

Física de Sabor en el LHC



VNIVERSITAT
DE VALÈNCIA

MÁSTER EN FÍSICA AVANZADA

Especialidad Física Teórica

HÉCTOR GISBERT MULLOR *

Tutor: ANTONIO PICH ZARDOYA **

Curso 2014-2015

* hecgismu@alumni.uv.es

** pich@ific.uv.es

Índice

1.- Introducción	3
2.- Interacciones del SM	4
2.1.- QCD	4
2.2.- Modelo Estándar Electro débil	6
2.2.1.- Interacciones de corrientes cargadas	8
2.2.2.- Interacciones de corrientes neutras	9
2.2.3.- Autointeracciones de bosones de gauge	10
3.- Rotura espontánea de la simetría gauge	11
3.1.- Teorema de Goldstone	11
3.2.- Mecanismo de Higgs en SM	12
3.3.- El bosón de Higgs	13
4.- La masa de los fermiones	14
5.- La matriz CKM	15
5.1.- Unitariedad de la matriz CKM	16
5.2.- Conocimiento experimental de los parámetros de sabor	19
6.- Mezcla de mesones neutros en el SM	20
6.1.- Formalismo general	20
6.2.- Cálculo de la amplitud	22
6.3.- Construcción del Lagrangiano efectivo	25
7.- Escalares y la mezcla de mesones a nivel árbol	26
8.- Modelo con Higgs cargados	30
8.1.- Cálculo de la amplitud	31
8.2.- Construcción del Lagrangiano efectivo	36
9.- Mecanismo de GIM	38
9.1.- Mezcla de mesones B	39
9.2.- Mezcla de kaones	41
10.- Conclusiones	42
Apéndices	44
A.- Reglas de Feynman	44
A.1.- Propagadores	44
A.2.- Vértices	44
B.- Regularización dimensional	45

Resumen

Los procesos con cambio de sabor a través de corrientes neutras (FCNC) sólo se producen más allá del nivel árbol en el Modelo Estándar y están altamente suprimidos por el mecanismo de GIM. Los límites para dos conjuntos de operadores de dimensión seis en un modelo que permite FCNC a nivel del árbol son calculados. La mezcla de mesones neutros es estudiada y calculada a primer orden como un ejemplo de proceso FCNC con $|\Delta F| = 2$ en una extensión del sector escalar del Modelo Estándar.

Abstract

Flavor-Changing Neutral Currents (FCNC) processes only occur in the Standard Model beyond the tree level and are highly suppressed by the GIM mechanism. The bounds for two sets of dimension-six operators in a model that allows FCNC at tree level are computed. The meson mixing is studied and calculated to leading order as an example of FCNC with $|\Delta F| = 2$ in the framework of an extension of the Standard Model scalar sector.

1.- Introducción

El concepto de partícula elemental ha cambiado a lo largo de la historia de la física. Estas son las componentes fundamentales de la materia. A finales del siglo pasado, se percataron que la materia estaba hecha de moléculas y/o átomos, los átomos estaban formados de núcleos y electrones, los núcleos estaban constituidos de nucleones y finalmente los nucleones estaban formados por quarks. En los últimos 50 años, con el desarrollo de los aceleradores de partículas, se han descubierto más de 300 hadrones. Existen dos tipos de hadrones, los bariones (protón, neutrón, etc.) con el número bariónico $B = 1$ y los mesones (piones, kaones, etc.) con $B = 0$.

En 1964, Gell-Mann e independientemente Zweig propusieron el modelo quark, basado en la simetría $SU(3)$, permitiendo clasificar todos los hadrones existentes como objetos formados por quarks ligeros, explicando con éxito algunas de las propiedades de estas partículas [1]. En el modelo quark, los bariones están formados por tres de estas partículas ($q_1 q_2 q_3$) como el caso del $p = (uud)$, $n = (udd)$, $\Lambda = (uds)$, mientras que los mesones están formados por un quark q_1 y un anti-quark \bar{q}_2 como $\pi^+ = (u\bar{d})$, $\pi^- = (\bar{u}d)$, $K^+ = (u\bar{s})$, $K^- = (s\bar{u})$, etc. Hoy en día se conocen seis tipos de quarks (u, d, s, c, b, t) dando lugar a seis grados de libertad llamados *sabores*. Procesos de interacción débil mediados por el bosón de gauge cargado W^\pm , cuya aparición es predicha por el modelo estándar electrodébil, no conservan el sabor. Además del sabor, los quarks tienen otro grado de libertad llamado *color*. La interacción entre los quarks debido a la carga de color, está mediada por los gluones y es descrita por la cromodinámica cuántica (QCD). La QCD es una teoría gauge basada en la simetría $SU(3)_C$. A pesar de que la simetría de sabor está rota por la diferencia de masas entre los quarks, en gran parte por los quarks pesados, la simetría de color es una simetría exacta.

Otro tipo de partículas elementales que existen en la naturaleza son los leptones (electrón e , muón μ , tauón τ y sus correspondientes neutrinos ν_e, ν_μ, ν_τ). Los leptones no sienten la interacción fuerte y por lo tanto no tienen carga de color. Entre ellos, los neutrinos sólo interactúan débilmente, mientras que el e, μ y τ interactúan electromagnética y débilmente.

Actualmente, el modelo estándar de física de partículas (SM) es la mejor teoría que los físicos tenemos para describir gran parte de la fenomenología existente con una precisión extraordinaria. Las partículas elementales en el SM se clasifican como:

$$\begin{array}{l}
 \text{Quarks} \longrightarrow \begin{bmatrix} u \\ d \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} c \\ s \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} t \\ b \end{bmatrix}; \\
 \text{Bosones de gauge} \longrightarrow \begin{cases} \text{fotón } \gamma, \\ \text{bosones débiles } W^\pm, Z^0, \\ \text{gluones } g; \end{cases} \\
 \text{Leptones} \longrightarrow \begin{bmatrix} \nu_e \\ e \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{bmatrix}; \\
 \text{Bosón de Higgs} \longrightarrow H^0.
 \end{array}$$

Los quarks y los leptones son los elementos fundamentales de la materia y tienen espín $1/2$. El resto de números cuánticos se muestran en la TABLAS 1 y 2. Los quarks y leptones están emparejados en tres dobletes respectivamente, los miembros de los cuales participan en las corrientes cargadas de la interacción débil. La repetición de los dobletes da lugar a tres generaciones de quarks y leptones. Las correspondientes partículas en las diferentes generaciones, por ejemplo u, c, t , tienen los mismos números cuánticos. La única propiedad que permite distinguir el tipo de generación es la diferencia de masa de quarks y leptones entre generaciones. Las cargas eléctricas de los componentes del doblete de quarks superiores e inferiores son $+2/3$ y $-1/3$, mientras que en los leptones son 0 y -1 , respectivamente.

	Q	\mathcal{I}_3	S	C	\mathcal{B}	\mathcal{T}	Masa
u	$+\frac{2}{3}$	$+\frac{1}{2}$	0	0	0	0	≈ 3 MeV
d	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	0	≈ 5 MeV
s	$-\frac{1}{3}$	0	-1	0	0	0	≈ 0.1 GeV
c	$+\frac{2}{3}$	0	0	+1	0	0	≈ 1.3 GeV
b	$-\frac{1}{3}$	0	0	0	-1	0	≈ 4.5 GeV
t	$+\frac{2}{3}$	0	0	0	0	+1	≈ 172 GeV

	Q	L_e	L_μ	L_τ	Masa
e	-1	+1	0	0	≈ 0.511 MeV
ν_e	0	+1	0	0	< 3 eV
μ	-1	0	+1	0	≈ 0.1 GeV
ν_μ	0	0	+1	0	< 2 eV
τ	-1	0	0	+1	≈ 1.8 GeV
ν_τ	0	0	0	+1	< 2 eV

TABLA 1: Quarks (Q : carga eléctrica, \mathcal{I}_3 : tercera componente de isospín, S : extrañeza, C : encanto, \mathcal{B} : belleza, \mathcal{T} : verdad. Signo contrario para los antiquarks.)

TABLA 2: Leptones (Q : carga eléctrica, L_e : número leptónico del electrón, L_μ : número leptónico del muón, L_τ : número leptónico del tauón. Signo contrario para los antiquarks.)

Los bosones de gauge tienen espín 1 y son los mediadores de la interacción entre quarks y leptones. La fuerza de la interacción depende de cual sea el bosón que propague la interacción entre quarks o leptones. Las interacciones electromagnética, débil y fuerte son mediadas por el fotón γ , los bosones débiles W^\pm , Z^0 y los gluones g , respectivamente. El fotón no puede interactuar consigo mismo, a diferencia de los gluones y los bosones débiles que sí pueden. Esto es debido a que la interacción electromagnética está descrita por una teoría gauge Abelian, mientras que las interacciones fuerte y débil son descritas por teorías no Abelianas. Las teorías gauge predicen masa cero para el fotón y los gluones, dando lugar a una interacción de largo alcance. El argumento en la interacción fuerte no va tan recto debido a la naturaleza no Abelian de la interacción de color estando los quarks confinados dentro de los hadrones ($\approx 10^{-15}$ m). Por otra parte, los bosones W^\pm , Z^0 son masivos y su interacción es de corto alcance ($\approx 10^{-18}$ m).

El bosón de Higgs tiene espín 0 y surge como un intento de dar masa a los bosones débiles a través del mecanismo de Higgs. El mecanismo de Higgs es una rotura espontánea de simetrías locales de gauge, en el que un grupo de simetría más grande se rompe espontáneamente a un grupo simetría más pequeño y como consecuencia una parte de los bosones gauge adquieren masa. No solo algunos de los bosones adquieren masa, también los quarks y leptones.

2.- Interacciones del SM

A continuación veremos cómo emergen algunas de las propiedades del SM, basado en la simetría $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, a través de la invariancia gauge. Toda invariancia de gauge está asociada a un *Grupo de Lie*,¹ cuya acción sobre los campos conduce a un nuevo Lagrangiano equivalente.

2.1.- QCD

La cromodinámica cuántica es una teoría de gauge no Abelian que describe la interacción entre los quarks y los gluones. Los quarks son los fermiones de esta teoría y los gluones los bosones de gauge, que desempeñan un papel análogo a los fotones en la QED. La interacción fuerte está íntimamente ligada al grupo $SU(3)$ [2, 3, 4, 5].

¹Los grupos de Lie pueden ser Abelianos o No Abelianos. Cuando se aplica la misma transformación en todos los puntos del espacio se dice que la teoría tiene *invariancia gauge global*. En cambio, si la transformación es diferente en cada punto del espacio-tiempo diremos *invariancia de gauge local*.

El Lagrangiano libre de Dirac vendrá descrito por:

$$\mathcal{L}_0 = \sum_f \bar{q}_f (i \gamma^\mu \partial_\mu - m_f) q_f, \quad (1)$$

donde q_f^α es el triplete de campos fermiónicos encargado de caracterizar a los quarks, el índice α indica el color y el índice f la especie de sabor.

\mathcal{L}_0 es invariante bajo una *Transformación de Gauge Global* $SU(3)$,

$$\begin{aligned} \psi(x) &\xrightarrow{SU(3)} \psi'(x) = U\psi(x), \\ \bar{\psi}(x) &\xrightarrow{SU(3)} \bar{\psi}'(x) = \bar{\psi}(x) U^\dagger; \end{aligned} \quad (2)$$

donde $U = \exp \left\{ i \frac{\lambda^a}{2} \theta_a \right\}$ es la matriz de la transformación asociada a la simetría $SU(N)$, θ^a son parámetros arbitrarios constantes y $\lambda^a/2$ son los generadores del grupo.

Si consideramos que los parámetros θ^a son funciones de cada punto del espacio-tiempo, esto es una *Transformación de Gauge Local* $SU(3)$. Es fácil darse cuenta que el Lagrangiano no se mantiene invariante:

$$\mathcal{L}'_0 = \bar{\psi}'(x)(i \gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi'(x) = \mathcal{L}_0 - (\partial_\mu \theta^a) J_a^\mu \neq \mathcal{L}_0, \quad (3)$$

donde J_a^μ representa la corriente conservada dada por $J_a^\mu = \bar{\psi}(x) \gamma^\mu \left(\frac{\lambda_a}{2} \right) \psi(x)$.

Para hacer posible la invariancia es necesario imponer el *Principio de Gauge* que propone que para que la invariancia bajo una simetría \mathcal{G} siga siendo válida localmente tenemos que añadir una pieza extra al Lagrangiano, transformándolo de tal forma que cancelemos los términos adicionales dejándolo invariante, por ese motivo introduciremos $3^2 - 1$ campos gauge G_μ^a , que representarán a los gluones. Considerando una transformación infinitesimal de los campos de Dirac y Gauge tenemos

$$\psi^\alpha \xrightarrow{SU(3)} \psi'^\alpha = \psi^\alpha + i \left(\frac{\lambda^a}{2} \right)_{\alpha\beta} \delta\theta_a \psi^\beta, \quad (4)$$

$$G_\mu^a \xrightarrow{SU(3)} (G_\mu^a)' = G_\mu^a - \frac{1}{g_s} \partial_\mu (\delta\theta^a) - f_{abc} \delta\theta_b G_\mu^c, \quad (5)$$

donde f^{abc} son las constantes de estructura de $SU(3)$, antisimétricas en los 3 índices. Salvo permutaciones, las constantes no nulas toman los valores

$$\frac{1}{2} f^{123} = f^{147} = -f^{156} = f^{246} = f^{257} = f^{345} = -f^{367} = \frac{1}{\sqrt{3}} f^{458} = \frac{1}{\sqrt{3}} f^{678} = \frac{1}{2}. \quad (6)$$

Definimos la derivada covariante como

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + i g_s \frac{\lambda_a}{2} G_\mu^a, \quad G_\mu(x) \equiv \frac{\lambda_a}{2} G_\mu^a(x). \quad (7)$$

Por cada generador del grupo se introduce un campo gauge que está directamente relacionado con la interacción. En cuanto a la constante g_s se trata de la constante de acoplamiento y es la encargada de caracterizar la intensidad de la interacción.

Reemplazando ∂_μ por D_μ , en la ecuación (1), construimos el nuevo Lagrangiano

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(x)(i \gamma^\mu D_\mu - m) \psi = \bar{\psi}(x)(i \gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi - g_s J_a^\mu G_\mu^a. \quad (8)$$

Como resultado, el principio de gauge nos proporciona la interacción entre el campo de Dirac y los campos de gauge G_μ^a . Si queremos que el nuevo campo de gauge propague la interacción es necesario añadir un nuevo término que represente la energía cinética del campo. En $SU(3)$ tendremos:

$$G^{\mu\nu}(x) = -\frac{i}{g_s} [D^\mu, D^\nu] = \partial^\mu G^\nu(x) - \partial^\nu G^\mu(x) + i g_s [G^\mu, G^\nu] \equiv \frac{\lambda_a}{2} G_a^{\mu\nu}(x). \quad (9)$$

donde hemos definido

$$G_a^{\mu\nu}(x) \equiv \partial^\mu G_a^\nu(x) - \partial^\nu G_a^\mu(x) - g_s f^{abc} G_b^\mu G_c^\nu, \quad (10)$$

que bajo $SU(3)$ se transforma como

$$D_\mu \longrightarrow U D_\mu U^\dagger, \quad (11)$$

$$G^{\mu\nu} \xrightarrow{SU(3)} (G^{\mu\nu})' = U G^{\mu\nu} U^\dagger. \quad (12)$$

Por lo tanto, el termino cinético para los campos de gauge G_μ^a vendrá dado por

$$\mathcal{L}_{Kin} = -\frac{1}{2} \text{Tr}(G^{\mu\nu} G_{\mu\nu}) = -\frac{1}{4} G_a^{\mu\nu} G_{\mu\nu}^a, \quad (13)$$

que es la única cantidad con $D = 4$ que podemos construir que, además de no violar las simetrías fundamentales, es invariante gauge local bajo $SU(3)$. Finalmente, el Lagrangiano toma la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{SU(3)} = & -\frac{1}{4} (\partial^\mu G_a^\nu - \partial^\nu G_a^\mu) (\partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a) + \sum_f \bar{q}_f^\alpha (i \gamma^\mu \partial_\mu - m) q_f^\alpha - g_s \sum_f J_\mu^a G_\mu^a \\ & + \frac{g_s}{2} f^{abc} (\partial^\mu G_a^\nu - \partial^\nu G_a^\mu) G_\mu^b G_\nu^c - \frac{g_s^2}{4} f^{abc} f_{ade} G_b^\mu G_c^\nu G_\mu^d G_\nu^e, \end{aligned} \quad (14)$$

cuyos vértices se representan en las siguientes figuras:

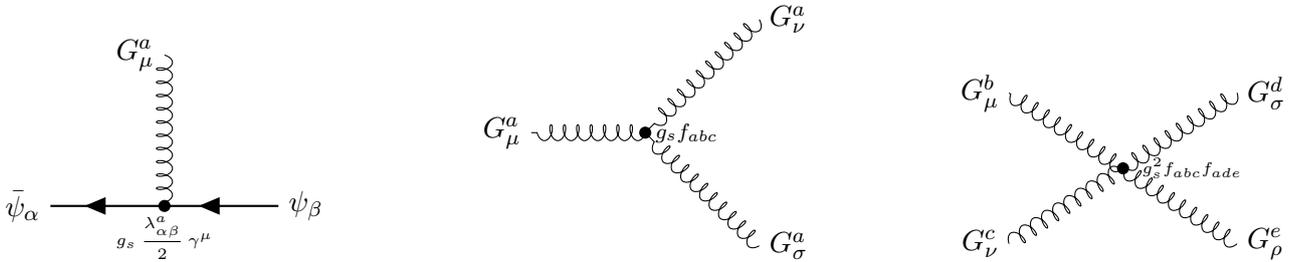


FIGURA 1: Vértices de interacción de $SU(3)$.

La simetría $SU(3)$ prohíbe que los gluones tengan masa, ya que un término de la forma $m_G^2 G_\mu^a G_\mu^a$ rompe la invariancia gauge. También es interesante observar que sin los dos últimos términos la ecuación (14) formalmente sería idéntica a la de QED, excepto por el hecho de que la definición del campo gauge es algo diferente. A diferencia de QED, podemos observar que aparecen autointeracciones triples y cuárticas entre los gluones. La existencia de estos términos pueden explicar características de la interacción fuerte como la *libertad asintótica* (las interacciones fuertes se vuelven más débiles a distancias cortas) y el *confinamiento* (el fuerte aumento de la fuerza a grandes distancias) [6].

2.2.- Modelo Estándar Electro débil

El Modelo Estándar Electro débil es una teoría, basada en el grupo de simetría $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, que describe las interacciones débil y electromagnética, a través del intercambio de sus correspondientes campos de gauge de espín 1: un fotón sin masa para la interacción electromagnética, y tres bosones masivos, W^\pm y Z , para la interacción débil [7, 8]. El contenido de materia fermiónica se organiza en tres familias como,

$$\begin{bmatrix} \nu_e & u \\ e^- & d' \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \nu_\mu & c \\ \mu^- & s' \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \nu_\tau & t \\ \tau^- & b' \end{bmatrix}, \quad (15)$$

donde

$$\begin{bmatrix} \nu_l & q_u \\ l^- & q_d \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \nu_l \\ l^- \end{bmatrix}_L, \quad \begin{bmatrix} q_u \\ q_d \end{bmatrix}_L, \quad l_R^-, \quad q_{uR}, \quad q_{dR}, \quad (16)$$

más sus correspondientes antipartículas. Los campos levógiros son dobletes de $SU(2)_L$, sin embargo sus correspondientes campos dextrógiros se transforman como singletes de $SU(2)_L$ [5, 9, 10].

Consideremos una familia de quarks o leptones, es decir dos fermiones (quarks o leptones) de espín $1/2$ libres y sin masa, con cargas eléctricas $Q_f = Q_{f'} + 1$ en unidades de carga del protón, agrupados por las componentes *left* en un doblete y las *right* en dos singletes:

$$\psi_1(x) = \begin{bmatrix} f \\ f' \end{bmatrix}_L, \quad \psi_2(x) = f_R, \quad \psi_3(x) = f'_R. \quad (17)$$

donde $f_{R,L}^{(\prime)} = P_{R,L} f^{(\prime)}$, con $P_{R,L} = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5)$.

Al igual que hicimos en QCD, consideraremos el Lagrangiano de Dirac libre:²

$$\mathcal{L}_0 = i \bar{f} \gamma^\mu \partial_\mu f + i \bar{f}' \gamma^\mu \partial_\mu f' = \sum_{j=1}^3 i \bar{\psi}_j(x) \gamma^\mu \partial_\mu \psi_j(x). \quad (18)$$

Este Lagrangiano es invariante bajo transformaciones de gauge globales $G = SU(2)_L \otimes U(1)_Y$,

$$\begin{aligned} \psi_1(x) &\xrightarrow{G} \psi'_1(x) \equiv \exp\{iy_1\beta\} U_L \psi_1(x), \\ \psi_2(x) &\xrightarrow{G} \psi'_2(x) \equiv \exp\{iy_2\beta\} \psi_2(x), \\ \psi_3(x) &\xrightarrow{G} \psi'_3(x) \equiv \exp\{iy_3\beta\} \psi_3(x), \end{aligned} \quad (19)$$

donde U_L es la matriz de transformación del grupo $SU(2)_L$, que viene dada por

$$U_L \equiv \exp\left\{i \frac{\sigma_i}{2} \alpha^i\right\} \quad (i = 1, 2, 3), \quad (20)$$

y solo actúa sobre el campo doblete ψ_1 . Los parámetros y_i reciben el nombre de *hipercargas*. En cuanto a la matriz de transformación U_L es no-Abeliana como en QCD.

Para que el Lagrangiano sea invariante bajo la transformación gauge local, $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, tendremos que cambiar las derivadas fermiónicas por objetos covariantes. Como ahora tenemos cuatro parámetros gauge, $\alpha^i(x)$ y $\beta(x)$, para mantener la invariancia gauge hemos tenido que introducir tres bosones vectoriales, $W_\mu^i(x)$, uno por cada generador de $SU(2)_L$, y otro mas, B_μ , para $U(1)_Y$.

$$\begin{aligned} D_\mu \psi_1(x) &\equiv \left[\partial_\mu + i g \widetilde{W}_\mu(x) + i g' y_1 B_\mu(x) \right] \psi_1(x), \\ D_\mu \psi_2(x) &\equiv [\partial_\mu + i g' y_2 B_\mu(x)] \psi_2(x), \\ D_\mu \psi_3(x) &\equiv [\partial_\mu + i g' y_3 B_\mu(x)] \psi_3(x), \end{aligned} \quad (21)$$

donde g y g' son las constantes encargadas de caracterizar las intensidades de interacción; las σ_i son las tres matrices de Pauli y

$$\widetilde{W}_\mu(x) \equiv \frac{\sigma_i}{2} W_\mu^i(x). \quad (22)$$

Queremos que $D_\mu \psi_j(x)$ se transforme exactamente de la misma forma que se transforma el campo $\psi_j(x)$, esto nos fija la transformación de los campos de gauge,

$$\begin{aligned} B_\mu(x) &\xrightarrow{G} B'_\mu(x) \equiv B_\mu(x) - \frac{1}{g'} \partial_\mu \beta(x), \\ \widetilde{W}_\mu &\xrightarrow{G} \widetilde{W}'_\mu \equiv U_L(x) \widetilde{W}_\mu U_L^\dagger(x) + \frac{i}{g} (\partial_\mu U_L(x)) U_L^\dagger(x). \end{aligned} \quad (23)$$

El Lagrangiano invariante bajo transformaciones gauge locales G será:

$$\mathcal{L} = \sum_{j=1}^3 i \bar{\psi}_j(x) \gamma^\mu D_\mu \psi_j(x). \quad (24)$$

²Nótese que en el Lagrangiano (18), no hemos incluido el término de masa, esto se debe a que si lo consideráramos, mezclaríamos los campos izquierdos con los derechos, y por tanto la simetría $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ se echaría a perder.

Con la finalidad de construir el término cinético invariante gauge encargado de propagar la interacción introduciremos los siguientes tensores intensidad:

$$B_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \quad (25)$$

$$\widetilde{W}_{\mu\nu} \equiv -\frac{i}{g} \left[\left(\partial_\mu + i g \widetilde{W}_\mu \right), \left(\partial_\nu + i g \widetilde{W}_\nu \right) \right] = \partial_\mu \widetilde{W}_\nu - \partial_\nu \widetilde{W}_\mu + ig \left[\widetilde{W}_\mu, \widetilde{W}_\nu \right], \quad (26)$$

$$\widetilde{W}_{\mu\nu} \equiv \frac{\sigma_i}{2} W_{\mu\nu}^i, \quad W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - g \epsilon^{ijk} W_\mu^j W_\nu^k. \quad (27)$$

$B_{\mu\nu}$ es invariante bajo la transformación de gauge G , mientras que $\widetilde{W}_{\mu\nu}$ se transforma como,

$$B_{\mu\nu} \xrightarrow{G} B_{\mu\nu}, \quad \widetilde{W}_{\mu\nu} \xrightarrow{G} U_L \widetilde{W}_{\mu\nu} U_L^\dagger. \quad (28)$$

Por lo tanto, el Lagrangiano cinético debidamente normalizado vendrá dado por

$$\mathcal{L}_{\text{Kin}} = -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu}. \quad (29)$$

Obteniendo finalmente el Lagrangiano del Modelo Estándar Electro débil

$$\mathcal{L}_{SME} = -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} + \sum_{j=1}^3 i \bar{\psi}_j(x) \gamma^\mu D_\mu \psi_j(x). \quad (30)$$

Teniendo en cuenta las ecuaciones (25) y (27), el Lagrangiano se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{SME} = & -\frac{1}{4} (\partial^\mu B_a^\nu - \partial^\nu B_a^\mu) (\partial_\mu B_\nu^a - \partial_\nu B_\mu^a) - \frac{1}{4} (\partial^\mu W_a^\nu - \partial^\nu W_a^\mu) (\partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a) \\ & + \sum_{j=1}^3 \bar{\psi}_j i \gamma^\mu \partial_\mu \psi_j - g' J_Y^\mu B_\mu - g \sum_{a=1}^3 \tilde{J}_a^\mu W_\mu^a \\ & + \frac{g}{2} \epsilon^{abc} (\partial^\mu W_a^\nu - \partial^\nu W_a^\mu) W_\mu^b W_\nu^c - \frac{g^2}{4} \epsilon^{abc} \epsilon_{ade} W_b^\mu W_c^\nu W_\mu^d W_\nu^e. \end{aligned} \quad (31)$$

donde hemos introducido las corrientes $J_Y^\mu = \sum_{i=1}^3 y_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu \psi_i$ y $\tilde{J}_a^\mu = \bar{\psi}_1 \gamma^\mu \frac{\sigma_a}{2} \psi_1$.

