

ASPECTOS DE LA ROTURA ESPONTÁNEA DE SIMETRÍA EN EL MODELO ESTÁNDAR

Cristina Koren Fernández

Trabajo de fin de Máster. Dirigido por Antonio Pich Zardoya

Máster oficial en Física Avanzada de la Universitat de València.

Julio 2012

RESUMEN

El ingrediente fundamental del Mecanismo de Rotura de Simetría de la teoría electrodébil es la introducción de tres grados de libertad adicionales (los bosones de Goldstone) para generar polarizaciones longitudinales de los bosones W^\pm y Z^0 (inexistentes sin masa nula). El punto de partida de este proyecto será por tanto el principio de invariancia gauge y el mecanismo de Higgs en el Modelo Estándar. A continuación se estudiarán las propiedades dinámicas de las polarizaciones longitudinales de los bosones W^\pm y Z^0 utilizando el formalismo de la teoría cuántica de campos y en particular las técnicas de campos efectivos. Se abordarán los posibles problemas de unitariedad en el régimen de altas energías y su posible solución en el Modelo Estándar suponiendo la existencia del Higgs. Por último y tras hablar brevemente del famoso Principio de Equivalencia, se explorarán posibles señales experimentales que puedan ser de interés para chequear en el LHC los modelos en cuestión.

Índice

1. Introducción	3
2. La teoría $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$	4
2.1. Invariancia gauge	4
2.2. Corrientes cargadas	5
2.3. Corrientes neutras	6
2.4. Autointeracciones gauge	7
3. Mecanismo de Higgs	9
3.1. Teorema de Goldstone y Rotura espontánea de simetría	9
3.2. El Lagrangiano Yukawa	11
4. Procesos con bosones gauge polarizados longitudinalmente	
($V_L = W_L^\pm, Z_L^0$)	14
4.1. $H \rightarrow V_L V_L$	14
4.2. $\nu\bar{\nu} \rightarrow V_L V_L$	16
4.2.1. $\nu\bar{\nu} \rightarrow W_L^- W_L^+$	16
4.2.2. $\nu\bar{\nu} \rightarrow Z_L^0 Z_L^0$	18
4.3. $e^- e^+ \rightarrow V_L V_L$	19
4.3.1. $e^- e^+ \rightarrow W_L^- W_L^+$	19
4.3.2. $e^- e^+ \rightarrow Z_L^0 Z_L^0$	20
4.4. $W_L^- W_L^+ \rightarrow W_L^- W_L^+$	22
5. Problemas de Unitariedad y su solución dentro del SM	26
6. El Principio de Equivalencia	27
6.1. El Lagrangiano electrodébil quiral	27
6.2. Análisis de los procesos anteriores con bosones de Goldstone en lugar de bosones gauge	
($V_L \rightarrow \theta$)	29
6.2.1. $H \rightarrow \theta^+ \theta^-$	29
6.2.2. $\nu\bar{\nu} \rightarrow \theta^- \theta^+$	30
6.2.3. $e^- e^+ \rightarrow \theta^- \theta^+$	31
6.2.4. $\theta^+ \theta^- \rightarrow \theta^+ \theta^-$	32
7. Señales experimentales	35
7.1. $W_L^+ W_L^- \rightarrow t\bar{t}$	35
7.2. $t \rightarrow bW^+$	38
7.2.1. $t \rightarrow bW_L^+$	38
7.2.2. $t \rightarrow bW_{\epsilon_1 \pm i\epsilon_2}^+$	39
8. Resultados y conclusiones	41
9. Apéndice	43

1. Introducción

El modelo estándar (SM) es una teoría invariante gauge $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ que describe las interacciones fuertes, débiles y electromagnéticas entre los constituyentes fundamentales de la naturaleza: los campos de Dirac de espín-1/2 leptones y quarks. Estas interacciones suceden a través del intercambio de partículas gauge de espín-1: ocho gluones sin masa responsables de la interacción fuerte, tres bosones masivos W^\pm y Z^0 responsables de la interacción débil y un fotón sin masa responsable de la interacción electromagnética.

Una teoría gauge es una teoría invariante bajo transformaciones de fase locales de los campos, i.e, transformaciones cuya fase depende de las coordenadas espacio-temporales. Para que una teoría sea invariante gauge es necesario introducir en el Lagrangiano derivadas covariantes las cuales a su vez involucran campos vectoriales (espín-1) sin masa llamados campos de gauge. El electromagnetismo es el ejemplo típico de teoría gauge. Las transformaciones gauge son, en este caso, transformaciones de fase complejas de campos que describen partículas cargadas y el requisito de invariancia gauge predice la existencia del fotón, partícula sin masa y de espín-1 cuyo intercambio da lugar a las interacciones electromagnéticas. Ahora bien, ¿cómo describir las interacciones débiles mediante el mismo principio gauge siendo estas de corto alcance y por tanto mediadas por partículas masivas? La paradoja fue resuelta en los años sesenta por los Prof. Higgs [2], Kibble [3], Guralnik, Hagen [4], Brout y Englert [5], mediante el famoso mecanismo de rotura espontánea de simetría gauge (SSB).

Para dar masa a los bosones W^\pm y Z^0 hace falta introducir 3 grados de libertad (campos escalares) que generen las polarizaciones longitudinales de los bosones de gauge (una partícula de espín-1 sin masa tiene sólo 2 polarizaciones posibles, mientras que una masiva tiene 3). El SM introduce para ello una pieza extra al Lagrangiano original: una pieza escalar, invariante bajo transformaciones de fase locales y construida a partir de un doblete de campos escalares complejos, uno cargado y el otro neutro, con 4 grados de libertad. Este doblete permite, gracias al Teorema de Goldstone y el SSB, incorporar al Lagrangiano de la teoría electrodébil términos de masa para los bosones gauge y los fermiones, respetando simultáneamente la simetría gauge. El mecanismo de Higgs es por tanto el responsable de la generación de las masas de todas las partículas preservando simultáneamente renormalización.

Una consecuencia importante del Mecanismo de Higgs es la predicción de la existencia de una partícula escalar (espín-0) con masa: el bosón de Higgs. En efecto, tras el SSB hay tres bosones gauge con masa, i.e, $3 \times 3 = 9$ grados de libertad, mientras que inicialmente había 3 bosones gauge sin masa y un doblete de campos escalares complejos, lo que suma un total de 10 grados de libertad ($3 \times 2 = 6$ para los bosones gauge y 4 para el doblete). El grado de libertad que falta es el campo escalar del conocido Bosón de Higgs. Por desgracia, no hay hasta la fecha una evidencia experimental del bosón de Higgs que permita corroborar la teoría. La dificultad mayor consiste en que esta no predice una masa para el bosón, lo que complica su posible identificación. Físicos de todo el mundo trabajan actualmente en el LHC a un régimen de energías nunca antes explorado y se espera en un futuro próximo poder autenticar o descartar su existencia. Recientemente, ATLAS y CMS han descubierto una resonancia alrededor de los 125 GeV con propiedades muy parecidas a las del Higgs del SM [6].

El SM tiene una estructura sorprendentemente simple donde las diferentes fuerzas de la naturaleza vienen descritas de la misma manera, i.e, como interacciones gauge (utilizando el principio gauge para describir la dinámica de la interacción). Hoy en día el SM es capaz de predecir resultados experimentales con una precisión sorprendente. Sin embargo y a pesar de su incuestionable éxito fenomenológico, el SM deja todavía muchas puertas abiertas. Por ejemplo, el mecanismo de Higgs implementado en el SM, si bien es quizás la forma más simple de generar las masas de las partículas conocidas, no es la única posible. En principio, se podrían introducir más dobletes escalares, dando lugar a más bosones de Higgs físicos, o también se podrían introducir 3 partículas de Goldstone solamente (rotura dinámica de simetría), sin ningún bosón de Higgs, tal como sucede en la Cromodinámica Cuántica que describe las interacciones fuertes.

2. La teoría $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$

El SM organiza los fermiones observados en tres familias, copias de la misma estructura $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ y que se diferencian entre ellos exclusivamente por su sabor y su masa

$$\begin{pmatrix} \nu_e & u \\ e^- & d' \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu & c \\ \mu^- & s' \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau & t \\ \tau^- & b' \end{pmatrix}. \quad (2.1)$$

Los campos zurdos se transforman como dobletes bajo el grupo $SU(2)_L$, mientras que los diestros lo hacen como singletes de $SU(2)_L$:

$$\begin{pmatrix} \nu_l & q_u \\ l^- & q_d \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \nu_l \\ l^- \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} q_u \\ q_d \end{pmatrix}_L, \quad l_R^-, \quad q_{uR}, \quad q_{dR}. \quad (2.2)$$

Por simplicidad vamos a considerar únicamente la primera familia de leptones (el discurso es equivalente para una familia cualquiera de quarks salvo que en este caso habría tres colores distintos para cada quark) y vamos a introducir la notación

$$\psi_1(x) = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L, \quad \psi_2(x) = \nu_{eR}, \quad \psi_3(x) = e_R^-. \quad (2.3)$$

2.1. Invariancia gauge

Por analogía con las interacciones fuertes (QCD) y las interacciones electromagnéticas (QED), tomamos el Lagrangiano libre

$$\mathcal{L}_0 = \sum_{j=1}^3 i\bar{\psi}_j(x)\gamma^\mu D_\mu\psi_j(x) - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\text{Tr}[\tilde{W}_{\mu\nu}\tilde{W}^{\mu\nu}], \quad (2.4)$$

el cual es por construcción invariante bajo las transformaciones locales de los campos

$$\begin{aligned} \psi_1(x) &\xrightarrow{\mathbb{G}} \psi'_1(x) \equiv \exp(iy_1\beta(x))U_L\psi_1(x), \\ \psi_2(x) &\xrightarrow{\mathbb{G}} \psi'_2(x) \equiv \exp(iy_2\beta(x))\psi_2(x), \\ \psi_3(x) &\xrightarrow{\mathbb{G}} \psi'_3(x) \equiv \exp(iy_3\beta(x))\psi_3(x). \end{aligned} \quad (2.5)$$

La transformación no abeliana $SU(2)_L$:

$$U_L \equiv \exp\left(i\frac{\sigma^i}{2}\alpha^i\right), \quad (i = 1, 2, 3), \quad (2.6)$$

a diferencia de lo que ocurre con la transformación $U(1)_Y$, sólo actúa sobre el campo $\psi_1(x)$. $U(1)_Y$ viene determinada por los parámetros y_i que llamaremos hipercargas por analogía con la transformación $U(1)_{\text{em}}$. Las derivadas covariantes del Lagrangiano (2.4) se definen como

$$\begin{aligned} D_\mu\psi_1(x) &\equiv [\partial_\mu + ig\frac{\sigma^i}{2}W_\mu^i(x) + ig'y_1B_\mu]\psi_1(x), \\ D_\mu\psi_2(x) &\equiv [\partial_\mu + ig'y_2B_\mu]\psi_2(x), \\ D_\mu\psi_3(x) &\equiv [\partial_\mu + ig'y_3B_\mu]\psi_3(x). \end{aligned} \quad (2.7)$$

Los campos de gauge $W_\mu^i(x)$ y B_μ , correspondientes a las transformaciones $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$ respectivamente, se transforman como

$$\begin{aligned} B_\mu &\xrightarrow{\mathbb{G}} B_\mu - \frac{1}{g'}\partial_\mu\beta(x), \\ \widehat{W}_\mu &\xrightarrow{\mathbb{G}} U_L(x)\widehat{W}_\mu U_L^\dagger(x) + \frac{i}{g}\partial_\mu U_L(x)U_L^\dagger(x), \end{aligned} \quad (2.8)$$

donde hemos introducido la notación matricial

$$\widehat{W}_\mu(x) \equiv \frac{\sigma_i}{2} W_\mu^i(x) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 & \sqrt{2}W_\mu^\dagger \\ \sqrt{2}W_\mu & -W_\mu^3 \end{pmatrix}, \quad \text{con } W_\mu \equiv (W_\mu^1 + iW_\mu^2)/\sqrt{2}, \quad (2.9)$$

para los campos gauge W_μ^i . Los últimos dos términos del Lagrangiano (2.4) son los términos cinéticos de los campos gauge B_μ y W_μ respectivamente y se construyen a partir de los campos de fuerza $B_{\mu\nu}$ y $\widehat{W}_{\mu\nu}$ los cuales han sido definidos como

$$\begin{aligned} B_{\mu\nu} &\equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \\ \widehat{W}_{\mu\nu} &\equiv -\frac{i}{g} \left[(\partial_\mu + ig\widehat{W}_\mu), (\partial_\nu + ig\widehat{W}_\nu) \right] = \partial_\mu \widehat{W}_\nu - \partial_\nu \widehat{W}_\mu + ig[W_\mu, W_\nu]. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Puesto que $\widehat{W}_{\mu\nu}$ contiene una pieza cuadrática de los campos W_μ , el Lagrangiano (2.4) describe autointeracciones que involucran tres y cuatro campos gauge. Es importante notar que $B_{\mu\nu}$ se mantiene invariante bajo G mientras que $\widehat{W}_{\mu\nu}$ se transforma covariantemente, i.e.,

$$\begin{aligned} B_{\mu\nu} &\xrightarrow{G} B_{\mu\nu}, \\ \widehat{W}_{\mu\nu} &\xrightarrow{G} U_L \widehat{W}_{\mu\nu} U_L^\dagger. \end{aligned} \quad (2.11)$$

La simetría gauge prohíbe escribir términos de masa tanto para los bosones gauge como para los fermiones. En el caso de los fermiones, un término masivo del tipo $\mathcal{L}_m = -m\bar{\psi}\psi$ mezclaría fermiones zurdos y diestros lo que (dado que ambos se transforman de manera diferente bajo $SU(2)_L$) rompería la simetría de manera explícita.

2.2. Corrientes cargadas

El lagrangiano (2.4) contiene términos de interacción entre los bosones Gauge W_μ y B_μ :

$$\sum_{j=1}^3 i\bar{\psi}_j(x)\gamma^\mu D_\mu \psi_j(x) = -g\bar{\psi}_1\gamma^\mu \widehat{W}_\mu \psi_1 - g' B_\mu \sum_{j=1}^3 i\bar{\psi}_j(x)\gamma^\mu \psi_j(x) + \sum_{j=1}^3 i\bar{\psi}_j(x)\gamma^\mu \partial_\mu \psi_j(x). \quad (2.12)$$

En concreto, desarrollando \widehat{W}_μ según (2.9), observamos explícitamente en (2.12) términos de interacción entre los bosones Gauge W_μ y W_μ^\dagger y los campos fermiónicos de la forma

$$\mathcal{L}_0 \doteq -g\bar{\psi}_1\gamma^\mu \widehat{W}_\mu \psi_1, \quad (2.13)$$

que da lugar a corrientes cargadas del tipo

$$\mathcal{L}_{CC} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} \left\{ W_\mu^\dagger \left[\bar{u}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)d' + \bar{\nu}_e\gamma^\mu(1 - \gamma_5)e \right] + \text{h.c.} \right\}. \quad (2.14)$$

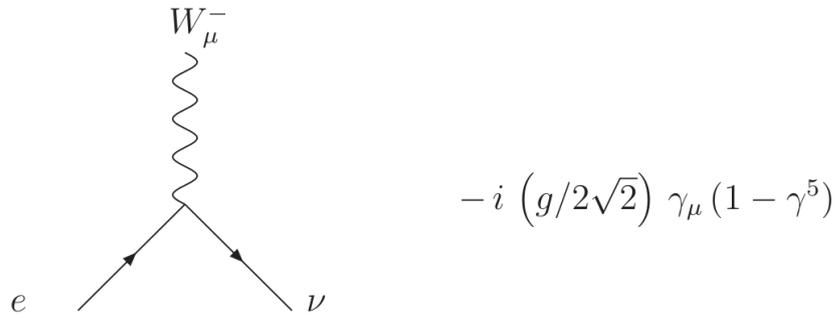


Figura 1: Reglas de Feynman para las corrientes cargadas de la primera generación de leptones.

