalar que conserve la unitariedad y sea renormalizable recobra sentido. En la siguiente sección estudiamos cómo la incorporación del bosón de Higgs en la colisión de bosones Goldstone restablece la unitariedad, de forma análoga a los bosones gauge longitudinales en los apartados 2.4 y 2.5.

### 3.5. Interacción de bosones Goldstone (con Higgs)

La manera más sencilla de incorporar el bosón de Higgs en una teoría con bosones Goldstone es a través del formalismo quirral introducido en la sección 3.2. En este modelo, el campo de Higgs,  $H(x)$ , es un campo escalar de  $m_H = 126$  GeV que actúa como singlete bajo el grupo de simetría  $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ . Para incorporar esta partícula a la teoría, se realiza un procedimiento análogo al llevado a cabo con  $\mathcal{L}_0^{(2)}$ , con la salvedad de que no se aplica ninguna aproximación sobre el campo de Higgs. Se expande el Lagrangiano escalar, ec.(77), en términos de la matriz  $U(x)$  y se considera únicamente el orden más bajo de la teoría.

Se obtiene una expresión análoga [5]:

$$\mathcal{L}^{(2)} = \frac{1}{2} (D_\mu H)^2 + \frac{v^2}{4} \text{Tr}[(D_\mu U) (D^\mu U)^\dagger] \left(1 + \frac{2H}{v} + \frac{H^2}{v^2}\right). \quad (107)$$

El primer término de la ecuación da lugar al propagador del bosón de Higgs, mientras que el segundo constituye una generalización del Lagrangiano sin Higgs, al que se incorporan los acoplamientos de los bosones Goldstone con esta partícula. Para calcular este Lagrangiano se emplea nuevamente el desarrollo de la matriz  $U(\Phi)$  en serie de potencias de los bosones Goldstone. El resultado es

$$\mathcal{L}^{(2)} = \mathcal{L}_0^{(2)} + \frac{1}{2} (D_\mu H)^2 + \frac{1}{2v} \text{Tr}[(\partial_\mu \Phi)(\partial^\mu \Phi)] H . \quad (108)$$

Una vez establecido el Lagrangiano que incluye el bosón de Higgs, se calculan las nuevas contribuciones asociadas al acoplamiento de esta partícula para los procesos de colisión analizados en el apartado anterior, (97) y (98). De nuevo, es preciso realizar un cambio de base debido a que los campos que constituyen los estados iniciales y finales están transformados con respecto a los que componen el Lagrangiano. En este caso se prefiere realizar el cambio de base directamente sobre el Lagrangiano:

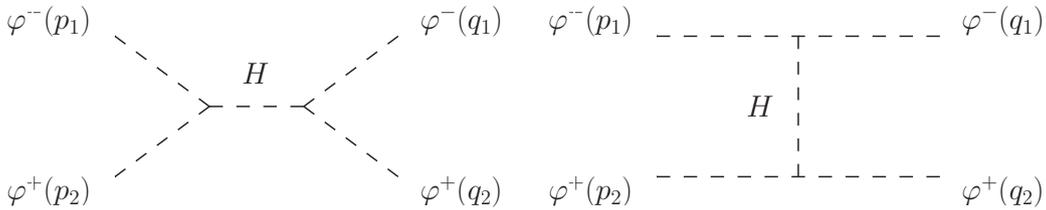
$$\mathcal{L}_H^{(2)} \equiv \mathcal{L}^{(2)} - \mathcal{L}_0^{(2)} = \frac{1}{2} (D_\mu H)^2 + \frac{1}{v} \partial_\mu \varphi^0 \partial^\mu \varphi^0 + \frac{2}{v} \partial_\mu \varphi^- \partial^\mu \varphi^+ . \quad (109)$$

Seguidamente, se calculan los diagramas de Feynman asociados al acoplamiento con el bosón de Higgs para estos procesos (figuras 9 y 10).

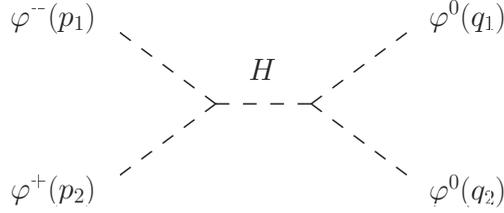
Las amplitudes debidas al acoplamiento de esta partícula con los bosones de Goldstone son, respectivamente,

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_H^{(\pm)} &= -\frac{1}{v^2} \left( \frac{s^2}{s - M_H^2} + \frac{t^2}{t - M_H^2} \right) + \mathcal{O}(1) \\ &= -\frac{g^2}{8} (1 + \cos \phi) \frac{s}{M_W^2} + \mathcal{O}(1) , \end{aligned} \quad (110)$$

$$\mathcal{M}_H^{(0)} = -\frac{1}{v^2} \left( \frac{s^2}{s - M_H^2} \right) + \mathcal{O}(1) = -\frac{g^2}{4} \frac{s}{M_W^2} + \mathcal{O}(1) . \quad (111)$$



**Figura 9:** Contribuciones adicionales a  $\varphi^- + \varphi^+ \rightarrow \varphi^- + \varphi^+$  debidas al bosón de Higgs.



**Figura 10:** Contribuciones adicionales a  $\varphi^- + \varphi^+ \rightarrow \varphi^0 + \varphi^0$  debidas al bosón de Higgs.

Los términos dominantes de las amplitudes en ausencia del Higgs, ecs.(104) y (105), son iguales a las amplitudes anteriores salvo un signo global. A su vez, también coinciden con las contribuciones calculadas en las ecuaciones (64) y (74) para el acoplamiento de los bosones gauge longitudinales del Modelo Estándar con el Higgs, como establece el Teorema de Equivalencia. En consecuencia, las amplitudes resultantes de considerar todas las contribuciones,

$$\mathcal{M}^{(\pm)} = \mathcal{M}_0^{(\pm)} + \mathcal{M}_H^{(\pm)} = \mathcal{O}(1) , \quad (112)$$

$$\mathcal{M}^{(0)} = \mathcal{M}_0^{(0)} + \mathcal{M}_H^{(0)} = \mathcal{O}(1) , \quad (113)$$

restauran la unitariedad de la teoría.

Hemos visto cómo la formulación realizada con bosones Goldstone reproduce con exactitud los resultados obtenidos para bosones gauge polarizados longitudinalmente (sección 2). Esto supone una gran ventaja técnica para estudiar la teoría, ya que se pueden tratar indistintamente los formalismos vectorial de los bosones gauge y escalar de los bosones Goldstone. Además, la elaboración de una teoría escalar es la mejor herramienta para acceder a los fundamentos de la teoría electrodébil a través de los bosones Goldstone y es la manera natural de estudiar la dinámica de la rotura espontánea de la simetría.