Podemos ver que la primera línea contiene los términos cinéticos para los campos B_μ y W_μ^a , la segunda línea contiene los Lagrangianos libres de Dirac, correspondientes a los campos fermiónicos *left* y *right* y el término de interacción entre los campos de gauge y los fermiones; en la tercera línea aparecen autointeracciones triples y cuárticas asociadas al campo W_μ^a características de los grupos no Abelianos.

La simetría de gauge prohíbe que el Lagrangiano contenga un término que dote de masa a los campos de gauge bosónicos. Hemos de decir que tampoco es posible incluir la masa de los fermiones debido a que mezclan sus componentes *left* y *right* que tienen diferentes propiedades de transformación, y por lo tanto se produce una ruptura explícita de la simetría gauge. Por lo tanto, el Lagrangiano del modelo estándar electro débil dado por la ecuación (31) solo contiene campos sin masa.

2.2.1.- Interacciones de corrientes cargadas

El Lagrangiano \mathcal{L} dado por (24) contiene interacciones entre fermiones y bosones de gauge,

$$\mathcal{L} \longrightarrow -g \bar{\psi}_1 \gamma^\mu \widetilde{W}_\mu \psi_1 - g' B_\mu \sum_{j=1}^3 y_j \bar{\psi}_j \gamma^\mu \psi_j. \quad (32)$$

El término que contiene la matriz

$$\widetilde{W}_\mu = \frac{\sigma_i}{2} W_\mu^i = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} W_\mu^3 & \sqrt{2} W_\mu^+ \\ \sqrt{2} W_\mu^- & -W_\mu^3 \end{bmatrix} \quad (33)$$



FIGURA 2: Vértices de interacción de corrientes cargadas.

da lugar a interacciones de corrientes cargadas con el campo vectorial cargado, $W_\mu \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 + iW_\mu^2)$ y su complejo conjugado $W_\mu^\dagger \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 - iW_\mu^2)$. Para una familia de quarks o leptones tendremos,

$$\mathcal{L}_{CC} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} \left(W_\mu^\dagger f(x) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) f'(x) + h.c. \right). \quad (34)$$

2.2.2.- Interacciones de corrientes neutras

FIGURA 3: Vértices de interacción de corrientes neutras ($s_\theta \equiv \sin \theta_W$, $c_\theta \equiv \cos \theta_W$).

La ecuación (24) también contiene interacciones con los campos de gauge neutros W_μ^3 y B_μ que nos gustaría identificar con el Z y el fotón. Sin embargo, como el fotón tiene las mismas interacciones con ambas quiralidades fermiónicas, el bosón de gauge singlete B_μ no puede ser el campo electromagnético A_μ . Para ello habría que imponer $y_1 = y_2 = y_3$ y $g'y_j = eQ_j$, lo que no puede cumplirse simultáneamente. Como ambos campos son neutros podemos probar con una combinación arbitraria de ellos:

$$\begin{bmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{bmatrix}. \quad (35)$$

En términos de Z_μ y A_μ , el Lagrangiano de corrientes neutras queda:

$$\mathcal{L}_{NC} = -\sum_{j=1}^3 \bar{\psi}_j \gamma^\mu \left\{ A_\mu \left[g \frac{\sigma_3}{2} \sin \theta_W + g' y_j \cos \theta_W \right] + Z_\mu \left[g \frac{\sigma_3}{2} \cos \theta_W - g' y_j \sin \theta_W \right] \right\} \psi_j. \quad (36)$$

Para obtener la Electrodinámica Cuántica (QED) de la parte con A_μ hay que imponer las condiciones:

$$g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W = e, \quad Y = Q - T_3, \quad (37)$$

donde $T_3 = \frac{\sigma_3}{2}$ es la tercera componente de isospín y Q es el operador carga eléctrica,

$$Q_1 = \begin{bmatrix} Q_f & 0 \\ 0 & Q_{f'} \end{bmatrix}, \quad Q_2 = Q_f, \quad Q_3 = Q_{f'}. \quad (38)$$

La primera igualdad relaciona los acoplamientos g y g' de $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$, respectivamente, con el acoplamiento electromagnético e , lo que proporciona la unificación de las interacciones electrodébiles. La segunda fija las hipercargas fermiónicas Y en términos de las cargas eléctricas y los números cuánticos de isospín débil:

$$y_1 = Q_f - \frac{1}{2} = Q_{f'} + \frac{1}{2}, \quad y_2 = Q_f, \quad y_3 = Q_{f'}. \quad (39)$$

Los neutrinos *right* tienen carga e hipercarga nulas, es decir no se acoplan ni al fotón ni a al Z , y tampoco se acoplan a los W^\pm , pues sólo lo hacen los campos *left*. Por lo tanto, los neutrinos *right* son estériles y, si los neutrinos no tuvieran masa, no haría falta introducirlos.

El Lagrangiano de corrientes neutras finalmente queda como:

$$\mathcal{L}_{NC} = \mathcal{L}_{QED} + \mathcal{L}_{NC}^Z, \quad (40)$$

donde

$$\mathcal{L}_{QED} = -e A_\mu \sum_j \bar{\psi}_j \gamma^\mu Q_j \psi_j \equiv -e A_\mu J_{em}^\mu \quad (41)$$

es el Lagrangiano usual de QED y

$$\mathcal{L}_{NC}^Z = -\frac{e}{2 \sin \theta_W \cos \theta_W} J_Z^\mu Z_\mu \quad (42)$$

contiene la interacción del bosón Z con la corriente neutra fermiónica

$$J_Z^\mu = \sum_j \bar{\psi}_j \gamma^\mu (\sigma_3 - 2 \sin^2 \theta_W Q_j) \psi_j = J_3^\mu - 2 \sin^2 \theta_W J_{em}^\mu. \quad (43)$$

En términos de los campos fermiónicos, \mathcal{L}_{NC}^Z toma la forma

$$\mathcal{L}_{NC}^Z = -\frac{e}{2 \sin \theta_W \cos \theta_W} Z_\mu \sum_f \bar{f} \gamma^\mu (v_f - a_f \gamma_5) f, \quad (44)$$

donde $a_f = T_3^f$ y $v_f = T_3^f (1 - 4 |Q_f| \sin^2 \theta_W)$.

2.2.3.- Autointeracciones de bosones de gauge

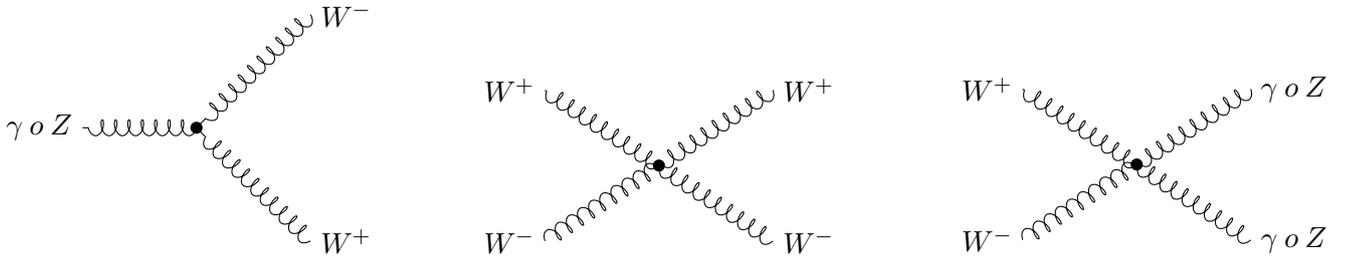


FIGURA 4: Vértices de autointeracción de bosones de gauge.

Del lagrangiano \mathcal{L}_{Kin} dado por (29), se extraen los términos de autointeracción triple y cuártica:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_3 = & + ie \cot \theta_W \{W^{\mu\nu} W_\mu^\dagger Z_\nu - W^{\mu\nu\dagger} W_\mu Z_\nu + W_\mu W_\nu^\dagger Z^{\mu\nu}\} \\ & + ie \{W^{\mu\nu} W_\mu^\dagger A_\nu - W^{\mu\nu\dagger} W_\mu A_\nu + W_\mu W_\nu^\dagger F^{\mu\nu}\}, \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_4 = & -\frac{e^2}{2 \sin^2 \theta_W} \{(W_\mu^\dagger W^\mu)^2 - W_\mu^\dagger W^{\mu\dagger} W_\nu W^\nu\} \\ & - e^2 \cot^2 \theta_W \{W_\mu^\dagger W^\mu Z_\nu Z^\nu - W_\mu^\dagger Z^\mu W_\nu Z^\nu\} \\ & - e^2 \cot \theta_W \{2W_\mu^\dagger W^\mu Z_\nu A^\nu - W_\mu^\dagger Z^\mu W_\nu A^\nu - W_\mu^\dagger A^\mu W_\nu Z^\nu\} \\ & - e^2 \{W_\mu^\dagger W^\mu A_\nu A^\nu - W_\mu^\dagger A^\mu W_\nu A^\nu\}, \end{aligned} \quad (46)$$

donde $W_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu$, $W_{\mu\nu}^\dagger = \partial_\mu W_\nu^\dagger - \partial_\nu W_\mu^\dagger$ y $Z_{\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu$. Nótese que siempre hay como mínimo un par de bosones cargados W y que no hay ningún vértice con sólo fotones y bosones Z .

3.- Rotura espontánea de la simetría gauge

La simetría gauge ha determinado cómo son las interacciones (QCD y SM), pero prohíbe términos de masa para los bosones gauge. En este apartado veremos la forma de solucionar este problema a partir de la *rotura espontánea de simetría* [5, 6, 11]. La rotura espontánea de la simetría (SSB) aparece cuando un sistema definido por un Lagrangiano simétrico bajo una cierta simetría tiene un estado vacío que no es simétrico. Veremos como la rotura espontánea de simetría conduce a la aparición de campos escalares de masa cero conocidos como partículas de *Goldstone* (Teorema de Goldstone) y más tarde dotaremos de masa a las partículas W^\pm y Z^0 del SM a través del mecanismo de Higgs.

3.1.- Teorema de Goldstone

Consideremos un campo escalar complejo $\phi(x)$, con un Lagrangiano de la forma

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \phi^\dagger \partial^\mu \phi - V(\phi), \quad V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + h (\phi^\dagger \phi)^2. \quad (47)$$

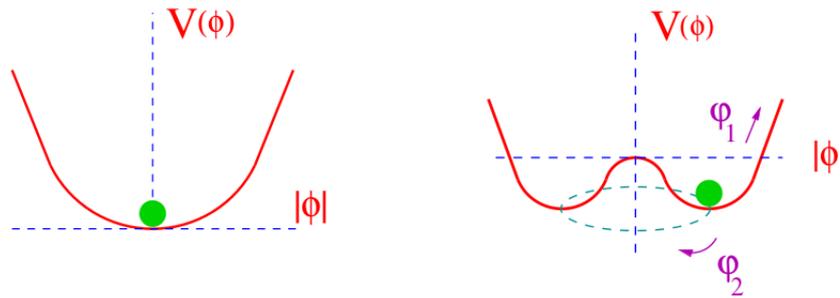


FIGURA 5: Potencial escalar para $\mu^2 > 0$ (izquierda) y $\mu^2 < 0$ (derecha). En el segundo caso existe un continuo de vacíos degenerados, correspondientes a diferentes fases, conectados a través de una excitación de un campo sin masa φ_2 [5].

Este Lagrangiano es invariante bajo una transformación global $U(1)$,

$$\phi(x) \longrightarrow \phi'(x) \equiv e^{i\theta} \phi(x). \quad (48)$$

El potencial estará acotado inferiormente (es decir, existirá un estado de mínima energía, el vacío) si $h > 0$. Respecto a μ^2 , existen dos posibilidades, tal y como se muestra en la FIGURA 5:

- Si $\mu^2 > 0$, el potencial tiene sólo un mínimo trivial, en $\phi(x) = 0$. Se trata entonces de un campo escalar de masa μ y acoplamiento cuártico h .
- Si $\mu^2 < 0$, el mínimo corresponde a las configuraciones del campo que satisfacen

$$|\langle 0|\phi(x)|0\rangle| \equiv |\phi_0| = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2h}} \equiv \frac{v}{\sqrt{2}} > 0, \quad V(\phi_0) = -\frac{h}{4}v^4. \quad (49)$$

Debido a la invariancia de fase $U(1)$ del Lagrangiano existe un número infinito de estados de mínima energía, todos ellos conectados por una transformación de fase, de la forma

$$\phi_0 = \frac{v}{\sqrt{2}} e^{i\theta}. \quad (50)$$

Eligiendo uno de ellos como el estado fundamental del sistema (vacío físico), $\theta = 0$ por ejemplo, la simetría queda rota espontáneamente. Si parametrizamos las excitaciones del campo sobre el vacío físico como

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}[v + \varphi_1(x) + i\varphi_2(x)], \quad (51)$$

donde $\varphi_1(x)$ y $\varphi_2(x)$ son campos reales, el potencial toma la forma

$$V(\phi) = V(\phi_0) - \mu^2 \varphi_1^2 + h v \varphi_1(\varphi_1^2 + \varphi_2^2) + \frac{h}{4}(\varphi_1^2 + \varphi_2^2)^2. \quad (52)$$

Vemos que φ_1 tiene masa $m_{\phi_1}^2 = -2\mu^2$, mientras que ϕ_2 no tiene masa.

La primera posibilidad ($\mu^2 > 0$) es justo la situación habitual de un solo estado fundamental. El otro caso ($\mu < 0$), con SSB, es más interesante. La aparición de la partícula sin masa (bosón de Goldstone) es fácil de entender: φ_2 describe las excitaciones alrededor de una dirección plana en el potencial, es decir, en los estados con la misma energía que el estado fundamental elegido. Estas excitaciones no cuestan energía y corresponden por tanto a un estado sin masa.

El hecho de que haya excitaciones sin masa asociadas con el mecanismo de SSB es un resultado completamente general, conocido como el *Teorema de Goldstone*: “si un Lagrangiano es invariante bajo un grupo de simetría continua G , pero el vacío sólo es invariante bajo un subgrupo $H \subset G$, entonces aparecen tantas partículas sin masa y espín 0 (bosones de Goldstone) como generadores de G que no son de H , es decir, el número de simetrías que se han roto”. En este caso, hay un solo bosón de Goldstone porque al elegir un vacío hemos roto la única simetría (bajo transformaciones de fase) del vacío [12, 13].

3.2.- Mecanismo de Higgs en SM

Para dar masa a W^\pm y Z^0 , introduciremos el doblete de campos escalares complejos (cuatro campos reales: dos cargados y dos neutros) [14, 15, 16]:

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} \phi^{(+)}(x) \\ \phi^{(0)}(x) \end{bmatrix} \quad (53)$$

y el Lagrangiano invariante bajo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$:

$$\mathcal{L}_S = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - h(\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad (h > 0, \mu^2 < 0), \quad (54)$$

$$D_\mu \Phi = \left[\partial_\mu + i g \widetilde{W}_\mu + i g' y_\Phi B_\mu(x) \right] \Phi, \quad y_\Phi = Q_\Phi - T_3 = \frac{1}{2}. \quad (55)$$

El valor de la hipercarga escalar es fijado por el requisito de tener un correcto acoplamiento entre $\Phi(x)$ y A^μ , es decir, el fotón no se acopla a $\phi^{(0)}(x)$, lo que será crucial para que el fotón no adquiera masa, y $\phi^{(+)}(x)$ tiene la carga eléctrica correcta. Para el caso $\mu^2 < 0$, el doblete $\Phi(x)$ adquiere un valor esperado de vacío y el mínimo del potencial estará en

$$\Phi_0 \equiv \langle 0 | \Phi | 0 \rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ v \\ \sqrt{2} \end{bmatrix}, \quad v = \sqrt{-\frac{\mu^2}{h}}. \quad (56)$$

Dado que la carga eléctrica es una cantidad conservada, sólo el campo escalar neutro puede adquirir un valor esperado de vacío. Al elegir uno entre los posibles estados fundamentales, todos ellos conectados por transformaciones $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ (cuatro generadores), se rompe espontáneamente esta simetría quedando como remanente $U(1)_{QED}$ (un generador), lo que da lugar a la aparición de tres campos escalares sin masa (teorema de Goldstone).

A continuación, pasaremos a parametrizar el doblete escalar como excitaciones sobre el vacío físico,

$$\Phi(x) = \exp \left\{ i \frac{\sigma_i(x)}{2} \theta^i(x) \right\} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{bmatrix}, \quad (57)$$

donde sigue habiendo cuatro campos escalares, $\theta^i(x)$ y $H(x)$.

Los tres campos $\theta^i(x)$, son los bosones de Goldstone, pero haciendo uso de la invariancia gauge del Lagrangiano podemos transformar $\Phi(x)$ por un campo en el que éstos desaparecen, preservándose como único campo escalar físico el bosón de Higgs $H(x)$. Quedando de esta forma el doblete escalar como

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} [v + H(x)] \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \tag{58}$$

donde los tres grados de libertad que aparentemente se pierden se convierten en los estados de polarización longitudinal de W^\pm y Z^0 ya que tras SSB, W_μ y Z_μ se convierten en campos masivos. Como se desprende al introducir (58) en el Lagrangiano (54),

$$(D_\mu \Phi)^\dagger D^\mu \Phi \longrightarrow \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H + (v + H)^2 \left\{ \frac{g^2}{4} W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{g^2}{8 \cos^2 \theta_W} Z_\mu Z^\mu \right\}, \tag{59}$$

que contiene los términos de masa para los bosones W^\pm y Z^0 , $M_Z \cos \theta_W = M_W = \frac{1}{2} v g$, mientras que el fotón permanece sin masa. El mecanismo de Higgs ha dotado de masa a los bosones W^\pm y Z a través de la ruptura espontánea de la simetría electrodébil $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$.

3.3.- El bosón de Higgs

El Lagrangiano escalar en la ecuación (54) ha introducido una nueva partícula escalar en nuestro modelo: el bosón de Higgs H . En términos de los campos físicos (gauge unitario), \mathcal{L}_S toma la forma,

$$\mathcal{L}_S = \frac{1}{4} h v^4 + \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_{HG^2}, \tag{60}$$

donde

$$\mathcal{L}_H = \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H - \frac{1}{2} M_H^2 H^2 - \frac{M_H^2}{2v} H^3 - \frac{M_H^2}{8v^2} H^4, \tag{61}$$

$$\mathcal{L}_{HG^2} = M_W^2 W_\mu^\dagger W^\mu \left\{ 1 + \frac{2}{v} H + \frac{H^2}{v^2} \right\} + \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu Z^\mu \left\{ 1 + \frac{2}{v} H + \frac{H^2}{v^2} \right\}, \tag{62}$$

y la masa del bosón de Higgs viene dada por $M_H = \sqrt{-2\mu^2} = \sqrt{2}hv$. Las interacciones de Higgs (FIGURA 6) siempre son proporcionales a la masa al cuadrado del bosón con el que se acoplen. Además los acoplamientos están totalmente determinados por M_H , M_W , M_Z y el valor de expectación del vacío v .

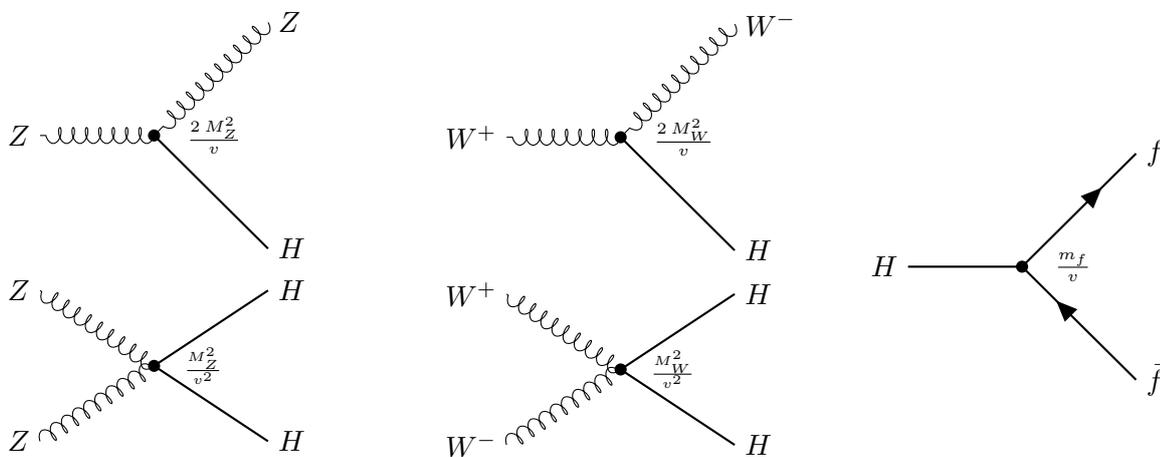


FIGURA 6: Acoplamientos de Higgs a bosones de gauge y fermiones.

4.- La masa de los fermiones

El mecanismo de Higgs ha sido capaz de generar las masas de los bosones débiles. Sin embargo, este no ha podido dar masa a los fermiones, ya que un término másico rompería la simetría gauge. A continuación, veremos que por el hecho de haber introducido un doblete escalar, es posible construir nuevas estructuras que respeten la simetría, lo que ha su vez generará las masas de los fermiones.

Supongamos N_G familias de fermiones, denotadas por ν'_j, l'_j, u'_j, d'_j , donde los miembros de la familia j ($j = 1, \dots, N_G$) tienen las transformaciones usuales bajo el grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. A causa de la inserción del doblete escalar en el modelo, una gran variedad de acoplamientos fermión-doblete escalar están permitidos por simetría [17, 18]. El Lagrangiano de Yukawa más general viene dado por

$$\mathcal{L}_Y = - \sum_{jk} \left\{ (\bar{u}'_j, \bar{d}'_j)_L \left[c_{jk}^{(d)} \begin{pmatrix} \phi^{(+)} \\ \phi^{(0)} \end{pmatrix} d'_{kR} + c_{jk}^{(u)} \begin{pmatrix} \phi^{(0)\star} \\ -\phi^{(-)} \end{pmatrix} u'_{kR} \right] + (\bar{\nu}'_j, \bar{l}'_j)_L c_{jk}^{(l)} \begin{pmatrix} \phi^{(+)} \\ \phi^{(0)} \end{pmatrix} l'_{kR} \right\} + \text{h.c.}, \quad (63)$$

donde $c_{jk}^{(d)}$, $c_{jk}^{(u)}$ y $c_{jk}^{(l)}$ son constantes de acoplamiento arbitrarias, el segundo término envuelve el campo escalar conjugado $\phi^c \equiv i\sigma_2 \phi^*$.

En el gauge unitario, el Lagrangiano de Yukawa se puede escribir como

$$\mathcal{L}_Y = - \left(1 + \frac{H}{v} \right) \{ \bar{d}'_L M'_d d'_{kR} + \bar{u}'_L M'_u u'_{kR} + \bar{l}'_L M'_l l'_{kR} + \text{h.c.} \}, \quad (64)$$

donde d' , u' y l' son vectores en el espacio de sabor de dimensión N_G . Las matrices de masa vienen dadas por

$$(M'_d)_{ij} \equiv c_{ij}^{(d)} \frac{v}{\sqrt{2}}, \quad (M'_u)_{ij} \equiv c_{ij}^{(u)} \frac{v}{\sqrt{2}}, \quad (M'_l)_{ij} \equiv c_{ij}^{(l)} \frac{v}{\sqrt{2}}. \quad (65)$$

La matriz M'_d puede descomponerse como

$$M'_d = H_d U_d = S_d^\dagger \mathcal{M}_d S_d U_d, \quad (66)$$

donde $H_d \equiv \sqrt{M'_d M_d'^\dagger}$ es una matriz hermítica definida positiva, mientras que U_d es unitaria. Además, H_d puede diagonalizarse mediante otra matriz unitaria S_d . Por lo tanto, el resultado final \mathcal{M}_d será una matriz diagonal, hermítica y definida positiva. De forma similar sucede con M'_u y M'_l , obteniendo

$$\mathcal{M}_d = \text{diag}(m_d, m_s, m_b, \dots), \quad \mathcal{M}_u = \text{diag}(m_u, m_c, m_t, \dots), \quad \mathcal{M}_l = \text{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau, \dots), \quad (67)$$

tomando el Lagrangiano de Yukawa la siguiente forma,

$$\mathcal{L}_Y = - \left(1 + \frac{H}{v} \right) \{ \bar{d} \mathcal{M}_d d + \bar{u} \mathcal{M}_u u + \bar{l} \mathcal{M}_l l \}, \quad (68)$$

donde hemos definido los estados de masa como

$$\begin{aligned} d_L &\equiv S_d d'_L, & u_L &\equiv S_u u'_L, & l_L &\equiv S_l l'_L, \\ d_R &\equiv S_d U_d d'_{kR}, & u_R &\equiv S_u U_u u'_{kR}, & l_R &\equiv S_l U_l l'_{kR}, \end{aligned} \quad (69)$$

y todos los acoplamientos de Yukawa son fijados en términos de las masas (FIGURA 6).