2.3. Corrientes neutras

Por otra parte, el lagrangiano (2.12) también contiene términos de interacción entre los campos gauge neutros W_μ^3 y B_μ y los campos fermiónicos. Podemos identificar estos campos con los campos físicos Z_μ y A_μ mediante una rotación del ángulo de Cabibbo θ_W

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Si queremos que el acoplamiento electromagnético sea el adecuado debemos exigir que

$$g \sin \theta_W \equiv e \equiv g' \cos \theta_W, \quad Y \equiv Q - T_3, \quad (2.16)$$

donde $T_3 = \frac{\sigma_3}{2}$ y Q es el operador carga de la transformación electromagnética:

$$Q_1 \equiv \begin{pmatrix} Q_{u/\nu} & 0 \\ 0 & Q_{d/e} \end{pmatrix}, \quad Q_2 \equiv Q_{u/\nu}, \quad Q_3 \equiv Q_{d/e}. \quad (2.17)$$

La primera igualdad en la ecuación (2.16) relaciona los acoplamientos de $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$ con el acoplamiento electromagnético, lo que nos muestra explícitamente la unificación de las teorías electromagnética y débil en la una sola: la teoría electrodébil. La segunda igualdad fija los números cuánticos de las hipercargas de los campos fermiónicos en función de su carga eléctrica y de isospín. En el caso de la primera familia de quarks las hipercargas son:

$$y_1 = Q_u - \frac{1}{2} = Q_d + \frac{1}{2} = \frac{1}{6}, \quad y_2 = Q_u = \frac{2}{3}, \quad y_3 = Q_d = -\frac{1}{3}, \quad (2.18)$$

mientras que para la primera familia de leptones son:

$$y_1 = Q_\nu - \frac{1}{2} = Q_e + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}, \quad y_2 = Q_\nu = 0, \quad y_3 = Q_e = -1. \quad (2.19)$$

Desarrollando \widehat{W}_μ según (2.9) y haciendo uso de (2.15) y (2.16), observamos explícitamente en (2.12) términos de interacción entre los bosones Gauge Z_μ y A_μ y los campos fermiónicos de la forma

$$\mathcal{L}_{\text{NC}} \equiv \mathcal{L}_{\text{QED}} + \mathcal{L}_{\text{NC}}^Z. \quad (2.20)$$

\mathcal{L}_{QED} es el Lagrangiano usual de la interacción electromagnética:

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = -e A_\mu \sum_j \bar{\psi}_j(x) \gamma^\mu Q_j \psi_j(x), \quad (2.21)$$

mientras que $\mathcal{L}_{\text{NC}}^Z$ es el Lagrangiano de la corriente neutra mediada por el bosón Z_μ el cual, en términos de los campos fermiónicos usuales, se escribe como

$$\mathcal{L}_{\text{NC}}^Z = -\frac{e}{2 \sin \theta_W \cos \theta_W} Z_\mu \sum_f \bar{f} \gamma^\mu (v_f - a_f \gamma_5) f, \quad (2.22)$$

donde $a_f = T_3^f$ y $v_f = T_3^f (1 - 4|Q_f| \sin^2 \theta_W)$.

Cuadro 1: Acoplamientos de las corrientes neutras

	u	d	ν_e	e
$2v_f$	$1 - \frac{8}{3} \sin^2 \theta_W$	$-1 + \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W$	1	$-1 + 4 \sin^2 \theta_W$
$2a_f$	1	-1	1	-1

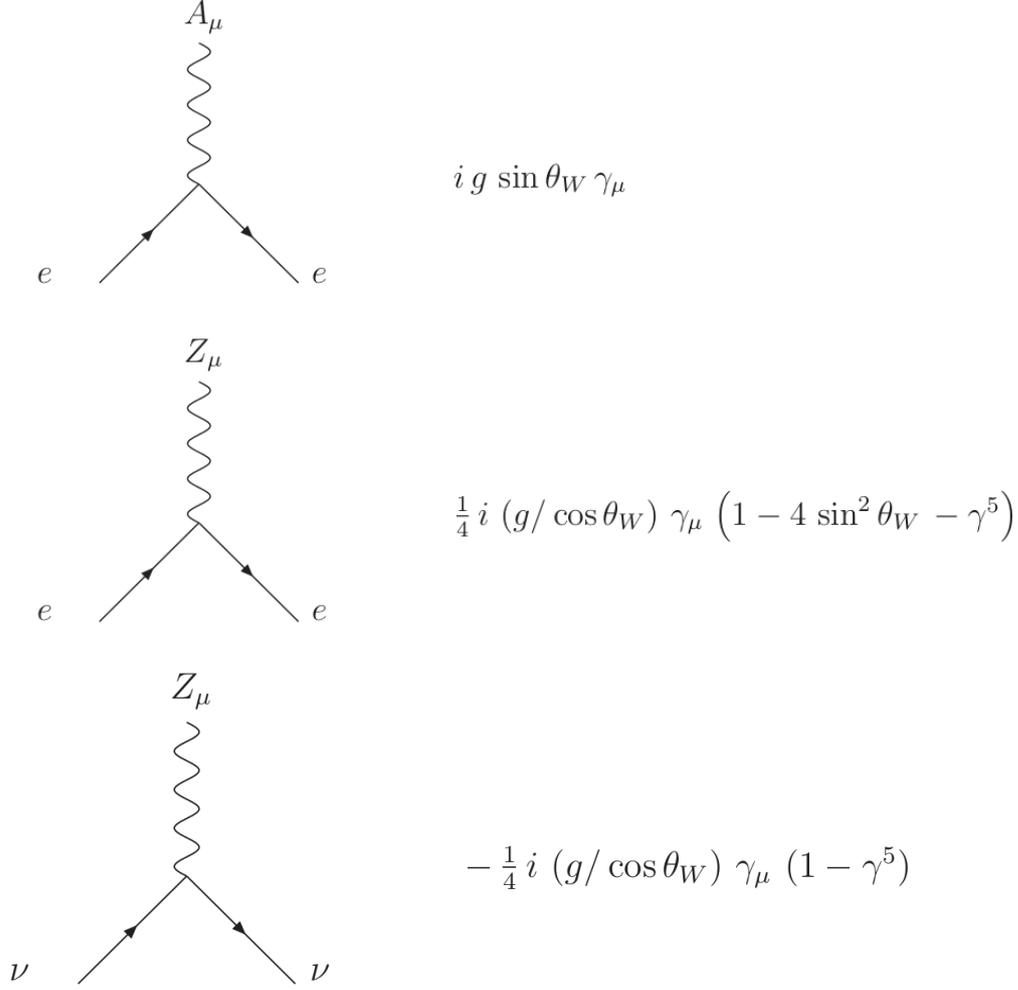


Figura 2: Reglas de Feynman para las corrientes neutras de la primera generación de leptones.

2.4. Autointeracciones gauge

El lagrangiano (2.4) contiene términos de autointeracción entre los bosones Gauge W_μ , W_μ^\dagger , Z_μ y A_μ :

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_3 = & ie \cot \theta_W \left\{ (\partial^\mu W^\nu - \partial^\nu W^\mu) W_\mu^\dagger Z_\nu - (\partial^\mu W^{\nu\dagger} - \partial^\nu W^{\mu\dagger}) W_\mu Z_\nu + (\partial^\mu Z^\nu - \partial^\nu Z^\mu) W_\mu W_\nu^\dagger \right\} \\
& + ie \left\{ (\partial^\mu W^\nu - \partial^\nu W^\mu) W_\mu^\dagger A_\nu - (\partial^\mu W^{\nu\dagger} - \partial^\nu W^{\mu\dagger}) W_\mu A_\nu + (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) W_\mu W_\nu^\dagger \right\}, \quad (2.23)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_4 = & -\frac{e^2}{2 \sin^2 \theta_W} \left\{ (W_\mu^\dagger W^\mu)^2 - W_\mu^\dagger W^{\mu\dagger} W_\nu W^\nu \right\} - e^2 \cot^2 \theta_W \left\{ W_\mu^\dagger W^\mu Z_\nu Z^\nu - W_\mu^\dagger Z^\mu W_\nu Z^\nu \right\} \\
& - e^2 \cot \theta_W \left\{ 2W_\mu^\dagger W^\mu Z_\nu A^\nu - W_\mu^\dagger Z^\mu W_\nu A^\nu - W_\mu^\dagger A^\mu W_\nu Z^\nu \right\} \quad (2.24) \\
& - e^2 \left\{ W_\mu^\dagger W^\mu A_\nu A^\nu - W_\mu^\dagger A^\mu W_\nu A^\nu \right\}.
\end{aligned}$$

Las correspondientes reglas de Feynman son las siguientes:

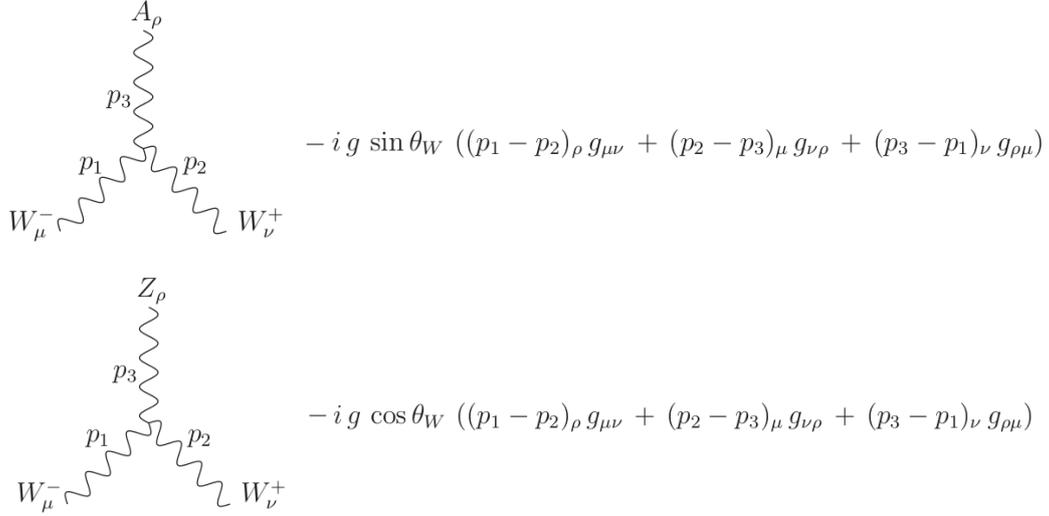


Figura 3: Reglas de Feynman para las autointeracciones entre tres bosones gauge. Todos los momentos se consideran entrantes.

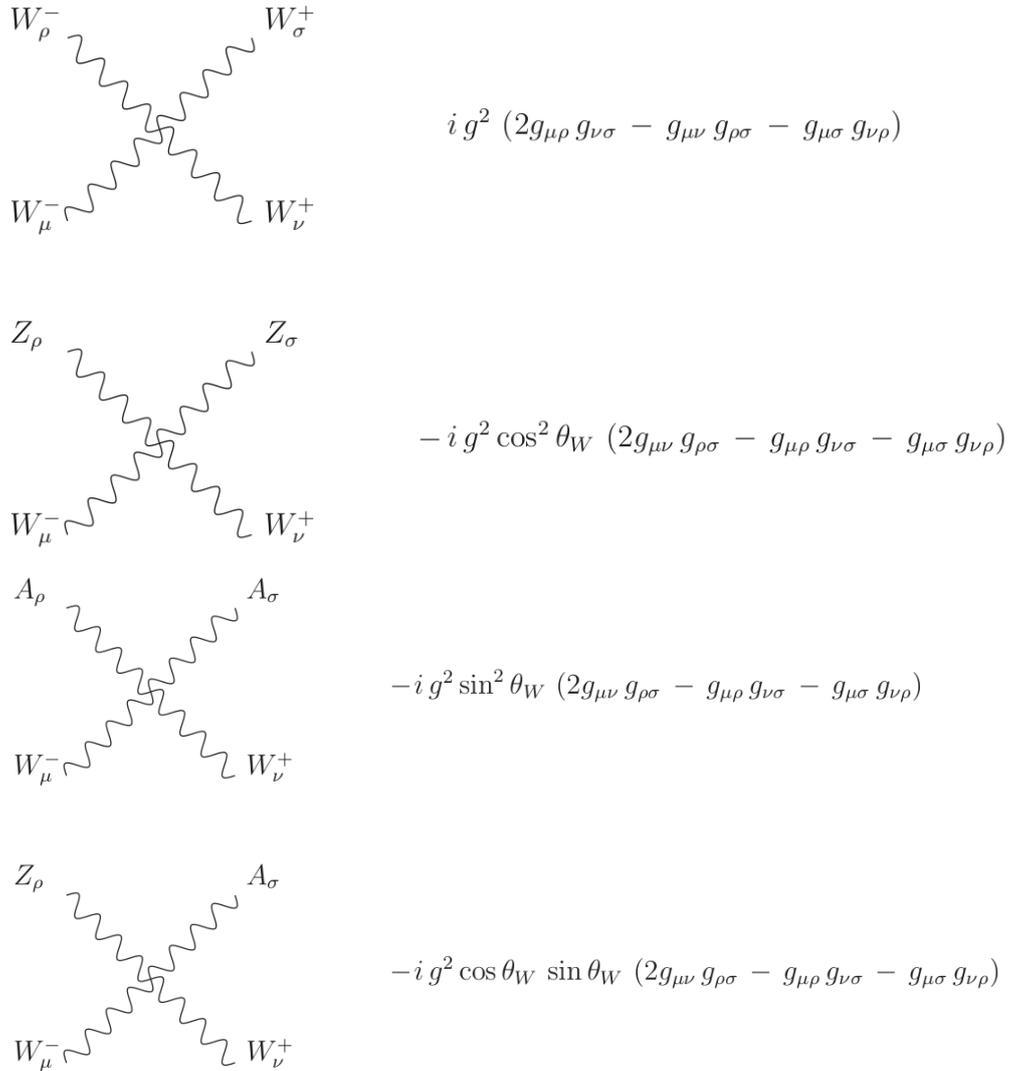


Figura 4: Reglas de Feynman para las autointeracciones entre cuatro bosones gauge. Todos los momentos se consideran entrantes.

3. Mecanismo de Higgs

3.1. Teorema de Goldstone y Rotura espontánea de simetría

Consideremos un Lagrangiano invariante bajo un grupo G de transformaciones continuas y que tiene un conjunto de estados de mínima energía que se transforman bajo G como miembros de un multiplete. La simetría se rompe cuando el sistema elige uno, entre todos los posibles estados, como el estado fundamental ya que el estado fundamental es invariante bajo un subgrupo H de G pero no bajo G . Además por el teorema de Goldstone [1] se generarán tantos grados de libertad sin masa y de espín-0 (bosones de Goldstone) como número de generadores rotos de G (i.e, generadores de G que no pertenecen a H).

Podemos aplicar el Teorema de Goldstone a nuestro modelo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ y generar términos masivos para los campos W^\pm y Z^0 en el Lagrangiano. Para ello, debemos añadir una pieza extra al Lagrangiano original: una pieza escalar, construida a partir de un doblete de campos escalares complejos (uno cargado y el otro neutro) y que sea invariante bajo transformaciones de fase locales de los campos:

$$\mathcal{L}_S = (D_\mu \phi)^\dagger D^\mu \phi - V(\phi) = (D_\mu \phi)^\dagger D^\mu \phi - \mu^2 \phi^\dagger \phi - h(\phi^\dagger \phi)^2, \quad (h > 0, \mu^2 < 0), \quad (3.1)$$

donde hemos definido

$$\phi(x) \equiv \begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ \phi^0(x) \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

$$D^\mu \phi = [\partial^\mu + ig\widehat{W}^\mu + ig'y_\phi B^\mu]\phi, \quad y_\phi = Q_\phi - T_3 = 1/2. \quad (3.3)$$

Es fácil comprobar que existe un conjunto infinito de estados de mínima energía que satisfacen

$$|\langle 0|\phi(x)|0\rangle| \equiv |\phi_0| = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2h}} \equiv \frac{v}{\sqrt{2}}. \quad (3.4)$$

El mecanismo SSB consiste en escoger una fase concreta para el Lagrangiano, lo que equivale a elegir uno y sólo uno, entre todos los posibles estados fundamentales. ¿Cuál es la elección apropiada? Cualquier elección de ϕ_0 que rompa la simetría gauge global del grupo G generará nuevos grados de libertad que permitirán dar masa a los correspondientes bosones gauge. Sin embargo, si el vacío sigue siendo invariante bajo algún subgrupo H de G , entonces los correspondientes bosones de gauge asociados a este subgrupo seguirán siendo bosones sin masa. En nuestro caso, la elección apropiada es por tanto

$$\phi_0(x) \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad \text{con } T^3 = -\frac{1}{2}, \quad y = \frac{1}{2}, \quad (3.5)$$

puesto que rompe la simetría gauge global de los grupos $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$ pero al ser ϕ_0 neutro: $Q\phi_0 = (T^3 + Y)\phi_0 = 0$, deja $U(1)_{\text{em}}$ invariante lo que garantiza que el fotón siga siendo un campo sin masa. Decimos pues que el mecanismo SSB rompe por construcción el grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ al subgrupo $U(1)_{\text{em}}$:

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{\text{SSB}} U(1)_{\text{em}}. \quad (3.6)$$

De acuerdo con el teorema de Goldstone, deberán aparecer tres grados de libertad sin masa.