## 4. Estudio de la unitariedad de las teorías efectivas

### 4.1. Amplitudes de isospín

La utilización de una teoría efectiva para la descripción de las interacciones electrodébiles permite el estudio de las interacciones de bosones gauge de una manera mucho más simplificada con del Modelo Estándar. Se ha estudiado (sección 3.2) cómo al desactivar la constante de acoplamiento  $g'$ , la teoría es invariante bajo el grupo de simetría quirral  $G \equiv SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ . Una vez rota la simetría de manera espontánea a través del mecanismo de Higgs, aparecen de manera natural tres bosones Goldstone, que adquieren el rol de las polarizaciones longitudinales de los bosones gauge (Teorema de Equivalencia).

De este procedimiento se deduce que los tres bosones gauge masivos son invariantes bajo el grupo custodial,  $SU(2)_{L+R}$ , y pueden ser tratados como un triplete de manera exacta bajo esta simetría. En consecuencia, cualquier interacción entre estas partículas conserva el número cuántico de isospín débil,  $I$ . Esta descripción efectiva no es exclusiva de la teoría electrodébil. Uno de los ejemplos más representativos de esta simetría son las colisiones elásticas de piones, que presentan el mismo Lagrangiano efectivo y forman también un triplete ( $\pi^\pm, \pi^0$ ), de forma completamente análoga. No obstante, QCD es una teoría unitaria por lo que no requiere de elementos adicionales como la teoría electrodébil con la incorporación del mecanismo de Higgs. En resumen, el formalismo que desarrollamos en este apartado es válido para cualquier teoría invariante bajo  $SU(2)$ .

En esta sección se pretende descomponer los procesos  $2 \rightarrow 2$  calculados en los apartados anteriores en términos sus amplitudes propias de isospín débil. Atendiendo al álgebra de isospín se obtienen tres estados propios a los que corresponden tres diferentes amplitudes de isospín:

$$I = 1 \otimes 1 = 0 \oplus 1 \oplus 2. \quad (114)$$

Asignamos los valores  $I_3 = \pm 1$  para las terceras componentes de isospín de los estados  $W_L^\pm$  e  $I_3 = 0$  para el estado  $Z_L$ .

Para el cálculo de las amplitudes de isospín nos fijamos en la amplitud general de un proceso arbitrario entre bosones Goldstone (sin Higgs), ec.(101). Se puede apreciar que este resultado está compuesto por tres contribuciones que sólo difieren en el canal de interacción. Así pues, es posible reexpresar cualquier amplitud en términos de

$$\mathcal{M}(c) = \frac{c}{v^2} + \mathcal{O}(1), \quad c = s, t, u, \quad (115)$$

siendo  $c$  el canal de interacción descrito en función de las variables de Mandelstam. Nos referimos a  $\mathcal{M}(c)$  como “amplitud principal”. A pesar de que esta amplitud se ha obtenido a partir del orden más bajo del Lagrangiano, se puede generalizar para órdenes mayores [6]. Esto es posible debido a la conservación de CP y a la simetría de cruce, que permite asociar distintos procesos a partir del intercambio de  $s$ ,  $t$  y  $u$ . Además la conservación de isospín total implica que la matriz de dispersión,  $S$ , conmuta con los generadores de isospín,

$$\begin{aligned} [S, \vec{T}] &= 0 , \\ [S, T_{\pm}] &= 0 , \end{aligned} \tag{116}$$

de forma que es posible relacionar las amplitudes a partir de los operadores escalera,  $T_{\pm}$ .

A continuación, se expresan los resultados de los procesos de colisión estudiados en las secciones anteriores, ecs.(104) y (105), en función de la amplitud principal:

$$\mathcal{M}(W_L^- W_L^+ \rightarrow W_L^- W_L^+) = \mathcal{M}(s) + \mathcal{M}(t) , \tag{117}$$

$$\mathcal{M}(W_L^- W_L^+ \rightarrow Z_L Z_L) = \mathcal{M}(s) , \tag{118}$$

Veremos cómo a partir de estas dos amplitudes es posible construir cualquier otra entre bosones gauge polarizados longitudinalmente.

Para calcular las amplitudes propias de isospín se han de reescribir las amplitudes de estos estados producto en la base irreducible de estados de isospín total, haciendo uso de los coeficientes de Clebsch-Gordan. Por otra parte, el teorema de Wigner-Eckart establece que la matriz de transición no depende de la tercera componente de isospín, por lo que la única dependencia que aparece en las amplitudes es el isospín total. De esta manera, al emplear simetría de cruce sobre (117), se obtiene

$$\mathcal{M}(W_L^+ W_L^+ \rightarrow W_L^+ W_L^+) = \mathcal{M}(t) + \mathcal{M}(u) \equiv M_{I=2} , \tag{119}$$

que caracteriza al estado de isospín máximo. Para los estados de isospín total  $I = 1$  e  $I = 0$ , se deduce a partir de (118) que

$$\mathcal{M}(W_L^- W_L^+ \rightarrow Z_L Z_L) = \mathcal{M}(s) \equiv \frac{1}{3}(-\mathcal{M}_{I=2} + \mathcal{M}_{I=0}) , \tag{120}$$

$$\mathcal{M}(W_L^- Z_L \rightarrow W_L^- Z_L) = \mathcal{M}(t) \equiv \frac{1}{2}(\mathcal{M}_{I=2} + \mathcal{M}_{I=1}) . \tag{121}$$

Al resolver el sistema de ecuaciones se obtienen las amplitudes propias de isospín:

$$\mathcal{M}_{I=0} = 3\mathcal{M}(s) + \mathcal{M}(t) + \mathcal{M}(u) = \frac{2}{v^2} s , \quad (122)$$

$$\mathcal{M}_{I=1} = \mathcal{M}(t) - \mathcal{M}(u) = \frac{1}{v^2} (t - u) , \quad (123)$$

$$\mathcal{M}_{I=2} = \mathcal{M}(t) + \mathcal{M}(u) = \frac{1}{v^2} (t + u) . \quad (124)$$

## 4.2. Descomposición en ondas parciales

Una vez calculadas las amplitudes propias de isospín, se realiza una segunda descomposición de las amplitudes en términos de sus ondas parciales. Este desarrollo permitirá estudiar los límites de unitariedad de las teorías efectivas, es decir, la región energética en la que son aplicables. El formalismo que se emplea es un procedimiento completamente general para estados de partícula bajo el grupo de rotaciones, aplicable tanto en un contexto de mecánica cuántica como de teoría cuántica de campos.