La diagonalización del Lagrangiano de Yukawa tiene implicaciones físicas sobre los términos obtenidos previamente, porque tendremos que expresarlos en función de los estados de masa. Estas son:

- El Lagrangiano de corrientes neutras dado por la ecuación (40), no cambia cuando es expresado en función de los estados de masa, porque $f'_L f'_L = \bar{f}_L f_L$ y $f'_R f'_R = \bar{f}_R f_R$. Por tanto, no existen corrientes neutras que cambien sabor en el SM (Mecanismo de GIM).

- El Lagrangiano de corrientes cargadas dado por la ecuación (34), mezcla los estados \bar{u} con d y \bar{v}_i con l , en función de los estados de masa tendremos,

$$\bar{u}'_L d'_L = \bar{u}_L S_u S_d^\dagger d_L \equiv \bar{u}_L V d_L. \quad (70)$$

En general, $S_u \neq S_d$. Al reescribir los estados débiles en términos de los estados de masa, nos aparece una matriz unitaria $N_G \times N_G$ que denotaremos por V y que es conocida como la matriz CKM (Cabibbo-Kobayashi-Maskawa). Dejando el Lagrangiano como

$$\mathcal{L}_{CC} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} \left\{ W_\mu^\dagger \left[\sum_{ij} \bar{u}_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) V_{ij} d_j + \sum_l \bar{v}_l \gamma^\mu (1 - \gamma_5) l \right] + \text{h.c.} \right\}. \quad (71)$$

La matriz CKM acopla cualquier quark de los tipo up con todos los de tipo down (FIGURA 7).

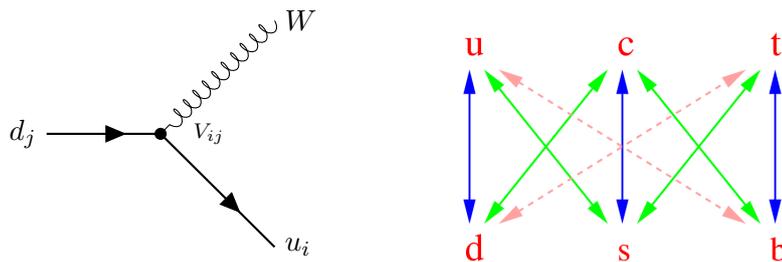


FIGURA 7: Acoplamientos con cambio de sabor a través de bosones W^\pm .

- Asumiendo que los neutrinos no tienen masa, siempre podemos redefinir los sabores de los neutrinos, de tal forma que se elimine la mezcla del sector leptónico,

$$\bar{\nu}'_L l'_L = \bar{\nu}'_L S_l^\dagger l_L \equiv \bar{\nu}_L l_L. \quad (72)$$

Por tanto, tenemos conservación de cada sabor leptónico en el SM mínimo sin neutrinos diestros. Si un neutrino estéril ν_R es incluido en el modelo, tendríamos un término adicional en el Lagrangiano de Yukawa que daría lugar a un término de masa de la forma,

$$(M'_\nu)_{ij} \equiv c_{ij}^{(\nu)} \frac{v}{\sqrt{2}}. \quad (73)$$

Pudiendo acomodar neutrinos masivos junto a una violación del sabor leptónico en algunos procesos que pasarían a ser posibles. Esta violación vendría parametrizada por una matriz de mezcla V_L que sería análoga a la del sector quark. A pesar de esto, el número leptónico total $L \equiv L_e + L_\mu + L_\tau$ seguiría conservándose (salvo que incluyamos un término de masa de Majorana para ν_R). Experimentalmente sabemos que las masas de los neutrinos son muy pequeñas y que hay cotas muy precisas en lo referente a la violación del sabor leptónico:

$$\text{Br}(\mu^\pm \rightarrow e^\pm e^+ e^-) < 1.0 \cdot 10^{-12}, \quad \text{Br}(\mu^\pm \rightarrow e^\pm \gamma) < 5.7 \cdot 10^{-13}, \quad \text{Br}(\tau^\pm \rightarrow \mu^\pm \gamma) < 4.4 \cdot 10^{-8}, \dots$$

Sin embargo, existe una clara evidencia del fenómeno de la oscilación de neutrinos.

5.- La matriz CKM

La matriz de mezcla de quarks V es una matriz $N_G \times N_G$ unitaria, caracterizada por N_G^2 parámetros reales: $N_G(N_G - 1) / 2$ módulos y $N_G(N_G + 1) / 2$ fases. Muchos de los parámetros son irrelevantes porque todas las piezas del Lagrangiano del SM, excepto la parte que involucra corrientes cargadas, son invariantes bajo transformaciones de fase de los campos de los quarks, esto es $u_i \rightarrow e^{i\phi_i} u_i$ y $d_j \rightarrow e^{i\theta_j} d_j$. Por tanto, el cambio $V_{ij} \rightarrow V_{ij} e^{i(\theta_j - \phi_i)}$, nos permite eliminar $2N_G - 1$ fases, reduciendo el número de parámetros libres de la matriz a $(N_G - 1)^2$: $N_\phi = (N_G - 1)(N_G - 2) / 2$ fases complejas (violación de CP) y $N_\theta = N_G(N_G - 1) / 2$ módulos (ángulos de mezcla).

Con 2 generaciones no existiría violación de \mathcal{CP} . Con $N_G = 3$ la matriz de mezcla de quarks recibe el nombre de matriz CKM y posee tres ángulos y una fase. En la literatura se pueden encontrar diferentes representaciones equivalentes, una de las más conocidas es la parametrización estándar CKM, introducida por Chau y Keung,

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13} e^{-i\delta_{13}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13} e^{i\delta_{13}} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} c_{12} c_{13} & c_{13} s_{12} & s_{13} e^{-i\delta_{13}} \\ -c_{23} s_{12} - c_{12} s_{13} s_{23} e^{i\delta_{13}} & c_{12} c_{23} - s_{12} s_{13} s_{23} e^{i\delta_{13}} & c_{13} s_{23} \\ s_{12} s_{23} - c_{12} c_{23} s_{13} e^{i\delta_{13}} & -c_{12} s_{23} - c_{23} s_{12} s_{13} e^{i\delta_{13}} & c_{13} c_{23} \end{pmatrix}, \quad (74)$$

donde $c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij}$ y $s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij}$, siendo i y j las etiquetas de las generaciones ($i, j = 1, 2, 3$). Los ángulos θ_{ij} pueden definirse entre $[0, \frac{\pi}{2}]$ a través de una redefinición adecuada de las fases de los quarks; de este modo $c_{ij} \geq 0$, $s_{ij} \geq 0$ y $0 \leq \delta_{13} \leq 2\pi$. Por tanto, la fase compleja δ_{13} es la única fuente posible para explicar los fenómenos de violación de \mathcal{CP} en el SM. De hecho, fue por esta razón por la que se asumió la existencia de una tercera generación antes del descubrimiento del quark bottom y del tauón, ya que con sólo dos generaciones el SM no podía explicar la violación de \mathcal{CP} observada en el sistema de Kaones.

Experimentalmente se conoce que $s_{13} \ll s_{23} \ll s_{12} \ll 1$. Una parametrización conveniente es la expansión de Wolfenstein donde los cuatro parámetros de mezcla son (λ, A, ρ, η) con $\lambda \approx 0.23$, donde λ juega el papel del parámetro de la expansión y η representa la violación de \mathcal{CP} .

$$V = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3[1 - \rho - i\eta] & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4), \quad (75)$$

donde

$$A \approx \frac{|V_{cb}|}{\lambda^2}, \quad \sqrt{\rho^2 + \eta^2} \approx \left| \frac{V_{ub}}{\lambda V_{cb}} \right|. \quad (76)$$

Definiendo $s_{12} \equiv \lambda = |V_{us}|/\sqrt{|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2}$, $s_{23} \equiv \lambda |V_{cb}/V_{us}|$ y $s_{13} e^{i\delta_{13}} \equiv A\lambda^3(\rho + i\eta) = V_{ub}^*$ [19].

Esta representación muestra que las transiciones diagonales ($u \longleftrightarrow d, c \longleftrightarrow s, t \longleftrightarrow b$) son de orden uno ($|V_{ud}| \sim |V_{cs}| \sim |V_{tb}| \sim 1$), las transiciones entre la primera y segunda generación ($u \longleftrightarrow s, c \longleftrightarrow d$) son de orden λ ($|V_{us}| \sim |V_{cd}| \sim \lambda$); y en cambio en las transiciones entre la tercera y segunda generación ($c \longleftrightarrow b, t \longleftrightarrow s$) son de orden λ^2 , ($|V_{cb}| \sim |V_{ts}| \sim \lambda^2$) y las transiciones entre la primera y tercera generación ($u \longleftrightarrow b, t \longleftrightarrow d$) son de orden λ^3 ($|V_{td}| \sim |V_{ub}| \sim \lambda^3$).

En resumen, con tres generaciones el sector de Yukawa del SM (sin ν_R) tiene 13 parámetros: 9 masas de quarks y leptones, 3 ángulos de mezcla y 1 fase compleja que explicaría la violación de \mathcal{CP} .

5.1.- Unitariedad de la matriz CKM

La unitariedad de la matriz CKM permite poner a prueba la consistencia del SM, por ese motivo es importante determinar los elementos de la matriz de forma precisa. Sin embargo, esta tarea no es fácil porque conlleva el estudio de las desintegraciones hadrónicas cuya determinación es un problema de QCD no perturbativa y necesariamente introduce incertidumbres teóricas. Una violación o una aparente violación de la unitariedad, podría indicar señales de presencia de nueva física más allá del SM. Esto podría dar lugar a una cuarta familia o quarks pesados exóticos, por lo que la submatriz 3×3 dejaría de ser unitaria por si misma. Alternativamente, esto podría involucrar nuevas interacciones como supersimetría (SUSY), leptoquarks, o un bosón W' pesado (que acoplaría corrientes diestras) o un bosón de gauge Z' que no fueron correctamente incluidos en el análisis y por tanto conducirían a una determinación incorrecta de algunos elementos de la matriz CKM.

La unitariedad de la matriz V impone que,

$$V^\dagger V = V V^\dagger = I, \quad (77)$$

o lo que es lo mismo,

$$\sum_i V_{ij} V_{il}^* = \delta_{jl}, \quad \sum_j V_{ij} V_{kj}^* = \delta_{ik}. \quad (78)$$

Esto nos fija la normalización de las filas y las columnas de la matriz como,

$$\begin{aligned} |V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 &= 1, & |V_{ud}|^2 + |V_{cd}|^2 + |V_{td}|^2 &= 1, \\ |V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{cb}|^2 &= 1, & |V_{us}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{ts}|^2 &= 1, \\ |V_{td}|^2 + |V_{ts}|^2 + |V_{tb}|^2 &= 1, & |V_{ub}|^2 + |V_{cb}|^2 + |V_{tb}|^2 &= 1, \end{aligned} \quad (79)$$

además de seis relaciones de unitariedad que pueden ser representadas como triángulos en el plano complejo,

$$\begin{aligned} V_{ud} V_{us}^* + V_{cd} V_{cs}^* + V_{td} V_{ts}^* &= 0, & V_{ud} V_{cd}^* + V_{us} V_{cs}^* + V_{ub} V_{cb}^* &= 0, \\ V_{ud} V_{ub}^* + V_{cd} V_{cb}^* + V_{td} V_{tb}^* &= 0, & V_{ud} V_{td}^* + V_{us} V_{ts}^* + V_{ub} V_{tb}^* &= 0, \\ V_{us} V_{ub}^* + V_{cs} V_{cb}^* + V_{ts} V_{tb}^* &= 0, & V_{cd} V_{td}^* + V_{cs} V_{ts}^* + V_{cb} V_{tb}^* &= 0. \end{aligned} \quad (80)$$

Si dibujamos las ecuaciones anteriores como la suma de tres números complejos cuya suma es cero, vemos que forman un triángulo (FIGURA 8). El área de estos triángulos viene dada por $\mathcal{J}/2$, donde \mathcal{J} es el invariante de Jarlskog. En el SM cualquier invariante de violación de \mathcal{CP} es proporcional a este invariante. El invariante Jarlskog viene dado por

$$\text{Im} [V_{ij} V_{kl} V_{il}^* V_{kj}^*] = \mathcal{J} \sum_{m,n=1}^3 \epsilon_{ikm} \epsilon_{jln}, \quad (81)$$

con

$$\mathcal{J} = c_{12} c_{23} c_{13}^2 s_{12} s_{23} s_{13} \sin \delta_{13} \approx A^2 \lambda^6 \eta < 10^{-4}. \quad (82)$$

Teniendo en cuenta la parametrización de Wolfenstein, observamos como las identidades representan las relaciones entre las caras del triángulo $\lambda : \lambda : \lambda^5$ para la primera relación y $\lambda^4 : \lambda^2 : \lambda^2$ para la tercera relación, mostrando que siempre existe una de las caras del triángulo que esta suprimida. Esto es porque la violación de \mathcal{CP} es muy pequeña en los sistemas de kaones y porque algunas de las asimetrías predichas en los sistemas de B_s son muy pequeñas. Si analizamos la segunda ecuación, observamos que todas las caras del triángulo son $\sim \lambda^3$. Dividiendo cada lado por $V_{cb}^* V_{cd}$ obtenemos un triángulo (FIGURA 8), con vértices en $(0, 0)$, $(1, 0)$ y $(\bar{\rho}, \bar{\eta}) \approx (1 - \lambda^2/2) (\rho, \eta)$. Muchas mediciones en la física de sabor se pueden mostrar en el plano $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ dando determinaciones y limitaciones importantes para los elementos de la matriz V . Estas mediciones provienen de las tasas y amplitudes de desintegración o también de la violación de \mathcal{CP} de observables relacionados con los ángulos α , β y γ , definidos como

$$\alpha \equiv \arg \left[-\frac{V_{td} V_{tb}^*}{V_{ud} V_{ub}^*} \right], \quad \beta \equiv \arg \left[-\frac{V_{cd} V_{cb}^*}{V_{td} V_{tb}^*} \right], \quad \gamma \equiv \arg \left[-\frac{V_{ud} V_{ub}^*}{V_{cd} V_{cb}^*} \right]. \quad (83)$$

Las restricciones experimentales a día de hoy se muestran en la FIGURA 9, donde una de las caras del triángulo ha sido calculada a través de la ecuación (76) a través de $|V_{ub}/V_{cb}|$ (región verde oscuro). La otra cara del triángulo se puede obtener a través de las medidas de la mezcla de mesones $B_d^0 - \bar{B}_d^0$ (región amarilla), $\Delta M_d = 0.510 \pm 0.003 \text{ ps}^{-1}$, que nos fija V_{tb} . Información adicional se ha obtenido de la oscilación de $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ en CDF y LHCb, dando lugar a $\Delta M_s = 17.761 \pm 0.022 \text{ ps}^{-1}$. También, de la fracción experimental $\Delta M_d/\Delta M_s = 0.0287 \pm 0.0003$, obtenemos $|V_{td}|/|V_{ts}|$ (región naranja). Restricciones más directas en el parámetro η se determinan a través de las desintegraciones $K^0 \rightarrow 2\pi$; el valor medido de $|\varepsilon_K| = (2.233 \pm 0.015) \cdot 10^{-3}$, determina la región parabólica que observamos en verde claro.

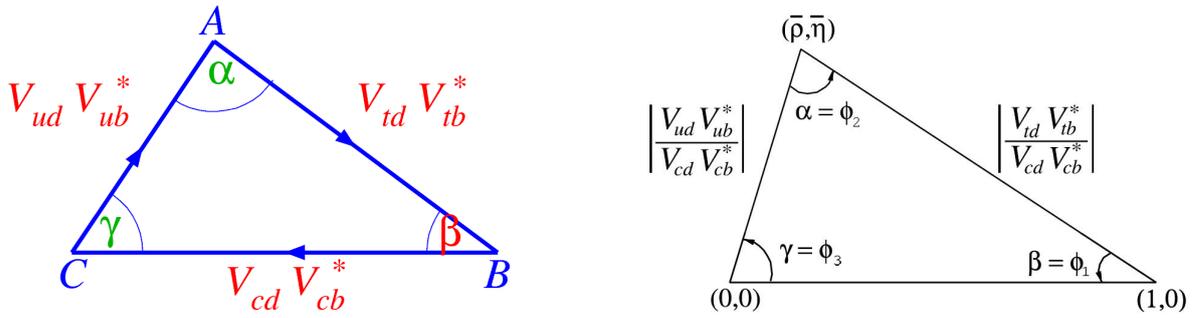


FIGURA 8: Representación del triángulo de unitariedad (izquierda) y representación del triángulo de unitariedad en función de $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$.

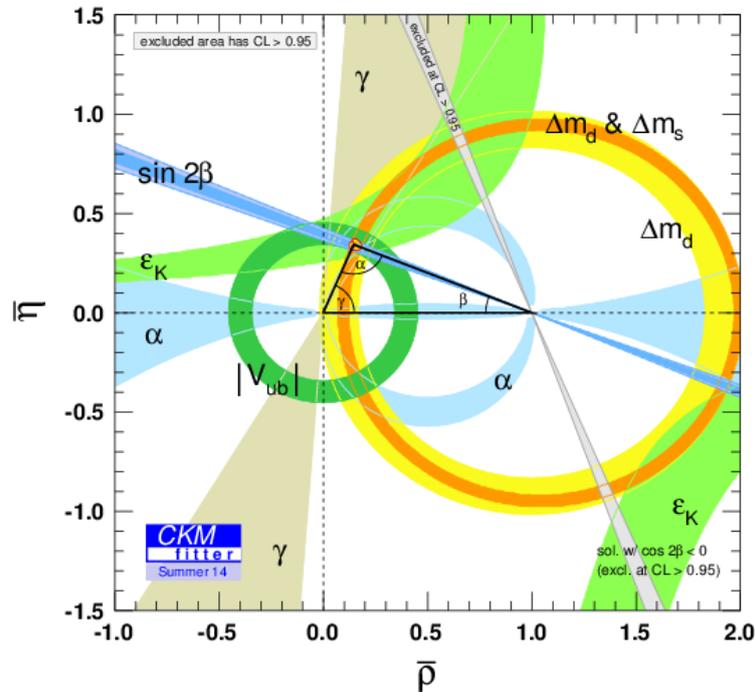


FIGURA 9: Restricciones experimentales al triángulo de unitariedad del SM.

Las desintegraciones de B^0 a estados finales de \mathcal{CP} , proporcionan caminos independientes para determinar los ángulos del triángulo de unitariedad. Un $B^0(\bar{B}^0)$ puede decaer directamente a un estado final f , o hacerlo después de que el mesón haya cambiado a su antipartícula a través de un proceso de mezcla. Los efectos de violación de \mathcal{CP} se pueden obtener de la interferencia de estas dos contribuciones. Las tasas de las asimetrías de violación de \mathcal{CP} dependientes del tiempo contienen información directa de los parámetros CKM. Una de las desintegraciones más importantes es $B_d^0 \rightarrow J/\psi K_S$, que nos proporciona una medida muy buena del ángulo β , sin incertidumbres de la interacción fuerte, incluyendo la información sobre otras desintegraciones, obtenemos

$$\sin(2\beta) = 0.68 \pm 0.02. \quad (84)$$

También se están llevando a cabo muchas pruebas adicionales de la matriz CKM con diferentes modos de desintegración de mesones B con las grandes muestras de datos recogidos por las factorias B. Las determinaciones de los otros dos ángulos α y γ , ya se han obtenido, y incluido en el ajuste global (FIGURA 9). Los diferentes conjuntos de datos se ajustan muy bien, proporcionando una determinación muy precisa de los vértices del triángulo de unitariedad.

5.2.- Conocimiento experimental de los parámetros de sabor

Nuestro conocimiento de la matriz CKM se puede resumir en [19]

$$V = \begin{pmatrix} 0.97427 \pm 0.00014 & 0.22536 \pm 0.00061 & 0.00355 \pm 0.00015 \\ 0.22522 \pm 0.00061 & 0.97343 \pm 0.00015 & 0.0414 \pm 0.0012 \\ 0.00886^{+0.00033}_{-0.00032} & 0.0405^{+0.0011}_{-0.0012} & 0.99914 \pm 0.00005 \end{pmatrix} \quad (85)$$

y el invariante Jarlskog,

$$\mathcal{J} = (3.06^{+0.21}_{-0.20}) \cdot 10^{-5}. \quad (86)$$

Término a término tenemos la siguiente información:

- $|V_{ud}|$ que proviene de desintegraciones nucleares β superpermitidas $0^+ \rightarrow 0^+$,

$$|V_{ud}| = 0.97425 \pm 0.00022. \quad (87)$$

- $|V_{cd}|$ que se extrae de $D \rightarrow \pi l \bar{\nu}_l$. Una mejor determinación se obtiene de $\nu d \rightarrow cX$:

$$|V_{cd}| = 0.225 \pm 0.008. \quad (88)$$

- $|V_{cs}|$ se obtiene de promediar las desintegraciones leptónicas (D_s) y semileptónicas ($D \rightarrow Kl\nu$).

$$|V_{cs}| = 0.986 \pm 0.016. \quad (89)$$

- $|V_{cb}|$ que se mide a partir de $b \rightarrow cl \bar{\nu}_l$ y a partir de $B \rightarrow Dl \bar{\nu}_l$, obteniendo en promedio

$$|V_{cb}| = (41.1 \pm 1.3) \cdot 10^{-3}. \quad (90)$$

- $|V_{ub}|$ que se obtiene a partir de $b \rightarrow ul \bar{\nu}_l$ y a partir de $B \rightarrow \pi l \bar{\nu}_l$, obteniendo en promedio

$$|V_{ub}| = (4.13 \pm 0.49) \cdot 10^{-3}. \quad (91)$$

- Por último, los valores de $|V_{td}|$, $|V_{ts}|$ y $|V_{tb}|$. Los valores de $|V_{tq}|$ con $q = d, s$; pueden ser calculados con ΔM_{B_q} ,

$$|V_{td}| = (8.4 \pm 0.6) \cdot 10^{-3}, \quad |V_{ts}| = (40.0 \pm 2.7) \cdot 10^{-3}. \quad (92)$$

De la sección eficaz de producción de un único top en colisionadores hadrónicos obtenemos

$$|V_{tb}| = 1.021 \pm 0.032. \quad (93)$$

- En cuanto a los ángulos, tenemos que de la violación de \mathcal{CP} en $B_d^0 \rightarrow J/\psi K_S^0$,

$$\sin(2\beta) = 0.68 \pm 0.02, \quad (94)$$

y de $B \rightarrow \pi\pi, \rho\pi, \rho\rho$, tenemos

$$\alpha = (85.4^{+3.9}_{-3.8})^\circ. \quad (95)$$

y finalmente de $B \rightarrow DK$,

$$\gamma = (68.0^{+8.0}_{-8.5})^\circ. \quad (96)$$

- Del ajuste global obtenemos los parámetros de la parametrización de Wolfenstein: [19]

$$\begin{aligned} \bar{\rho} &= 0.117 \pm 0.021, & \lambda &= 0.22537 \pm 0.00061, \\ \bar{\eta} &= 0.353 \pm 0.013, & A &= 0.814^{+0.023}_{-0.024}. \end{aligned} \quad (97)$$

- De las medidas directas de los elementos de la matriz CKM, podemos comprobar experimentalmente la unitariedad de la matriz CKM, el mejor test obtenido hasta el momento de este hecho es,

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 0.9999 \pm 0.0006. \quad (98)$$

Observando que los resultados experimentales concuerdan con la teoría [19].

6.- Mezcla de mesones neutros en el SM

Los procesos con cambio de sabor a través de corrientes neutras (FCNC) son de especial interés porque no existen a nivel árbol en el SM, sólo se producen a nivel cuántico. El hecho de que este tipo de procesos tengan lugar a nivel bucle, los hace ideales para testear la estructura cuántica del SM, ofreciendo una vía para la búsqueda de física más allá del SM. A continuación, estudiaremos un ejemplo de este tipo de procesos, *la mezcla de mesones neutros*.

6.1.- Formalismo general

Las interacciones débiles pueden transformar un estado P^0 ($P = K, D, B$) en su antipartícula \bar{P}^0 . Por tanto, en presencia de interacciones débiles, los dos estados forman una base en un subespacio de dimensión dos [20]. Consideremos una superposición arbitraria de dos estados de sabor,

$$|\psi(t)\rangle = a(t) |P^0\rangle + b(t) |\bar{P}^0\rangle \equiv \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix}, \quad (99)$$

con evolución temporal $i \frac{\partial |\psi(t)\rangle}{\partial t} = \mathcal{H} |\psi(t)\rangle$.

El Hamiltoniano se puede escribir como una matriz compleja 2×2 en la base de sabor (P^0, \bar{P}^0). Este Hamiltoniano puede separarse en dos partes; una, $\mathcal{H}^{(0)}$, que conserva sabor (interacciones fuerte y electromagnética), y otra, $\mathcal{H}^{(2)}$, que viola sabor en dos unidades $|\Delta F| = 2$. La suma $\mathcal{H} = \mathcal{H}^{(0)} + \mathcal{H}^{(2)}$ no es hermítica y por tanto puede ser descompuesta en una parte hermítica y en otra antihermítica, responsables respectivamente de la masa y la amplitud de desintegración de las partículas inestables,

$$\mathcal{H} = \mathcal{M} - \frac{i}{2} \Gamma, \quad (100)$$

donde \mathcal{M} y Γ son matrices hermíticas.