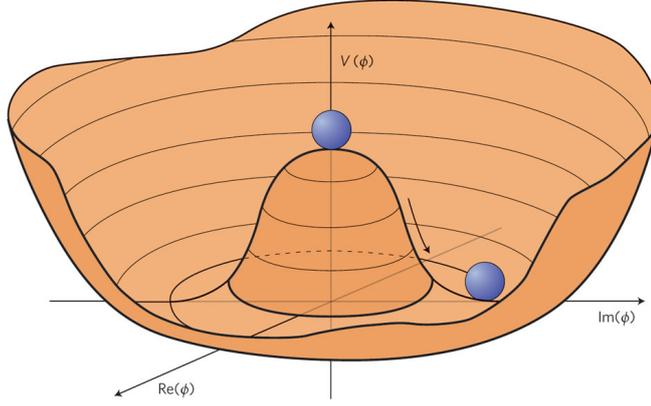


Figura 5: El potencial $V(\phi)$ tiene un conjunto infinito de estados de mínima energía $|\langle 0|\phi(x)|0\rangle|$, correspondientes a las distintas fases θ .

Conviene parametrizar el doblete de escalares $\phi(x)$ mediante el formalismo de teoría de perturbaciones partir de cuatro campos reales $\theta^i(x)$ y $H(x)$ que describen excitaciones sobre el estado de mínima energía

$$\phi(x) = \exp\left(i\frac{\sigma^i}{2}\theta^i(x)\right) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

El punto crucial es que la invariancia $SU(2)_L$ local de L_S nos permite rotar cualquier ángulo $\theta^i(x)$ excitando el sistema a estados con la misma energía. Estas excitaciones, que no cuestan ninguna energía, se corresponden precisamente con los tres grados de libertad sin masa (bosones de Goldstone) asociados al mecanismo de SSB. Consecuentemente, la invariancia $SU(2)_L$ nos permite escoger el gauge físico o unitario $\theta^i(x) = 0$

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}. \quad (3.8)$$

El término cinético del Lagrangiano (3.1) se escribe entonces como

$$(D_\mu\phi)^\dagger D^\mu\phi \xrightarrow{\theta^i=0} \frac{1}{2}\partial_\mu H\partial^\mu H + (v + H)^2 \left(\frac{g^2}{4}W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{g'^2}{8\cos^2\theta_W}Z_\mu Z^\mu \right), \quad (3.9)$$

donde hemos definido los campos gauge Z_μ y A_μ (correspondientes a los bosones gauge del Z y del fotón respectivamente) en función del ángulo de Cabibbo θ_W (2.15) y las constantes $g\sin\theta_W$ y $g'\cos\theta_W$ en función de la carga eléctrica (2.16). Por otra parte, el potencial en el gauge unitario se escribe como

$$V(\phi) = \frac{h}{4}(H^4 - v^4) + hvH^3 + hv^2H^2. \quad (3.10)$$

Por lo que podemos concluir que SSB ha generado masas para los bosones gauge W^\pm , Z^0 y para el bosón de Higgs iguales a

$$M_Z \cos\theta_W = M_W = \frac{1}{2}vg, \quad M_H = v\sqrt{2h}. \quad (3.11)$$

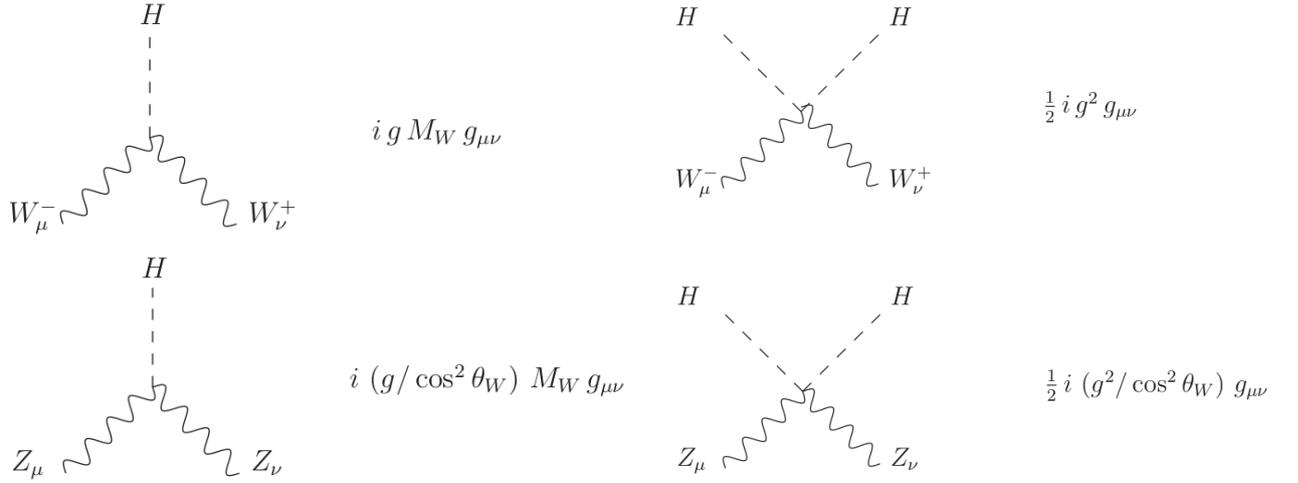


Figura 6: Reglas de Feynman para los acoplamientos del Higgs con los bosones gauge.

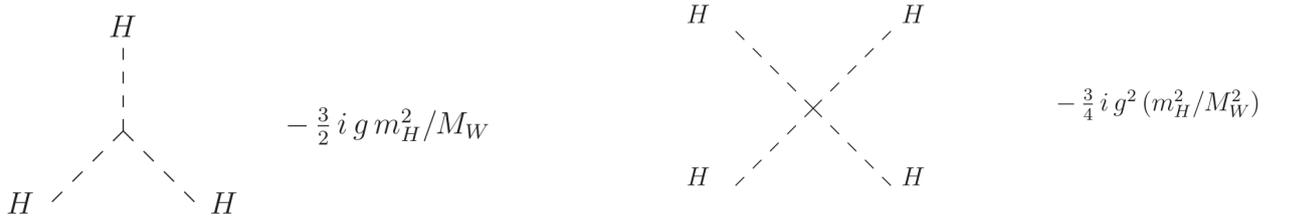


Figura 7: Reglas de Feynman para las autointeracciones del Higgs.

3.2. El Lagrangiano Yukawa

Podemos introducir masas para los campos fermiónicos preservando invariancia gauge a través de un Lagrangiano del tipo Yukawa. En el caso particular de tres familias de fermiones y llamando ν'_j, l'_j, u'_j, d'_j , a los miembros de una determinada familia j ($j = 1, 2, 3$), el Lagrangiano de Yukawa es de la forma

$$\mathcal{L}_Y = - \sum_{jk} \left\{ (\bar{u}'_j, \bar{d}'_j)_L \left[c_{jk}^{(d)} \begin{pmatrix} \phi^{(+)} \\ \phi^{(0)} \end{pmatrix} d'_{kR} + c_{jk}^{(u)} \begin{pmatrix} \phi^{(0)*} \\ -\phi^{(-)} \end{pmatrix} u'_{kR} \right] + (\bar{\nu}'_j, \bar{l}'_j)_L c_{jk}^{(l)} \begin{pmatrix} \phi^{(+)} \\ \phi^{(0)} \end{pmatrix} l'_{kR} + \text{h.c.} \right\},$$

donde $c_{jk}^{(d)}, c_{jk}^{(u)}, c_{jk}^{(l)}$ son constantes de acoplamiento arbitrarias. En el gauge unitario (tras SSB), \mathcal{L}_Y adopta una forma particularmente sencilla:

$$\mathcal{L}_Y = - \left(1 + \frac{H}{v} \right) \{ \bar{d}'_L M'_d d'_{R'} + \bar{u}'_L M'_u u'_{R'} + \bar{l}'_L M'_l l'_{R'} + \text{h.c.} \}, \quad (3.12)$$

siendo $\mathbf{d}'_L \equiv (\bar{d}'_L, \bar{s}'_L, \bar{b}'_L)$, $\mathbf{u}'_L \equiv (\bar{u}'_L, \bar{c}'_L, \bar{t}'_L)$ y $\mathbf{l}'_L \equiv (\bar{e}'_L, \bar{\mu}'_L, \bar{\tau}'_L)$ vectores en el espacio de sabor de tres dimensiones y de masas

$$(M'_d)_{ij} \equiv c_{ij}^{(d)} \frac{v}{\sqrt{2}}, \quad (M'_u)_{ij} \equiv c_{ij}^{(u)} \frac{v}{\sqrt{2}}, \quad (M'_l)_{ij} \equiv c_{ij}^{(l)} \frac{v}{\sqrt{2}},$$

respectivamente. La diagonalización de estas matrices

$$M'_d = S_d^\dagger M_d S_d U_d, \quad M'_u = S_u^\dagger M_u S_u U_u, \quad M'_l = S_l^\dagger M_l S_l U_l, \quad (3.13)$$

con

$$M_d \equiv \text{diag}(m_d, m_s, m_b), \quad M_u \equiv \text{diag}(m_u, m_c, m_t), \quad M_l \equiv \text{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau), \quad (3.14)$$

determina los autovectores de masa definida: d_j , u_j y l_j . Estos autovectores son combinaciones lineales de los autovectores iniciales (2.1): d'_j , u'_j y l'_j .

$$\begin{aligned} d_L &\equiv S_d d'_L, & d_R &\equiv S_d U_d d'_R, \\ u_L &\equiv S_u u'_L, & u_R &\equiv S_u U_u u'_R, \\ l_L &\equiv S_l l'_L, & l_R &\equiv S_l U_l l'_R. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Dado que $\bar{f}'_L f'_L = \bar{f}_L f_L$ y $\bar{f}'_R f'_R = \bar{f}_R f_R$ con $(f = d, u, l)$, la forma de las corrientes neutras (2.20) queda inalterada si la expresamos en términos de los autoestados de masa definida. Este hecho impide transiciones de sabor en las corrientes débiles del SM y se conoce como Mecanismo GIM [7]. Sin embargo, $\bar{u}'_L d'_L = \bar{u}_L S_u S_d^\dagger d_L \equiv \bar{u}_L V d_L$ por lo que, si escribimos las corrientes cargadas (2.14) en función de los autoestados de masa, aparecerá una matriz $V(3 \times 3)$, llamada matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) [8], [9], que acopla cualquier quark-up (u,c,t) con un quark-down (d,s,b).

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} c_{12} c_{13} & s_{12} c_{13} & s_{13} e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12} c_{23} - c_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta_{13}} & c_{12} c_{23} - s_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta_{13}} & s_{23} c_{13} \\ s_{12} s_{23} - c_{12} c_{23} s_{13} e^{i\delta_{13}} & -c_{12} s_{23} - s_{12} c_{23} s_{13} e^{i\delta_{13}} & c_{23} c_{13} \end{bmatrix}$$

Figura 8: Matriz de CKM.

Si consideramos neutrinos sin masa, siempre podemos redefinir el sabor del neutrino de tal manera que eliminemos la posible mezcla en el sector leptónico, i.e $\bar{\nu}'_L l'_L = \bar{\nu}'_L S_l^\dagger l_L \equiv \bar{\nu}_L l_L$. En consecuencia, la matriz de CKM de la Figura 8 no afecta al sector leptónico de las corrientes cargadas sino que afecta exclusivamente a las interacciones entre quarks:

$$\mathcal{L}_{CC} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} \left\{ W_\mu^\dagger \left[\sum_{ij} \bar{u}_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) V_{ij} d_j + \sum_l \bar{\nu}_l \gamma^\mu (1 - \gamma_5) l \right] + \text{h.c.} \right\}. \quad (3.16)$$

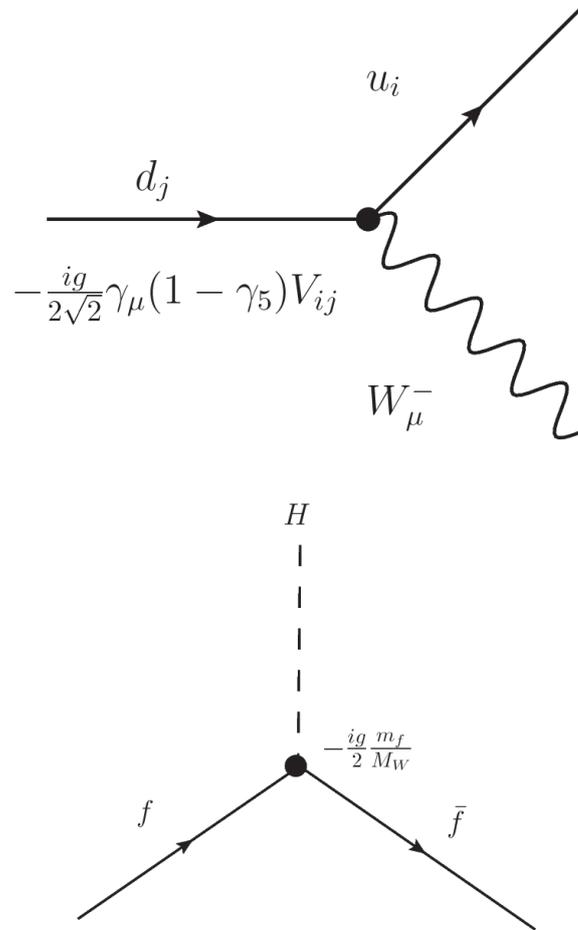


Figura 9: Reglas de Feynman para las corrientes cargadas (arriba) y reglas de Feynman para la interacción del Higgs con un par de fermiones $f\bar{f}$ (abajo).