Se considera una colisión arbitraria  $2 \rightarrow 2$  con momento angular,  $J$ , e isospín,  $I$ , definidos. Se puede demostrar [7] que la relación que se establece entre la amplitud y el operador de transición,  $T$ , es

$$\mathcal{M}(p_1 p_2 \rightarrow q_1 q_2) = \frac{16\pi^2 \sqrt{s}}{\sqrt{|\vec{p}||\vec{q}|}} \langle \theta\phi, \nu_1 \nu_2 | T_P | 00, \mu_1 \mu_2 \rangle , \quad (125)$$

donde  $|\theta\phi, \mu_1 \mu_2\rangle$  son estados de dos partículas propios del operador de helicidad,  $\vec{J} \cdot \vec{p}$ . Nos referimos a ellos como estados de helicidad. Por simplicidad, se orienta el eje Z para que coincida con la dirección de movimiento de las partículas iniciales, mientras que las partículas finales se describen mediante los ángulos polares  $\theta$  y  $\phi$ . Los índices  $\mu_k$  y  $\nu_k$  ( $k = 1, 2$ ) son las proyecciones de espín sobre el eje de movimiento, es decir, las componentes de helicidad de los estados iniciales y finales, respectivamente. El subíndice  $P$  en la matriz de transición recuerda que toda la dependencia cinemática se ha extraído de los estados de helicidad. La principal ventaja de esta configuración es que el espacio de Hilbert de los estados queda reducido (espacio de Hilbert pequeño). No obstante, se prefiere trabajar con una expresión más compacta para la matriz de transición que, aunque no aísla el espacio de momentos de forma explícita,

$$\mathcal{M}(p_1 p_2 \rightarrow q_1 q_2) \equiv \langle \theta\phi, \nu_1 \nu_2 | T | 00, \mu_1 \mu_2 \rangle , \quad (126)$$

permite tratar la amplitud y los elementos de matriz de transición indistintamente. También resulta de gran utilidad emplear las amplitudes de helicidad

reducidas, definidas como

$$\begin{aligned} f_{\nu_1\nu_2,\mu_1\mu_2} &\equiv \frac{2\pi}{|\vec{p}_{cm}|} \langle \theta\phi, \nu_1\nu_2 | T_P | 00, \mu_1\mu_2 \rangle \\ &= \frac{1}{8\pi\sqrt{s}} \sqrt{\frac{|\vec{q}_{cm}|}{|\vec{p}_{cm}|}} \langle \theta\phi, \nu_1\nu_2 | T | 00, \mu_1\mu_2 \rangle . \end{aligned} \quad (127)$$

Por otra parte, al considerar un proceso de dispersión con momento angular total e isospín definidos, resulta conveniente operar con los estados propios de momento angular. Estos estados se relacionan con los anteriores de acuerdo con

$$\langle JM', II'_3, \nu_1\nu_2 | T | JM, II_3, \mu_1\mu_2 \rangle = \delta_{MM'} \delta_{I_3 I'_3} \langle \nu_1\nu_2 | T_J^I | \mu_1\mu_2 \rangle , \quad (128)$$

donde  $M$  e  $I_3$  son las terceras componentes de momento angular y de isospín, respectivamente. Por el teorema de Wigner-Eckart la amplitud no depende de las terceras componentes, por lo que es adecuado emplear la notación reducida  $T_J^I$  para la matriz de transición (equivalentemente  $(T_P)_J^I$ ).

Para realizar la expansión de la amplitud en ondas parciales, se reexpresan los estados de helicidad en términos de los estados de momento angular. Por completitud, se indica también el canal de isospín del proceso,  $I$ . El resultado de este cambio de base es

$$\begin{aligned} \langle \theta\phi, \nu_1\nu_2 | T^I | 00, \mu_1\mu_2 \rangle &= \sum_{J,M} \frac{2J+1}{4\pi} \mathcal{D}_{M\nu}^{J*}(\phi, \theta, -\phi) \mathcal{D}_{M\mu}^J(0, 0, 0) \\ &\quad \times \langle \nu_1\nu_2 | T_J^I | \mu_1\mu_2 \rangle , \end{aligned} \quad (129)$$

con  $\mu = \mu_1 - \mu_2$  y  $\nu = \nu_1 - \nu_2$  las componentes de espín total a lo largo de la dirección del movimiento ( $\mu, \nu \leq J$ ). Dado que

$$\mathcal{D}_{M\nu}^J = e^{i(M-\nu)\phi} d_{M\nu}^J(\theta) , \quad \mathcal{D}_{M\mu}^J(0, 0, 0) = d_{M\mu}^J(0) = \delta_{M\mu} , \quad (130)$$

siendo  $d_{\mu\nu}^J(\theta)$  los elementos de matriz de rotación reducidos, se obtiene

$$\langle \theta\phi, \nu_1\nu_2 | T^I | 00, \mu_1\mu_2 \rangle = \sum_J \frac{2J+1}{4\pi} e^{i(\mu-\nu)\phi} d_{\mu\nu}^{J*}(\theta) \langle \nu_1\nu_2 | T_J^I | \mu_1\mu_2 \rangle . \quad (131)$$

Con un cálculo análogo, realizamos también la expansión en ondas parciales para las amplitudes reducidas:

$$f_{\nu_1\nu_2,\mu_1\mu_2}^I = \sum_J \frac{2J+1}{4\pi} e^{i(\mu-\nu)\phi} d_{\mu\nu}^{J*}(\theta) f_{J,\nu_1\nu_2,\mu_1\mu_2}^I . \quad (132)$$

A los elementos de matriz  $\langle \nu_1 \nu_2 | T_J^I | \mu_1 \mu_2 \rangle$  y  $f_{J, \nu_1 \nu_2, \mu_1 \mu_2}^I$  los denominamos amplitud en ondas parciales y amplitud reducida en ondas parciales, respectivamente. La principal ventaja de estas expresiones es la separación de toda la componente angular en las matrices  $d_{\mu\nu}^J(\theta)$ . Además, al formar estos términos de rotación un conjunto ortogonal de funciones, tales que

$$\int_{-1}^1 d \cos \theta d_{MM'}^J(\theta) d_{M'M''}^{J'}(\theta) = \frac{2}{2J+1} \delta_{JJ'} , \quad (133)$$

es posible calcular directamente la sección eficaz total en términos de la amplitud en ondas parciales:

$$\begin{aligned} \sigma_I(p_1 p_2 \rightarrow q_1 q_2) &= \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{|\vec{q}_{cm}|}{|\vec{p}_{cm}|} \frac{1}{4\pi} \overline{\sum_{\text{pol.}}} \sum_J (2J+1) |\langle \nu_1 \nu_2 | T_J^I | \mu_1 \mu_2 \rangle|^2 \\ &= \frac{4\pi^2}{|\vec{p}_{cm}|^2} \frac{1}{4\pi} \overline{\sum_{\text{pol.}}} \sum_J (2J+1) |\langle \nu_1 \nu_2 | (T_P)_J^I | \mu_1 \mu_2 \rangle|^2 \quad (134) \\ &= \frac{1}{4\pi} \overline{\sum_{\text{pol.}}} \sum_J (2J+1) |f_{J, \mu_1 \mu_2, \nu_1 \nu_2}^I|^2 . \end{aligned}$$