En un espacio de dos dimensiones, \mathcal{H} se puede escribir como

$$\mathcal{H} \equiv \begin{pmatrix} \langle P^0 | \mathcal{H}^{(0)} | P^0 \rangle & \langle P^0 | \mathcal{H}^{(2)} | \bar{P}^0 \rangle \\ \langle \bar{P}^0 | \mathcal{H}^{(2)} | P^0 \rangle & \langle \bar{P}^0 | \mathcal{H}^{(0)} | \bar{P}^0 \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} - \frac{i}{2} \Gamma_{11} & M_{12} - \frac{i}{2} \Gamma_{12} \\ M_{21} - \frac{i}{2} \Gamma_{21} & M_{22} - \frac{i}{2} \Gamma_{22} \end{pmatrix}. \quad (101)$$

Asumiendo conservación de la simetría \mathcal{CPT} , tenemos que $M_{11} = M_{22} \equiv M$, con $M = m_{P^0} = m_{\bar{P}^0}$, y $\Gamma_{11} = \Gamma_{22} \equiv \Gamma$, donde Γ es la amplitud total de la desintegración de P^0 o \bar{P}^0 . Como por construcción \mathcal{M} y Γ eran hermíticas, entonces M y Γ serán dos números reales, $M_{21} = M_{12}^*$ y $\Gamma_{21} = \Gamma_{12}^*$. Por tanto, el Hamiltoniano puede escribirse como

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} M & M_{12} \\ M_{12}^* & M \end{pmatrix} - \frac{i}{2} \begin{pmatrix} \Gamma & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{12}^* & \Gamma \end{pmatrix}. \quad (102)$$

Si $\mathcal{H}^{(2)}$ es invariante bajo \mathcal{CP} , entonces obtenemos que $M_{12} = M_{21}$ y $\Gamma_{12} = \Gamma_{21}$, concluyendo a partir de $M_{12}^* = M_{12}$ y $\Gamma_{12}^* = \Gamma_{12}$ que serían reales. En cambio, si \mathcal{CP} no es una simetría exacta de nuestro hamiltoniano $\mathcal{H}^{(2)}$, entonces podríamos tener $M_{12} \neq M_{21}$ o $\Gamma_{12} \neq \Gamma_{21}$ o ambas posibilidades. Esto implica que tanto M_{12} o Γ_{12} o ambos, podrían ser complejos.

Diagonalizando \mathcal{H} , obtenemos que los estados físicos $|P_{\pm}\rangle$, que tendrán sus respectivas masas $M_{P_{\pm}}$ y sus respectivas amplitudes $\Gamma_{P_{\pm}}$, son

$$|P_{+}\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\bar{\epsilon}|^2}} [|P_2\rangle + \bar{\epsilon}|P_1\rangle], \quad (103)$$

$$|P_{-}\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\bar{\epsilon}|^2}} [|P_1\rangle + \bar{\epsilon}|P_2\rangle], \quad (104)$$

donde hemos expresado los estados $|P^0\rangle$ y $|\bar{P}^0\rangle$ en términos de $|P_1\rangle$ y $|P_2\rangle$, los estados par y impar de \mathcal{CP} , definidos como³

$$|P_{1,2}\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (|P^0\rangle \mp |\bar{P}^0\rangle), \quad (105)$$

donde

$$\mathcal{CP} |P_{1,2}\rangle = \pm |P_{1,2}\rangle, \quad (106)$$

además también hemos introducido el parámetro $\bar{\epsilon}$ dado por

$$\bar{\epsilon} = \frac{\sqrt{M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}} - \sqrt{M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*}}{\sqrt{M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}} + \sqrt{M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*}} \equiv \frac{p-q}{p+q}. \quad (107)$$

Si \mathcal{CP} es conservada, las cantidades M_{12} y Γ_{12} son reales como hemos comentado antes y por tanto $\bar{\epsilon}$ desaparece. Entonces, $|P_{-}\rangle = |P_1\rangle$ y $|P_{+}\rangle = |P_2\rangle$, y no hay mezcla entre $|P_1\rangle$ y $|P_2\rangle$. Así que concluimos que la mezcla de $|P_1\rangle$ y $|P_2\rangle$ sólo se produce si \mathcal{CP} es una simetría rota. En general, los autovalores de $\mathcal{M} - \frac{i}{2}\Gamma$ son

$$\begin{aligned} M_{P_{+}} - \frac{i}{2}\Gamma_{P_{+}} &= M - \frac{i}{2}\Gamma + \sqrt{\left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right) \left(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*\right)}, \\ M_{P_{-}} - \frac{i}{2}\Gamma_{P_{-}} &= M - \frac{i}{2}\Gamma - \sqrt{\left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right) \left(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*\right)}, \end{aligned} \quad (108)$$

de donde

$$(M_{P_{+}} - M_{P_{-}}) + \frac{i}{2}(\Gamma_{P_{+}} - \Gamma_{P_{-}}) = 2\sqrt{\left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right) \left(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*\right)} \equiv 2pq. \quad (109)$$

Si \mathcal{CP} es una simetría conservada, entonces

$$\Delta M \equiv M_{P_{+}} - M_{P_{-}} = 2M_{12}, \quad (110)$$

$$\Delta \Gamma \equiv \Gamma_{P_{+}} - \Gamma_{P_{-}} = -2\Gamma_{12}. \quad (111)$$

La evolución temporal de los estados de sabor definido vendrá dada por

$$\begin{pmatrix} |P^0(t)\rangle \\ |\bar{P}^0(t)\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_1(t) & \frac{q}{p}g_2(t) \\ \frac{p}{q}g_2(t) & g_1(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |P^0\rangle \\ |\bar{P}^0\rangle \end{pmatrix} \quad (112)$$

donde

$$\begin{pmatrix} g_1(t) \\ g_2(t) \end{pmatrix} = e^{-iMt} e^{-\Gamma t/2} \begin{pmatrix} \cos\left[\left(\Delta M - \frac{i}{2}\Delta\Gamma\right)\frac{t}{2}\right] \\ -i \operatorname{sen}\left[\left(\Delta M - \frac{i}{2}\Delta\Gamma\right)\frac{t}{2}\right] \end{pmatrix}. \quad (113)$$

³Utilizamos la convención de fase $\mathcal{CP} |P^0\rangle = -|\bar{P}^0\rangle$.

6.2.- Cálculo de la amplitud

A continuación, calcularemos la amplitud de la mezcla de mesones neutros ($M^0 - \bar{M}^0$, con $M^0 \equiv q_1 \bar{q}_2$ y $\bar{M}^0 \equiv \bar{q}_1 q_2$), es decir M_{12} . Los diagramas de Feynman responsables de este proceso son los *diagramas caja*. En la FIGURA 10 aparecen los diagramas responsables de la mezcla de mesones neutros, donde hemos introducido las etiquetas i y j que denotan el sabor del quark interno. Antes de empezar con el cálculo de las amplitudes fijaremos un convenio de momentos, en este caso hemos elegido que el momento dentro del bucle fluye en sentido antihorario. Una vez fijado el convenio, procederemos al cálculo de cada uno de los diagramas [21, 22].

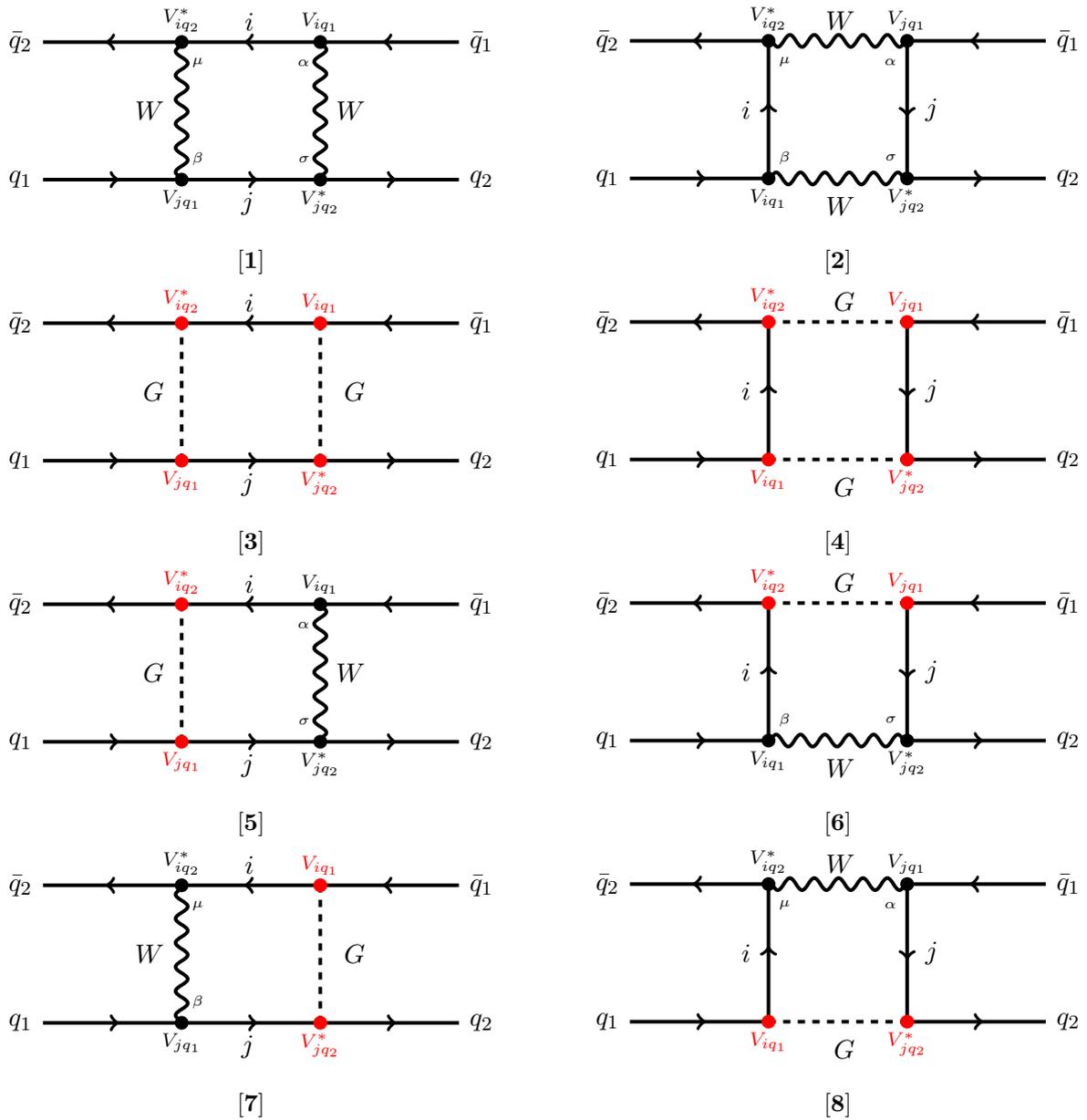


FIGURA 10: Diagramas de Feynman de $M^0 - \bar{M}^0$ en el SM.

Diagrama [1]

Considerando las reglas de Feynman pertinentes (APÉNDICE A), obtenemos que el elemento de la matriz amplitud es

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{[1]}^{ij} = & i^4 \left(-\frac{i}{\sqrt{2}} g \right)^4 (V_{iq_2}^* V_{iq_1} V_{jq_1} V_{jq_2}^*) \cdot \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left(\frac{g^{\mu\beta} - (1 - \xi_W) \frac{k^\mu k^\beta}{k^2 - \xi_W M_W^2}}{k^2 - M_W^2} \right) \cdot \\ & \cdot \left(\frac{g^{\alpha\sigma} - (1 - \xi_W) \frac{(k-p_4+p_2)^\alpha (k-p_4+p_2)^\beta}{(k-p_4+p_2)^2 - \xi_W M_W^2}}{(k-p_4+p_2)^2 - M_W^2} \right) \cdot \left[\bar{u}_{q_2}(p_4) \gamma_\sigma P_L \frac{(\not{k} + \not{p}_2 + m_j)}{(k+p_2)^2 - m_j^2} \gamma_\beta P_L u_{q_1}(p_2) \right] \cdot \\ & \cdot \left[\bar{v}_{q_2}(p_1) \gamma_\mu P_L \frac{(\not{k} - \not{p}_1 + m_i)}{(k-p_1)^2 - m_i^2} \gamma_\alpha P_L v_{q_1}(p_3) \right]. \end{aligned} \quad (114)$$

En el elemento de la matriz amplitud ($\mathcal{M}_{[1]}^{ij}$) podemos observar el acoplamiento débil de orden 4, los elementos de la matriz CKM para cada uno de los vértices, los propagadores de los fermiones internos y los W^\pm , así como los espinores de los fermiones externos. Para calcular la amplitud total correspondiente al diagrama [1], tendremos que tomar la suma sobre todos los posibles sabores de las líneas internas,

$$\mathcal{M}_{[1]} = \sum_{ij} \mathcal{M}_{[1]}^{ij}. \quad (115)$$

Trabajando un poco la ecuación (114) y teniendo en cuenta el límite en el que los momentos de las patas externas es igual a cero, esto es $p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = 0$; además realizamos el cálculo en el gauge de Feynman - 't Hooft ($\xi_W = 1$), obtenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{[1]} = & \left(-\frac{i}{\sqrt{2}} g \right)^4 \left(\sum_{ij} V_{iq_2}^* V_{iq_1} V_{jq_1} V_{jq_2}^* \right) \cdot [\bar{u}_{q_2}(0) \gamma^\alpha \gamma_{\mathfrak{X}} \gamma^\mu P_L u_{q_1}(0)] \\ & \cdot [\bar{v}_{q_2}(0) \gamma_\mu \gamma_{\mathfrak{X}'} \gamma_\alpha P_L v_{q_1}(0)] \cdot \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{k^{\mathfrak{X}} k^{\mathfrak{X}'}}{(k^2 - M_W^2)^2 (k^2 - m_j^2) (k^2 - m_i^2)}. \end{aligned} \quad (116)$$

Definiendo $u_i(0) \equiv i$ y $\bar{u}_i(0) \equiv \bar{i}$, así como $v_i(0) \equiv i'$ y $\bar{v}_i(0) \equiv \bar{i}'$; y teniendo en cuenta la siguiente identidad de Fierz [23],

$$(\bar{u}_1 A P_L u_2)(\bar{u}_3 P_R B u_4) = \frac{1}{2} (\bar{u}_3 \gamma^\mu P_L u_2)(\bar{u}_1 A \gamma_\mu P_R B u_4), \quad (117)$$

siendo A y B dos matrices y sabiendo que [24],

$$\int_k f(k^2) k_\mu k_\nu = \int_k f(k^2) \frac{k^2}{d} g_{\mu\nu} \quad (118)$$

donde d es la dimensión de integración. La expresión (116) nos queda

$$\mathcal{M}_{[1]} = -i \frac{g^4}{4(4\pi)^2} [\bar{q}_{2L} \gamma_\mu q_{1L}] [\bar{q}'_{2L} \gamma^\mu q'_{1L}] \left(\sum_{ij} V_{iq_2}^* V_{iq_1} V_{jq_1} V_{jq_2}^* D_2(m_i^2, m_j^2, M_W^2) \right), \quad (119)$$

donde $D_2(m_i^2, m_j^2, M_W^2)$ esta definida en el APÉNDICE B.

Diagrama [2]

De la misma forma que hemos procedido en el cálculo de $\mathcal{M}_{[1]}$, es trivial obtener

$$\mathcal{M}_{[2]} = -\mathcal{M}_{[1]}. \quad (120)$$

Diagrama [3]

Considerando las reglas de Feynman pertinentes (APÉNDICE A), obtenemos que la amplitud es

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{[3]} = & i^4 \left(\frac{i}{\sqrt{2}} g \right)^4 \left(\sum_{ij} V_{iq_2}^* V_{iq_1} V_{jq_1} V_{jq_2}^* \right) \cdot \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left(\frac{1}{k^2 - \xi_W M_W^2} \right) \cdot \left(\frac{1}{(k - p_4 + p_2)^2 - \xi_W M_W^2} \right) \\ & \cdot \left[\bar{u}_{q_2}(p_4) \left(\frac{m_j}{M_W} P_R - \frac{m_{q_2}}{M_W} P_L \right) \frac{(\not{k} + \not{p}_2 + m_j)}{(k + p_2)^2 - m_j^2} \left(\frac{m_j}{M_W} P_L - \frac{m_{q_1}}{M_W} P_R \right) u_{q_1}(p_2) \right] \cdot \\ & \cdot \left[\bar{v}_{q_2}(p_1) \left(\frac{m_i}{M_W} P_R - \frac{m_{q_2}}{M_W} P_L \right) \frac{(\not{k} - \not{p}_1 + m_i)}{(k - p_1)^2 - m_i^2} \left(\frac{m_i}{M_W} P_L - \frac{m_{q_1}}{M_W} P_R \right) v_{q_1}(p_3) \right]. \end{aligned} \quad (121)$$

Tomando los momentos de las patas externas igual a cero y $\xi_W = 1$, obtenemos

$$\mathcal{M}_{[3]} = -i \frac{g^4}{4^2(4\pi)^2} [\bar{q}_{2L} \gamma_\mu q_{1L}] [\bar{q}'_{2L} \gamma^\mu q'_{1L}] \left(\sum_{ij} V_{iq_2}^* V_{iq_1} V_{jq_1} V_{jq_2}^* \beta_i \beta_j D_2(m_i^2, m_j^2, M_W^2) \right), \quad (122)$$

donde $\beta_i \equiv \frac{m_i^2}{M_W^2}$.

Diagrama [4]

El cálculo en este caso es idéntico a $\mathcal{M}_{[3]}$, obteniendo

$$\mathcal{M}_{[4]} = -\mathcal{M}_{[3]}. \quad (123)$$

Diagrama [5]

En este caso obtenemos que la amplitud es

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{[5]} = & -i^4 \left(\frac{i}{\sqrt{2}} g \right)^4 \left(\sum_{ij} V_{iq_2}^* V_{iq_1} V_{jq_1} V_{jq_2}^* \right) \cdot \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left(\frac{g^{\mu\beta} - (1 - \xi_W) \frac{k^\mu k^\beta}{k^2 - \xi_W M_W^2}}{k^2 - M_W^2} \right) \cdot \left(\frac{1}{(k - p_4 + p_2)^2 - \xi_W M_W^2} \right) \\ & \cdot \left[\bar{u}_{q_2}(p_4) \left(\frac{m_j}{M_W} P_R - \frac{m_{q_2}}{M_W} P_L \right) \frac{(\not{k} + \not{p}_2 + m_j)}{(k + p_2)^2 - m_j^2} \gamma_\beta P_L u_{q_1}(p_2) \right] \cdot \\ & \cdot \left[\bar{v}_{q_2}(p_1) \gamma_\mu P_L \frac{(\not{k} - \not{p}_1 + m_i)}{(k - p_1)^2 - m_i^2} \left(\frac{m_i}{M_W} P_L - \frac{m_{q_1}}{M_W} P_R \right) v_{q_1}(p_3) \right]. \end{aligned} \quad (124)$$

Considerando el límite de momentos y masas externas igual a cero, obtenemos

$$\mathcal{M}_{[5]} = i \frac{g^4}{4(4\pi)^2} [\bar{q}_{2L} \gamma_\mu q_{1L}] [\bar{q}'_{2L} \gamma^\mu q'_{1L}] \left(\sum_{ij} V_{iq_2}^* V_{iq_1} V_{jq_1} V_{jq_2}^* \beta_i \beta_j M_W^2 D_0(m_i^2, m_j^2, M_W^2) \right), \quad (125)$$

donde $D_0(m_i^2, m_j^2, M_W^2)$ está definida en el APÉNDICE B.

Diagramas [6], [7] y [8]

De la misma forma que hemos procedido en el cálculo de $\mathcal{M}_{[5]}$, es trivial obtener

$$\mathcal{M}_{[6]} = -\mathcal{M}_{[7]} = \mathcal{M}_{[8]} = -\mathcal{M}_{[5]}. \quad (126)$$

A continuació, pasarem a sumar las diferentes contribuciones. Para ello tendremos en cuenta los signos relativos entre los diferentes diagramas, que vienen dados por las contracciones del Teorema de Wick. Por tanto,

$$\mathcal{M}_{M^0-\bar{M}^0} = \mathcal{M}_{[1]} - \mathcal{M}_{[2]} + \mathcal{M}_{[3]} - \mathcal{M}_{[4]} + \mathcal{M}_{[5]} - \mathcal{M}_{[6]} + \mathcal{M}_{[7]} - \mathcal{M}_{[8]} \quad (127)$$

es decir

$$\mathcal{M}_{M^0-\bar{M}^0} = 2\mathcal{M}_{[1]} + 2\mathcal{M}_{[3]} + 4\mathcal{M}_{[5]}. \quad (128)$$

Por tanto tendremos,

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{M^0-\bar{M}^0} = & -i \frac{g^4}{2(4\pi)^2} [\bar{q}_{2L} \gamma_\mu q_{1L}] [\bar{q}'_{2L} \gamma^\mu q'_{1L}] \sum_{ij} \lambda_i \lambda_j \left[\left(1 + \frac{1}{4} \beta_i \beta_j \right) D_2(m_i^2, m_j^2, M_W^2) \right. \\ & \left. - 2 \beta_i \beta_j M_W^2 D_0(m_i^2, m_j^2, M_W^2) \right], \end{aligned} \quad (129)$$

donde $\lambda_i \equiv V_{iq_2}^* V_{iq_1}$. Sabiendo que

$$\frac{g^2}{M_W^2} \equiv 4\sqrt{2} G_F, \quad (130)$$

entonces

$$\mathcal{M}_{M^0-\bar{M}^0} = -i \frac{G_F^2 M_W^2}{\pi^2} \sum_{ij} \lambda_i \lambda_j \tilde{S}(m_i^2, m_j^2, M_W^2) [\bar{q}_{2L} \gamma_\mu q_{1L}] [\bar{q}'_{2L} \gamma^\mu q'_{1L}], \quad (131)$$

donde

$$\tilde{S}(m_i^2, m_j^2, M_W^2) = \left(1 + \frac{1}{4} \beta_i \beta_j \right) M_W^2 D_2(m_i^2, m_j^2, M_W^2) - 2 \beta_i \beta_j M_W^4 D_0(m_i^2, m_j^2, M_W^2). \quad (132)$$

6.3.- Construcción del Lagrangiano efectivo

A continuació, pasarem a calcular el Lagrangiano efectivo, es decir un Lagrangiano que contenga la información a nivel cuántico en un vértice [25]. Observando la amplitud (131), se puede intuir que el Lagrangiano efectivo debe tener la siguiente forma,

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = C (\bar{q}_{2L}(x) \gamma^\mu q_{1L}(x)) (\bar{q}_{2L}(x) \gamma_\mu q_{1L}(x)), \quad (133)$$

donde hemos hecho un pequeño abuso de la notación, en este caso $q_1(x)$ y $q_2(x)$ corresponden a campos fermiónicos. El proceso que estamos tratando es $q_1(\vec{p}_1) + \bar{q}_2(\vec{p}_2) \rightarrow \bar{q}_1(\vec{p}_3) + q_2(\vec{p}_4)$, cuyo diagrama de Feynman se muestra en la FIGURA 11.

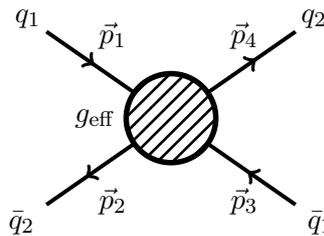


FIGURA 11: Vértice efectivo.