4. Procesos con bosones gauge polarizados longitudinalmente

$$(V_L = W_L^\pm, Z_L^0)$$

Consideremos el sistema en reposo $P^\mu = (M_V, \vec{0})$ en el que se definen los vectores de polarización:

$$\epsilon_1^\mu = (0, 1, 0, 0), \quad \epsilon_2^\mu = (0, 0, 1, 0), \quad \epsilon_3^\mu = (0, 0, 0, 1). \quad (4.1)$$

Podemos pasar a un sistema de referencia en movimiento realizando un boost de Lorentz en una dirección arbitraria \hat{P} . Si tomamos por ejemplo la dirección $\hat{P} = \hat{z} = (0, 0, 0, 1)$, entonces el cuadvivector momento y los vectores de polarización adoptan la forma

$$P^\mu = (P^0, |\vec{P}| \hat{P}), \quad \epsilon_1^\mu(\vec{p}) = (0, 1, 0, 0), \quad \epsilon_2^\mu(\vec{p}) = (0, 0, 1, 0), \quad \epsilon_3^\mu(\vec{p}) = \frac{1}{M_V} (|\vec{P}|, P^0 \hat{P}). \quad (4.2)$$

Las polarizaciones $\epsilon_1^\mu(\vec{p})$ y $\epsilon_2^\mu(\vec{p})$ se conocen como polarizaciones trasversales: $\epsilon_{i,T}^\mu(\vec{p})$ ($i = 1, 2$), mientras que la polarización $\epsilon_3^\mu(\vec{p})$ recibe el nombre de polarización longitudinal: $\epsilon_L^\mu(\vec{p})$. En un proceso del tipo $12 \rightarrow 34$ conviene hacer uso de las variables de Mandelstam: s , t y u . En concreto la variable s , en el sistema de referencia centro de masas (CM) y el caso particular de tener dos partículas de masa idéntica en el estado final: $M_3 = M_4 = M_V$, es igual a $s = 4(P_3^0)^2 = 4(P_4^0)^2$. En el régimen de altas energías $s \gg M_V^2$ se tiene que

$$|\vec{P}| = \sqrt{(P^0)^2 - M_V^2} = P^0 \sqrt{1 - \frac{M_V^2}{(P^0)^2}} \simeq P^0 \left(1 - \frac{M_V^2}{2(P^0)^2} \right) = P^0 - \frac{M_V^2}{2P^0}. \quad (4.3)$$

Lo que nos permite expresar los vectores de polarización como

$$\begin{aligned} \epsilon_L^\mu(\vec{p}) - \frac{P^\mu}{M_V} &= \frac{1}{M_V} (|\vec{P}|, P^0 \hat{P}) - \frac{1}{M_V} (P^0, |\vec{P}| \hat{P}) = \frac{1}{M_V} (|\vec{P}| - P^0, [P^0 - |\vec{P}|] \hat{P}) \simeq \\ &\simeq \frac{1}{M_V} \left(P^0 - \frac{M_V^2}{2P^0} - P^0, \left[P^0 - P^0 + \frac{M_V^2}{2P^0} \right] \hat{P} \right) = -\frac{M_V}{2P^0} (1, -\hat{P}) \\ &= -\frac{M_V}{2(P^0)^2} (P^0, -P^0 \hat{P}) \simeq -\frac{M_V}{2(P^0)^2} (P^0, -\vec{P}) = -\frac{2M_V}{s} (P^0, -\vec{P}). \end{aligned} \quad (4.4)$$

Finalmente podemos escribir una expresión para los vectores de polarización longitudinales en el sistema de referencia CM:

$$\begin{aligned} \epsilon_L^\mu(\vec{p}_1) &= \frac{P_1^\mu}{M_V} - \frac{2M_V P_2^\mu}{s} \simeq \frac{P_1^\mu}{M_V} + \mathcal{O}\left(\frac{M_V}{P^0}\right), \\ \epsilon_L^\mu(\vec{p}_2) &= \frac{P_2^\mu}{M_V} - \frac{2M_V P_1^\mu}{s} \simeq \frac{P_2^\mu}{M_V} + \mathcal{O}\left(\frac{M_V}{P^0}\right), \\ \epsilon_L^\mu(\vec{p}_3) &= \frac{P_3^\mu}{M_V} - \frac{2M_V P_4^\mu}{s} \simeq \frac{P_3^\mu}{M_V} + \mathcal{O}\left(\frac{M_V}{P^0}\right), \\ \epsilon_L^\mu(\vec{p}_4) &= \frac{P_4^\mu}{M_V} - \frac{2M_V P_3^\mu}{s} \simeq \frac{P_4^\mu}{M_V} + \mathcal{O}\left(\frac{M_V}{P^0}\right). \end{aligned} \quad (4.5)$$

A diferencia de lo que ocurre con las polarizaciones trasversales, las polarizaciones longitudinales crecen como $\sim P^\mu$ a medida que la energía aumenta lo que puede ocasionar problemas de unitariedad. A continuación describiremos la dinámica de algunos procesos que involucran bosones gauge polarizados longitudinalmente y estudiaremos el comportamiento de la sección eficaz en el régimen de altas energías.

4.1. $H \rightarrow V_L V_L$

Haciendo uso de las reglas de Feynman de la Figura 6 se tiene una amplitud para el proceso $H \rightarrow W^+ W^-$ igual a

$$\begin{aligned} -iM_{H \rightarrow W^- W^+} &= i \frac{2M_W^2}{v} \epsilon_{r_2}^*(\vec{p}_2) \cdot \epsilon_{r_3}^*(\vec{p}_3) \equiv i \frac{2M_W^2}{v} \epsilon_2^* \cdot \epsilon_3^* = i \frac{2M_W^2}{v} (|\vec{P}_2|, 0, 0, P_2^0) \cdot (|\vec{P}_3|, 0, 0, -P_3^0) \\ &= i \frac{2M_W^2}{v} (|\vec{P}_2| |\vec{P}_3| + P_2^0 P_3^0) = i \frac{2M_W^2}{v} \frac{p_2 \cdot p_3}{M_W^2} = i \frac{M_H^2 - 2M_W^2}{v}, \end{aligned} \quad (4.6)$$

donde hemos sustituido los vectores de polarización longitudinales según la expresión (4.2). La anchura de desintegración está definida como

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega_{CM}} \equiv \frac{|\bar{P}_f^{CM}|}{32\pi^2 s} \sum_r |M|^2, \quad |\bar{P}_f^{CM}| = \frac{\lambda^{1/2}(s, m_2^2, m_3^2)}{2\sqrt{s}} \quad (4.7)$$

y es igual en nuestro caso a

$$\Gamma_{H \rightarrow W_L^- W_L^+} = 4\pi \frac{M_H \sqrt{1 - \frac{4M_W^2}{M_H^2}}}{2} \frac{1}{32\pi^2 M_H^2} \frac{(M_H^2 - 2M_W^2)^2}{v^2}. \quad (4.8)$$

Simplificando la expresión anterior observamos que finalmente la anchura es proporcional a la masa del Higgs al cubo:

$$\Gamma_{H \rightarrow W_L^- W_L^+} = \frac{M_H^3}{16\pi v^2} \sqrt{1 - \frac{4M_W^2}{M_H^2}} \left(1 + \frac{4M_W^4}{M_H^4} - \frac{4M_W^2}{M_H^2} \right). \quad (4.9)$$

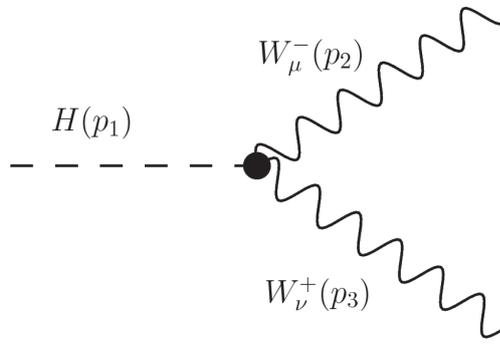


Figura 10: Desintegración del Higgs al par de vectores gauge W^+ y W^- .

El cálculo de la anchura desintegración del Higgs del canal $H \rightarrow Z_L^0 Z_L^0$ es idéntico al del caso anterior salvo por un factor adicional 1/2 debido al hecho de que en este caso hay dos partículas idénticas en el estado final, i.e., $\Gamma_{H \rightarrow Z_L^0 Z_L^0} \simeq \frac{1}{2} \Gamma_{H \rightarrow W_L^- W_L^+}$. Por lo tanto, la anchura final de este canal será, como en el caso anterior, también proporcional a la masa del Higgs al cubo:

$$\Gamma_{H \rightarrow Z_L^0 Z_L^0} = \frac{M_H^3}{32\pi v^2} \sqrt{1 - \frac{4M_Z^2}{M_H^2}} \left(1 + \frac{4M_Z^4}{M_H^4} - \frac{4M_Z^2}{M_H^2} \right). \quad (4.10)$$

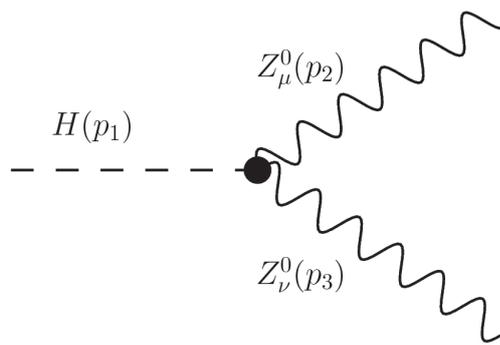


Figura 11: Desintegración del Higgs a dos vectores gauge Z^0 .

En el caso de las polarizaciones transversales, $\epsilon_{1,T}^\mu = (0, 1, 0, 0)$ y $\epsilon_{2,T}^\mu = (0, 0, 1, 0)$, la anchuras de desintegración de ambos canales disminuyen con la masa del Higgs:

$$\Gamma_{H \rightarrow W_T^- W_T^+} = \frac{M_W^4}{2\pi M_H v^2} \sqrt{1 - \frac{4M_W^2}{M_H^2}}, \quad (4.11)$$

$$\Gamma_{H \rightarrow Z_T^0 Z_T^0} = \frac{M_Z^4}{4\pi M_H v^2} \sqrt{1 - \frac{4M_Z^2}{M_H^2}}. \quad (4.12)$$

Como podemos observar las polarizaciones longitudinales (proporcionales a M_H^3) dominan fuertemente sobre las transversales (proporcionales a M_H^{-1}). Concluimos por tanto que, estudiar la desintegración del Higgs a dos bosones gauge, se reduce en buena aproximación al estudio de las polarizaciones longitudinales de estos bosones.

4.2. $\nu\bar{\nu} \rightarrow V_L V_L$

4.2.1. $\nu\bar{\nu} \rightarrow W_L^- W_L^+$

Haciendo uso de las reglas de Feynman correspondientes a las Figuras 1, 2 y 3 podemos calcular fácilmente la amplitud de los canales u y s del proceso $\nu\bar{\nu} \rightarrow W_L^- W_L^+$.

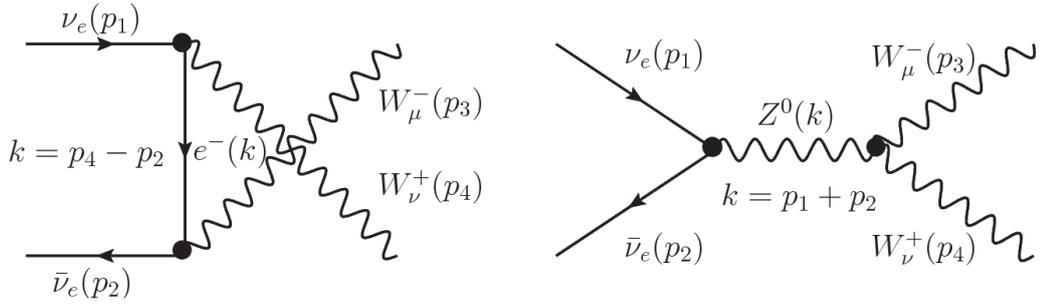


Figura 12: Diagramas de Feynman correspondientes al proceso $\nu\bar{\nu} \rightarrow W^- W^+$.

Empecemos, por ejemplo, por el canal u . La amplitud en este caso resulta ser

$$-iM_{\nu\bar{\nu} \rightarrow W^- W^+}^u = \bar{v}_2 \left[\frac{-ig}{2\sqrt{2}} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \right] \left[\frac{i(k-m_e)}{u-m_e^2+i\epsilon} \right] \left[\frac{-ig}{2\sqrt{2}} \gamma_\nu (1 - \gamma_5) \right] u_1 \epsilon_3^{\mu*} \epsilon_4^{\nu*}. \quad (4.13)$$

Despreciando la masa del electrón y definiendo el proyector $P_L \equiv \frac{1-\gamma_5}{2}$ que proyecta sobre estados de quiralidad (helicidad en el caso de neutrinos sin masa) definida, esta amplitud se escribe como

$$M_{\nu\bar{\nu} \rightarrow W^- W^+}^u = \frac{g^2}{2u} \left[\bar{v}_2 \gamma_\mu P_L \not{k} \gamma_\nu P_L u_1 \epsilon_3^{\mu*} \epsilon_4^{\nu*} \right] = \frac{g^2}{2u} \left[\bar{v}_2 \not{\epsilon}_3 \not{k} \not{\epsilon}_4 P_L u_1 \right], \quad (4.14)$$

donde hemos utilizado la propiedad: $P_L P_L = P_L$, $P_R P_R = P_R$. Como podemos observar en la expresión anterior, las polarizaciones transversales generan una amplitud al cuadrado que va como

$$|M_{\nu\bar{\nu} \rightarrow W_T^- W_T^+}^u|^2 \sim \frac{P^4}{u^2} \quad (4.15)$$

y que tiene por tanto un buen comportamiento a altas energías. A continuación veremos que no ocurre lo mismo con las polarizaciones longitudinales. En efecto, si tomamos los vectores de polarización según (4.5), se tiene que

$$\begin{aligned} M_{\nu\bar{\nu} \rightarrow W_L^- W_L^+}^u &= \frac{g^2}{2u} \left[\bar{v}_2 \left(\frac{\not{p}_3}{M_W} - \frac{2M_W \not{p}_4}{s} \right) \not{k} \left(\frac{\not{p}_4}{M_W} - \frac{2M_W \not{p}_3}{s} \right) P_L u_1 \right] \\ &= \frac{g^2}{2u M_W^2} \left[\bar{v}_2 \not{p}_3 \not{k} \not{p}_4 P_L u_1 \right] - \frac{g^2}{us} \left[\bar{v}_2 \not{p}_3 \not{k} \not{p}_3 P_L u_1 \right] - \frac{g^2}{us} \left[\bar{v}_2 \not{p}_4 \not{k} \not{p}_4 P_L u_1 \right]. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Los términos de segundo orden del desarrollo en serie de los vectores de polarización (4.5) generan contribuciones a la sección eficaz que tienen un buen comportamiento a altas energías. Sin embargo, la situación se complica con los términos de primer orden, i.e, $\epsilon_L^\mu(\bar{p}_3) = \frac{P_3^\mu}{M_W}$ y $\epsilon_L^\mu(\bar{p}_4) = \frac{P_4^\mu}{M_W}$, ya que estos generan una amplitud al cuadrado que crece como $\sim \frac{P^8}{u^2 M^4}$ lo que violaría el principio de unitariedad. En este apartado, vamos a centrarnos por tanto en las polarizaciones longitudinales (4.5) a primer orden. Teniendo en cuenta las ecuaciones del movimiento del neutrino:

$$\not{p}u_r(\bar{p}) = 0, \quad \not{p}v_r(\bar{p}) = 0, \quad \bar{u}_r(\bar{p})\not{p} = 0, \quad \bar{v}_r(\bar{p})\not{p} = 0, \quad (4.17)$$

y la conservación del cuadrimomento: $k = p_1 - p_4 = p_3 - p_2$, se tiene que el primer corchete de la amplitud (4.16) es igual a

$$\bar{v}_2\not{p}_3(\not{p}_1 - \not{p}_4)\not{p}_4 P_L u_1 = \bar{v}_2\not{p}_3(-\not{p}_4\not{p}_1 + 2p_1 \cdot p_4 - p_4^2) P_L u_1 = -\bar{v}_2\not{p}_3 u P_L u_1, \quad (4.18)$$

por lo que la amplitud del canal u correspondiente a las polarizaciones longitudinales se escribe finalmente como

$$M_{\nu\bar{\nu} \rightarrow W_L^- W_L^+}^u = -\frac{g^2}{2M_W^2} \bar{v}_2\not{p}_3 P_L u_1. \quad (4.19)$$

La sección eficaz, la cual está definida como

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\text{CM}} \equiv \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{|\bar{p}_f|}{|\bar{p}_i|} \sum_{\text{pol}} |M|^2, \quad (4.20)$$

de este proceso es igual a

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\nu\bar{\nu} \rightarrow W_L^- W_L^+} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{g^4}{16M_W^4} [tu - 2M_W^4] \sim \frac{g^4 s}{M_W^4}. \quad (4.21)$$