A continuación, se aplica este desarrollo a las colisiones de bosones Goldstone. Como las partículas son escalares, todos los índices de espín se anulan y se pueden reexpresar las amplitudes en ondas parciales en una notación más compacta,  $t_L^I$ . Así pues, la única contribución al momento angular total,  $J$ , proviene del momento angular orbital,  $L$ , por lo que nos referimos a estos momentos indistintamente. La matriz de rotación viene dada entonces por

$$\mathcal{D}_{00}^L(\phi, \theta, -\phi) = d_{00}^L(\theta) = P_L(\cos \theta) , \quad (135)$$

donde  $P_L$  son los polinomios de Legendre. En consecuencia, la amplitud queda reducida a

$$\mathcal{M}_I \equiv \langle \theta \phi | T^I | 00 \rangle = \sum_L \frac{2L+1}{4\pi} P_L(\cos \theta) t_L^I , \quad (136)$$

Para calcular las amplitudes parciales se toma la inversa de esta expresión haciendo uso de la ortogonalidad de los polinomios de Legendre, ec.(133), teniendo en cuenta que las amplitudes en ondas parciales,  $t_L^I$ , son funciones escalares que solo dependen de  $s$ . El resultado es

$$t_L^I(s) = 2\pi \int_{-1}^1 d \cos \theta P_L(\cos \theta) \mathcal{M}_I(s, \theta) . \quad (137)$$

Una vez obtenida la descomposición, se aplica sobre las tres amplitudes propias de isospín obtenidas en la sección anterior. La estadística de Bose impone restricciones añadidas sobre el sistema: se ha de satisfacer que  $I + L$  sea par. Adicionalmente, en el régimen de bajas energías las amplitudes vienen dominadas por los términos de menor momento angular. Por lo tanto, solo las ondas parciales  $t_0^0$ ,  $t_1^1$ , y  $t_0^2$  son relevantes para la colisión de bosones Goldstone:

$$t_0^0(s) = \frac{8\pi s}{v^2}, \quad t_1^1(s) = \frac{4\pi s}{3v^2}, \quad t_0^2(s) = -\frac{4\pi s}{v^2}. \quad (138)$$

Al igual que en secciones previas, se puede comprobar que las amplitudes obtenidas violan unitariedad, ya que son crecientes con la energía. Nuevamente, este comportamiento no es crítico debido a que la teoría efectiva es una teoría de bajas energías. No obstante, la descomposición en ondas parciales realizada resulta muy adecuada para el estudio de la unitariedad de la teoría efectiva. Este desarrollo permite eliminar las dependencias angulares de las amplitudes, de forma que quedan absorbidas en un conjunto de polinomios ortogonales. Por otra parte, al ser polinomios de  $\cos \theta$ , se aprecia cómo los términos con un valor elevado de  $L$  se ven suprimidos en la expansión. Consecuentemente, es posible truncar la serie hasta una precisión arbitraria manteniendo los términos de menor momento angular.

Sin embargo, el motivo por el que realizamos esta descomposición es el estudio de los límites de unitariedad de la teoría efectiva utilizada, por lo que solo consideramos las ondas parciales dominantes, como se ha previsto en (138). Para poder establecer cotas de unitariedad, se hace preciso realizar un estudio más detallado de esta propiedad, que desarrollamos en el siguiente apartado.

### 4.3. Unitariedad

La unitariedad en mecánica cuántica y en teoría cuántica de campos se entiende como la restricción implementada sobre la dinámica del sistema tal que la probabilidad de un evento inicial arbitrario de evolucionar a cualquier evento final para cualquier instante es la unidad. En otras palabras, este postulado establece que dado un estado inicial  $|i\rangle$  y  $\{|n\rangle\}_n$  el conjunto de estados finales accesibles, se satisface

$$1 = \sum_n P_n = |\langle n|S|i\rangle|^2, \quad (139)$$

siendo  $P_n$  la probabilidad de transición al estado final  $|n\rangle$ . Considerando la relación de identidad en la ecuación previa,  $1 = \sum_n \langle i|S^\dagger|n\rangle \langle n|S|i\rangle$ , se

deduce que la conservación de la probabilidad implica que el operador  $S$  ha de ser unitario,  $S^\dagger S = SS^\dagger = 1$ . Para el operador de transición se obtiene  $i(T - T^\dagger) = T^\dagger T$ .

Aplicamos esta relación sobre la amplitud  $\mathcal{M}(p_1 p_2 \rightarrow q_1 q_2)$ :

$$\begin{aligned} i(\mathcal{M} - \mathcal{M}^\dagger) &= i \langle \theta\phi, \nu_1 \nu_2 | T - T^\dagger | 00, \mu_1 \mu_2 \rangle \\ &= \sum_{\mu'_1, \mu'_2} \int dQ'_2 \langle \theta\phi, \nu_1 \nu_2 | T^\dagger | \theta'\phi', \mu'_1 \mu'_2 \rangle \langle \theta'\phi', \mu'_1 \mu'_2 | T | 00, \mu_1 \mu_2 \rangle , \end{aligned} \quad (140)$$

siendo que los estados  $\{|\theta'\phi', \mu'_1 \mu'_2\rangle\}$  representan los posibles estados intermedios del sistema, cuyo espacio fásico,  $Q'_2$ , viene caracterizado por

$$\begin{aligned} \int dQ'_2 &= \frac{1}{4\pi^2} \int \frac{d^3 k'_1}{2E'_1} \frac{d^3 k'_2}{2E'_2} \delta(p_1 + p_2 - k'_1 - k'_2) \\ &= \frac{|\vec{q}_{cm}|}{16\pi^2 \sqrt{s}} \int d\Omega'_{CM} . \end{aligned} \quad (141)$$