Sabiendo que,

$$\begin{aligned} \langle \bar{q}_1(\vec{p}_3) q_2(\vec{p}_4) | S - I | q_1(\vec{p}_1) \bar{q}_2(\vec{p}_2) \rangle &= i \int d^4x \langle \bar{q}_1(\vec{p}_3) q_2(\vec{p}_4) | : \mathcal{L}_{\text{eff}}(x) : | q_1(\vec{p}_1) \bar{q}_2(\vec{p}_2) \rangle \\ &= i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \mathcal{M}_{\text{eff}}, \end{aligned} \quad (134)$$

junto con la *condición de matching*

$$\mathcal{M}_{SM} = \mathcal{M}_{\text{eff}}, \quad (135)$$

donde $\mathcal{M}_{SM} = i\mathcal{M}_{M^0-\bar{M}^0}$. Tendremos

$$\begin{aligned} \langle S - I \rangle &\equiv \langle \bar{q}_1(\vec{p}_3) q_2(\vec{p}_4) | S - I | q_1(\vec{p}_1) \bar{q}_2(\vec{p}_2) \rangle \\ &= i C \int d^4x \langle \bar{q}_1(\vec{p}_3) q_2(\vec{p}_4) | : (\bar{q}_{2L}(x) \gamma^\mu q_{1L}(x)) (\bar{q}_{2L}(x) \gamma_\mu q_{1L}(x)) : | q_1(\vec{p}_1) \bar{q}_2(\vec{p}_2) \rangle \\ &= i C (\gamma^\mu)_{\alpha\beta} (\gamma_\mu)_{\alpha'\beta'} \int d^4x \langle 0 | b_{q_1}(\vec{p}_3) a_{q_2}(\vec{p}_4) : (\bar{q}_{2L}^\alpha q_{1L}^\beta) (\bar{q}_{2L}^{\alpha'} q_{1L}^{\beta'}) : a_{q_1}^\dagger(\vec{p}_1) b_{q_2}^\dagger(\vec{p}_2) | 0 \rangle. \end{aligned} \quad (136)$$

Después de realizar las contracciones y tener en cuenta la identidad de Fierz (117), obtenemos

$$\langle S - I \rangle = -i (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) 4 C [\bar{q}_{2L} \gamma_\mu q_{1L}] [\bar{q}'_{2L} \gamma^\mu q'_{1L}], \quad (137)$$

y por tanto

$$\mathcal{M}_{\text{eff}} = -4 C [\bar{q}_{2L} \gamma_\mu q_{1L}] [\bar{q}'_{2L} \gamma^\mu q'_{1L}]. \quad (138)$$

Finalmente de la *condición de matching* obtenemos

$$C = -\frac{G_F^2 M_W^2}{4 \pi^2} \sum_{ij} \lambda_i \lambda_j \tilde{S}(m_i^2, m_j^2, M_W^2), \quad (139)$$

dando lugar al Lagrangiano efectivo para la mezcla de mesones neutros en el SM,

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = -\frac{G_F^2 M_W^2}{4 \pi^2} \sum_{ij} \lambda_i \lambda_j \tilde{S}(m_i^2, m_j^2, M_W^2) (\bar{q}_{2L}(x) \gamma^\mu q_{1L}(x)) (\bar{q}_{2L}(x) \gamma_\mu q_{1L}(x)). \quad (140)$$

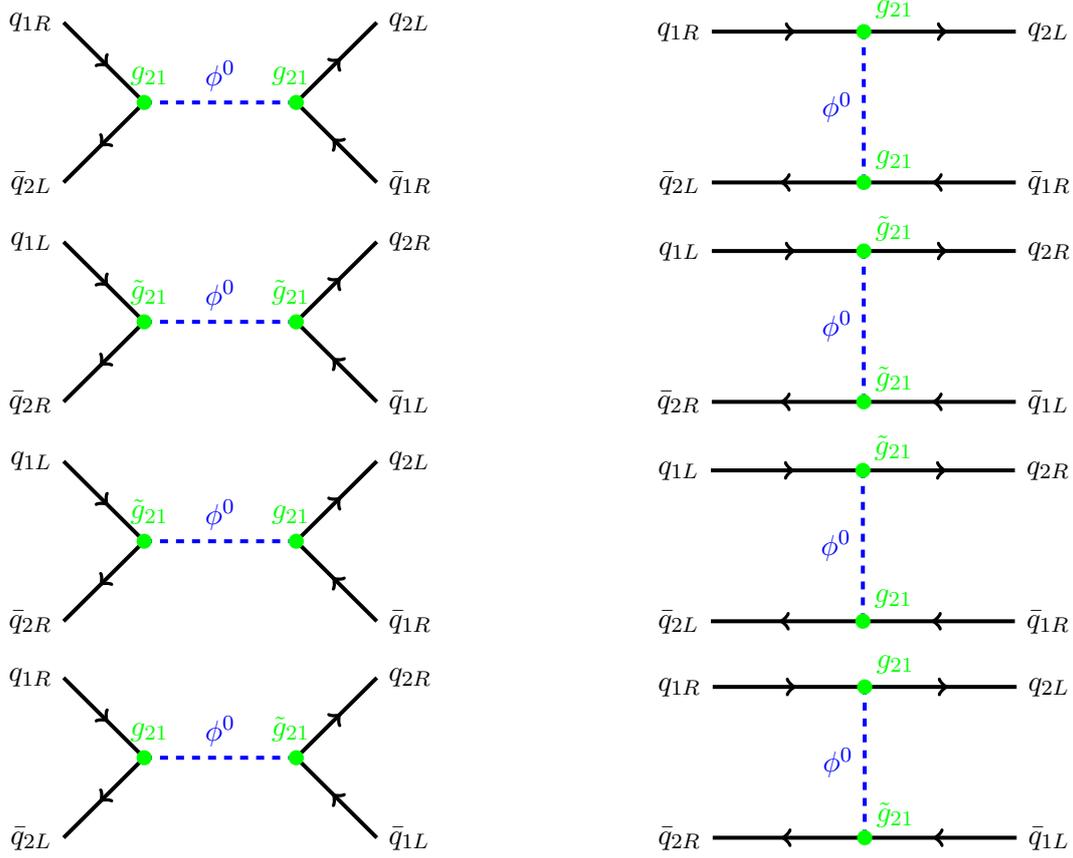
7.- Escalares y la mezcla de mesones a nivel árbol

Hemos visto como el SM no genera procesos con FCNC a nivel árbol, estudiando el caso de la mezcla de mesones neutros y calculando su contribución a nivel bucle. A continuación consideraremos la posibilidad de que en alguna extensión del SM, exista una partícula física escalar no cargada ϕ^0 con acoplamientos a fermiones que no conserven sabor y que por tanto que permita cambiar el sabor en dos unidades a nivel árbol. El Lagrangiano fenomenológico que consideraremos será el siguiente,

$$\mathcal{L}_{\phi^0 \bar{q}_i q_j} = \phi^0 (g_{ij} \bar{q}_{iL} q_{jR} + \tilde{g}_{ij} \bar{q}_{iR} q_{jL}) = \phi^0 \bar{q}_i (g_{ij} P_R + \tilde{g}_{ij} P_L) q_j, \quad (141)$$

donde las constantes de acoplamiento g_{ij} y \tilde{g}_{ij} son adimensionales y cumplen $\tilde{g}_{ij} = g_{ji}^*$. En cuanto a las reglas de Feynman se encuentran en el APÉNDICE A.

Una vez introducida la nueva partícula escalar, al igual que hicimos en el cálculo de la amplitud asociada a la mezcla de mesones neutros según el SM, asumiremos que todos los momentos externos son iguales a cero. Por lo tanto, el propagador de la partícula escalar no dependerá del momento. Los diagramas de Feynman asociados al proceso $q_1 \bar{q}_2 \rightarrow \bar{q}_1 q_2$ se muestran en la FIGURA 12.

FIGURA 12: Diagramas de Feynman para $q_1 \bar{q}_2 \rightarrow \bar{q}_1 q_2$ asociados con $\mathcal{L}_{\phi^0 \bar{q}_i q_j}$

La amplitudes asociadas a estos procesos vendrán dadas por

$$\mathcal{M}_1 = i \frac{g_{21} g_{21}}{m_\phi^2} \{ [\bar{q}'_{2L} q_{1R}] [\bar{q}_{2L} q'_{1R}] - [\bar{q}_{2L} q_{1R}] [\bar{q}'_{2L} q'_{1R}] \}, \quad (142)$$

$$\mathcal{M}_2 = i \frac{\tilde{g}_{21} \tilde{g}_{21}}{m_\phi^2} \{ [\bar{q}'_{2R} q_{1L}] [\bar{q}_{2R} q'_{1L}] - [\bar{q}_{2R} q_{1L}] [\bar{q}'_{2R} q'_{1L}] \}, \quad (143)$$

$$\mathcal{M}_3 = i \frac{\tilde{g}_{21} g_{21}}{m_\phi^2} \{ [\bar{q}'_{2R} q_{1L}] [\bar{q}_{2L} q'_{1R}] - [\bar{q}_{2R} q_{1L}] [\bar{q}'_{2L} q'_{1R}] + [\bar{q}_{2R} q'_{1L}] [\bar{q}'_{2L} q_{1R}] - [\bar{q}'_{2R} q'_{1L}] [\bar{q}_{2L} q_{1R}] \}. \quad (144)$$

Teniendo en cuenta la condición de matching, los respectivos Lagrangianos efectivos vendrán dados por

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}}^{\text{NP}} &= \frac{g_{21} g_{21}}{2 m_\phi^2} [\bar{q}_{2L}(x) q_{1R}(x)] [\bar{q}_{2L}(x) q_{1R}(x)] \\ &+ \frac{\tilde{g}_{21} \tilde{g}_{21}}{2 m_\phi^2} [\bar{q}_{2R}(x) q_{1L}(x)] [\bar{q}_{2R}(x) q_{1L}(x)] \\ &+ \frac{\tilde{g}_{21} g_{21}}{m_\phi^2} [\bar{q}_{2R}(x) q_{1L}(x)] [\bar{q}_{2L}(x) q_{1R}(x)]. \end{aligned} \quad (145)$$

En las teorías más allá del Modelo Estándar, como es el caso, pueden contribuir más operadores locales fermiónicos.⁴ El Hamiltoniano más general $\Delta F = 2$, con $F = S, C, B$, puede escribirse en términos de cinco operadores

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta F=2} = \sum_{i=1}^5 C_i(\mu) \mathcal{Q}_i, \quad (146)$$

⁴En el caso de la mezcla de mesones según el SM, sólo contribuía el operador \mathcal{Q}_1 .

donde C_i son los coeficientes de Wilson que se encargan de codificar las contribuciones de corta distancia y μ es la escala de renormalización. Los operadores \mathcal{Q}_i , en la conocida como base de SUSY, son⁵

$$\begin{aligned}\mathcal{Q}_1 &= [\bar{q}_2^\alpha \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_1^\alpha] [\bar{q}_2^\beta \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_1^\beta], \\ \mathcal{Q}_2 &= [\bar{q}_2^\alpha (1 - \gamma_5) q_1^\alpha] [\bar{q}_2^\beta (1 - \gamma_5) q_1^\beta], \\ \mathcal{Q}_3 &= [\bar{q}_2^\alpha (1 - \gamma_5) q_1^\beta] [\bar{q}_2^\beta (1 - \gamma_5) q_1^\alpha], \\ \mathcal{Q}_4 &= [\bar{q}_2^\alpha (1 - \gamma_5) q_1^\alpha] [\bar{q}_2^\beta (1 + \gamma_5) q_1^\beta], \\ \mathcal{Q}_5 &= [\bar{q}_2^\alpha (1 - \gamma_5) q_1^\beta] [\bar{q}_2^\beta (1 + \gamma_5) q_1^\alpha].\end{aligned}\tag{147}$$

Las contribuciones de larga distancia son descritas por los elementos de matriz de los operadores fermiónicos. Los parámetros B_i^M ($i = 1, \dots, 5$), parametrizan el valor del elemento de matriz de estos operadores en unidades de la aproximación de inserción del vacío (VIA), es decir

$$\langle \bar{M}^0 | \mathcal{Q}_i | M^0 \rangle = B_i^M \langle \bar{M}^0 | \mathcal{Q}_i | M^0 \rangle_{\text{VIA}}.\tag{148}$$

Estos están definidos como

$$\langle \bar{M}^0 | \mathcal{Q}_1(\mu) | M^0 \rangle = \frac{C_1}{2} B_1^M(\mu) m_M f_M^2,\tag{149}$$

$$\langle \bar{M}^0 | \mathcal{Q}_i(\mu) | M^0 \rangle = \frac{C_i}{2} B_i^M(\mu) m_M f_M^2 \frac{m_M^2}{(m_{q_1}(\mu) + m_{q_2}(\mu))^2}, \quad (i = 2, \dots, 5)\tag{150}$$

donde $C_i = 8/3, -5/3, 1/3, 2, 2/3$, para $i = 1, \dots, 5$. $|M^0\rangle$ es el estado pseudoescalar, K , D o B , m_M y f_M son la masa de la partícula pseudoescalar y la constante de desintegración y m_{q_1} y m_{q_2} son las masas renormalizadas de los quarks. En los análisis de modelos de nueva física, el cálculo computacional de los elementos de matriz de estos operadores combinado con los observables experimentales ofrece la oportunidad de fijar restricciones en dichos modelos [26].

Teniendo en cuenta que

$$\Delta m_M^{NP} = 2 |M_{12}| = |\langle \bar{M}^0 | \mathcal{H}_{\text{eff}}^{NP} | M^0 \rangle|,\tag{151}$$

podemos fijar una cota experimental, asumiendo que las contribuciones de nueva física serán menores que los valores experimentales, de forma que

$$\Delta m_M^{\text{exp}} \geq \Delta m_M^{NP}.\tag{152}$$

Aplicando la aproximación VIA, que consiste en insertar el operador $|0\rangle\langle 0|$ y sumar sobre todas las posibilidades, sobre todos los operadores que aparecen en el Lagrangiano efectivo dado por (145),

$$\begin{aligned}\langle \bar{M}^0 | [\bar{q}_2 P_{L(R)} q_1] [\bar{q}_2 P_{L(R)} q_1] | M^0 \rangle &= 2 \langle \bar{M}^0 | [\bar{q}_2^\alpha P_{L(R)} q_1^\alpha] |0\rangle\langle 0| [\bar{q}_2^\beta P_{L(R)} q_1^\beta] | M^0 \rangle \\ &+ 2 \langle \bar{M}^0 | [\bar{q}_2^\alpha P_{L(R)} q_1^\beta] |0\rangle\langle 0| [\bar{q}_2^\beta P_{L(R)} q_1^\alpha] | M^0 \rangle,\end{aligned}\tag{153}$$

$$\begin{aligned}\langle \bar{M}^0 | [\bar{q}_2 P_L q_1] [\bar{q}_2 P_R q_1] | M^0 \rangle &= 2 \langle \bar{M}^0 | [\bar{q}_2^\alpha P_{L(R)} q_1^\alpha] |0\rangle\langle 0| [\bar{q}_2^\beta P_{R(L)} q_1^\beta] | M^0 \rangle \\ &+ 2 \langle \bar{M}^0 | [\bar{q}_2^\alpha P_{L(R)} q_1^\beta] |0\rangle\langle 0| [\bar{q}_2^\beta P_{R(L)} q_1^\alpha] | M^0 \rangle.\end{aligned}\tag{154}$$

Teniendo en cuenta las ecuaciones (148) junto con la ecuación (150), obtenemos

$$\langle \bar{M}^0 | [\bar{q}_2 P_{L(R)} q_1] [\bar{q}_2 P_{L(R)} q_1] | M^0 \rangle = \frac{f_M^2 m_M^3}{4 (m_{q_1} + m_{q_2})^2} \left\{ -\frac{5}{3} B_2^M(\mu) + \frac{1}{3} B_3^M(\mu) \right\},\tag{155}$$

$$\langle \bar{M}^0 | [\bar{q}_2 P_{L(R)} q_1] [\bar{q}_2 P_{R(L)} q_1] | M^0 \rangle = \frac{f_M^2 m_M^3}{2 (m_{q_1} + m_{q_2})^2} \left\{ B_4^M(\mu) + \frac{1}{3} B_5^M(\mu) \right\},\tag{156}$$

⁵La base completa contiene tres operadores adicionales $\tilde{\mathcal{Q}}_{1-3}$ que se obtienen de \mathcal{Q}_{1-3} a través del intercambio de $(1 - \gamma_5) \longleftrightarrow (1 + \gamma_5)$. Las partes con paridad par de los operadores $\tilde{\mathcal{Q}}_i$, que son las únicas que contribuyen, coinciden con los operadores \mathcal{Q}_i . Por lo tanto, sólo será necesario considerar los operadores \mathcal{Q}_i .

Sustituyendo en la ecuación (151), obtenemos trivialmente

$$(\Delta m_M^{NP})_{LL} = (\Delta m_M^{NP})_{RR} = |C_{LL(RR)}^{NP}| \frac{f_M^2 m_M^3}{4(m_{q_1} + m_{q_2})^2} \left| -\frac{5}{3} B_2^M(\mu) + \frac{1}{3} B_3^M(\mu) \right|, \quad (157)$$

$$(\Delta m_M^{NP})_{LR} = |C_{LR}^{NP}| \frac{f_M^2 m_M^3}{2(m_{q_1} + m_{q_2})^2} \left| B_4^M(\mu) + \frac{1}{3} B_5^M(\mu) \right|, \quad (158)$$

donde

$$C_{RR}^{NP} \equiv \frac{g_{21}g_{21}}{2m_\phi^2}, \quad C_{LL}^{NP} \equiv \frac{\tilde{g}_{21}\tilde{g}_{21}}{2m_\phi^2} \quad y \quad C_{LR}^{NP} \equiv \frac{\tilde{g}_{21}g_{21}}{m_\phi^2}.$$

De tal forma que la ecuación (152), da lugar a las siguientes restricciones

$$|C_{LL(RR)}^{NP}| \leq \left(\frac{f_M^2 m_M^3}{4(m_{q_1} + m_{q_2})^2} \left| -\frac{5}{3} B_2^M(\mu) + \frac{1}{3} B_3^M(\mu) \right| \right)^{-1} \Delta m_M^{\text{exp}} \equiv \alpha, \quad (159)$$

$$|C_{LR}^{NP}| \leq \left(\frac{f_M^2 m_M^3}{2(m_{q_1} + m_{q_2})^2} \left| B_4^M(\mu) + \frac{1}{3} B_5^M(\mu) \right| \right)^{-1} \Delta m_M^{\text{exp}} \equiv \beta. \quad (160)$$

Para los casos particulares K , D , B_d y B_s , obtenemos la TABLA 3 [19].

Mesón	α (TeV ⁻²)	β (TeV ⁻²)
K	7.1×10^{-8}	1.7×10^{-8}
D	1.8×10^{-7}	5.4×10^{-8}
B_d^0	4.9×10^{-6}	1.5×10^{-6}
B_s^0	1.2×10^{-4}	3.6×10^{-5}

TABLA 3: Restricciones de los operadores de dimensión seis $\Delta F = 2$.

En la TABLA 3, podemos observar las restricciones para los dos conjuntos de operadores de dimensión seis que emergen de nuestro modelo: LL(RR) y LR. Las restricciones son muy fuertes, $10^{-5} - 10^{-8}$ para el caso de los operadores LR y $10^{-4} - 10^{-8}$ para el caso de los operadores LL(RR)[27]. Esto nos está indicando que este tipo de modelos, es decir con FCNC a nivel árbol están muy restringidos a la escala de energía del TeV, especialmente en el caso de los kaones y los mesones D , debido a que los valores de Δm_M^{exp} son muy pequeños, hecho que está íntimamente ligado con los elementos de la matriz CKM ($\Delta m_M^{\text{SM}} \sim |V_{i q_1}^* V_{j q_2}|$). Por lo tanto, podríamos concluir que todo esta de acuerdo con el SM, pero podemos ir más allá y pensar que las implicaciones de la nueva física a la escala de $m_\phi \sim \text{TeV}$ deberían de haber sido vistas, a no ser que las constantes g_{12} y \tilde{g}_{12} fueran muy pequeñas. Esto podría ser debido a un acoplamiento muy débil ($|g_{12}| \sim |\tilde{g}_{12}| \leq 10^{-4}$), las motivaciones para nueva física a la escala del TeV, sugieren que podrían existir nuevos acoplamientos al sector electro-débil y que estos sufrirían una fuerte supresión, similar a la que aparece en el SM. La mayoría de los modelos de nueva física no son capaces de explicar esta fuerte supresión. Esto ha llevado a mucha discusión sobre la naturaleza de la violación mínima de sabor (minimal flavor violation MFV), que es la hipótesis de que toda violación de sabor, aunque esté asociada con nueva física, es proporcional a las matrices de Yukawa del SM, que dan lugar a una supresión significativa produciendo efectos similares a SM. Todavía es incierto si MFV es empleado por la naturaleza, o si los procesos con FCNC se suprimen por algún otro mecanismo. Está claro, sin embargo, que FCNC tiene un enorme alcance en la búsqueda de una nueva física.

8.- Modelo con Higgs cargados

El sector escalar del SM consiste en un doblete de hipercarga $1/2$. La mayoría de extensiones del SM incluyen una ampliación del sector Higgs. Existen muchas motivaciones para ampliar el sector escalar del modelo estandar electrodébil. Entre las motivaciones teóricas especialmente importantes, se puede incluir SUSY, violación de \mathcal{CP} espontánea, strong \mathcal{CP} problem, bariogénesis, etc.

Un ejemplo de extensión del sector escalar del SM, son los *multi-Higgs-doublet models* (MHDMs). El ejemplo más simple de MHDM es el *two-Higgs-doublet model* (THDM), en el que sólo se introducen dos dobletes escalares. La simplicidad de la idea y la versatilidad de la fenomenología resultante son los ingredientes principales que hacen que THDM sea tan interesante. En la versión más general del modelo, los acoplamientos fermiónicos con escalares neutros son no diagonales en sabor, dando lugar a fenómenos con FCNC a nivel árbol que no son deseados. Se han desarrollado diferentes formas de eliminar estos fenómenos, dando lugar a una gran variedad de implementaciones de THDM. El enfoque más simple y más común es imponer una simetría \mathcal{Z}_2 , prohibiendo de esta forma todos los términos no diagonales del Lagrangiano. Dependiendo de las asignaciones de carga al aplicar esta simetría, se pueden generar diferentes tipos de modelos. En este tipo de modelos con conservación natural de sabor, la matriz CKM es la única fuente de violación de \mathcal{CP} .

Existe otra posibilidad, que consiste en la alineación en el espacio sabor de los acoplamientos de Yukawa de dos dobletes escalares, que garantiza la ausencia de interacciones con FCNC a nivel árbol [28]. La estructura de Yukawa resultante del modelo alineado de dos dobletes de Higgs (ATHDM) queda totalmente caracterizada por las masas de los fermiones, los elementos de la matriz CKM y tres parámetros complejos ζ_f ($f = u, d, l$), cuyas fases son nuevas fuentes potenciales de violación de \mathcal{CP} . Los modelos basados en la simetría \mathcal{Z}_2 se recuperan para el caso particular en el que los valores de estas tres fases sean reales. El ATHDM sin FCNC a nivel árbol deja abierta la posibilidad de tener fases adicionales de violación de \mathcal{CP} en el sector de Yukawa, esto es, nuevas fuentes de violación de \mathcal{CP} más allá de las ya proporcionadas por la matriz CKM [29].

La presencia de un escalar cargado H^\pm es una de las características más distintivas de una extensión del sector escalar. Este modelo, nos permitiría FCNC a nivel bucle a través de los Higgs cargados que jugaran el mismo papel que los bosones débiles W^\pm en el SM.

La interacción del Higgs cargado del ATHDM viene dada por el siguiente Lagrangiano de interacción,

$$\mathcal{L}_{Hud} = -\frac{g}{\sqrt{2}} H^+ \bar{u}^i (a_{ij} P_L + b_{ij} P_R) d^j + \text{h.c.}, \quad (161)$$

con

$$a_{ij} \equiv -\frac{1}{M_W} \zeta_u m_{u_i} V_{ij}, \quad (162)$$

$$b_{ij} \equiv \frac{1}{M_W} \zeta_d m_{d_j} V_{ij}, \quad (163)$$

y sus respectivas reglas de Feynman (APÉNDICE A).

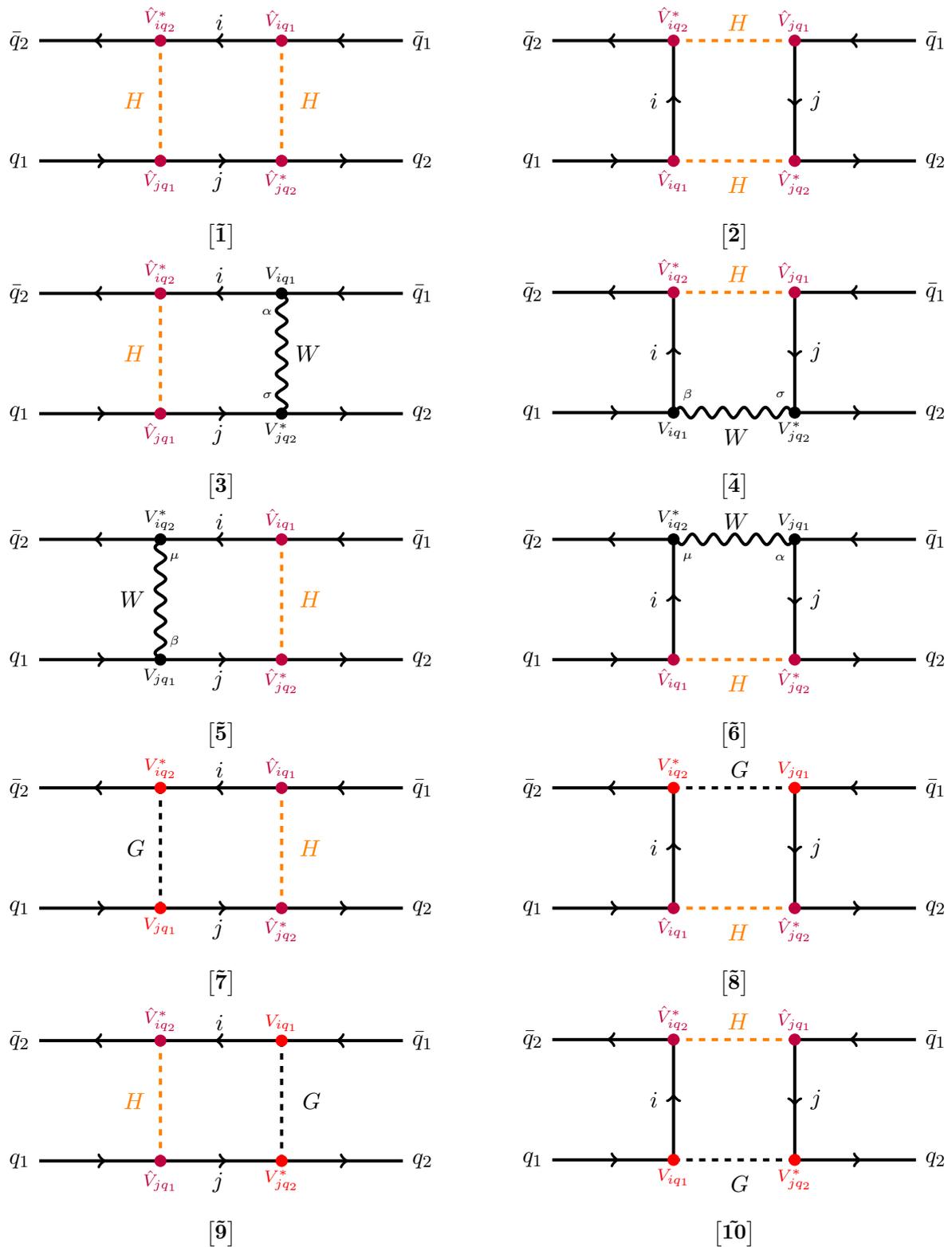


FIGURA 13: Diagramas de Feynman de $M^0 - \bar{M}^0$ en el modelo con Higgs cargados.

8.1.- Cálculo de la amplitud

A continuación, procederemos al cálculo de las amplitudes asociadas al proceso $q_1 \bar{q}_2 \rightarrow \bar{q}_1 q_2$ para dicho modelo que incluye los diagramas adicionales que se muestran en la FIGURA 13.