Como podemos comprobar la sección eficaz tiene, como predecíamos, un mal comportamiento a altas energías. Veamos ahora cómo el acoplamiento entre tres bosones gauge restaura la unitariedad del proceso $\nu\bar{\nu} \rightarrow W_L^- W_L^+$. La amplitud del canal s de la Figura 12 se escribe como

$$\begin{aligned} -iM_{\nu\bar{\nu} \rightarrow W^- W^+}^s &= \left[\bar{v}_2 \left(-\frac{ig}{4\cos\theta_W} \gamma_\sigma (1 - \gamma_5) \right) u_1 \right] \left[\frac{i(-g^{\sigma\rho} + \frac{k^\sigma k^\rho}{M_Z^2})}{s - M_Z^2 + i\epsilon} \right] \\ &\quad \left[ig \cos\theta_W \left((p_4 - p_3)_\rho g_{\mu\nu} - (p_4 + k)_\mu g_{\nu\rho} + (p_3 + k)_\nu g_{\rho\mu} \right) \right] \epsilon_3^{\mu*} \epsilon_4^{\nu*}. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Esta expresión se simplifica considerablemente si nos damos cuenta de que, debido a las ecuaciones del movimiento del neutrino (4.17), el segundo sumando del propagador no contribuye al cálculo:

$$\begin{aligned} M_{\nu\bar{\nu} \rightarrow W^- W^+}^s &= \frac{g^2}{2(s - M_Z^2)} \left[\bar{v}_2 \gamma^\rho P_L u_1 \right] \left[(p_4 - p_3)_\rho g_{\mu\nu} - (p_4 + k)_\mu g_{\nu\rho} + (p_3 + k)_\nu g_{\rho\mu} \right] \epsilon_3^{\mu*} \epsilon_4^{\nu*} \\ &= \frac{g^2}{2(s - M_Z^2)} \bar{v}_2 \left[(\not{p}_4 - \not{p}_3)\epsilon_3 \cdot \epsilon_4 - \not{\epsilon}_4 \epsilon_3 \cdot (p_4 + k) + \not{\epsilon}_3 \epsilon_4 \cdot (p_3 + k) \right] P_L u_1. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Escribiendo los vectores de polarización según la expresión (4.5) a primer orden, se obtiene que

$$\begin{aligned} M_{\nu\bar{\nu} \rightarrow W_L^- W_L^+}^s &= \frac{g^2}{2sM_W^2} \left[\bar{v}_2 \left\{ (\not{p}_4 - \not{p}_3)p_3 \cdot p_4 - \not{p}_4 p_3 \cdot (p_4 + k) + \not{p}_3 p_4 \cdot (p_3 + k) \right\} P_L u_1 \right] \\ &= \frac{g^2}{2sM_W^2} \bar{v}_2 \left\{ \not{p}_3 (p_4 \cdot k) - \not{p}_4 (p_3 \cdot k) \right\} P_L u_1 \\ &= \frac{g^2}{4M_W^2} \bar{v}_2 (\not{p}_3 - \not{p}_4) P_L u_1, \end{aligned} \quad (4.24)$$

donde en el último paso hemos sustituido $k \cdot p_3 = k \cdot p_4 = \frac{s}{2}$. De nuevo por las ecuaciones del movimiento (4.17) y teniendo en cuenta que $p_4 = p_1 + p_2 - p_3$ se tiene que

$$\bar{v}_2 (\not{p}_3 - \not{p}_4) P_L u_1 = \bar{v}_2 (2\not{p}_3 - \not{p}_1 - \not{p}_2) P_L u_1 = 2\bar{v}_2 \not{p}_3 P_L u_1. \quad (4.25)$$

La amplitud del canal s correspondiente a las polarizaciones longitudinales se escribe finalmente como

$$M_{\nu\bar{\nu} \rightarrow W_L^- W_L^+}^s = \frac{g^2}{2M_W^2} \bar{v}_2 \not{p}_3 P_L u_1. \quad (4.26)$$

Por lo que la amplitud total, suma de las amplitudes de ambos canales, es cero en el límite de altas energías:

$$M_{\nu\bar{\nu} \rightarrow W_L^- W_L^+} = (M^s + M^u)_{\nu\bar{\nu} \rightarrow W_L^- W_L^+} = 0, \quad (4.27)$$

restaurando de este modo unitariedad en la teoría.

4.2.2. $\nu\bar{\nu} \rightarrow Z_L^0 Z_L^0$

En el proceso $\nu\bar{\nu} \rightarrow Z_L^0 Z_L^0$ hay dos canales posibles: el canal t y el canal u .

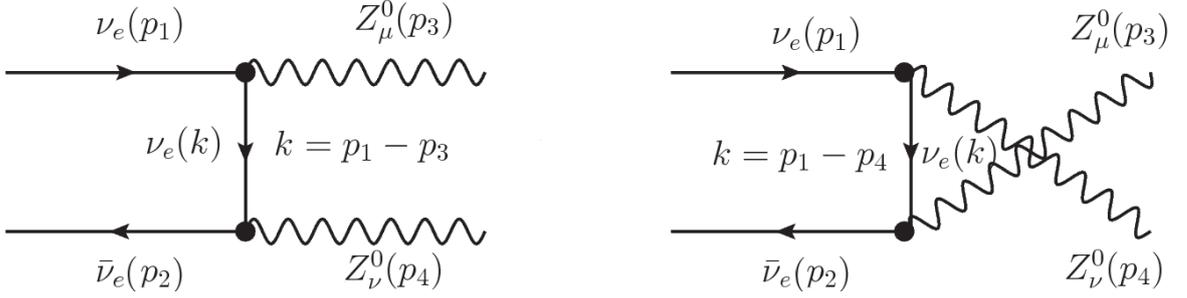


Figura 13: Diagramas de Feynman correspondientes al proceso $\nu\bar{\nu} \rightarrow Z^0 Z^0$.

La amplitud en el canal t de este proceso es muy parecida a la del canal u del caso anterior:

$$-iM_{\nu\bar{\nu} \rightarrow Z^0 Z^0}^t = \bar{v}_2 \left[\frac{-ig}{\cos \theta_W} \gamma_\nu (1 - \gamma_5) \right] \left[\frac{ik}{t+i\epsilon} \right] \left[\frac{-ig}{\cos \theta_W} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \right] u_1 \epsilon_3^{\mu*} \epsilon_4^{\nu*}. \quad (4.28)$$

De nuevo en este caso, tanto las polarizaciones transversales como los términos de segundo orden del desarrollo en serie de los vectores de polarización, generan contribuciones a la sección eficaz que tienen un buen comportamiento a altas energías. No ocurre lo mismo con los términos de primer orden de las polarizaciones longitudinales, i.e., $\epsilon_L^\mu(\bar{p}_3) = \frac{P_3^\mu}{M_Z}$ y $\epsilon_L^\mu(\bar{p}_4) = \frac{P_4^\mu}{M_Z}$, ya que estos generan una amplitud al cuadrado que crece como $\sim \frac{P^4}{M^4}$ lo que violaría el principio de unitariedad. De nuevo vamos a centrarnos en este apartado en el estudio de las polarizaciones longitudinales (4.5) a primer orden. Teniendo en cuenta las ecuaciones del movimiento del neutrino (4.17), se tiene que

$$M_{\nu\bar{\nu} \rightarrow Z_L^0 Z_L^0}^t = \frac{4g^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W} \bar{v}_2 \not{p}_3 P_L u_1.$$

Veamos ahora cómo el canal u :

$$-iM_{\nu\bar{\nu} \rightarrow Z^0 Z^0}^u = \bar{v}_2 \left[\frac{-ig}{\cos \theta_W} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \right] \left[\frac{ik}{u+i\epsilon} \right] \left[\frac{-ig}{\cos \theta_W} \gamma_\nu (1 - \gamma_5) \right] u_1 \epsilon_3^{\mu*} \epsilon_4^{\nu*}, \quad (4.29)$$

restaura la unitariedad del proceso $\nu\bar{\nu} \rightarrow W_L^- W_L^+$. Sustituyendo los vectores de polarización por la expresión (4.5) a primer orden, se obtiene la amplitud

$$\begin{aligned} M_{\nu\bar{\nu} \rightarrow Z_L^0 Z_L^0}^u &= \frac{4g^2}{M_Z^2 u \cos^2 \theta_W} \bar{v}_2 \not{p}_3 k \not{p}_4 P_L u_1 = \frac{4g^2}{M_Z^2 u \cos^2 \theta_W} \bar{v}_2 \not{p}_3 (\not{p}_1 - \not{p}_4) \not{p}_4 P_L u_1 \\ &= \frac{4g^2}{M_Z^2 u \cos^2 \theta_W} \bar{v}_2 \not{p}_3 (2p_1 \cdot p_4 - M_Z^2) P_L u_1 = \frac{4g^2}{M_Z^2 u \cos^2 \theta_W} \bar{v}_2 \not{p}_3 ((M_Z^2 - u) - M_Z^2) P_L u_1 \\ &= -\frac{4g^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W} \bar{v}_2 \not{p}_3 P_L u_1. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Por lo que la amplitud total, suma de las amplitudes de ambos canales, es cero en el régimen de altas energías:

$$M_{\nu\bar{\nu}\rightarrow Z_L^0 Z_L^0} = (M^t + M^u)_{\nu\bar{\nu}\rightarrow Z_L^0 Z_L^0} = 0, \quad (4.31)$$

restaurando de este modo unitariedad en la teoría.

4.3. $e^-e^+ \rightarrow V_L V_L$

4.3.1. $e^-e^+ \rightarrow W_L^- W_L^+$

El cálculo de la amplitud del proceso $e^-e^+ \rightarrow W_L^- W_L^+$ es análogo a la del proceso $\nu\bar{\nu} \rightarrow W_L^- W_L^+$. De nuevo tenemos dos canales, el s y el t .

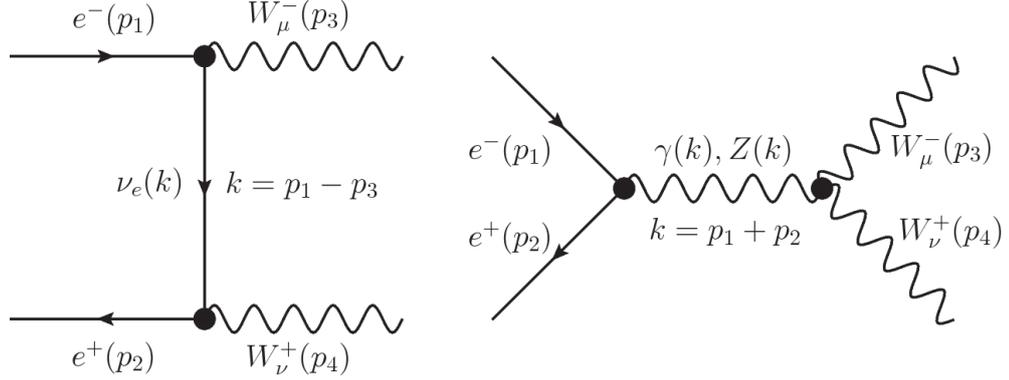


Figura 14: Diagramas de Feynman correspondientes al proceso $e^-e^+ \rightarrow W^-W^+$.

Haciendo uso las reglas de Feynman correspondientes a las Figuras 1, 2 y 3, la amplitud del canal s resulta ser idéntica a del canal s del proceso $\nu\bar{\nu} \rightarrow W_L^- W_L^+$ menos por el valor de la constante de acoplamiento. Por ejemplo, en el caso de que la partícula mediadora sea un bosón Z^0 , la constante de acoplamiento tiene el signo opuesto y un factor extra $\sin^2 \theta_W$:

$$\begin{aligned} -iM_{e^-e^+\rightarrow W^-W^+}^{s,z} &= \left[\bar{v}_2 \left(\frac{ig}{4\cos\theta_W} \gamma_\sigma (1 - 4\sin^2\theta_W - \gamma_5) \right) u_1 \right] \left[\frac{i(-g^{\sigma\rho} + \frac{k^\sigma k^\rho}{M_Z^2})}{s - M_Z^2 + i\epsilon} \right] \\ &\left[ig \cos\theta_W \left((p_4 - p_3)_\rho g_{\mu\nu} - (p_4 + k)_\mu g_{\nu\rho} + (p_3 + k)_\nu g_{\rho\mu} \right) \right] \epsilon_3^{\mu*} \epsilon_4^{\nu*}. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Vamos a centrarnos exclusivamente en las polarizaciones longitudinales puesto que son estas las que generan problemas de unitariedad a altas energías. Teniendo en cuenta las ecuaciones del movimiento del electrón en el límite de masa nula (4.17) y tomando los vectores de polarización según (4.5) a primer orden (de nuevo nos quedamos con los términos problemáticos), i.e, $\epsilon_{r3}^\mu(\bar{p}_3) \simeq \frac{p_3^\mu}{M_W}$ y $\epsilon_{r4}^\mu(\bar{p}_4) \simeq \frac{p_4^\mu}{M_W}$, podemos escribir directamente la amplitud como

$$M_{e^-e^+\rightarrow W_L^- W_L^+}^{s,z} = -\frac{g^2}{8M_W^2} \bar{v}_2 [\not{p}_3 - \not{p}_4] [1 - 4\sin^2\theta_W - \gamma_5] u_1. \quad (4.33)$$

En caso de que la partícula mediadora sea un fotón, la amplitud resultante cancela exactamente el término $\sin^2 \theta_W$ de la amplitud $M^{s,z}$:

$$\begin{aligned} -iM_{e^-e^+\rightarrow W_L^- W_L^+}^{s,\gamma} &= \left[\bar{v}_2 (ig \sin\theta_W \gamma_\sigma) u_1 \right] \left[\frac{-ig^{\sigma\rho}}{s + i\epsilon} \right] \\ &\left[ig \sin\theta_W \left((p_4 - p_3)_\rho g_{\mu\nu} - (p_4 + k)_\mu g_{\nu\rho} + (p_3 + k)_\nu g_{\rho\mu} \right) \right] \epsilon_3^{\mu*} \epsilon_4^{\nu*} \\ &= \frac{ig^2 \sin^2\theta_W}{2M_W^2} \bar{v}_2 [\not{p}_3 - \not{p}_4] u_1. \end{aligned} \quad (4.34)$$

Por lo que, al sumar ambas amplitudes, la amplitud final del canal s resulta ser idéntica a la amplitud de este mismo canal en el caso de los neutrinos salvo por un signo menos:

$$\begin{aligned} M_{e^-e^+\rightarrow W_L^-W_L^+}^s &= (M^{z,s} + M^{\gamma,s})_{e^-e^+\rightarrow W_L^-W_L^+} \simeq \frac{g^2}{8M_W^2} \bar{v}_2 [\not{p}_3 - \not{p}_4] (1 - \gamma_5) u_1 \\ &= -\frac{g^2}{4M_W^2} \bar{v}_2 [\not{p}_3 - \not{p}_4] P_L u_1 = -\frac{g^2}{2M_W^2} \bar{v}_2 \not{p}_3 P_L u_1, \end{aligned} \quad (4.35)$$

la cual al cuadrado crece, en efecto, como $\sim \frac{P^4}{M_W^4}$ lo que genera problemas a altas energías. Veamos ahora cómo el canal t , restaura la unitariedad de la teoría. El límite de masa nula del electrón, la amplitud correspondiente al canal t de este proceso es idéntica a la del canal u en el caso de los neutrinos cambiando la variable u por t e intercambiando los momentos p_3 y p_4 :

$$-iM_{e^-e^+\rightarrow W^-W^+}^t = \bar{v}_2 \left[\frac{-ig}{2\sqrt{2}} \gamma_\nu (1 - \gamma_5) \right] \left[\frac{i\not{k}}{t+i\epsilon} \right] \left[\frac{-ig}{2\sqrt{2}} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \right] u_1 \epsilon_3^{\mu*} \epsilon_4^{\nu*}. \quad (4.36)$$

Lo que nos permite escribir directamente

$$M_{e^-e^+\rightarrow W_L^-W_L^+}^t = \frac{g^2}{2M_W^2} \bar{v}_2 \not{p}_3 P_L u_1. \quad (4.37)$$

Por lo que la amplitud total, suma de las amplitudes de ambos canales, es cero de nuevo a energías altas:

$$M_{e^-e^+\rightarrow W_L^-W_L^+} = (M^s + M^t)_{e^-e^+\rightarrow W_L^-W_L^+} = 0, \quad (4.38)$$

haciendo de la teoría una teoría consistente. Comentamos por último que no hemos tenido en cuenta el canal mediado por el intercambio del Higgs por consistencia, ya que este es proporcional a la masa del electrón y por tanto completamente despreciable.

4.3.2. $e^-e^+ \rightarrow Z_L^0 Z_L^0$

En el proceso $e^-e^+ \rightarrow Z_L^0 Z_L^0$ hay dos canales posibles: el canal t y el canal u .