Una vez implementada la condición de unitariedad sobre las amplitudes, se analiza esta propiedad sobre las ondas parciales. Para ello empleamos la relación de ortogonalidad de las matrices de rotación sobre la ecuación (140):

$$\begin{aligned} i \langle \nu_1 \nu_2 | T_J^I - T_J^{I\dagger} | \mu_1 \mu_2 \rangle &= \sum_{\nu'_2} \sum_{\mu'_1 \mu'_2} \frac{|\vec{p}_{cm}|}{16\pi^2 \sqrt{s}} \langle \nu_1 \nu_2 | T_J^{I\dagger} | \mu'_1 \mu'_2 \rangle \\ &\quad \times \langle \mu'_1 \mu'_2 | T_J^I | \mu_1 \mu_2 \rangle . \end{aligned} \quad (142)$$

Se obtiene una expresión equivalente a las amplitudes salvo por un factor asociado al espacio fásico. Esta relación de unitariedad impuesta sobre las ondas parciales se considera central para determinar las restricciones que impone esta propiedad sobre las teorías efectivas (sección 4.4).

Un caso especialmente interesante de esta relación es el estudio de colisiones con idénticos estados inicial y final (*forward scattering*). Esta configuración permite relacionar la parte imaginaria de la amplitud con la sección eficaz a todos los posibles estados finales permitidos del sistema,  $\{|\alpha\rangle\}$ . Se obtiene

$$\begin{aligned} i \langle 00, \mu_1 \mu_2 | T - T^\dagger | 00, \mu_1 \mu_2 \rangle &= \sum_{\alpha, \lambda} \int dQ |\langle \alpha_\lambda | T | 00, \mu_1 \mu_2 \rangle|^2 \\ &= 4|\vec{p}_{cm}| \sqrt{s} \sum_{\alpha, \lambda} dQ \frac{d\sigma}{dQ} = 4|\vec{p}_{cm}| \sqrt{s} \sigma_T , \end{aligned} \quad (143)$$

con  $\lambda$  la polarización de los estados accesibles. En la expresión previa se ha hecho uso de

$$\frac{d\sigma}{dQ} = \frac{1}{4|\vec{p}_{cm}|\sqrt{s}} \sum_{\alpha,\lambda} |\langle \alpha_\lambda | T | 00, \mu_1 \mu_2 \rangle|^2 . \quad (144)$$

Si consideramos adicionalmente la expresión (125) junto con  $2i \operatorname{Im}(\mathcal{M}) = \mathcal{M} - \mathcal{M}^\dagger$  se obtiene la siguiente relación para las amplitudes:

$$\operatorname{Im} \mathcal{M} = -2|\vec{p}_{cm}|\sqrt{s} \sigma_T . \quad (145)$$

Sin embargo, es más común reescribir esta ecuación en términos de las amplitudes reducidas de helicidad, ec.(127). El resultado se conoce como Teorema Óptico:

$$\operatorname{Im} (f_{\mu_1 \mu_2}(00)) = -\frac{|\vec{p}_{CM}|}{4\pi} \sigma_T . \quad (146)$$

#### 4.4. Unitariedad en colisiones de partículas sin espín

Se aplica el formalismo desarrollado a procesos de colisión entre partículas con espín cero. Estudiamos el siguiente proceso elástico entre bosones escalares:

$$\varphi_1(p_1) + \varphi_2(p_2) \rightarrow \varphi_1(q_1) + \varphi_2(p_2) . \quad (147)$$

Al considerar una teoría escalar, la notación se ve simplificada: se emplea  $J = L$  para el momento angular,  $t_J^I(s)$  para las amplitudes en ondas parciales y  $f_L^I(s)$  para las amplitudes reducidas en ondas parciales. Si suponemos que la energía está por debajo del umbral inelástico, incluso de otros posibles canales de dos partículas, se satisface

$$1 = \langle LM | S_P^\dagger S_P | LM \rangle = \sum_{L'M'} \langle L'M' | S_P | LM \rangle^2 \equiv |(S_P)_L(s)|^2 . \quad (148)$$

donde  $S_P \equiv I - iT_P$  es el operador de dispersión operando en el espacio de Hilbert pequeño. En consecuencia,

$$(S_P)_L^I(s) \equiv e^{2i\delta_L^I(s)} , \quad (149)$$

donde el factor 2 en la exponencial es convencional y  $\delta$  es una función escalar y real de la energía, a la que nos referimos como el desfase correspondiente a la onda parcial  $L$ .

Por otra parte, cuando la energía del proceso es superior al umbral inelástico se abren canales adicionales inelásticos, por lo que la probabilidad de transición para el canal elástico es menor que 1. Se contempla esta circunstancia a

través del parámetro de inelasticidad,  $\eta_L^I(s)$ , definido entre 0 y 1 tal que toma el valor 1 en el caso elástico y valores intermedios para procesos inelásticos. Por lo tanto, la condición de unitariedad para el operador de dispersión se reescribe como

$$(S_P)_L^I(s) = \eta_L^I(s) e^{2i\delta_L^I(s)} , \quad 0 \leq \eta_L^I(s) \leq 1 . \quad (150)$$

A partir de esta ecuación se deducen las siguientes relaciones para las ondas parciales:

$$\begin{aligned} t_L^I(s) &= i \frac{16\pi^2 \sqrt{s}}{|\vec{p}_{cm}|} (\eta_L^I(s) e^{2i\delta_L^I(s)} - 1) , \\ f_L^I(s) &= i \frac{2\pi}{|\vec{p}_{cm}|} (\eta_L^I(s) e^{2i\delta_L^I(s)} - 1) , \end{aligned} \quad (151)$$

en las que se ha hecho uso de  $T_P = -i(I - S_P)$ . Estas expresiones permiten calcular la sección eficaz elástica del proceso considerado, ec.(134):

$$\sigma_{el}^I = \frac{\pi}{|\vec{p}_{cm}|^2} \sum_L (2L + 1) |\eta_L^I(s) e^{2i\delta_L^I(s)} - 1|^2 . \quad (152)$$

Para el caso inelástico, se cumple

$$\langle L'M' | S_P | LM \rangle = -i \langle L'M' | T_P | LM \rangle , \quad L' \neq L , \quad (153)$$

por lo que

$$\begin{aligned} 1 - \eta_L^2 &= \sum_{L' \neq L} \langle L'M' | S_P^\dagger S_P | LM \rangle = \sum_{L' \neq L} |\langle L'M' | S_P | LM \rangle|^2 \\ &= \sum_{L' \neq L} |\langle L'M' | T_P | LM \rangle|^2 . \end{aligned} \quad (154)$$