Diagrama [1]

Considerando las reglas de Feynman pertinentes (APÉNDICE A), obtenemos que la amplitud es

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{[1]} &= i^4 \left(-\frac{i}{\sqrt{2}} g \right)^4 \sum_{ij} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2 - M_H^2)^2 (k^2 - m_j^2) (k^2 - m_i^2)} \cdot \\ &\cdot \left[\bar{u}_{q_2}(0) \left(a_{jq_2}^* P_R + b_{jq_2}^* P_L \right) (\not{k} + m_j) (a_{jq_1} P_L + b_{jq_1} P_R) u_{q_1}(0) \right] \cdot \\ &\cdot \left[\bar{v}_{q_2}(0) \left(a_{iq_2}^* P_R + b_{iq_2}^* P_L \right) (\not{k} + m_i) (a_{iq_1} P_L + b_{iq_1} P_R) v_{q_1}(0) \right], \end{aligned} \quad (164)$$

donde ya hemos tomado la aproximación de momentos externos igual a cero. Expandiendo y teniendo en cuenta que aparecerán integrales impares en momento que siempre se podrán reducir a

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{k^\mu}{k^2 - m^2} = 0, \quad (165)$$

obteniendo

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{[1]} &= i^4 \left(-\frac{i}{\sqrt{2}} g \right)^4 \sum_{ij} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2 - M_H^2)^2 (k^2 - m_j^2) (k^2 - m_i^2)} \cdot \\ &\cdot \left\{ a_{jq_2}^* a_{jq_1} a_{iq_2}^* a_{iq_1} [\bar{q}_{2L} \not{k} q_{1L}] [\bar{q}'_{2L} \not{k} q'_{1L}] + a_{jq_2}^* a_{jq_1} b_{iq_2}^* b_{iq_1} [\bar{q}_{2L} \not{k} q_{1L}] [\bar{q}'_{2R} \not{k} q'_{1R}] \right. \\ &+ b_{jq_2}^* b_{jq_1} a_{iq_2}^* a_{iq_1} [\bar{q}_{2R} \not{k} q_{1R}] [\bar{q}'_{2L} \not{k} q'_{1L}] + b_{jq_2}^* b_{jq_1} b_{iq_2}^* b_{iq_1} [\bar{q}_{2R} \not{k} q_{1R}] [\bar{q}'_{2R} \not{k} q'_{1R}] \\ &+ a_{jq_1} b_{jq_2}^* a_{iq_1} b_{iq_2}^* m_i m_j [\bar{q}_{2R} q_{1L}] [\bar{q}'_{2R} q'_{1L}] + a_{jq_1} b_{jq_2}^* a_{iq_2}^* b_{iq_1} m_i m_j [\bar{q}_{2R} q_{1L}] [\bar{q}'_{2L} q'_{1R}] \\ &\left. + a_{jq_2}^* b_{jq_1} a_{iq_1} b_{iq_2}^* m_i m_j [\bar{q}_{2L} q_{1R}] [\bar{q}'_{2R} q'_{1L}] + a_{jq_2}^* b_{jq_1} a_{iq_2}^* b_{iq_1} m_j m_i [\bar{q}_{2L} q_{1R}] [\bar{q}'_{2L} q'_{1R}] \right\}, \end{aligned} \quad (166)$$

y junto con la ecuación (118), obtenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{[1]} &= -i \frac{g^4}{4(4\pi)^2} \sum_{ij} \left\{ \frac{1}{4} \left[a_{jq_2}^* a_{jq_1} a_{iq_2}^* a_{iq_1} [\bar{q}_{2L} \gamma^\mu q_{1L}] [\bar{q}'_{2L} \gamma_\mu q'_{1L}] + a_{jq_2}^* a_{jq_1} b_{iq_2}^* b_{iq_1} [\bar{q}_{2L} \gamma^\mu q_{1L}] [\bar{q}'_{2R} \gamma_\mu q'_{1R}] \right. \right. \\ &+ b_{jq_2}^* b_{jq_1} a_{iq_2}^* a_{iq_1} [\bar{q}_{2R} \gamma^\mu q_{1R}] [\bar{q}'_{2L} \gamma_\mu q'_{1L}] + b_{jq_2}^* b_{jq_1} b_{iq_2}^* b_{iq_1} [\bar{q}_{2R} \gamma^\mu q_{1R}] [\bar{q}'_{2R} \gamma_\mu q'_{1R}] \left. \right] D_2(m_i^2, m_j^2, M_H^2) \\ &+ m_j m_i \left[a_{jq_1} b_{jq_2}^* a_{iq_1} b_{iq_2}^* [\bar{q}_{2R} q_{1L}] [\bar{q}'_{2R} q'_{1L}] + a_{jq_1} b_{jq_2}^* a_{iq_2}^* b_{iq_1} [\bar{q}_{2R} q_{1L}] [\bar{q}'_{2L} q'_{1R}] \right. \\ &\left. + a_{jq_2}^* b_{jq_1} a_{iq_1} b_{iq_2}^* [\bar{q}_{2L} q_{1R}] [\bar{q}'_{2R} q'_{1L}] + a_{jq_2}^* b_{jq_1} a_{iq_2}^* b_{iq_1} [\bar{q}_{2L} q_{1R}] [\bar{q}'_{2L} q'_{1R}] \right] D_0(m_i^2, m_j^2, M_H^2) \left. \right\}. \end{aligned} \quad (167)$$

Diagrama [2]

Procediendo de forma análoga al caso anterior obtenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{[2]} &= -i \frac{g^4}{4(4\pi)^2} \sum_{ij} \left\{ \frac{1}{4} \left[a_{jq_2}^* a_{jq_1} a_{iq_2}^* a_{iq_1} [\bar{q}_{2L} \gamma^\mu q'_{1L}] [\bar{q}'_{2L} \gamma_\mu q_{1L}] + a_{jq_2}^* a_{jq_1} b_{iq_2}^* b_{iq_1} [\bar{q}_{2L} \gamma^\mu q'_{1L}] [\bar{q}'_{2R} \gamma_\mu q_{1R}] \right. \right. \\ &+ b_{jq_2}^* b_{jq_1} a_{iq_2}^* a_{iq_1} [\bar{q}_{2R} \gamma^\mu q'_{1R}] [\bar{q}'_{2L} \gamma_\mu q_{1L}] + b_{jq_2}^* b_{jq_1} b_{iq_2}^* b_{iq_1} [\bar{q}_{2R} \gamma^\mu q'_{1R}] [\bar{q}'_{2R} \gamma_\mu q_{1R}] \left. \right] D_2(m_i^2, m_j^2, M_H^2) \\ &+ m_j m_i \left[a_{jq_1} b_{jq_2}^* a_{iq_1} b_{iq_2}^* [\bar{q}_{2R} q'_{1L}] [\bar{q}'_{2R} q_{1L}] + a_{jq_1} b_{jq_2}^* a_{iq_2}^* b_{iq_1} [\bar{q}_{2R} q'_{1L}] [\bar{q}'_{2L} q_{1R}] \right. \\ &\left. + a_{jq_2}^* b_{jq_1} a_{iq_1} b_{iq_2}^* [\bar{q}_{2L} q'_{1R}] [\bar{q}'_{2R} q_{1L}] + a_{jq_2}^* b_{jq_1} a_{iq_2}^* b_{iq_1} [\bar{q}_{2L} q'_{1R}] [\bar{q}'_{2L} q_{1R}] \right] D_0(m_i^2, m_j^2, M_H^2) \left. \right\}. \end{aligned} \quad (168)$$

Diagrama [3]

Considerando las reglas de Feynman pertinentes (APÉNDICE A), obtenemos que la amplitud es

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{[3]} = & -i^4 \left(-\frac{i}{\sqrt{2}} g \right)^4 \sum_{ij} V_{iq_1} V_{jq_2}^* \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{g^{\alpha\sigma}}{(k^2 - M_W^2)(k^2 - M_H^2)(k^2 - m_j^2)(k^2 - m_i^2)} \cdot \\ & \cdot [\bar{u}_{q_2}(0) \gamma_\sigma P_L (\not{k} + m_j) (a_{jq_1} P_L + b_{jq_1} P_R) u_{q_1}(0)] \cdot \\ & \cdot [\bar{v}_{q_2}(0) (a_{iq_2}^* P_R + b_{iq_2}^* P_L) (\not{k} + m_i) \gamma_\alpha P_L v_{q_1}(0)], \end{aligned} \quad (169)$$

expandiendo el resultado anterior teniendo en cuenta que los términos con k^μ impares no contribuirán, y además utilizamos la ecuación (118), obtenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{[3]} = & -\frac{g^4}{4} \sum_{ij} V_{iq_1} V_{jq_2}^* \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{g^{\alpha\sigma}}{(k^2 - M_W^2)(k^2 - M_H^2)(k^2 - m_j^2)(k^2 - m_i^2)} \cdot \\ & \cdot \left(\frac{k^2}{4} b_{jq_1} b_{iq_2}^* [\bar{q}_2 \gamma_\sigma \gamma_\mu P_R q_1] [\bar{q}'_2 \gamma^\mu \gamma^\sigma P_L q'_1] + m_i m_j a_{jq_1} a_{iq_2}^* [\bar{q}_{2L} \gamma_\sigma q_{1L}] [\bar{q}'_{2L} \gamma^\sigma q'_{1L}] \right). \end{aligned} \quad (170)$$

Con la ecuación (117), es fácil demostrar que

$$[\bar{q}_2 \gamma_\sigma \gamma_\mu P_R q_1] [\bar{q}'_2 \gamma^\mu \gamma^\sigma P_L q'_1] = 4 [\bar{q}_2 P_R q_1] [\bar{q}'_2 P_L q'_1]. \quad (171)$$

Utilizando la ecuación (171) en (170), obtenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{[3]} = & i \frac{g^4}{4(4\pi)^2} \sum_{ij} V_{iq_1} V_{jq_2}^* \left(b_{jq_1} b_{iq_2}^* [\bar{q}_{2L} q_{1R}] [\bar{q}'_{2R} q'_{1L}] D_2(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \right. \\ & \left. + m_i m_j a_{jq_1} a_{iq_2}^* [\bar{q}_{2L} \gamma_\sigma q_{1L}] [\bar{q}'_{2L} \gamma^\sigma q'_{1L}] D_0(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \right), \end{aligned} \quad (172)$$

donde $D_0(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2)$ y $D_2(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2)$ están definidas en el APÉNDICE B.

Diagramas [4], [5] y [6]

De la misma forma que hemos procedido en el cálculo de $\mathcal{M}_{[3]}$, obtenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{[4]} = & i \frac{g^4}{4(4\pi)^2} \sum_{ij} V_{iq_1} V_{jq_2}^* \left(b_{jq_1} b_{iq_2}^* [\bar{q}_{2L} q'_{1R}] [\bar{q}'_{2R} q_{1L}] D_2(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \right. \\ & \left. + m_i m_j a_{jq_1} a_{iq_2}^* [\bar{q}_{2L} \gamma_\sigma q'_{1L}] [\bar{q}'_{2L} \gamma^\sigma q_{1L}] D_0(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \right). \end{aligned} \quad (173)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{[5]} = & i \frac{g^4}{4(4\pi)^2} \sum_{ij} V_{iq_2}^* V_{jq_1} \left(b_{iq_1} b_{jq_2}^* [\bar{q}'_{2L} q'_{1R}] [\bar{q}_{2R} q_{1L}] D_2(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \right. \\ & \left. + m_i m_j a_{iq_1} a_{jq_2}^* [\bar{q}_{2L} \gamma_\sigma q_{1L}] [\bar{q}'_{2L} \gamma^\sigma q'_{1L}] D_0(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \right). \end{aligned} \quad (174)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{[6]} = & i \frac{g^4}{4(4\pi)^2} \sum_{ij} V_{iq_2}^* V_{jq_1} \left(b_{iq_1} b_{jq_2}^* [\bar{q}_{2R} q'_{1L}] [\bar{q}'_{2L} q_{1R}] D_2(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \right. \\ & \left. + m_i m_j a_{iq_1} a_{jq_2}^* [\bar{q}_{2L} \gamma_\sigma q'_{1L}] [\bar{q}'_{2L} \gamma^\sigma q_{1L}] D_0(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \right). \end{aligned} \quad (175)$$

Diagrama [7]

Considerando las reglas de Feynman pertinentes (APÉNDICE A), obtenemos que la amplitud es

$$\begin{aligned} \mathcal{M}[\tilde{7}] &= i^4 \left(-\frac{i}{\sqrt{2}} g \right)^4 \sum_{ij} V_{iq_2}^* V_{jq_1} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2 - M_W^2)(k^2 - M_H^2)(k^2 - m_j^2)(k^2 - m_i)} \\ &\cdot \left[\bar{u}_{q_2}(0) \left(a_{jq_2}^* P_R + b_{jq_2}^* P_L \right) (\not{k} + m_j) \left(\frac{m_j}{M_W} P_L - \frac{m_{q_1}}{M_W} P_R \right) u_{q_1}(0) \right] \\ &\cdot \left[\bar{v}_{q_2}(0) \left(\frac{m_i}{M_W} P_R - \frac{m_{q_2}}{M_W} P_L \right) (\not{k} + m_i) (a_{iq_1} P_L + b_{iq_1} P_R) v_{q_1}(0) \right], \end{aligned} \quad (176)$$

expandiendo el resultado anterior teniendo en cuenta que los términos con k^μ impares no contribuirán, junto con la ecuación (118), obtenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{M}[\tilde{7}] &= -i \frac{g^4}{4(4\pi)^2} \sum_{ij} V_{iq_2}^* V_{jq_1} \left\{ \frac{1}{4} \left[\frac{m_j m_i}{M_W^2} a_{jq_2}^* a_{iq_1} [\bar{q}_{2L} \gamma^\sigma q_{1L}] [\bar{q}'_{2L} \gamma^\sigma q'_{1L}] - \frac{m_j m_{q_2}}{M_W^2} a_{jq_2}^* b_{iq_1} [\bar{q}_{2L} \gamma^\sigma q_{1L}] [\bar{q}'_{2R} \gamma^\sigma q'_{1R}] \right. \right. \\ &- \frac{m_{q_1} m_i}{M_W^2} b_{jq_2}^* a_{iq_1} [\bar{q}_{2R} \gamma^\sigma q_{1R}] [\bar{q}'_{2L} \gamma^\sigma q'_{1L}] + \frac{m_{q_1} m_{q_2}}{M_W^2} b_{jq_2}^* b_{iq_1} [\bar{q}_{2R} \gamma^\sigma q_{1R}] [\bar{q}'_{2R} \gamma^\sigma q'_{1R}] \left. \right] D_2(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \\ &+ \left[\frac{m_j^2 m_i^2}{M_W^2} b_{jq_2}^* b_{iq_1} [\bar{q}_{2R} q_{1L}] [\bar{q}'_{2L} q'_{1R}] - \frac{m_{q_2} m_j^2 m_i}{M_W^2} b_{jq_2}^* a_{iq_1} [\bar{q}_{2R} q_{1L}] [\bar{q}'_{2R} q'_{1L}] \right. \\ &\left. \left. - \frac{m_{q_1} m_j m_i^2}{M_W^2} a_{jq_2}^* b_{iq_1} [\bar{q}_{2L} q_{1R}] [\bar{q}'_{2L} q'_{1R}] + \frac{m_{q_1} m_{q_2} m_i m_j}{M_W^2} a_{jq_2}^* a_{iq_1} [\bar{q}_{2L} q_{1R}] [\bar{q}'_{2R} q'_{1L}] \right] D_0(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \right\}. \end{aligned} \quad (177)$$

Diagramas [8], [9] y [10]

De forma similar al cálculo de $\mathcal{M}[\tilde{7}]$, obtenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{M}[\tilde{8}] &= -i \frac{g^4}{4(4\pi)^2} \sum_{ij} V_{iq_2}^* V_{jq_1} \left\{ \frac{1}{4} \left[\frac{m_j m_i}{M_W^2} a_{jq_2}^* a_{iq_1} [\bar{q}_{2L} \gamma^\sigma q'_{1L}] [\bar{q}'_{2L} \gamma^\sigma q_{1L}] - \frac{m_j m_{q_2}}{M_W^2} a_{jq_2}^* b_{iq_1} [\bar{q}_{2L} \gamma^\sigma q'_{1L}] [\bar{q}'_{2R} \gamma^\sigma q_{1R}] \right. \right. \\ &- \frac{m_{q_1} m_i}{M_W^2} b_{jq_2}^* a_{iq_1} [\bar{q}_{2R} \gamma^\sigma q'_{1R}] [\bar{q}'_{2L} \gamma^\sigma q_{1L}] + \frac{m_{q_1} m_{q_2}}{M_W^2} b_{jq_2}^* b_{iq_1} [\bar{q}_{2R} \gamma^\sigma q'_{1R}] [\bar{q}'_{2R} \gamma^\sigma q_{1R}] \left. \right] D_2(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \\ &+ \left[\frac{m_j^2 m_i^2}{M_W^2} b_{jq_2}^* b_{iq_1} [\bar{q}_{2R} q'_{1L}] [\bar{q}'_{2L} q_{1R}] - \frac{m_{q_2} m_j^2 m_i}{M_W^2} b_{jq_2}^* a_{iq_1} [\bar{q}_{2R} q'_{1L}] [\bar{q}'_{2R} q_{1L}] \right. \\ &\left. \left. - \frac{m_{q_1} m_j m_i^2}{M_W^2} a_{jq_2}^* b_{iq_1} [\bar{q}_{2L} q'_{1R}] [\bar{q}'_{2L} q_{1R}] + \frac{m_{q_1} m_{q_2} m_i m_j}{M_W^2} a_{jq_2}^* a_{iq_1} [\bar{q}_{2L} q'_{1R}] [\bar{q}'_{2R} q_{1L}] \right] D_0(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \right\}. \end{aligned} \quad (178)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}[\tilde{9}] &= -i \frac{g^4}{4(4\pi)^2} \sum_{ij} V_{jq_2}^* V_{iq_1} \left\{ \frac{1}{4} \left[\frac{m_j m_i}{M_W^2} a_{iq_2}^* a_{jq_1} [\bar{q}'_{2L} \gamma^\sigma q'_{1L}] [\bar{q}_{2L} \gamma^\sigma q_{1L}] - \frac{m_i m_{q_2}}{M_W^2} a_{iq_2}^* b_{jq_1} [\bar{q}'_{2L} \gamma^\sigma q'_{1L}] [\bar{q}_{2R} \gamma^\sigma q_{1R}] \right. \right. \\ &- \frac{m_{q_1} m_j}{M_W^2} b_{iq_2}^* a_{jq_1} [\bar{q}'_{2R} \gamma^\sigma q'_{1R}] [\bar{q}_{2L} \gamma^\sigma q_{1L}] + \frac{m_{q_1} m_{q_2}}{M_W^2} b_{iq_2}^* b_{jq_1} [\bar{q}'_{2R} \gamma^\sigma q'_{1R}] [\bar{q}_{2R} \gamma^\sigma q_{1R}] \left. \right] D_2(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \\ &+ \left[\frac{m_i^2 m_j^2}{M_W^2} b_{iq_2}^* b_{jq_1} [\bar{q}'_{2R} q'_{1L}] [\bar{q}_{2L} q_{1R}] - \frac{m_{q_2} m_i^2 m_j}{M_W^2} b_{iq_2}^* a_{jq_1} [\bar{q}'_{2R} q'_{1L}] [\bar{q}_{2R} q_{1L}] \right. \\ &\left. \left. - \frac{m_{q_1} m_i m_j^2}{M_W^2} a_{iq_2}^* b_{jq_1} [\bar{q}'_{2L} q'_{1R}] [\bar{q}_{2L} q_{1R}] + \frac{m_{q_1} m_{q_2} m_i m_j}{M_W^2} a_{iq_2}^* a_{jq_1} [\bar{q}'_{2L} q'_{1R}] [\bar{q}_{2R} q_{1L}] \right] D_0(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \right\}. \end{aligned} \quad (179)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{[\bar{1}0]} = & -i \frac{g^4}{4(4\pi)^2} \sum_{ij} V_{jq_2}^* V_{iq_1} \left\{ \frac{1}{4} \left[\frac{m_j m_i}{M_W^2} a_{iq_2}^* a_{jq_1} [\bar{q}'_{2L} \gamma^\sigma q_{1L}] [\bar{q}_{2L} \gamma_\sigma q'_{1L}] - \frac{m_i m_{q_2}}{M_W^2} a_{iq_2}^* b_{jq_1} [\bar{q}'_{2L} \gamma^\sigma q_{1L}] [\bar{q}_{2R} \gamma_\sigma q'_{1R}] \right. \right. \\
& - \frac{m_{q_1} m_j}{M_W^2} b_{iq_2}^* a_{jq_1} [\bar{q}'_{2R} \gamma^\sigma q_{1R}] [\bar{q}_{2L} \gamma_\sigma q'_{1L}] + \left. \frac{m_{q_1} m_{q_2}}{M_W^2} b_{iq_2}^* b_{jq_1} [\bar{q}'_{2R} \gamma^\sigma q_{1R}] [\bar{q}_{2R} \gamma_\sigma q'_{1R}] \right] D_2(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \\
& + \left[\frac{m_i^2 m_j^2}{M_W^2} b_{iq_2}^* b_{jq_1} [\bar{q}'_{2R} q_{1L}] [\bar{q}_{2L} q'_{1R}] - \frac{m_{q_2} m_i^2 m_j}{M_W^2} b_{iq_2}^* a_{jq_1} [\bar{q}'_{2R} q_{1L}] [\bar{q}_{2R} q'_{1L}] \right. \\
& \left. - \frac{m_{q_1} m_i m_j^2}{M_W^2} a_{iq_2}^* b_{jq_1} [\bar{q}'_{2L} q_{1R}] [\bar{q}_{2L} q'_{1R}] + \frac{m_{q_1} m_{q_2} m_i m_j}{M_W^2} a_{iq_2}^* a_{jq_1} [\bar{q}'_{2L} q_{1R}] [\bar{q}_{2R} q'_{1L}] \right] D_0(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \left. \right\}. \tag{180}
\end{aligned}$$

A continuación, pasaremos a sumar las diferentes contribuciones. Teniendo en cuenta los signos relativos entre los diferentes diagramas que vienen dados por las contracciones del Teorema de Wick. Obtenemos,

$$\mathcal{M}_{M^0-\bar{M}^0}^{H^\pm} = \mathcal{M}_{[\bar{1}]} - \mathcal{M}_{[\bar{2}]} + \mathcal{M}_{[\bar{3}]} - \mathcal{M}_{[\bar{4}]} + \mathcal{M}_{[\bar{5}]} - \mathcal{M}_{[\bar{6}]} + \mathcal{M}_{[\bar{7}]} - \mathcal{M}_{[\bar{8}]} + \mathcal{M}_{[\bar{9}]} - \mathcal{M}_{[\bar{1}0]}. \tag{181}$$