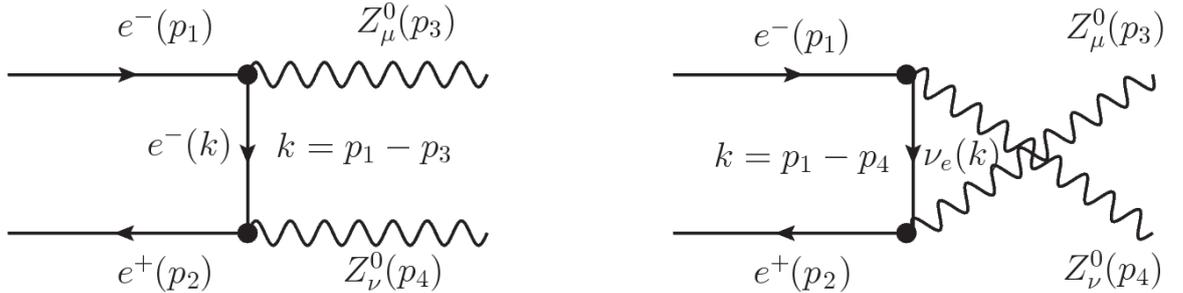


Figura 15: Diagramas de Feynman correspondientes al proceso $e^-e^+ \rightarrow Z^0 Z^0$.

Despreciando la masa del electrón la amplitud del canal t resulta ser

$$\begin{aligned} -iM_{e^-e^+\rightarrow Z^0 Z^0}^t &= \bar{v}_2 \left[\frac{ig}{4 \cos \theta_W} \gamma_\nu (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5) \right] \left[\frac{i\not{k}}{t+i\epsilon} \right] \\ &\quad \left[\frac{ig}{4 \cos \theta_W} \gamma_\mu (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5) \right] u_1 \epsilon_3^{\mu*} \epsilon_4^{\nu*}. \end{aligned} \quad (4.39)$$

Vamos a centrarnos exclusivamente en las polarizaciones longitudinales puesto que son estas las que generan problemas de unitariedad a altas energías. Tomando los vectores de polarización según (4.5) a primer orden (de nuevo nos quedamos con los términos problemáticos), i.e., $\epsilon_{r_3}^\mu(\bar{p}_3) \simeq \frac{p_3^\mu}{M_W}$ y $\epsilon_{r_4}^\mu(\bar{p}_4) \simeq$

$\frac{p_4^\mu}{M_W}$, podemos escribir directamente la amplitud como

$$\begin{aligned}
M_{e^-e^+ \rightarrow Z_L^0 Z_L^0}^t &= \frac{g^2}{16t \cos^2 \theta_W M_Z^2} \bar{v}_2 [\not{p}_4 (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5) \not{k} \not{p}_3 (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5)] u_1 \\
&= \frac{g^2}{16t \cos^2 \theta_W M_Z^2} \bar{v}_2 [\not{p}_4 (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5) (\not{p}_1 - \not{p}_3) \not{p}_3 (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5)] u_1 \\
&= \frac{g^2}{16t \cos^2 \theta_W M_Z^2} \bar{v}_2 [\not{p}_4 (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5) (-t) (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5)] u_1 \quad (4.40) \\
&= -\frac{g^2}{16M_W^2} \bar{v}_2 [\not{p}_4 (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5) (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5)] u_1,
\end{aligned}$$

donde en el penúltimo paso hemos hecho uso una vez más de las ecuaciones del movimiento del electrón (4.17), mientras que en el último hemos sustituido $M_Z \cos \theta_W = M_W$. Esta amplitud al cuadrado crece efectivamente como $\sim \frac{P^4}{M_W^4}$ lo que genera problemas a altas energías. Veamos ahora cómo el canal u :

$$\begin{aligned}
-iM_{e^-e^+ \rightarrow Z^0 Z^0}^u &= \bar{v}_2 \left[\frac{ig}{4 \cos \theta_W} \gamma_\mu (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5) \right] \left[\frac{ik}{u+i\epsilon} \right] \\
&\quad \left[\frac{ig}{4 \cos \theta_W} \gamma_\nu (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5) \right] u_1 \epsilon_3^{\mu*} \epsilon_4^{\nu*}, \quad (4.41)
\end{aligned}$$

restaura la unitariedad del proceso $e^-e^+ \rightarrow Z^0 Z^0$. Sustituyendo los vectores de polarización por la expresión (4.5) a primer orden y despreciando una vez más la masa del electrón, se obtiene que

$$\begin{aligned}
M_{e^-e^+ \rightarrow Z_L^0 Z_L^0}^u &= \frac{g^2}{16u \cos^2 \theta_W M_Z^2} \bar{v}_2 [\not{p}_3 (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5) \not{k} \not{p}_4 (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5)] u_1 \\
&= \frac{g^2}{16u \cos^2 \theta_W M_Z^2} \bar{v}_2 [\not{p}_3 (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5) (\not{p}_1 - \not{p}_4) \not{p}_4 (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5)] u_1 \\
&= \frac{g^2}{16u \cos^2 \theta_W M_Z^2} \bar{v}_2 [\not{p}_3 (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5) (-u) (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5)] u_1 \quad (4.42) \\
&= -\frac{g^2}{16M_W^2} \bar{v}_2 [\not{p}_3 (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5) (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5)] u_1 \\
&= \frac{g^2}{16M_W^2} \bar{v}_2 [\not{p}_4 (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5) (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5)] u_1.
\end{aligned}$$

Por lo que la amplitud total, suma de las amplitudes de ambos canales, es cero en el límite de altas energías:

$$M_{e^-e^+ \rightarrow Z_L^0 Z_L^0} = (M^t + M^u)_{e^-e^+ \rightarrow Z_L^0 Z_L^0} = 0, \quad (4.43)$$

restaurando de este modo unitariedad en la teoría.

Para concluir vamos a comentar dos figuras correspondientes a las secciones eficaces de los procesos $\sigma(e^-e^+ \rightarrow W^+W^-)$ y $\sigma(e^-e^+ \rightarrow Z^0 Z^0)$:

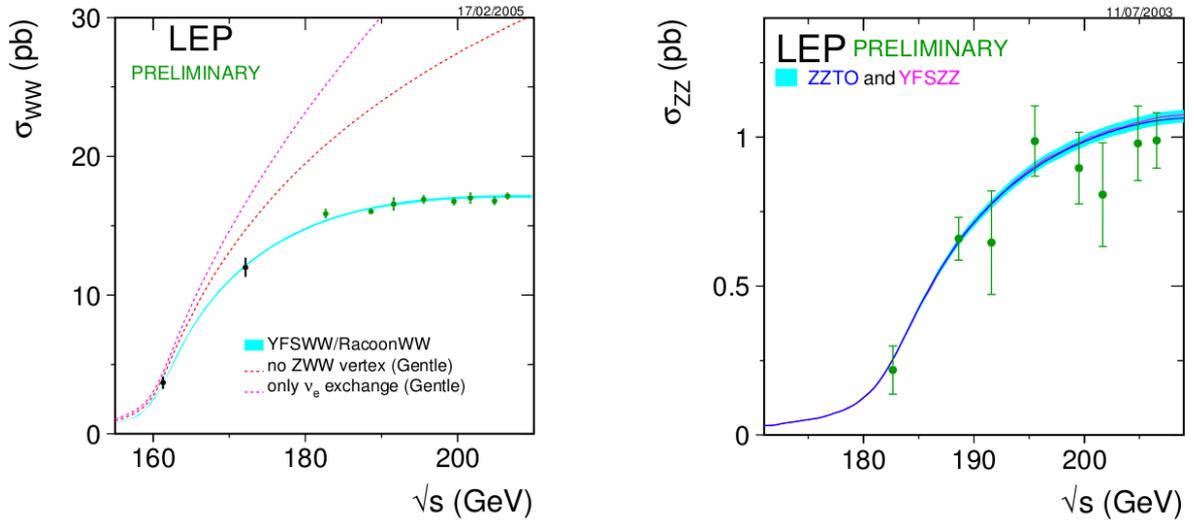


Figura 16: Dependencia energética de $\sigma(e^-e^+ \rightarrow W^+W^-)$ (izquierda) y $\sigma(e^-e^+ \rightarrow Z^0Z^0)$ (derecha) [10], [11].

Las tres curvas de la sección eficaz $\sigma(e^-e^+ \rightarrow W^+W^-)$ se corresponden respectivamente con: el intercambio de un neutrino solamente (curva superior), el intercambio de un neutrino y un fotón (curva del medio) y el intercambio de un neutrino, un fotón y un bosón Z , i.e, todas las contribuciones (curva inferior). En el caso del proceso $\sigma(e^-e^+ \rightarrow Z^0Z^0)$ sólo hay una curva correspondiente al intercambio del un electrón. Ambas figuras proporcionan un test muy importante de las autointeracciones gauge en el SM: existen vértices ZWW pero no existen vértices neutros cúbicos del tipo ZZZ o γZZ . La concordancia entre las predicciones teóricas y los datos experimentales resulta evidente y nos permite corroborar una vez más la estructura gauge de la teoría $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$.

4.4. $W_L^-W_L^+ \rightarrow W_L^-W_L^+$

Si queremos calcular la sección eficaz del proceso $W^-W^+ \rightarrow W^-W^+$, debemos tener en cuenta los cinco canales siguientes: un canal con cuatro bosones gauge que interactúan en un punto, el canal s con un bosón Z^0 y con un fotón como partículas mediadoras y el canal t con bosón Z^0 y un fotón como partículas mediadoras.

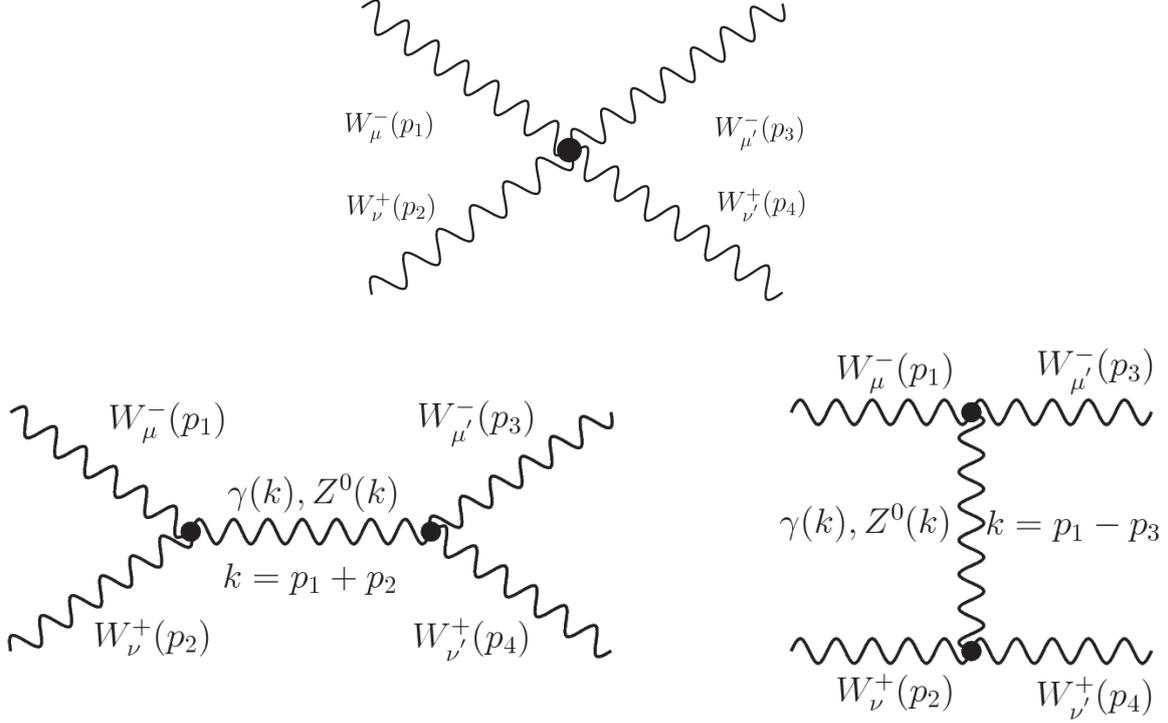


Figura 17: Diagramas de Feynman correspondientes al proceso $W^- W^+ \rightarrow W^- W^+$.

Utilizando las reglas de Feynman correspondientes a la Figura 4 la amplitud del primer canal se escribe como

$$-iM_{WW \rightarrow WW}^4 = ig^2 [2(\epsilon_1 \cdot \epsilon_4)(\epsilon_3 \cdot \epsilon_2) - (\epsilon_1 \cdot \epsilon_2)(\epsilon_3 \cdot \epsilon_4) - (\epsilon_1 \cdot \epsilon_3)(\epsilon_2 \cdot \epsilon_4)]. \quad (4.44)$$

De la misma manera, utilizando las reglas de Feynman de la Figura 3, obtenemos para el canal s cuando el bosón mediador es una partícula Z una amplitud igual a

$$\begin{aligned} -iM_{WW \rightarrow WW}^{s,Z} &= [-ig \cos \theta_W \{ (p_1 - p_2)_\rho g_{\mu\nu} + (p_2 + k)_\mu g_{\nu\rho} + (-k - p_1)_\nu g_{\rho\mu} \}] \left[\frac{i(-g^{\rho\sigma} + \frac{k^\rho k^\sigma}{M_Z^2})}{s - M_Z^2 + i\epsilon} \right] \\ &= ig^2 \left(\frac{\cos^2 \theta_W}{s - M_Z^2} \right) [- (\epsilon_1 \cdot \epsilon_2)(\epsilon_3 \cdot \epsilon_4)(p_1 \cdot p_4 - p_1 \cdot p_3 - p_2 \cdot p_4 + p_2 \cdot p_3) \\ &\quad + 2(p_4 \cdot \epsilon_3)(\epsilon_1 \cdot \epsilon_2)(p_1 \cdot \epsilon_4 - p_2 \cdot \epsilon_4) - 2(p_3 \cdot \epsilon_4)(\epsilon_1 \cdot \epsilon_2)(p_1 \cdot \epsilon_3 - p_2 \cdot \epsilon_3) \\ &\quad - 2(p_2 \cdot \epsilon_1)(\epsilon_3 \cdot \epsilon_4)(p_4 \cdot \epsilon_2 - p_3 \cdot \epsilon_2) + 2(p_1 \cdot \epsilon_2)(\epsilon_3 \cdot \epsilon_4)(p_4 \cdot \epsilon_1 - p_3 \cdot \epsilon_1) \\ &\quad - 4(p_2 \cdot \epsilon_1)(\epsilon_2 \cdot \epsilon_3)(\epsilon_4 \cdot p_3) - 4(p_1 \cdot \epsilon_2)(\epsilon_1 \cdot \epsilon_4)(\epsilon_3 \cdot p_4) \\ &\quad + 4(p_2 \cdot \epsilon_1)(\epsilon_2 \cdot \epsilon_4)(\epsilon_3 \cdot p_4) + 4(p_1 \cdot \epsilon_2)(\epsilon_1 \cdot \epsilon_3)(\epsilon_4 \cdot p_3)]. \end{aligned} \quad (4.45)$$

En el caso de que el bosón mediador sea un fotón la amplitud es idéntica al caso anterior con los cambios:

$$\cos^2 \theta_W \rightarrow \sin^2 \theta_W, \quad \frac{1}{s - M_Z^2} \rightarrow \frac{1}{s}. \quad (4.46)$$

Podemos por tanto escribir directamente la amplitud total del canal s como

$$\begin{aligned} M_{WW \rightarrow WW}^s &= g^2 \left(\frac{\cos^2 \theta_W}{s - M_Z^2} + \frac{\sin^2 \theta_W}{s} \right) [(\epsilon_1 \cdot \epsilon_2)(\epsilon_3 \cdot \epsilon_4)(p_1 \cdot p_4 - p_1 \cdot p_3 - p_2 \cdot p_4 + p_2 \cdot p_3) \\ &\quad - 2(p_4 \cdot \epsilon_3)(\epsilon_1 \cdot \epsilon_2)(p_1 \cdot \epsilon_4 - p_2 \cdot \epsilon_4) + 2(p_3 \cdot \epsilon_4)(\epsilon_1 \cdot \epsilon_2)(p_1 \cdot \epsilon_3 - p_2 \cdot \epsilon_3) \\ &\quad + 2(p_2 \cdot \epsilon_1)(\epsilon_3 \cdot \epsilon_4)(p_4 \cdot \epsilon_2 - p_3 \cdot \epsilon_2) - 2(p_1 \cdot \epsilon_2)(\epsilon_3 \cdot \epsilon_4)(p_4 \cdot \epsilon_1 - p_3 \cdot \epsilon_1) \\ &\quad + 4(p_2 \cdot \epsilon_1)(\epsilon_2 \cdot \epsilon_3)(\epsilon_4 \cdot p_3) + 4(p_1 \cdot \epsilon_2)(\epsilon_1 \cdot \epsilon_4)(\epsilon_3 \cdot p_4) \\ &\quad - 4(p_2 \cdot \epsilon_1)(\epsilon_2 \cdot \epsilon_4)(\epsilon_3 \cdot p_4) - 4(p_1 \cdot \epsilon_2)(\epsilon_1 \cdot \epsilon_3)(\epsilon_4 \cdot p_3)]. \end{aligned} \quad (4.47)$$