Como la sección eficaz depende explícitamente del módulo cuadrado de la amplitud de las ondas parciales, se puede calcular directamente a partir de esta relación:

$$\sigma_{in}^I = \frac{\pi}{|\vec{p}_{cm}|^2} \sum_L (2L + 1) (1 - (\eta_L^I)^2) . \quad (155)$$

Por último, se puede obtener una expresión análoga para la sección eficaz total. Considerando el Teorema Óptico, ec.(146), y la expansión de la amplitud reducida en ondas parciales se obtiene

$$\sigma_T^I = \frac{2\pi}{|\vec{p}_{cm}|^2} \sum_L (2L + 1) (1 - \eta_L^I \cos 2\delta_L^I) . \quad (156)$$

Las secciones eficaces  $\sigma_{\text{el}}^I$ ,  $\sigma_{\text{in}}^I$  y  $\sigma_T^I$  se pueden descomponer también en ondas parciales. Esto es posible debido a la ortogonalidad de las amplitudes. En consecuencia,

$$\sigma = \sum_{L,I} \sigma_L^I . \quad (157)$$

Finalmente, aplicamos la condición de unitariedad,  $\eta_L^I(s) \leq 1$ , sobre las secciones eficaces obtenidas. Esta condición establece un límite superior para cada onda parcial, que denominamos cotas de unitariedad:

$$\begin{aligned} (\sigma_{\text{el}})_L^I &\leq \frac{4\pi}{|\vec{p}_{cm}|^2} (2L+1) , \\ (\sigma_{\text{in}})_L^I &\leq \frac{\pi}{|\vec{p}_{cm}|^2} (2L+1) , \\ (\sigma_T)_L^I &\leq \frac{4\pi}{|\vec{p}_{cm}|^2} (2L+1) . \end{aligned} \quad (158)$$

## 4.5. Límites de unitariedad de los procesos con bosones Goldstone

Los procesos de colisión entre bosones Goldstone en ausencia del bosón de Higgs (sección 3.4) muestran divergencias debidas a la violación de unitariedad para altas energías. La adición del bosón de Higgs restaura esta propiedad y permite a la teoría ser consistente en todo su espectro energético. No obstante, es de gran interés estudiar los límites de unitariedad de la teoría escalar. Fuera de este límite la teoría carece de sentido físico.

El cálculo de las cotas de unitariedad comienza con la expansión en términos de isospín de las amplitudes obtenidas para las dispersiones de bosones Goldstone. Esta descomposición permite reexpresar cualquier proceso entre estos bosones en función de los tres posibles canales de isospín y sus amplitudes propias. A continuación, se expanden estos resultados en ondas parciales de momento angular orbital definido. Recuperamos las expresiones de las amplitudes en ondas parciales, ec.(138):

$$t_0^0(s) = \frac{8\pi s}{v^2} , \quad t_1^1(s) = \frac{4\pi s}{3v^2} , \quad t_0^2(s) = -\frac{4\pi s}{v^2} .$$

Haciendo uso de la ecuación (134) se calculan las secciones eficaces para los tres canales de isospín, siendo

$$\sigma_{I=0} = \frac{s}{4\pi v^4} , \quad \sigma_{I=1} = \frac{s}{48\pi v^4} , \quad \sigma_{I=2} = \frac{s}{16\pi v^4} . \quad (159)$$

Para establecer los límites de unitariedad de las secciones eficaces se tiene en cuenta que las partículas de masa nula satisfacen  $|\vec{p}_{cm}| = \sqrt{s}/2$ . Aplicando

la ecuación (158) y tomando como valor de expectación del vacío  $v = 246$  GeV, se obtiene

$$\begin{aligned}
(\sqrt{s})_{I=0} &\leq \sqrt{8\pi} v = 1,23 \text{ TeV} , \\
(\sqrt{s})_{I=1} &\leq \sqrt{48\pi} v = 3,02 \text{ TeV} , \\
(\sqrt{s})_{I=2} &\leq \sqrt{16\pi} v = 1,74 \text{ TeV} .
\end{aligned}
\tag{160}$$

La onda parcial que presenta un comportamiento más divergente es la onda asociada a  $I = 0$ , es decir, la onda S. En consecuencia, el límite de unitariedad para una teoría de bosones Goldstone sin Higgs queda fijado por esta onda parcial. Por otra parte, el Teorema de Equivalencia demuestra que el cálculo realizado para la teoría escalar con bosones Goldstone es el mismo que para las polarizaciones longitudinales de los bosones gauge  $W^\pm$  y  $Z$ . De esta manera, se establece también la cota de unitariedad para el Modelo Estándar sin Higgs en 1,23 TeV.

## 4.6. Acoplamiento escalar a los bosones gauge

Al limitar de forma manifiesta el espectro energético del Modelo Estándar sin Higgs, aparece de manera inmediata la necesidad de encontrar mecanismos que mantengan su consistencia para altas energías. La incorporación de un doblete de campos escalares junto con la rotura espontánea de la simetría solventan este problema. Este mecanismo explica también la adquisición de masa del resto de partículas del Modelo Estándar. Denominamos comúnmente a este modelo “Modelo de Higgs mínimo”, en el sentido de que supone la mínima variación con respecto al Modelo Estándar sin Higgs que permite solucionar los problemas fundamentales de la teoría.

Actualmente, los experimentos realizados en el LHC indican que podría haberse descubierto una partícula de  $m = 126$  GeV compatible con el bosón de Higgs. No obstante, la resolución experimental aún es insuficiente para confirmar la teoría fundamental subyacente. Esta carencia se verá suplida en los próximos años: tras una interrupción de un año para aumentar la energía, el colisionador volverá a ponerse en funcionamiento. La cuestión relevante es saber si el Modelo de Higgs mínimo es correcto o si, por el contrario, hay un sector escalar extendido. Para responder a esta pregunta el estudio de la unitariedad es central.

En la sección 3.5 se analiza el efecto de incorporar el bosón de Higgs, una partícula escalar de 126 GeV, sobre una teoría efectiva electrodébil con bosones Goldstone. El acoplamiento de esta partícula surge de la rotura espontánea de la simetría quiral de la teoría efectiva, de acuerdo con el mecanismo de Higgs en el Modelo Estándar. Efectivamente, este acoplamiento

restablece la unitariedad de la teoría de bosones Goldstone. A continuación, se realiza un estudio de un modelo análogo en el que se realizan pequeñas variaciones sobre el acoplamiento del campo escalar.