La ecuación (181), se puede escribir como

$$\mathcal{M}_{M^0-\bar{M}^0}^{H^\pm} = \sum_{i=1}^{20} X_i \mathcal{O}_i^X, \tag{182}$$

donde

$$\begin{aligned}
X_1 = -X_2 = & i \frac{g^4}{4(4\pi)^2} \left\{ \sum_{ij} \frac{1}{4} [a_{jq_2}^* a_{jq_1} a_{iq_2}^* a_{iq_1}] D_2(m_i^2, m_j^2, M_H^2) \right. \\
& \left. - \sum_{ij} V_{iq_1} V_{jq_2}^* a_{jq_1} a_{iq_2}^* m_i m_j \left[2D_0(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) - \frac{1}{2M_W^2} D_2(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \right] \right\},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X_3 = -X_4 = -X_5 = X_6 = & i \frac{g^4}{4(4\pi)^2} \left\{ \sum_{ij} \frac{1}{4} [a_{jq_2}^* a_{jq_1} b_{iq_2}^* b_{iq_1}] D_2(m_i^2, m_j^2, M_H^2) \right. \\
& \left. - \sum_{ij} \frac{1}{4} V_{iq_2}^* V_{jq_1} \left[\frac{m_j m_{q_2}}{M_W^2} a_{jq_2}^* b_{iq_1} + \frac{m_{q_1} m_i}{M_W^2} b_{jq_2}^* a_{iq_1} \right] D_2(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \right\},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X_7 = -X_8 = & i \frac{g^4}{4(4\pi)^2} \left\{ \sum_{ij} \frac{1}{4} [b_{jq_2}^* b_{jq_1} b_{iq_2}^* b_{iq_1}] D_2(m_i^2, m_j^2, M_H^2) \right. \\
& \left. + \sum_{ij} V_{iq_2}^* V_{jq_1} \left[\frac{1}{2} \frac{m_{q_1} m_{q_2}}{M_W^2} b_{jq_2}^* b_{iq_1} \right] D_2(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \right\},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X_9 = -X_{10} = & i \frac{g^4}{4(4\pi)^2} \left\{ \sum_{ij} m_i m_j [a_{jq_1} b_{jq_2}^* a_{iq_1} b_{iq_2}^*] D_0(m_i^2, m_j^2, M_H^2) \right. \\
& \left. - \sum_{ij} V_{iq_2}^* V_{jq_1} 2 \frac{m_{q_2} m_j^2 m_i}{M_W^2} b_{jq_2}^* a_{iq_1} D_2(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \right\},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X_{11} = -X_{12} = -X_{13} = X_{14} = & i \frac{g^4}{4(4\pi)^2} \left\{ \sum_{ij} m_i m_j [a_{jq_1} b_{jq_2}^* a_{iq_2}^* b_{iq_1}] D_0(m_i^2, m_j^2, M_H^2) \right. \\
& - \sum_{ij} V_{iq_2}^* V_{jq_1} b_{iq_1} b_{jq_2}^* D_2(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \\
& \left. + \sum_{ij} V_{iq_2}^* V_{jq_1} \left[\frac{m_j^2 m_i^2}{M_W^2} b_{jq_2}^* b_{iq_1} + \frac{m_{q_1} m_{q_2} m_i m_j}{M_W^2} a_{jq_2}^* a_{iq_1} \right] D_0(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \right\},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X_{15} = -X_{16} = & i \frac{g^4}{4(4\pi)^2} \left\{ \sum_{ij} m_i m_j [a_{jq_2}^* b_{jq_1} a_{iq_2}^* b_{iq_1}] D_0(m_i^2, m_j^2, M_H^2) \right. \\
& \left. - \sum_{ij} V_{iq_2}^* V_{jq_1} 2 \frac{m_{q_1} m_j m_i^2}{M_W^2} a_{jq_2}^* b_{iq_1} D_0(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \right\},
\end{aligned}$$

$$X_{17} = X_{18} = X_{19} = X_{20} = 0,$$

y

$$\begin{aligned}
\mathcal{O}_1^X &= [\bar{q}_{2L} \gamma^\mu q'_{1L}] [\bar{q}'_{2L} \gamma_\mu q_{1L}], & \mathcal{O}_{11}^X &= [\bar{q}_{2R} q'_{1L}] [\bar{q}'_{2L} q_{1R}], \\
\mathcal{O}_2^X &= [\bar{q}_{2L} \gamma^\mu q_{1L}] [\bar{q}'_{2L} \gamma_\mu q'_{1L}], & \mathcal{O}_{12}^X &= [\bar{q}'_{2R} q'_{1L}] [\bar{q}_{2L} q_{1R}], \\
\mathcal{O}_3^X &= [\bar{q}_{2L} \gamma^\mu q'_{1L}] [\bar{q}'_{2R} \gamma_\mu q_{1R}], & \mathcal{O}_{13}^X &= [\bar{q}_{2R} q_{1L}] [\bar{q}'_{2L} q'_{1R}], \\
\mathcal{O}_4^X &= [\bar{q}'_{2L} \gamma^\mu q'_{1L}] [\bar{q}_{2R} \gamma_\mu q_{1R}], & \mathcal{O}_{14}^X &= [\bar{q}'_{2R} q_{1L}] [\bar{q}_{2L} q'_{1R}], \\
\mathcal{O}_5^X &= [\bar{q}_{2L} \gamma^\mu q_{1L}] [\bar{q}'_{2R} \gamma_\mu q'_{1R}], & \mathcal{O}_{15}^X &= [\bar{q}_{2L} q'_{1R}] [\bar{q}'_{2L} q_{1R}], \\
\mathcal{O}_6^X &= [\bar{q}'_{2L} \gamma^\mu q_{1L}] [\bar{q}_{2R} \gamma_\mu q'_{1R}], & \mathcal{O}_{16}^X &= [\bar{q}_{2L} q'_{1R}] [\bar{q}'_{2L} q'_{1R}], \\
\mathcal{O}_7^X &= [\bar{q}_{2R} \gamma^\mu q'_{1R}] [\bar{q}'_{2R} \gamma_\mu q_{1R}], & \mathcal{O}_{17}^X &= [\bar{q}_{2R} \sigma_{\mu\nu} q'_{1L}] [\bar{q}'_{2R} \sigma^{\mu\nu} q_{1L}], \\
\mathcal{O}_8^X &= [\bar{q}'_{2R} \gamma^\mu q'_{1R}] [\bar{q}_{2R} \gamma_\mu q_{1R}], & \mathcal{O}_{18}^X &= [\bar{q}_{2R} \sigma_{\mu\nu} q_{1L}] [\bar{q}'_{2R} \sigma^{\mu\nu} q'_{1L}], \\
\mathcal{O}_9^X &= [\bar{q}_{2R} q'_{1L}] [\bar{q}'_{2R} q_{1L}], & \mathcal{O}_{19}^X &= [\bar{q}_{2L} \sigma_{\mu\nu} q'_{1R}] [\bar{q}'_{2L} \sigma^{\mu\nu} q_{1R}], \\
\mathcal{O}_{10}^X &= [\bar{q}_{2R} q_{1L}] [\bar{q}'_{2R} q'_{1L}], & \mathcal{O}_{20}^X &= [\bar{q}_{2L} \sigma_{\mu\nu} q_{1R}] [\bar{q}'_{2L} \sigma^{\mu\nu} q'_{1R}].
\end{aligned}$$

8.2.- Construcción del Lagrangiano efectivo

El Lagrangiano efectivo que reproduciría el resultado anterior, debe tener la siguiente forma,

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^{H^\pm} = \sum_i A_i \mathcal{O}_i, \quad (183)$$

donde hemos introducido una base de ocho operadores [30],

$$\begin{aligned}
\mathcal{O}_1 &= [\bar{q}_2 \gamma^\mu P_L q_1] [\bar{q}_2 \gamma_\mu P_L q_1], \\
\mathcal{O}_2 &= [\bar{q}_2 \gamma^\mu P_L q_1] [\bar{q}_2 \gamma_\mu P_R q_1], \\
\mathcal{O}_3 &= [\bar{q}_2 \gamma^\mu P_R q_1] [\bar{q}_2 \gamma_\mu P_R q_1], \\
\mathcal{O}_4 &= [\bar{q}_2 P_L q_1] [\bar{q}_2 P_L q_1], \\
\mathcal{O}_5 &= [\bar{q}_2 P_L q_1] [\bar{q}_2 P_R q_1], \\
\mathcal{O}_6 &= [\bar{q}_2 P_R q_1] [\bar{q}_2 P_R q_1], \\
\mathcal{O}_7 &= [\bar{q}_2 \sigma_{\mu\nu} P_L q_1] [\bar{q}_2 \sigma^{\mu\nu} P_L q_1], \\
\mathcal{O}_8 &= [\bar{q}_2 \sigma_{\mu\nu} P_R q_1] [\bar{q}_2 \sigma^{\mu\nu} P_R q_1].
\end{aligned} \quad (184)$$

El proceso que estamos tratando es el siguiente

$$q_1(\vec{p}_1) + \bar{q}_2(\vec{p}_2) \longrightarrow \bar{q}_1(\vec{p}_3) + q_2(\vec{p}_4), \quad (185)$$

cuyo diagrama de Feynman se muestra en la FIGURA 14.

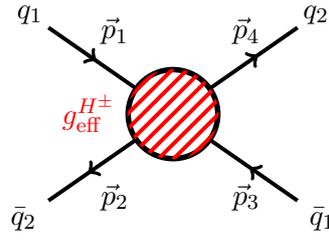


FIGURA 14: Vértice efectivo.

Entonces sabiendo que,

$$\begin{aligned} \langle \bar{q}_1(\vec{p}_3) q_2(\vec{p}_4) | S - I | q_1(\vec{p}_1) \bar{q}_2(\vec{p}_2) \rangle &= i \int d^4x \langle \bar{q}_1(\vec{p}_3) q_2(\vec{p}_4) | : \mathcal{L}_{\text{eff}}^{H^\pm}(x) : | q_1(\vec{p}_1) \bar{q}_2(\vec{p}_2) \rangle \\ &= i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \mathcal{M}_{\text{eff}}^{H^\pm}, \end{aligned} \quad (186)$$

junto con la *condición de matching* que nos dice que

$$\mathcal{M}_{NP}^{H^\pm} = \mathcal{M}_{\text{eff}}^{H^\pm}, \quad (187)$$

donde $\mathcal{M}_{NP}^{H^\pm} = i\mathcal{M}_{M^0-\bar{M}^0}^{H^\pm}$. Procediendo de la misma forma que en el caso del SM, es trivial obtener que

$$\mathcal{M}_{\text{eff}}^{H^\pm} = \sum_i \mathcal{M}_i, \quad (188)$$

donde

$$\mathcal{M}_i = A_i \{ [\bar{q}_2 \Gamma_1 q'_1] [\bar{q}'_2 \Gamma_2 q_1] - [\bar{q}'_2 \Gamma_1 q'_1] [\bar{q}_2 \Gamma_2 q_1] - [\bar{q}_2 \Gamma_1 q_1] [\bar{q}'_2 \Gamma_2 q'_1] + [\bar{q}'_2 \Gamma_1 q_1] [\bar{q}_2 \Gamma_2 q'_1] \}. \quad (189)$$

De manera que utilizando (187), obtenemos

$$\begin{aligned} A_1 &= (i/2) X_1, & A_5 &= i X_{11}, \\ A_2 &= i X_3, & A_6 &= (i/2) X_{15}, \\ A_3 &= (i/2) X_7, & A_7 &= 0, \\ A_4 &= (i/2) X_9, & A_8 &= 0. \end{aligned}$$

Por tanto, el Lagrangiano efectivo será

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^{H^\pm} = - \frac{G_F^2 M_W^2}{16\pi^2} \sum_{ij} \lambda_i \lambda_j C_i(\mu) \mathcal{O}_i, \quad (190)$$

con

$$C_1 = 2 |\varsigma_u|^2 \beta_i \beta_j \left[M_W^2 D_2(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) - 4 M_W^4 D_0(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \right] \\ + |\varsigma_u|^4 \beta_i \beta_j M_W^2 D_2(m_j^2, m_i^2, M_H^2), \quad (191)$$

$$C_2 = 2 \frac{m_{q_1} m_{q_2}}{M_W^2} \left\{ |\varsigma_u|^2 |\varsigma_d|^2 \beta_j M_W^2 D_2(m_i^2, m_j^2, M_H^2) \right. \\ \left. + [\beta_j \varsigma_u^* \varsigma_d + \beta_i \varsigma_d^* \varsigma_u] M_W^2 D_2(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \right\}, \quad (192)$$

$$C_3 = \frac{m_{q_1}^2 m_{q_2}^2}{M_W^4} \left[|\varsigma_d|^4 M_W^2 D_2(m_j^2, m_i^2, M_H^2) + 2 |\varsigma_d|^2 M_W^2 D_2(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \right], \quad (193)$$

$$C_4 = 4 \frac{m_{q_2}^2}{M_W^2} \beta_i \beta_j \left[(\varsigma_u \varsigma_d^*)^2 M_W^4 D_0(m_j^2, m_i^2, M_H^2) + 2 \varsigma_u \varsigma_d^* M_W^4 D_0(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \right], \quad (194)$$

$$C_5 = 2 \frac{m_{q_1} m_{q_2}}{M_W^2} \left[4 |\varsigma_d|^2 |\varsigma_u|^2 \beta_i \beta_j M_W^4 D_0(m_j^2, m_i^2, M_H^2) - 4 |\varsigma_d|^2 M_W^2 D_2(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \right. \\ \left. + 4(|\varsigma_d|^2 + |\varsigma_u|^2) \beta_i \beta_j M_W^4 D_0(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \right], \quad (195)$$

$$C_6 = 4 \frac{m_{q_1}^2}{M_W^2} \beta_i \beta_j \left[(\varsigma_u^* \varsigma_d)^2 M_W^4 D_0(m_j^2, m_i^2, M_H^2) + 2 \varsigma_u^* \varsigma_d M_W^4 D_0(m_i^2, m_j^2, M_W^2, M_H^2) \right], \quad (196)$$

$$C_7 = C_8 = 0, \quad (197)$$

9.- Mecanismo de GIM

Al orden más bajo, hemos visto que las transiciones $\Delta F = 2$ son mediadas por *diagramas caja* con intercambio de W^\pm y/o H^\pm . Hemos calculado los Lagrangianos efectivos, tanto para el caso del SM como para el modelo con presencia de un escalar cargado. En el caso del SM, el cálculo se ha simplificado debido a que sólo contribuye un operador, \mathcal{O}_1 . En presencia de un escalar cargado, el cálculo tiene mucha más estructura, ya que surgen ocho operadores. Finalmente, hemos obtenido que

$$\langle \overline{M}^0 | \mathcal{H}_{\Delta F=2}^{\text{eff}} | M^0 \rangle \sim \sum_{ij} \lambda_i \lambda_j L(x_i, x_j), \quad (198)$$

donde $L(x_i, x_j)$ es una función de bucle que depende de las masas ($x_i \equiv m_i^2/M_{W,H^\pm}^2$) de los quarks tipo up correspondientes a las líneas fermiónicas internas [31].

En nuestro cálculo, aparecen dos tipos de funciones $L(x_i, x_j)$; por un lado simétricas,

$$L(x_i, x_j) = F(x_i, x_j), \quad (199)$$

y por otro lado las no simétricas,

$$L(x_i, x_j) = x_j F(x_i, x_j), \quad (200)$$

donde $F(x_i, x_j)$ son las funciones que aparecen en el APÉNDICE B y satisfacen $F(x_i, x_j) = F(x_j, x_i)$.

Cuando asumimos la suma sobre todos los diferentes sabores que circulan por las líneas internas del bucle y imponemos la unitariedad de la matriz CKM (Mecanismo de GIM) [32] a través de la relación $\lambda_1 = -\lambda_2 + \lambda_3$ donde los subíndices 1, 2, 3, denotan el sabor de los quarks tipo up, obtenemos

$$\sum_{i,j=1}^3 \lambda_i \lambda_j F(x_i, x_j) = \lambda_2^2 \tilde{S}_0(x_1, x_2) + 2 \lambda_2 \lambda_3 \tilde{S}_0(x_1, x_2, x_3) + \lambda_3^2 \tilde{S}_0(x_1, x_3), \quad (201)$$

$$\sum_{i,j=1}^3 \lambda_i \lambda_j x_j F(x_i, x_j) = \lambda_2^2 \tilde{S}'_0(x_1, x_2) + 2 \lambda_2 \lambda_3 \tilde{S}'_0(x_1, x_2, x_3) + \lambda_3^2 \tilde{S}'_0(x_1, x_3), \quad (202)$$

donde

$$\tilde{S}_0(x_i, x_j) = F(x_i, x_i) - 2F(x_i, x_j) + F(x_j, x_j), \quad (203)$$

$$\tilde{S}_0(x_i, x_j, x_k) = F(x_i, x_i) - F(x_i, x_j) - F(x_i, x_k) + F(x_j, x_k), \quad (204)$$

$$\tilde{S}'_0(x_i, x_j) = x_i F(x_i, x_i) - (x_i + x_j) F(x_i, x_j) + x_j F(x_j, x_j), \quad (205)$$

$$\tilde{S}'_0(x_i, x_j, x_k) = x_i F(x_i, x_i) - \frac{(x_i + x_j)}{2} F(x_i, x_j) - \frac{(x_i + x_k)}{2} F(x_i, x_k) + \frac{(x_j + x_k)}{2} F(x_j, x_k), \quad (206)$$

y el subíndice cero simboliza que no hemos tenido en cuenta correcciones de QCD. Es interesante destacar que las funciones $F(x_i, x_j)$ son finitas para nuestro caso, en el que el cálculo ha sido realizado en el gauge de Feynman - 't Hooft ($\xi_W = 1$), pero si hubiéramos calculado estas funciones en el gauge unitario ($\xi_W = 0$), obtendríamos divergencias ultravioletas. Estas divergencias desaparecerían después de tener en cuenta la suma de los diferentes sabores de las líneas internas del bucle y la unitariedad de la matriz CKM (Mecanismo de GIM), cancelando la dependencia del gauge.

A continuación procederemos a aplicar el Mecanismo de GIM. En primer lugar a la mezcla de mesones B y más tarde a la mezcla de kaones [29].

9.1.- Mezcla de mesones B

Aplicando el mecanismo de GIM con las ecuaciones (201) y (202), y considerando el límite en el que $m_{u,c} \rightarrow 0$. Obtenemos que la mezcla de mesones B esta completamente dominada por las contribuciones del quark top (los diferentes factores CKM tienen todos un tamaño similar para la mezcla de B_d^0 , $V_{ud}^* V_{ub} \sim V_{cd}^* V_{cb} \sim V_{td}^* V_{tb} \sim A\lambda^3$, mientras que en el caso B_s^0 , $V_{ud}^* V_{ub} \sim A\lambda^4$ y $V_{cd}^* V_{cb} \sim V_{td}^* V_{tb} \sim A\lambda^2$) y el hamiltoniano efectivo del sistema vendrá dado por

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta B=2} = \frac{G_F^2 M_W^2}{16\pi^2} (V_{td}^* V_{tb})^2 \sum_i C_i(\mu) \mathcal{O}_i, \quad (207)$$

donde el resultado de los coeficientes de Wilson $C_i(\mu)$ a la escala $\mu_{tW} \sim M_W$, m_t , se muestran en la TABLA 4, donde D_i son las funciones de bucle definidas en el APÉNDICE B. También hemos definido $x_W \equiv m_t^2/M_W^2$ y $x_H \equiv m_t^2/M_{H^\pm}^2$.

En la TABLA 4, observamos que tenemos coeficientes proporcionales a las masas de los quarks externos tipo down; esto se debe a que en nuestro cálculo hemos mantenido las masas externas que aparecen en los acoplamientos escalares. Teniendo en cuenta el límite en el que $m_d \rightarrow 0$ reproducimos los resultados dados en [33]. Los únicos coeficientes de Wilson que no están suprimidos por potencias de m_d son \mathcal{O}_1 y \mathcal{O}_6 . Por lo tanto, al orden que estamos calculando, podríamos despreciar todos los coeficientes C_i con $i \neq 1, 6$, debido a la fuerte supresión. Para el caso de la mezcla de mesones B_s^0 , las expresiones se obtendrían trivialmente cambiando la etiqueta d por s en todos los sitios.

Es posible realizar restricciones sobre los nuevos parámetros que ha introducido el modelo ATHDM. Las restricciones de $\Delta m_{B_i^0}$ ($i = s, d$) en el plano $M_{H^\pm} - |\zeta_u|$ se muestran en la FIGURA 15, donde

\mathcal{O}_i	$C_i(\mu_{tW})$
\mathcal{O}_1	$(4x_W + x_W^2)M_W^2 D_2(m_t, M_W) - 8x_W^2 M_W^4 D_0(m_t, M_W) +$ $+2 \zeta_u ^2 x_W^2 [M_W^2 D_2(m_t, M_W, M_{H^\pm}) - 4M_W^4 D_0(m_t, M_W, M_{H^\pm})] +$ $+ \zeta_u ^4 x_W^2 M_W^2 D_2(m_t, M_{H^\pm})$
\mathcal{O}_2	$2\frac{m_d m_b}{M_W^2} x_W \left[\zeta_d ^2 \zeta_u ^2 M_W^2 \tilde{D}_2(m_t, M_{H^\pm}) + 2\text{Re}(\zeta_d^* \zeta_u) M_W^2 \tilde{D}_2(m_t, M_W, M_{H^\pm}) \right]$
\mathcal{O}_3	$\frac{m_d^2 m_b^2}{M_W^4} \left[\zeta_d ^4 x_H M_W^2 D_2(m_t, M_{H^\pm}) + 2 \zeta_d ^2 M_W^2 \bar{D}_2(m_t, M_W, M_{H^\pm}) \right]$
\mathcal{O}_4	$4\frac{m_d^2}{M_W^2} x_W^2 \left[(\zeta_u \zeta_d^*)^2 M_W^4 D_0(m_t, M_{H^\pm}) + 2\zeta_u \zeta_d^* M_W^4 D_0(m_t, M_W, M_{H^\pm}) \right]$
\mathcal{O}_5	$2\frac{m_d m_b}{M_W^2} \left[4 \zeta_d ^2 \zeta_u ^2 x_W^2 M_W^4 D_0(m_t, M_{H^\pm}) - 4 \zeta_d ^2 M_W^2 \bar{D}_2(m_t, M_W, M_{H^\pm}) \right.$ $\left. + 4(\zeta_d ^2 + \zeta_u ^2) x_W^2 M_W^4 D_0(m_t, M_W, M_{H^\pm}) \right]$
\mathcal{O}_6	$4\frac{m_b^2}{M_W^2} x_W^2 \left[(\zeta_d \zeta_u^*)^2 M_W^4 D_0(m_t, M_{H^\pm}) + 2\zeta_d \zeta_u^* M_W^4 D_0(m_t, M_W, M_{H^\pm}) \right]$
\mathcal{O}_7	0
\mathcal{O}_8	0

TABLA 4: Coeficientes de Wilson a leading-order para los operadores $\Delta B = 2$.

se han utilizado las escalas $\mu_{tW} = m_t$ y $\mu_b = 4.2$ GeV [29]. El error incluye las variaciones en los parámetros CKM, $f_{B_i^0}$, $\hat{B}_{B_i^0}$ y la incertidumbre experimental.

La contribución a primer orden de \mathcal{O}_1 sólo depende de $|\zeta_u|^2$, mientras \mathcal{O}_6 es proporcional a $\zeta_u^* \zeta_d = |\zeta_u| |\zeta_d| e^{i\varphi}$, siendo φ una fase relativa entre los acoplamientos de Yukawa. Para determinar la región que se muestra en la FIGURA 15, se ha variado ζ_d en el rango $|\zeta_d| < 50$ y $\varphi \in [0, 2\pi]$. Para valores relativamente grandes del producto $|\zeta_u^* \zeta_d|$ ($\gtrsim 20$) se puede dar una contribución considerable a la mezcla de mesones B^0 , siempre que M_{H^\pm} sea relativamente pequeña. El efecto en B_d^0 y B_s^0 es igual siempre que $|\zeta_d|$ no sea demasiado grande.

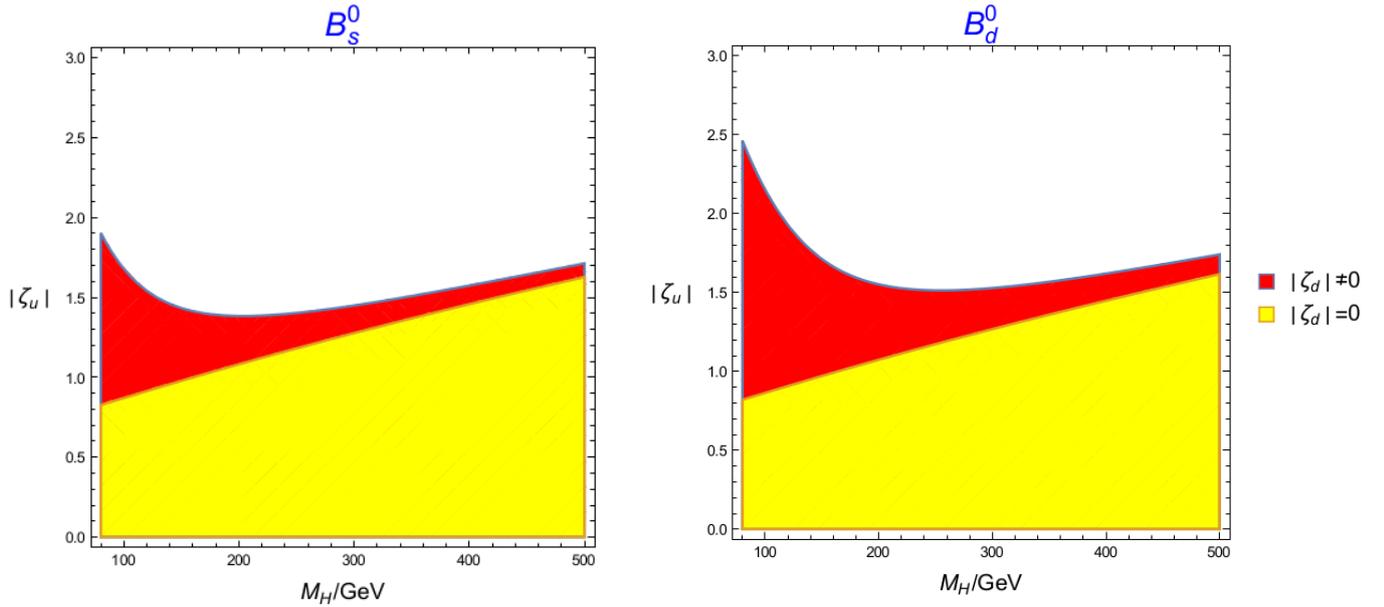


FIGURA 15: Restricciones con un 95% CL procedentes de $\Delta m_{B_i^0}$ ($i = s, d$) en el plano $M_{H^\pm} - |\zeta_u|$ para $|\zeta_d| \in [0, 50]$, variando la fase relativa φ entre $[0, 2\pi]$. El área excluida se encuentra por encima de la región roja. El área amarilla permitida es para $|\zeta_d| = 0$.

9.2.- Mezcla de kaones

El Hamiltoniano efectivo $\Delta S = 2$ se describe en la misma base de operadores, dados por las ecuaciones (184). A diferencia del caso anterior, las masas de los quarks ligeros suprimen las contribuciones de todos los operadores excepto \mathcal{O}_1 . Otra diferencia con el caso de la mezcla de mesones B , debido a los elementos de la matriz CKM, en este caso es necesario considerar las contribuciones virtuales de los quarks top y charm en los *diagramas caja*. Procediendo de la misma forma que en el caso anterior, pero manteniendo la masa del quark charm, obtenemos que

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta S=2} = \frac{G_F^2 M_W^2}{16\pi^2} \left\{ \lambda_t^2 C_1^{tt}(\mu) + \lambda_c^2 C_1^{cc}(\mu) + 2 \lambda_t \lambda_c C_1^{ct} \right\} (\bar{d}\gamma_\mu P_L s) (\bar{d}\gamma^\mu P_L s) \quad (208)$$

donde

$$\begin{aligned} C_1^{ct} &= (4x_W^{ct} + x_W^{ct2})M_W^2 D_2(m_c, m_t, M_W) - 8x_W^{ct2}M_W^4 D_0(m_c, m_t, M_W) + \\ &+ 2|\zeta_u|^2 x_W^{ct2} \left[M_W^2 D_2(m_c, m_t, M_W, M_{H^\pm}) - 4M_W^4 D_0(m_c, m_t, M_W, M_{H^\pm}) \right] + \\ &+ |\zeta_u|^4 x_W^{ct2} M_W^2 D_2(m_c, m_t, M_{H^\pm}), \\ C_1^{ii} &= (4x_W^{ii} + x_W^{ii2})M_W^2 D_2(m_i, M_W) - 8x_W^{ii2}M_W^4 D_0(m_i, M_W) + \\ &+ 2|\zeta_u|^2 x_W^{ii2} \left[M_W^2 D_2(m_i, M_W, M_{H^\pm}) - 4M_W^4 D_0(m_i, M_W, M_{H^\pm}) \right] + \\ &+ |\zeta_u|^4 x_W^{ii2} M_W^2 D_2(m_i, M_{H^\pm}), \quad (i = t, c.) \\ C_i &= 0 \quad (i \neq 1), \end{aligned} \quad (209)$$

y $D_{0,2}$ son las funciones de bucle que estan definidas en el APÉNDICE B y $x_W^{ct} \equiv m_c m_t / M_W^2$.