De la misma manera, utilizando las reglas de Feynman de la Figura 3, obtenemos para el canal t cuando el bosón mediador es un Z

$$\begin{aligned}
-iM_{WW \rightarrow WW}^{t,Z} &= [-ig \cos \theta_W \{(p_1 + p_3)_\rho g_{\mu\mu'} + (-p_3 + k)_\mu g_{\mu'\rho} + (-k - p_1)_{\mu'} g_{\rho\mu}\}] \left[\frac{i(-g^{\rho\sigma} + \frac{k^\rho k^\sigma}{M_Z^2})}{t - M_Z^2 + i\epsilon} \right] \\
&= ig^2 \left(\frac{\cos^2 \theta_W}{t - M_Z^2} \right) [(\epsilon_1 \cdot \epsilon_3)(\epsilon_2 \cdot \epsilon_4)(-p_1 \cdot p_2 - p_1 \cdot p_4 - p_3 \cdot p_2 - p_3 \cdot p_4) \\
&\quad + 2(p_2 \cdot \epsilon_4)(\epsilon_1 \cdot \epsilon_3)(p_1 \cdot \epsilon_2 + p_3 \cdot \epsilon_2) + 2(p_4 \cdot \epsilon_2)(\epsilon_1 \cdot \epsilon_3)(p_1 \cdot \epsilon_4 + p_3 \cdot \epsilon_4) \\
&\quad + 2(p_3 \cdot \epsilon_1)(\epsilon_2 \cdot \epsilon_4)(p_4 \cdot \epsilon_3 + p_2 \cdot \epsilon_3) + 2(p_1 \cdot \epsilon_3)(\epsilon_2 \cdot \epsilon_4)(p_4 \cdot \epsilon_1 + p_2 \cdot \epsilon_1) \\
&\quad - 4(p_3 \cdot \epsilon_1)(\epsilon_2 \cdot \epsilon_3)(\epsilon_4 \cdot p_2) - 4(p_3 \cdot \epsilon_1)(\epsilon_3 \cdot \epsilon_4)(\epsilon_2 \cdot p_4) \\
&\quad - 4(p_2 \cdot \epsilon_4)(\epsilon_1 \cdot \epsilon_2)(\epsilon_3 \cdot p_1) - 4(p_1 \cdot \epsilon_3)(\epsilon_1 \cdot \epsilon_4)(\epsilon_2 \cdot p_4)]. \tag{4.48}
\end{aligned}$$

En el caso de que el bosón mediador sea un fotón la amplitud es idéntica al caso anterior con los cambios:

$$\cos^2 \theta_W \rightarrow \sin^2 \theta_W, \quad \frac{1}{t - M_Z^2} \rightarrow \frac{1}{t}. \tag{4.49}$$

Podemos por tanto escribir directamente la amplitud total del canal t como

$$\begin{aligned}
M_{WW \rightarrow WW}^t &= g^2 \left(\frac{\cos^2 \theta_W}{t - M_Z^2} + \frac{\sin^2 \theta_W}{t} \right) [(\epsilon_1 \cdot \epsilon_3)(\epsilon_2 \cdot \epsilon_4)(p_1 \cdot p_2 + p_1 \cdot p_4 + p_3 \cdot p_2 + p_3 \cdot p_4) \\
&\quad - 2(p_2 \cdot \epsilon_4)(\epsilon_1 \cdot \epsilon_3)(p_1 \cdot \epsilon_2 + p_3 \cdot \epsilon_2) - 2(p_4 \cdot \epsilon_2)(\epsilon_1 \cdot \epsilon_3)(p_1 \cdot \epsilon_4 + p_3 \cdot \epsilon_4) \\
&\quad - 2(p_3 \cdot \epsilon_1)(\epsilon_2 \cdot \epsilon_4)(p_4 \cdot \epsilon_3 + p_2 \cdot \epsilon_3) - 2(p_1 \cdot \epsilon_3)(\epsilon_2 \cdot \epsilon_4)(p_4 \cdot \epsilon_1 + p_2 \cdot \epsilon_1) \\
&\quad + 4(p_3 \cdot \epsilon_1)(\epsilon_2 \cdot \epsilon_3)(\epsilon_4 \cdot p_2) + 4(p_3 \cdot \epsilon_1)(\epsilon_3 \cdot \epsilon_4)(\epsilon_2 \cdot p_4) \\
&\quad + 4(p_2 \cdot \epsilon_4)(\epsilon_1 \cdot \epsilon_2)(\epsilon_3 \cdot p_1) + 4(p_1 \cdot \epsilon_3)(\epsilon_1 \cdot \epsilon_4)(\epsilon_2 \cdot p_4)]. \tag{4.50}
\end{aligned}$$

Como podemos observar en las expresiones anteriores, las polarizaciones transversales generan una amplitud al cuadrado que va como $|M|^2 \simeq \frac{P^4}{t^2}$ y que tiene, por tanto, un buen comportamiento a altas energías. A continuación veremos que no ocurre lo mismo con las polarizaciones longitudinales. A diferencia de los casos anteriores, en este caso vamos a considerar también los términos de segundo orden del desarrollo en serie de los vectores de polarización (4.5) puesto que son imprescindibles para obtener una sección eficaz que tenga un buen comportamiento a altas energías.

Teniendo en cuenta los productos escalares

$$\begin{aligned}
p_1 \cdot p_2 &= p_3 \cdot p_4 = \frac{s - 2M_W^2}{2}, \\
p_1 \cdot p_3 &= p_2 \cdot p_4 = \frac{2M_W^2 - t}{2}, \\
p_1 \cdot p_4 &= p_2 \cdot p_3 = \frac{2M_W^2 - u}{2},
\end{aligned} \tag{4.51}$$

$$\begin{aligned}
\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 &= \epsilon_3 \cdot \epsilon_4 = \frac{s - 2M_W^2}{2M_W^2} - \frac{4M_W^2}{s} + \frac{2M_W^2(s - 2M_W^2)}{s^2}, \\
\epsilon_1 \cdot \epsilon_3 &= \epsilon_2 \cdot \epsilon_4 = \frac{2M_W^2 - t}{2M_W^2} - \frac{2(2M_W^2 - u)}{s} + \frac{2M_W^2(2M_W^2 - t)}{s^2}, \\
\epsilon_1 \cdot \epsilon_4 &= \epsilon_2 \cdot \epsilon_3 = \frac{2M_W^2 - u}{2M_W^2} - \frac{2(2M_W^2 - t)}{s} + \frac{2M_W^2(2M_W^2 - u)}{s^2},
\end{aligned} \tag{4.52}$$

$$\begin{aligned}
p_1 \cdot \epsilon_2 &= p_2 \cdot \epsilon_1 = p_3 \cdot \epsilon_4 = p_4 \cdot \epsilon_3 = \frac{s - 2M_W^2}{2M_W} - \frac{2M_W^3}{s}, \\
p_1 \cdot \epsilon_3 &= p_3 \cdot \epsilon_1 = p_2 \cdot \epsilon_4 = p_4 \cdot \epsilon_2 = \frac{2M_W^2 - t}{2M_W} - \frac{M_W(2M_W^2 - u)}{s}, \\
p_1 \cdot \epsilon_4 &= p_4 \cdot \epsilon_1 = p_2 \cdot \epsilon_3 = p_3 \cdot \epsilon_2 = \frac{2M_W^2 - u}{2M_W} - \frac{M_W(2M_W^2 - t)}{s},
\end{aligned} \tag{4.53}$$

tenemos finalmente que la amplitud total (suma de las amplitudes de los cinco canales) es igual a

$$M_{W_L W_L \rightarrow W_L W_L} = -\frac{g^2}{4M_W^2} \{ s + t \}. \quad (4.54)$$

Lo que predice, efectivamente, un mal comportamiento a altas energías para la sección eficaz:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{W_L^- W_L^+ \rightarrow W_L^- W_L^+} \simeq s, \quad (4.55)$$

el cual violaría el principio de unitariedad.

5. Problemas de Unitariedad y su solución dentro del SM

Vamos a ver cómo, si incorporamos nuevos canales que tienen lugar mediante el intercambio del bosón de Higgs, el problema de unitariedad de la sección eficaz anterior queda solventado.

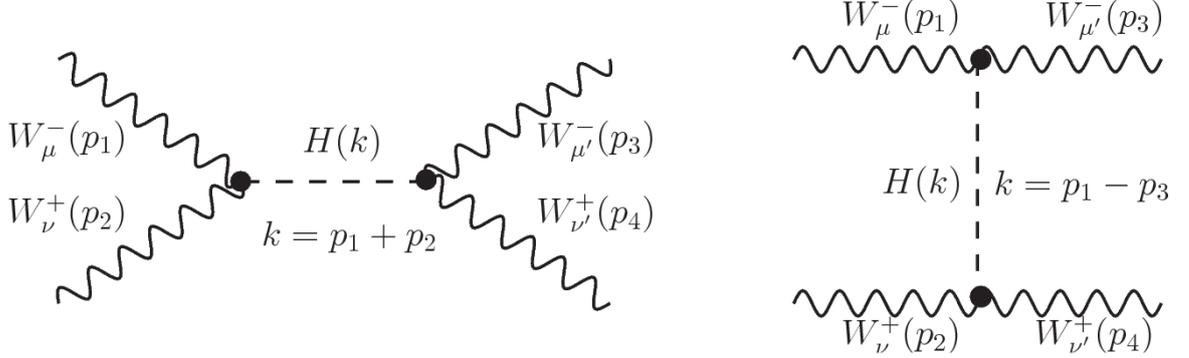


Figura 18: Diagramas de Feynman correspondientes al proceso $W^-W^+ \rightarrow W^-W^+$ con Higgs.

Si tenemos en cuenta el bosón de Higgs tenemos que considerar dos canales adicionales: un canal s y otro t . La amplitud del canal s , haciendo uso de las reglas de Feynman de la Figura 6 y tomando de nuevo los vectores de polarización (a primer orden) correspondientes a la ecuación (4.5), resulta ser

$$\begin{aligned} -iM_{W_L W_L \rightarrow W_L W_L}^{s,H} &= [igM_W g_{\mu\nu}] \left[\frac{i}{s - M_H^2 + i\epsilon} \right] [igM_W g_{\mu'\nu'}] \epsilon_1^\mu \epsilon_2^\nu \epsilon_3^{\mu'} \epsilon_4^{\nu'} \quad (5.1) \\ &= -\frac{ig^2}{M_W^2 (s - M_H^2)} (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) = -\frac{ig^2 s^2}{4M_W^2 (s - M_H^2)}. \end{aligned}$$

Análogamente en el canal t la amplitud se puede escribir como

$$\begin{aligned} -iM_{W_L W_L \rightarrow W_L W_L}^{t,H} &= [igM_W g_{\mu\nu}] \left[\frac{i}{t - M_H^2 + i\epsilon} \right] [igM_W g_{\mu'\nu'}] \epsilon_1^\mu \epsilon_2^{\nu'} \epsilon_3^{\nu} \epsilon_4^{\mu'} \quad (5.2) \\ &= -\frac{ig^2}{M_W^2 (t - M_H^2)} (p_1 \cdot p_3)(p_2 \cdot p_4) = -\frac{ig^2 (2M_W^2 - t)^2}{4M_W^2 (t - M_H^2)}. \end{aligned}$$

Sumando ambas amplitudes obtenemos

$$M_{W_L W_L \rightarrow W_L W_L}^H = \frac{g^2}{4M_W^2} \left\{ \frac{s^2}{s - M_H^2} + \frac{(t - 2M_W^2)^2}{t - M_H^2} \right\}. \quad (5.3)$$

A altas energías, $s \gg M_H^2, M_W^2$, el acoplamiento de los bosones gauge con el Higgs cancela exactamente el mal comportamiento del proceso $W_L^- W_L^+ \rightarrow W_L^- W_L^+$:

$$M_{W_L W_L \rightarrow W_L W_L} = \frac{g^2}{4M_W^2} \left\{ -s - t + \frac{s^2}{s - M_H^2} + \frac{t^2}{t - M_H^2} \right\} \simeq 0. \quad (5.4)$$

La presencia del Higgs es esencial en este proceso si se quiere preservar unitariedad a altas energías. Para concluir este apartado comentamos que, en el caso de existir un escalar ligero (tipo Higgs), unitariedad exige que sus acoplamientos sean exactamente iguales que los predichos en el modelo estándar, para que tenga lugar la cancelación de los términos mal comportados. Si el nuevo escalar tuviese acoplamientos (ligeramente) diferentes, necesitaríamos de nuevo algún otro grado de libertad para garantizar la conservación de unitariedad del proceso $W^-W^+ \rightarrow W^-W^+$.

6. El Principio de Equivalencia

Como vimos en el apartado 3, el Mecanismo de Higgs conserva en todo momento el número de grados de libertad de la teoría. En concreto, para dar masa a los bosones W^\pm y Z^0 hacen falta 3 grados de libertad adicionales (campos escalares) que generen las polarizaciones longitudinales de estos bosones de gauge. El SM introduce para ello una pieza extra al Lagrangiano original construida a partir de un doblete de campos escalares complejos, uno cargado y el otro neutro, con 4 grados de libertad. Tras el mecanismo de SSB, podemos reescribir el doblete en función de tres grados de libertad escalares y sin masa correspondientes a los bosones de Goldstone y un campo real masivo: el campo del bosón de Higgs. Con la elección del gauge unitario, los tres bosones de Goldstone desaparecen dando lugar a las tres polarizaciones longitudinales (tres términos masivos) de los bosones gauge W^\pm y Z^0 .

En este apartado veremos que, en el límite de altas energías ($s \gg M_V^2$), la amplitud de absorción o emisión de un bosón gauge longitudinal es equivalente a la amplitud de emisión o absorción del correspondiente bosón de Goldstone que dio masa al bosón gauge. Esta afirmación se conoce formalmente como Principio de Equivalencia [12] y es una consecuencia de la invariancia gauge local del Lagrangiano (3.1). En otras palabras, la física es la misma independientemente del gauge en el que trabajemos:

$$M(V_L^1 \dots V_L^n \rightarrow V_L^1 \dots V_L^m) = (i)^n (-i)^m M(w^1 \dots w^n \rightarrow w^1 \dots w^m) + \mathcal{O}\left(\frac{M_V^2}{s}\right), \quad (6.1)$$

donde V_L^i son los bosones gauge longitudinales y w^i los bosones de Goldstone correspondientes.