Se considera una teoría efectiva de bajas energías de bosones Goldstone electrodébiles, que representan las polarizaciones longitudinales de los bosones gauge del Modelo Estándar, ec.(77). En este esquema se añade un campo escalar  $S_1(x)$  de masa  $M_{S_1} = 126$  GeV (análogo al campo de Higgs). Nuevamente, se considera que la teoría es invariante bajo el grupo de simetría  $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$  que se rompe espontáneamente al subgrupo  $SU(2)_{L+R}$ . El acoplamiento del campo  $S_1(x)$  queda parametrizado a través de  $\omega$  [8], siendo que  $\omega = 1$  recupera el acoplamiento del Modelo Estándar. Se obtiene un Lagrangiano análogo a (107):

$$\mathcal{L}_{S_1} = \frac{1}{2} (D_\mu S_1)^2 + \frac{v^2}{4} \text{Tr}[(D_\mu U) (D^\mu U)^\dagger] \left( 1 + \frac{2\omega}{v} S_1 \right), \quad (161)$$

donde la matriz  $U(\Phi(x))$  contiene a los bosones Goldstone, ecs.(81) y (82).

Al igual que con el Modelo Estándar, se calculan los siguientes procesos entre bosones Goldstone a nivel árbol:

$$\varphi^-(p_1) + \varphi^+(p_2) \rightarrow \varphi^-(q_1) + \varphi^+(q_2), \quad (162)$$

$$\varphi^-(p_1) + \varphi^+(p_2) \rightarrow \varphi^0(q_1) + \varphi^0(q_2). \quad (163)$$

En ambos casos aparecen dos contribuciones para la amplitud. La primera representa la interacción a través del vértice cuártico, en la que se obtiene el mismo resultado que en el Modelo Estándar, ecs.(104) y (105). La segunda es equivalente a la amplitud del campo de Higgs, ecs.(110) y (111), salvo por un factor  $\omega^2$  asociado al acoplamiento con  $S_1(x)$  con los bosones Goldstone. Se obtiene

$$\mathcal{M}^{(\pm)} = \frac{s+t}{v^2} (1 - \omega^2) + \mathcal{O}(1), \quad (164)$$

$$\mathcal{M}^{(0)} = \frac{s}{v^2} (1 - \omega^2) + \mathcal{O}(1). \quad (165)$$

Las amplitudes resultantes presentan un comportamiento divergente para altas energía ya que las contribuciones gauge asociadas a los bosones y la contribución escalar no se anulan, por lo que se viola la unitariedad. Efectivamente, al tomar  $\omega = 1$  se recupera el resultado del Modelo Estándar y la unitariedad se conserva.

A continuación, se procede a calcular las secciones eficaces de estos procesos y sus cotas de unitariedad. De nuevo, es posible descomponer las amplitudes según el canal de isospín, ya que es una simetría exacta de la teoría

efectiva. El cálculo de estas magnitudes es idéntico formalmente al realizado para las interacciones de bosones Goldstone sin Higgs. De hecho, las amplitudes únicamente difieren en un factor  $1 - \omega^2$ . Consecuentemente, se obtienen de forma directa las expresiones para las secciones eficaces y sus límites de unitariedad:

$$\begin{aligned}
\sigma_{I=0} &= \frac{s}{4\pi v^4} |1 - \omega^2|^2, & (\sqrt{s})_{I=0} &\leq \sqrt{\frac{8\pi}{|1 - \omega^2|}} v, \\
\sigma_{I=1} &= \frac{s}{48\pi v^4} |1 - \omega^2|^2, & (\sqrt{s})_{I=1} &\leq \sqrt{\frac{48\pi}{|1 - \omega^2|}} v, \\
\sigma_{I=2} &= \frac{s}{16\pi v^4} |1 - \omega^2|^2, & (\sqrt{s})_{I=2} &\leq \sqrt{\frac{16\pi}{|1 - \omega^2|}} v.
\end{aligned} \tag{166}$$

De nuevo, el canal de isospín cero es el que presenta un comportamiento más divergente y es el que fija los límites de unitariedad de la teoría.

Experimentalmente, se ha medido  $|1 - \omega| < 0,1$  (considerando solo los datos del LHC  $|1 - \omega| < 0,3$ ). Las cotas de unitariedad de la teoría para estos resultados son

$$\sqrt{s} \leq 2,69 \text{ TeV} \quad (\leq 1,48 \text{ TeV}). \tag{167}$$

El acoplamiento del campo escalar  $S_1(x)$  a la teoría pospone la violación de unitariedad a energías más altas. Efectivamente, cuanto más próximo es el parámetro  $\omega$  a la unidad (Modelo Estándar), más alta es la cota de unitariedad. Por otra parte, a medida que se aumente la energía de los haces en el LHC se tendrá un mayor conocimiento de este acoplamiento. Una de las posibilidades contempladas es que  $\omega \neq 1$ . En este caso, sería necesaria una extensión del sector escalar de la teoría o un mecanismo que explique cómo recobrar la unitariedad de manera no perturbativa. Durante los próximos años, el aumento de la energía del colisionador permitirá recopilar una cantidad muy superior de información. Esta mejora supondrá la confirmación de las teorías actuales sobre el sector escalar del Modelo Estándar o, por el contrario, dará lugar a un sector escalar extendido y, tal vez, a física más allá del Modelo Estándar.

## 5. Conclusiones

La teoría electrodébil es una teoría cuántica de campos gauge de las interacciones electromagnéticas y débiles. Junto con la cromodinámica cuántica, teoría de las interacciones fuertes, conforman el Modelo Estándar. La simetría gauge determina unívocamente las leyes dinámicas de las tres interacciones. El éxito fenomenológico de estas teorías es indiscutible, habiendo sido confirmadas con gran precisión por un gran número de resultados experimentales.

No obstante, el Modelo Estándar requiere de mecanismos adicionales para su completitud, ya que es incapaz de explicar por sí mismo la adquisición de masa tanto de los fermiones como de algunos bosones mediadores. La misma simetría gauge que fija las interacciones prohíbe la existencia de masas no nulas. Para solventar este inconveniente el Modelo Estándar incorpora un mecanismo de rotura espontánea de la simetría. El Mecanismo de Higgs introduce en el modelo tres bosones de Goldstone sin masa (tantos como generadores de la simetría rotos), para generar las polarizaciones longitudinales de los bosones  $W^\pm$  y  $Z$ , y un campo escalar masivo que, entre otras cosas, implica la existencia de una nueva partícula escalar en la teoría: el bosón de Higgs.