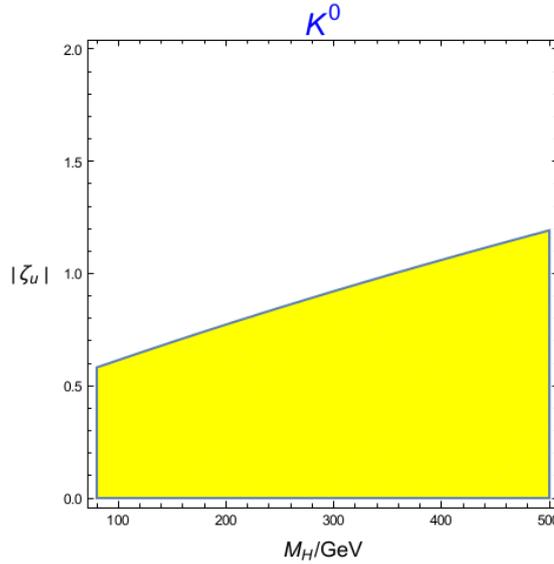


FIGURA 16: Restricciones con un 95% CL procedentes de ϵ_K .

El coeficiente de Wilson relevante sería C_1 , que contiene las contribuciones del SM y las contribuciones del modelo con Higgs cargados. Las correcciones inducidas por los Higgs cargados son proporcionales a $|\zeta_u|^2$ y $|\zeta_u|^4$. Las contribuciones proporcionales al acoplamiento ζ_d desaparecen para el límite $m_{d,s} = 0$. A diferencia del caso de mezcla de mesones B , en este caso $\lambda_t \equiv V_{td}^* V_{ts} \sim A^2 \lambda^5$ mientras que $\lambda_c \equiv V_{cd}^* V_{cs} \sim \lambda$, entonces a pesar de la supresión relativa m_c^2/m_t^2 , la contribución dominante al cálculo es debida al quark charm. Parametrizando el elemento de matriz $\langle K^0 | \mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta S=2} | \bar{K}^0 \rangle$ a través de $f_K^2 \hat{B}_K$, junto con el valor de ϵ_K obtenemos las restricciones de la FIGURA 16.

10.- Conclusiones

En este trabajo, hemos empezado introduciendo de forma conceptual uno de los mayores logros del siglo XX en física de partículas, el *Modelo Estándar*. El SM es la mejor teoría que los físicos tenemos para describir con un grado de precisión extraordinario toda la fenomenología existente tanto a baja energía como alta energía. También hemos analizado su estructura desde el punto de vista de las simetrías, viendo como surgen los términos de interacción como corrientes cargadas, neutras y autointeracciones de bosones de gauge. Luego, con la intención de solucionar el hecho de que la simetría de gauge prohíba términos de masa para los bosones de gauge, nos hemos visto forzados a introducir el *Mecanismo de Higgs*, como un intento desesperado para que los bosones adquiriesen masa. El hecho de haber introducido un doblete escalar nos ha permitido también construir nuevas estructuras que respetasen la simetría, permitiendo de esta forma dotar de masa a las N_G familias de fermiones, mediante el *Lagrangiano de Yukawa*.

La diagonalización del *Lagrangiano de Yukawa* ha introducido la matriz de mezcla de quarks V , más conocida como matriz CKM. Estudiando la casuística en función del número de familias de fermiones, hemos visto que el caso de 3 familias nos permite explicar los fenómenos con violación de \mathcal{CP} . También hemos estudiado algunas de las parametrizaciones que se encuentran en la literatura, así como la característica más importante de esta matriz, la *unitariedad de la matriz* permite poner a prueba la consistencia del SM con una gran variedad de tests, ya que una violación de la unitariedad sería una señal unívoca de física más allá del SM.

El marco principal de nuestro trabajo ha sido el estudio de la mezcla de mesones neutros como ejemplo de proceso con FCNC de $|\Delta F| = 2$. La importancia de este tipo de procesos radica en el hecho de que en el SM sólo existen a nivel bucle, permitiendo testear la estructura cuántica del mismo. Hemos estudiado el formalismo general de la mezcla de mesones neutros. Después, hemos calculado la amplitud de dicho proceso correspondiente al SM en el gauge de Feynman-'t Hooft y teniendo en cuenta el límite de momentos externos igual a cero, obteniendo el Lagrangiano Efectivo correspondiente.

Después hemos considerado la posibilidad de que una partícula escalar no cargada permitiera cambiar el sabor en dos unidades a nivel árbol. Imponiendo que las contribuciones de nueva física fueran menores que los valores experimentales hemos obtenido restricciones muy fuertes sobre las constantes de acoplamiento de este tipo de modelos ($|g_{12}| \sim |\tilde{g}_{12}| \leq 10^{-4}$). Concluyendo que esta fuerte supresión podría explicarse con extensiones del sector escalar del SM que incluyan las mismas estructuras de las matrices de Yukawa que el SM (*Minimal Flavor Violation*).

Como ejemplo de extensión del sector escalar del SM, hemos considerado el *modelo alineado de dos dobletes de Higgs* (ATHDM). El ATHDM consiste en la alineación en el espacio de sabor de los acoplamientos de Yukawa de dos dobletes escalares, garantizando la ausencia de las no deseadas interacciones FCNC a nivel árbol, además de la generación de fuentes adicionales de violación de \mathcal{CP} . Una característica de este tipo de extensiones es la aparición de partículas escalares cargadas, en este caso H^\pm , generando diagramas de Feynman adicionales al proceso de mezcla de mesones. Por tanto, hemos calculado las nuevas contribuciones en el gauge de Feynman-'t Hooft, manteniendo las masas externas de los acoplamientos tipo Yukawa y teniendo en cuenta el límite de momentos externos igual a cero, obteniendo finalmente el Lagrangiano Efectivo para este modelo.

Finalmente, hemos aplicado el *mecanismo de GIM* a los Lagrangianos efectivos de la mezcla de mesones B y la mezcla de kaones. En el caso de la mezcla de mesones B hemos visto que esta completamente dominada por las contribuciones del quark top, mientras que para el caso de los kaones contribuyen los quarks top y charm debido a los elementos de la matriz CKM. Una característica que aparece es que a diferencia del SM en el que sólo aparece el operador \mathcal{O}_1 , el modelo ATHDM ha generado contribuciones en nuevos operadores. También es interesante recalcar que las contribuciones de nueva física ($|\zeta_u|^2$ y $|\zeta_u|^4$) podrían tener repercusiones apreciables sobre las contribuciones del SM ya que se han fijado restricciones para las fases $|\zeta_{u,d}|$ del orden de 1. Para el caso de la mezcla de B^0 , sólo hemos tenido en cuenta dos operadores, por un lado la contribución del operador del SM más términos de nueva física que son proporcionales a $|\zeta_u|^{2,4}$, y por otro lado el operador \mathcal{O}_6 que da contribuciones de orden superior que son proporcionales a $(\zeta_u^* \zeta_d)^{1,2} m_b^2 / M_W^2$. Variando los rangos de los parámetros para $|\zeta_d| < 50$ y $\varphi \in [0, 2\pi]$, donde φ es la fase relativa entre ζ_u y ζ_d , la medida de la amplitud de mezcla para B_i^0 ($i = s, d$.) da lugar a las restricciones que se muestran en la FIGURA 15. Para el caso de los kaones, el observable ϵ_K ofrece una restricción similar (FIGURA 16), aunque ligeramente más restrictiva que la obtenida para la mezcla de B^0 .

Los resultados obtenidos parecen indicar que la búsqueda de este tipo de física sería más fácil de encontrar en el escenario de la mezcla de mesones B , ya que en el límite de $m_{u,d} \rightarrow 0$ sobreviven dos coeficientes de Wilson (C_1 y C_6), mientras que en el caso de los kaones debido a la gran supresión del mecanismo de GIM sólo sobrevive un coeficiente (C_1), restringiendo la búsqueda a un sólo coeficiente.

En este trabajo, hemos tomado el límite de momentos igual a cero para el cálculo de la amplitud, una posible ampliación a este trabajo sería mantener los momentos externos y expandir en serie de Taylor los propagadores para calcular todas las contribuciones adicionales de orden $\mathcal{O}(m_{\text{ext}}^2 / M_{W,H^\pm}^2)$ a nuestro cálculo. Para asegurar que todos los términos de orden $\mathcal{O}(m_{\text{ext}}^2 / M_{W,H^\pm}^2)$ han sido calculados, tendríamos que calcular la amplitud en otro gauge para observar que no hay diferencias entre los resultados, esto aseguraría que la dependencia del gauge ha cancelado a ese orden.

Apéndices

A.- Reglas de Feynman

Las reglas de Feynman utilizadas para el cálculo de la amplitud de la mezcla de mesones neutros son [34],

A.1.- Propagadores

$$\begin{array}{c} W \\ \text{~~~~~} \end{array} \quad -i \frac{1}{k^2 - m_W^2 + i\epsilon} \left[g_{\mu\nu} - (1 - \xi_W) \frac{k_\mu k_\nu}{k^2 - \xi_W m_W^2} \right] \quad (210)$$

$$\begin{array}{c} p \\ \text{-----} \end{array} \quad \frac{i (\not{p} + m_f)}{p^2 + m_f^2 + i\epsilon} \quad (211)$$

$$\begin{array}{c} G^\pm \\ \text{-----} \end{array} \quad \frac{i}{p^2 - \xi_W m_W^2 + i\epsilon} \quad (212)$$

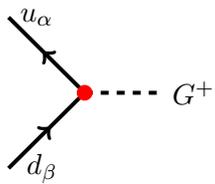
$$\begin{array}{c} \phi^0 \\ \text{-----} \end{array} \quad \frac{i}{p^2 - m_\phi^2 + i\epsilon} \quad (213)$$

$$\begin{array}{c} H^\pm \\ \text{-----} \end{array} \quad \frac{i}{p^2 - m_H^2 + i\epsilon} \quad (214)$$

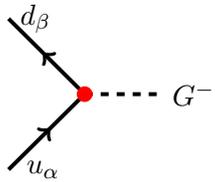
A.2.- Vértices

$$\begin{array}{c} u_\alpha \\ \nearrow \\ \bullet \\ \nwarrow \\ d_\beta \end{array} \begin{array}{c} \text{~~~~~} \\ W_\mu^+ \end{array} \quad -i \frac{g}{\sqrt{2}} \gamma_\mu P_L V_{\alpha\beta} \quad (215)$$

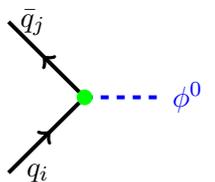
$$\begin{array}{c} d_\beta \\ \nearrow \\ \bullet \\ \nwarrow \\ u_\alpha \end{array} \begin{array}{c} \text{~~~~~} \\ W_\mu^- \end{array} \quad -i \frac{g}{\sqrt{2}} \gamma_\mu P_L V_{\alpha\beta}^* \quad (216)$$



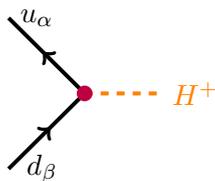
$$i \frac{g}{\sqrt{2}} \left(\frac{m_{u_\alpha}}{m_W} P_L - \frac{m_{d_\beta}}{m_W} P_R \right) V_{\alpha\beta} \quad (217)$$



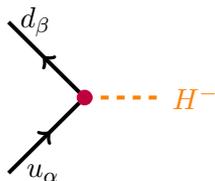
$$i \frac{g}{\sqrt{2}} \left(\frac{m_{u_\alpha}}{m_W} P_R - \frac{m_{d_\beta}}{m_W} P_L \right) V_{\alpha\beta}^* \quad (218)$$



$$i (g_{ij} P_R + \tilde{g}_{ij} P_L) \quad (219)$$



$$-i \frac{g}{\sqrt{2}} (a_{\alpha\beta} P_L + b_{\alpha\beta} P_R) \equiv -i \frac{g}{\sqrt{2}} \hat{V}_{\alpha\beta} \quad (220)$$



$$-i \frac{g}{\sqrt{2}} (a_{\alpha\beta}^* P_R + b_{\alpha\beta}^* P_L) \equiv -i \frac{g}{\sqrt{2}} \hat{V}_{\alpha\beta}^* \quad (221)$$

B.- Regularización dimensional

Para poder manipular las expresiones divergentes que aparecen en etapas intermedias de nuestros cálculos, necesitamos darles una definición matemática precisa. Hay muchas prescripciones posibles para regularizar las integrales, pero si nuestra teoría de campos está bien definida, las predicciones físicas no deben depender de nuestro algoritmo de regularización. En nuestro cálculo solo aparecen dos tipos de integrales, conocidas como *four point loop functions* [35, 36], que son

$$D_0(a, b, c, d) = \int \frac{d^4 k}{\pi^2} \frac{i}{[a][b][c][d]}, \quad (222)$$

$$D_2(a, b, c, d) = \int \frac{d^4 k}{\pi^2} \frac{i k^2}{[a][b][c][d]}, \quad (223)$$

donde $[a] \equiv k^2 - a$.

A continuación procederemos a la resolución de $D_0(a, b, c, d)$ y $D_2(a, b, c, d)$.

Cálculo de $D_0(a, b, c, d)$

Aplicando la siguiente propiedad algebraica

$$\frac{1}{[a][b]} = \frac{1}{a-b} \left(\frac{1}{[a]} - \frac{1}{[b]} \right), \quad (224)$$

de forma recursiva sobre la ecuación (222), es fácil obtener

$$\begin{aligned} D_0(a, b, c, d) &= \frac{A_0(a)}{(b-a)(c-a)(d-a)} + \frac{A_0(b)}{(a-b)(c-b)(d-b)} \\ &+ \frac{A_0(c)}{(a-c)(b-c)(c-d)} + \frac{A_0(d)}{(a-d)(b-d)(c-d)}, \end{aligned} \quad (225)$$

donde

$$A_0(a) \equiv \int \frac{d^4 k}{i \pi^2} \frac{1}{[a]}. \quad (226)$$

Para calcular $A_0(a)$, aplicaremos regularización dimensional y para ello utilizaremos la siguiente fórmula maestra,

$$I_{MN} \equiv \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{(k^2)^M}{(k^2 - \Delta)^N} = \frac{i(-1)^{M-N} \Gamma\left(N - M - \frac{d}{2}\right) \Gamma\left(M + \frac{d}{2}\right)}{(4\pi)^{\frac{d}{2}} \Gamma(N) \Gamma\left(\frac{d}{2}\right)} \Delta^{-N+M+\frac{d}{2}}, \quad (227)$$

Utilizando la expansión de $\Gamma(z)$ alrededor del origen,

$$\Gamma(z) = \frac{1}{z} - \gamma_E + \frac{1}{2} \left[\gamma_E^2 + \zeta(2) \right] z + \mathcal{O}(z^2), \quad (228)$$

donde $\gamma_E = 0.5772156649\dots$ es la constante de Euler y $\zeta(2) = \frac{\pi^2}{6}$ es la función Zeta de Riemann con $n = 2$, podemos deducir fácilmente el comportamiento singular en $d = 4$, obteniendo

$$A_0(a) = -\mu^{d-4} a \left\{ \frac{1}{\hat{\epsilon}} + \ln\left(\frac{a}{\mu^2}\right) \right\}, \quad (229)$$

donde hemos introducido la notación

$$\frac{1}{\hat{\epsilon}} \equiv \frac{2}{d-4} + \gamma_E - \ln(4\pi), \quad (230)$$

y hemos tomado el límite $d \rightarrow 4$. El término $1/\hat{\epsilon}$ contiene la divergencia ultravioleta en $d = 4$ y reabsorbe factores característicos de la regularización dimensional, sin significado físico. Con objeto de que los logaritmos sólo contengan cantidades adimensionales, hemos multiplicado por μ^{d-4} , con μ una escala arbitraria que cancela las dimensiones de a . La función $A_0(a)$ es por supuesto independiente de la escala μ^2 .

Sustituyendo la ecuación (229) en (225), obtenemos

$$D_0(a, b, c, d) = \frac{b \ln\left(\frac{b}{a}\right)}{(b-a)(b-c)(b-d)} + \frac{c \ln\left(\frac{c}{a}\right)}{(c-a)(c-b)(c-d)} + \frac{d \ln\left(\frac{d}{a}\right)}{(d-a)(d-b)(c-d)}, \quad (231)$$

donde observamos que se ha producido una cancelación tanto de la escala μ y de las divergencias ultravioletas $1/\hat{\epsilon}$.

Cálculo de $D_2(a, b, c, d)$

Aplicando la propiedad algebraica (224) de forma recursiva sobre la ecuación (223), es fácil obtener

$$D_2(a, b, c, d) = \frac{a A_0(a)}{(b-a)(c-a)(d-a)} + \frac{b A_0(b)}{(a-b)(c-b)(d-b)} + \frac{c A_0(c)}{(a-c)(b-c)(c-d)} + \frac{d A_0(d)}{(a-d)(b-d)(c-d)}. \quad (232)$$

Por tanto, sustituyendo la ecuación (229) en (232), obtenemos

$$D_2(a, b, c, d) = \frac{b^2 \ln\left(\frac{b}{a}\right)}{(b-a)(b-c)(b-d)} + \frac{c^2 \ln\left(\frac{c}{a}\right)}{(c-a)(c-b)(c-d)} + \frac{d^2 \ln\left(\frac{d}{a}\right)}{(d-a)(d-b)(c-d)}, \quad (233)$$

donde también se ha producido una cancelación de la escala μ y de las divergencias ultravioletas $1/\hat{\epsilon}$.

Otras funciones que aparecen en nuestro cálculo son

$$D_i(m, M_1, M_2) \equiv \lim_{m_2 \rightarrow m} D_i(m, m_2, M_1, M_2), \quad (234)$$

$$D_i(m, M) \equiv \lim_{M_2 \rightarrow M} D_i(m, M, M_2), \quad (235)$$

$$\tilde{D}_2(m, M) \equiv D_2(m, M) - D_2(0, m, M, M), \quad (236)$$

$$\bar{D}_2(m, M_1, M_2) \equiv D_2(0, M_1, M_2) - 2 D_2(0, m, M_1, M_2) + D_2(m, M_1, M_2). \quad (237)$$

Como hemos dicho antes, existen muchas prescripciones para regularizar las integrales. Es interesante notar que las integrales anteriores son finitas, esto significa que podría existir un camino mucho más recto para resolverlas sin necesidad de aplicar *regularización dimensional*. Las integrales que tenemos tienen la siguiente forma

$$\int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{(k^2)^M}{(k^2 - a)(k^2 - b)(k^2 - c)(k^2 - d)} \quad (238)$$

donde $a, b, c, d > 0$. Otra posible prescripción sería pasar al momento euclideo k_E , haciendo el cambio de variable $k^0 = i k_E^0$ de forma que $k^2 = (k^0)^2 - \vec{k}^2 = -((k_E^0)^2 + \vec{k}_E^2) \equiv -k_E^2$. Igualmente $d^D k = i d^D k_E$. Por tanto, la ecuación (238) pasa a ser

$$\frac{i(-1)^M}{(2\pi)^D} \int d\Omega_D \int_0^\infty dk_E \frac{k_E^{2M+D-1}}{(k_E^2 + a)(k_E^2 + b)(k_E^2 + c)(k_E^2 + d)}, \quad (239)$$

donde hemos utilizado coordenadas esféricas en D dimensiones para escribir

$$\int d^D k_E \equiv \int d\Omega_D \int_0^\infty dk_E k_E^{D-1}.$$

Por tanto, salvo factores del ángulo sólido de dimensión D , nuestro cálculo queda reducido a una simple integral de Riemann de una función finita definida positiva en el eje real positivo de la forma

$$D_0(a, b, c, d) \sim \int_0^\infty dx \frac{x^{D-1}}{(x^2 + a)(x^2 + b)(x^2 + c)(x^2 + d)}, \quad (240)$$

$$D_2(a, b, c, d) \sim \int_0^\infty dx \frac{x^{D+1}}{(x^2 + a)(x^2 + b)(x^2 + c)(x^2 + d)}. \quad (241)$$

Referencias

- [1] M. Gell-Mann, “A schematic model of baryons and mesons,” *Phys. Lett.*, vol. 8, pp. 214–215, 1964.
- [2] A. Pich, “Quantum chromodynamics,” p. 51 p, May 1995.
- [3] I.J.R.Aitchison and A.J.G.Hey, *Gauge Theories in Particle Physics. Volume II: QCD and the Electroweak Theory*. IOP Publishing, Bristol, 2004.
- [4] F. Halzen and A. D. Martin, “Quarks and leptons.” Wiley, 1985.
- [5] A. Pich, “The standard model of electroweak interactions,” p. 52 p, Jan 2012.
- [6] S. Novaes, “Standard model: An Introduction,” 1999.
- [7] S. Weinberg, “A Model of Leptons,” *Phys.Rev.Lett.*, vol. 19, pp. 1264–1266, 1967.
- [8] S. L. Glashow, “Partial Symmetries of Weak Interactions,” *Nucl. Phys.*, vol. 22, pp. 579–588, 1961.
- [9] H. M. Georgi, *Weak interactions and modern particle theory*. Menlo Park, CA: Benjamin-Cummings, 1984.
- [10] D. Griffiths, “Introduction to elementary particles.” Wiley, 1987.
- [11] A. Djouadi, “The Anatomy of electro-weak symmetry breaking. I: The Higgs boson in the standard model,” *Phys.Rept.*, vol. 457, pp. 1–216, 2008.
- [12] J. Goldstone, “Field Theories with Superconductor Solutions,” *Nuovo Cim.*, vol. 19, pp. 154–164, 1961.
- [13] J. Goldstone, A. Salam, and S. Weinberg, “Broken Symmetries,” *Phys.Rev.*, vol. 127, pp. 965–970, 1962.
- [14] P. W. Higgs, “Broken symmetries and the masses of gauge bosons,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 13, pp. 508–509, Oct 1964.
- [15] F. Englert and R. Brout, “Broken symmetry and the mass of gauge vector mesons,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 13, pp. 321–323, Aug 1964.
- [16] G. S. Guralnik, C. R. Hagen, and T. W. B. Kibble, “Global conservation laws and massless particles,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 13, pp. 585–587, Nov 1964.
- [17] A. Pich, “Flavour Physics and CP Violation,” pp. 119–144, 2013.
- [18] G. Branco, L. Lavoura, and J. Silva, *CP Violation*. International series of monographs on physics, Clarendon Press, 1999.
- [19] K. Olive *et al.*, “Review of particle physics,” *Chin.Phys.*, vol. C38, p. 090001, 2014.
- [20] Q. Ho-Kim and X. Pham, *Elementary Particles and Their Interactions: Concepts and Phenomena*. Springer, 1998.
- [21] S. Pokorski, *Gauge Field Theories*. Cambridge University Press, 1987.
- [22] P. Langacker, *The Standard Model and Beyond*. CRC Press, 2009.
- [23] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An Introduction To Quantum Field Theory (Frontiers in Physics)*. Westview Press, 1995.

- [24] A. Santamaria., *Curso de Teoría Cuántica de Campos I. Curso 2014-2015. Máster en Física Avanzada. Universidad de València.*
- [25] A. Pich, “Effective field theory,” p. 106 p, Jun 1998.
- [26] N. Carrasco, “Neutral meson oscillations on the lattice,” p. 7 p, Nov 2014.
- [27] G. Isidori, “Flavor physics constraints for physics beyond the standard model,” p. 33 p, Mar 2010.
- [28] A. Pich and P. Tuzon, “Yukawa Alignment in the Two-Higgs-Doublet Model,” *Phys.Rev.*, vol. D80, p. 091702, 2009.
- [29] M. Jung, A. Pich, and P. Tuzón, “Charged-higgs phenomenology in the aligned two-higgs-doublet model,” p. 44 p, Oct 2010.
- [30] A. J. Buras, “Weak hamiltonian, cp violation and rare decays,” p. 250 p, Jun 1998.
- [31] T. Inami and C. Lim, “Effects of Superheavy Quarks and Leptons in Low-Energy Weak Processes $K_L \rightarrow \mu\bar{\mu}$, $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$ and $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$,” *Prog.Theor.Phys.*, vol. 65, p. 297, 1981.
- [32] S. Glashow, J. Iliopoulos, and L. Maiani, “Weak Interactions with Lepton-Hadron Symmetry,” *Phys.Rev.*, vol. D2, pp. 1285–1292, 1970.
- [33] J. Urban, F. Krauss, U. Jentschura, and G. Soff, “Next-to-leading order QCD corrections for the $B^0 \bar{B}^0$ mixing with an extended Higgs sector,” *Nucl.Phys.*, vol. B523, pp. 40–58, 1998.
- [34] J. C. Romão, “A resource for signs and feynman diagrams of the standard model,” p. 29 p, Oct 2012.
- [35] G. Passarino and M. Veltman, “One Loop Corrections for $e^+ e^-$ Annihilation Into $\mu^+ \mu^-$ in the Weinberg Model,” *Nucl.Phys.*, vol. B160, p. 151, 1979.
- [36] G. 't Hooft and M. Veltman, “Scalar One Loop Integrals,” *Nucl.Phys.*, vol. B153, pp. 365–401, 1979.