Otra de las características esenciales de este mecanismo es el restablecimiento del buen comportamiento de la teoría en el régimen de altas energías, a través de la conservación de la unitariedad. Para analizar esta propiedad se estudian diversos procesos de dispersión a nivel árbol entre bosones gauge longitudinales. Efectivamente, mientras que una teoría sin Higgs conduce a la presencia de divergencias en el cálculo de la sección eficaz, la inclusión de esta partícula en el Modelo Estándar resuelve este problema.

La incorporación de los bosones Goldstone como las polarizaciones longitudinales de los bosones gauge masivos permiten una descripción mucho más simplificada de las colisiones anteriores, a partir de una teoría escalar. El Teorema de Equivalencia nos garantiza que los resultados obtenidos con este formalismo son iguales a primer orden que los del Modelo Estándar. El contexto más adecuado para la descripción de estos procesos son las teorías de campos efectivas y, particularmente, la teoría efectiva electrodébil. Esto nos permite tratar a los bosones gauge longitudinales como un triplete de isospín débil invariante bajo el grupo  $SU(2)_{L+R}$ , generado tras romper la simetría electrodébil de forma espontánea.

Por otra parte, la utilización de teorías efectivas junto con la simetría de isospín nos permiten realizar un estudio detallado de la unitariedad de los modelos planteados. Para ello, se separan las contribuciones de las interacciones analizadas en términos de sus amplitudes propias de isospín y se realiza una descomposición de estos resultados en ondas parciales. Este procedimien-

to nos permite determinar cotas de unitariedad sobre las teorías físicas, es decir, los límites energéticos en los que dichas teorías son consistentes. Para el Modelo Estándar sin Higgs, la conservación de la unitariedad restringe su validez a energías inferiores a 1,23 TeV.

Finalmente, se realiza un estudio que introduce pequeñas variaciones sobre el Modelo Estándar. Se consideran los tres bosones Goldstone electrodébiles a los que se acopla un escalar con las características del bosón de Higgs a través de un parámetro arbitrario. El análisis de la unitariedad de este modelo implica cotas de unitariedad más elevadas para valores de este parámetro más próximos al acoplamiento del Modelo Estándar. Con los valores experimentales actuales, la violación de la unitariedad perturbativa se pospone hasta 3,72 TeV.

El incremento de la energía hasta 7 TeV por haz previsto para el LHC durante los próximos está por encima del límite energético calculado, en el que sabemos que el Modelo funciona bien. En consecuencia, esta actualización del colisionador conllevará una revisión de la teoría actual y permitirá el acceso a estudiar un posible sector escalar extendido o, tal vez, nueva física más allá del Modelo Estándar.

## 6. Proyecto de tesis doctoral

Se plantea el proyecto de tesis como una continuación natural del trabajo de fin de máster. El objetivo de la tesis es precisamente el estudio exhaustivo del sector escalar del Modelo Estándar y del bosón de Higgs. Se realizarán tests de las predicciones del modelo y se estudiarán posibles escenarios alternativos de rotura de la simetría electrodébil y sus consecuencias fenomenológicas, tanto a altas energías como en física de sabor. Dado que el LHC proseguirá su funcionamiento a más alta energía, vamos a disponer de abundante información experimental sobre el tema, por lo que es el momento idóneo para realizar este proyecto. Obviamente, el plan de trabajo se adaptará a los resultados experimentales que se vayan produciendo.

El ingrediente fundamental de la rotura de la simetría electrodébil es la introducción de los 3 bosones de Goldstone para generar las polarizaciones longitudinales de los bosones gauge. Abordaremos el estudio y caracterización de las propiedades dinámicas de estas polarizaciones, utilizando el formalismo de teoría cuántica de campos y, en particular, las técnicas de teorías de campos efectivas.

A grandes rasgos, planteamos el siguiente plan de trabajo:

1. Estudio de procesos dinámicos con bosones  $W^\pm$  y  $Z$  polarizados longitudinalmente. Análisis de los procesos equivalentes con bosones de Goldstone.
2. Comportamiento a altas energías. Problemas de unitariedad y su solución dentro del Modelo Estándar. Implicaciones de pequeñas desviaciones en los acoplamientos del Higgs.
3. Escenarios de rotura dinámica. Descripción de la teoría efectiva de bosones de Goldstone en presencia del nuevo bosón de 126 GeV. Estudio de la teoría efectiva a órdenes superiores. Investigación de mecanismos de unitarización y resonancias dinámicas.
4. Restricciones a cortas distancias e implicaciones sobre los acoplamientos del Lagrangiano efectivo electrodébil. Estudio de posibles hipótesis sobre una teoría fundamental subyacente.
5. Implicaciones para el sector fermiónico. Restricciones experimentales. Física del quark top.
6. Señales experimentales. Contrastación de las predicciones teóricas con los datos del LHC. Estudio de las posibilidades del International Linear Collider (ILC).

## Referencias

- [1] Pich, Antonio, *The Standard Model of Electroweak Interactions*, (2012). ArXiv:1201.0537 [hep-ph].
- [2] Pich, Antonio, *Effective field theory: Course*. Pages 949-1049, (1998). ArXiv:9806303 [hep-ph].
- [3] Solberg, M. Aa., *On the terms violating the custodial symmetry in multi-Higgs-doublet models*. *J.Phys.* G40:065001, (2013). ArXiv:1207.5194 [hep-ph].
- [4] Dobado, A. and Herrero, M.J. and Pelaez, J.R. and Ruiz Morales, E., *CERN LHC sensitivity to the resonance spectrum of a minimal strongly interacting electroweak symmetry breaking sector*. *Phys.Rev.* D62:055011, (2000). ArXiv:9912224 [hep-ph].
- [5] Contino, Roberto, *The Higgs as a Composite Nambu-Goldstone Boson*, (2010). ArXiv:1005.4269 [hep-ph].
- [6] Bach, Fabian, *Phenomenology of the Three Site Higgsless Model at the ATLAS Detector of the LHC*, (2009).
- [7] Martin, A.D. and Spearman, T.D., *Elementary particle theory*, (1970). North-Holland Pub. Co.
- [8] Pich, Antonio and Rosell, Ignasi and Sanz-Cillero, Juan Jose, *Viability of strongly-coupled scenarios with a light Higgs-like boson*, (2012). ArXiv:1212.6769 [hep-ph].
- [9] Mandl, F. and Shaw, G., *Quantum Field Theory*, (2010). John Wiley & Sons.
- [10] Peskin, M.E.A. and Schroeder, D.V.A., *An Introduction To Quantum Field Theory*, (1995). Addison-Wesley Publishing Company.
- [11] Weinberg, S., *The Quantum Theory of Fields*, (1996). Cambridge University Press.