6.1. El Lagrangiano electrodébil quiral

El lagrangiano escalar del modelo estándar (3.1) puede escribirse como [13]

$$\mathcal{L}_S = \frac{1}{2} \text{Tr} [(D^\mu \Sigma)^\dagger (D_\mu \Sigma)] - \frac{\lambda}{16} (\text{Tr}[\Sigma^\dagger \Sigma] - v^2)^2, \quad (6.2)$$

donde

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \phi^{0*} & \phi^+ \\ -\phi^- & \phi^0 \end{pmatrix}, \quad D^\mu \Sigma = \partial^\mu \Sigma + ig \frac{\vec{\sigma}}{2} \cdot \vec{W}^\mu \Sigma - ig' \Sigma \frac{\sigma^3}{2} B^\mu \equiv \partial^\mu \Sigma + ig \widehat{W}^\mu \Sigma - ig' \Sigma \widehat{B}^\mu, \quad h = \frac{\lambda}{4}. \quad (6.3)$$

En límite $g' \rightarrow 0$, \mathcal{L}_S es invariante bajo transformaciones globales $G \equiv SU(2)_L \otimes SU(2)_R \supset SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ de los campos en el espacio de sabor,

$$\Sigma \xrightarrow{G} g_L \Sigma g_R^\dagger, \quad g_{L,R} \in SU(2)_{L,R}. \quad (6.4)$$

En el Lagrangiano (6.2), el grupo $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ se rompe espontáneamente al subgrupo $SU(2)_{L+R}$, i.e.,

$$G \equiv SU(2)_L \otimes SU(2)_R \xrightarrow{\text{SCSB}} H \equiv SU(2)_{L+R}, \quad (6.5)$$

lo que se conoce formalmente como Rotura de Simetría Custodial (SCSB). Es conveniente parametrizar el campo $\Sigma(x)$ mediante el formalismo de teoría de perturbaciones (3.7) en términos del de los campos de Goldstone θ^i y del campo de Higgs H :

$$\Sigma(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} [v + H(x)] U(\theta), \quad U(\theta) = \exp \frac{i\vec{\sigma} \cdot \vec{\theta}}{v}. \quad (6.6)$$

Con este cambio de variable, $\bar{\Sigma} \rightarrow H, \bar{\theta}$, el Lagrangiano (6.2) resulta

$$\mathcal{L}_S = \frac{v^2}{4} \left(1 + \frac{H}{v} \right)^2 \text{Tr} [(D^\mu U)^\dagger (D_\mu U)] + \frac{1}{2} \left(\partial_\mu H \partial^\mu H - \frac{\lambda}{2} v^2 H^2 \right) - \frac{\lambda}{4} v H^3 - \frac{\lambda}{16} H^4, \quad (6.7)$$

donde

$$D_\mu U = \partial_\mu U + ig \widehat{W}_\mu U - ig' U \widehat{B}_\mu. \quad (6.8)$$

Podemos desarrollar en serie de potencias la exponencial U (ver Apéndice) y obtener un Lagrangiano efectivo que nos permita estudiar la dinámica de las colisiones entre bosones de Goldstone y en particular verificar el Principio de Equivalencia. El Lagrangiano (6.7) se escribe entonces como

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_S &\doteq \frac{v^2}{4} \left(1 + \frac{H}{v}\right)^2 \text{Tr}[(D^\mu U)^\dagger (D_\mu U)] \\
&\simeq \left(1 + \frac{2H}{v} + \frac{H^2}{v^2}\right) \left\{ \partial_\mu \theta^- \partial^\mu \theta^+ + \frac{1}{2} \partial_\mu \theta^0 \partial^\mu \theta^0 + \dots \right\} \\
&\quad + \frac{1}{6v^2} \left\{ (\theta^+ \overleftrightarrow{\partial}_\mu \theta^-)(\theta^+ \overleftrightarrow{\partial}^\mu \theta^-) + 2(\theta^0 \overleftrightarrow{\partial}_\mu \theta^+)(\theta^- \overleftrightarrow{\partial}^\mu \theta^0) + \dots \right\} \\
&\quad + \{(i\partial^\mu \theta^-)\theta^+ - (i\partial^\mu \theta^+)\theta^-\} g \left(\frac{1-2\sin^2\theta_W}{2\cos\theta_W} \right) Z_\mu + \{(i\partial^\mu \theta^-)\theta^+ - (i\partial^\mu \theta^+)\theta^-\} e A_\mu + \dots.
\end{aligned} \tag{6.9}$$

Lo que da lugar a las siguientes reglas de Feynman entre el campo de Higgs, los campos gauge y los campos θ :

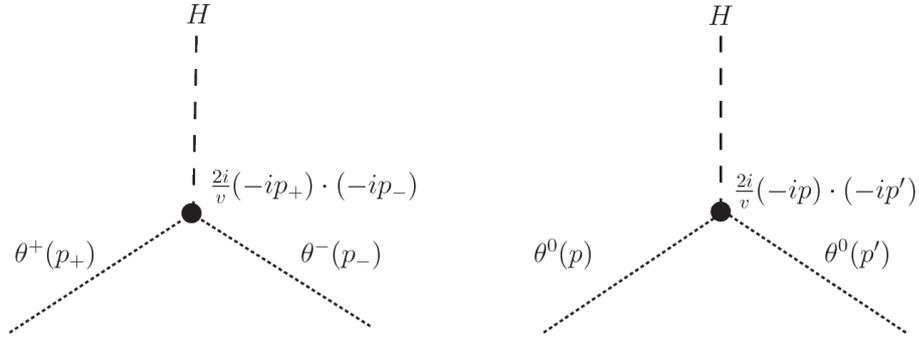


Figura 19: Reglas de Feynman correspondientes a la interacción entre un campo Higgs y dos bosones de Goldstone θ^+ , θ^- . Todos los momentos se consideran entrantes.

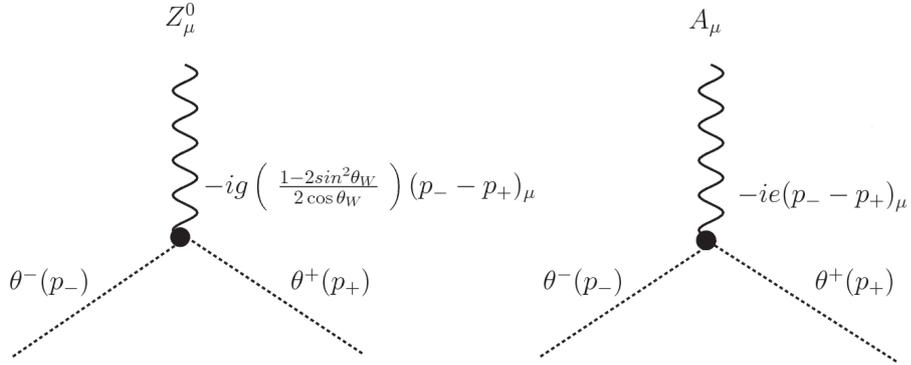


Figura 20: Reglas de Feynman correspondientes a la interacción entre los campos gauge Z_μ^0 , A_μ y los bosones de Goldstone θ^+ , θ^- . Todos los momentos se consideran entrantes.

Si tomamos el gauge unitario, i.e., $\bar{\theta} = 0$, el Lagrangiano (6.7) da lugar de nuevo a términos masivos para los bosones de Goldstone W^\pm y Z^0 , i.e.,

$$\mathcal{L}_S \xrightarrow{U=1} M_W^2 W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{M_Z^2}{2} Z_\mu Z^\mu. \tag{6.10}$$

En el límite $h \gg 1$ (Higgs pesado) el Lagrangiano escalar electrodébil toma en ese caso la misma forma que el Lagrangiano quiral que describe las interacciones fuertes en el régimen de bajas energías [14]:

$$\mathcal{L}_S \simeq \frac{v^2}{4} \text{Tr} [(D^\mu U)^\dagger (D_\mu U)] + \mathcal{O}\left(\frac{H}{v}\right). \tag{6.11}$$

En ese caso, las colisiones entre los bosones de Goldstone electrodébiles (o equivalentemente entre los bosones gauge longitudinales) vienen descritas por el mismo Lagrangiano que describe las colisiones entre piones en QCD, cambiando simplemente

$$v \rightarrow f, \quad \theta^+(W^+) \rightarrow \pi^+, \quad \theta^-(W^-) \rightarrow \pi^-, \quad \theta^0(Z^0) \rightarrow \pi^0. \quad (6.12)$$

Es decir,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_2 &= \frac{f^2}{4} \text{Tr}[(\partial^\mu U)^\dagger (\partial_\mu U)] = \partial_\mu \pi^- \partial^\mu \pi^+ + \frac{1}{2} \partial_\mu \pi^0 \partial^\mu \pi^0 + \dots \\ &+ \frac{1}{6f^2} \{ (\pi^+ \partial_\mu \pi^-)(\pi^+ \partial^\mu \pi^-) + 2(\pi^0 \partial_\mu \pi^+)(\pi^- \partial^\mu \pi^0) + \dots \} \\ &+ \mathcal{O}\left(\frac{\pi^6}{f^4}\right), \end{aligned} \quad (6.13)$$

Podemos introducir la interacción entre los campos fermiónicos y los campos de Goldstone través de un Lagrangiano del tipo Yukawa [15]. Las reglas de Feynman correspondientes son:

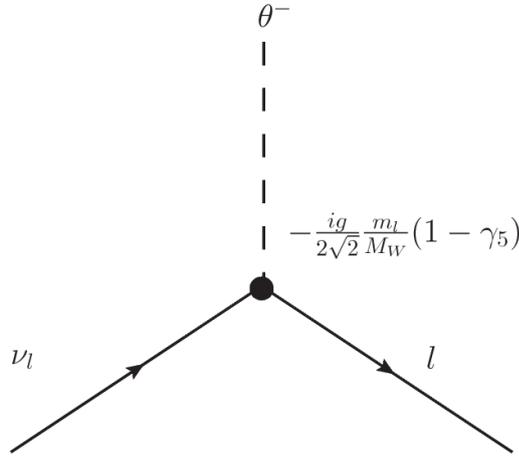


Figura 21: Reglas de Feynman correspondientes a la interacción entre un par de fermiones y un campo de Goldstone.

6.2. Análisis de los procesos anteriores con bosones de Goldstone en lugar de bosones gauge ($V_L \rightarrow \theta$)

6.2.1. $H \rightarrow \theta^+ \theta^-$

La amplitud del canal s viene dada por la parte del Lagrangiano

$$\mathcal{L} \doteq \frac{2H}{v} (\partial_\mu \theta^+ \partial^\mu \theta^-) \quad (6.14)$$

y resulta ser

$$-iM = \frac{2i}{v} (ip_2) \cdot (ip_3) = -\frac{is}{v} = -\frac{iM_H^2}{v}. \quad (6.15)$$

A altas energías y tomando $M_H^2 \gg M_W^2$, la amplitud (4.6) del proceso $H \rightarrow W^+ W^-$ es igual a

$$M_{H \rightarrow W^+ W^-} \simeq -\frac{M_H^2}{v}. \quad (6.16)$$

Como podemos observar, se cumple (en el límite de Higgs masivo) el principio de equivalencia (6.1):

$$M_{H \rightarrow W^+ W^-} = (i)^0 (-i)^2 M_{H \rightarrow \theta^+ \theta^-} = -M_{H \rightarrow \theta^+ \theta^-} = -\frac{M_H^2}{v}, \quad (6.17)$$

como queríamos demostrar.

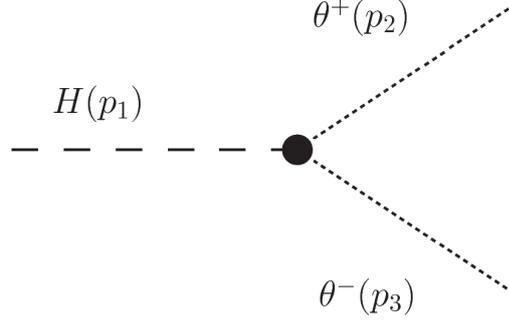


Figura 22: Desintegración del Higgs a dos bosones de Goldstone.

6.2.2. $\nu\bar{\nu} \rightarrow \theta^-\theta^+$

Haciendo uso las reglas de Feynman correspondientes a las Figuras 2, 20 y 21 podemos calcular fácilmente la amplitud de los canales s y t del proceso $\nu\bar{\nu} \rightarrow \theta^-\theta^+$.

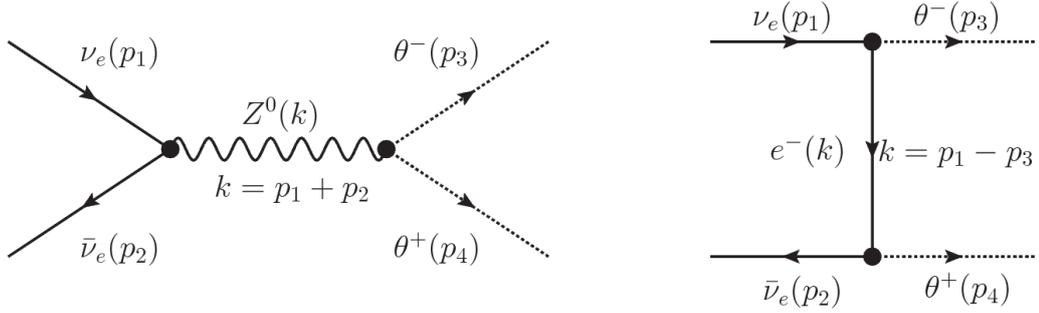


Figura 23: Los dos canales del proceso $\nu\bar{\nu} \rightarrow \theta^-\theta^+$.

La amplitud del canal s resulta

$$\begin{aligned}
 -iM_{\nu\bar{\nu}\rightarrow\theta^-\theta^+}^s &= \bar{v}_2 \left[\frac{ig}{4\cos\theta_W} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \right] u_1 \left[\frac{i(-g^{\mu\nu} + \frac{k^\mu k^\nu}{M_Z^2})}{s - M_Z^2 + i\epsilon} \right] \left[-ig \left(\frac{1-2\sin^2\theta_W}{2\cos\theta_W} \right) (p_4 - p_3)_\nu \right] \\
 &= -\frac{ig^2}{s - M_Z^2} \left(\frac{1-2\sin^2\theta_W}{8\cos^2\theta_W} \right) \bar{v}_2 \left[\gamma_\mu (1 - \gamma_5) \right] u_1 g^{\mu\nu} (p_4 - p_3)_\nu, \tag{6.18}
 \end{aligned}$$

donde en el último paso hemos despreciado el segundo sumando del propagador al tener en cuenta las ecuaciones del movimiento del neutrino (4.17). En el régimen de altas energías, $s \gg M_Z^2$, se tiene que la amplitud del canal s es igual a

$$\begin{aligned}
 M_{\nu\bar{\nu}\rightarrow\theta^-\theta^+}^s &= \frac{g^2}{s} \left(\frac{1-2\sin^2\theta_W}{4\cos^2\theta_W} \right) \bar{v}_2 \left[(\not{p}_4 - \not{p}_3) P_L \right] u_1 = \frac{g^2}{s} \left(\frac{1-2\sin^2\theta_W}{4\cos^2\theta_W} \right) \bar{v}_2 2\not{p}_4 P_L u_1 \\
 &= \frac{g^2}{s} \left(\frac{1-2\sin^2\theta_W}{2\cos^2\theta_W} \right) \bar{v}_2 \not{p}_4 P_L u_1. \tag{6.19}
 \end{aligned}$$

Por lo que la amplitud del canal s es cero en el régimen de altas energías:

$$M_{\nu\bar{\nu}\rightarrow\theta^-\theta^+}^s = 0. \tag{6.20}$$

La amplitud del canal t resulta

$$\begin{aligned} -iM_{\nu\bar{\nu}\rightarrow\theta^-\theta^+}^t &= \bar{v}_2 \left[-\frac{ig}{2\sqrt{2}} \frac{m_e}{M_W} (1 - \gamma_5) \right] \left[\frac{i(\not{k} + m_e)}{t - m_e^2 + i\epsilon} \right] \left[-\frac{ig}{2\sqrt{2}} \frac{m_e}{M_W} (1 - \gamma_5) \right] u_1 \\ &= \frac{-ig^2}{2} \frac{m_e^2}{M_W^2 (t - m_e^2)} \bar{v}_2 \left[P_L (\not{k} + m_e) P_L \right] u_1 = \frac{-ig^2}{2} \frac{m_e^3}{M_W^2 (t - m_e^2)} \bar{v}_2 P_L u_1 \simeq 0, \end{aligned} \quad (6.21)$$

ser nula por consistencia puesto que es proporcional a la masa del electrón al cubo. Finalmente la amplitud total, suma de las amplitudes de ambos canales, es cero el régimen de altas energías:

$$M_{\nu\bar{\nu}\rightarrow\theta^-\theta^+} = (M^s + M^t)_{\nu\bar{\nu}\rightarrow\theta^-\theta^+} \simeq 0. \quad (6.22)$$

Se cumple de nuevo el Principio de Equivalencia (6.1):

$$M_{\nu\bar{\nu}\rightarrow W_L^- W_L^+} = -M_{\nu\bar{\nu}\rightarrow\theta^-\theta^+}, \quad (6.23)$$

como queríamos demostrar.

6.2.3. $e^-e^+ \rightarrow \theta^-\theta^+$

Haciendo uso las reglas de Feynman correspondientes a las Figuras 2, 19, 20 y 21 podemos calcular fácilmente la amplitud de los canales s y t del proceso $e^-e^+ \rightarrow \theta^-\theta^+$.

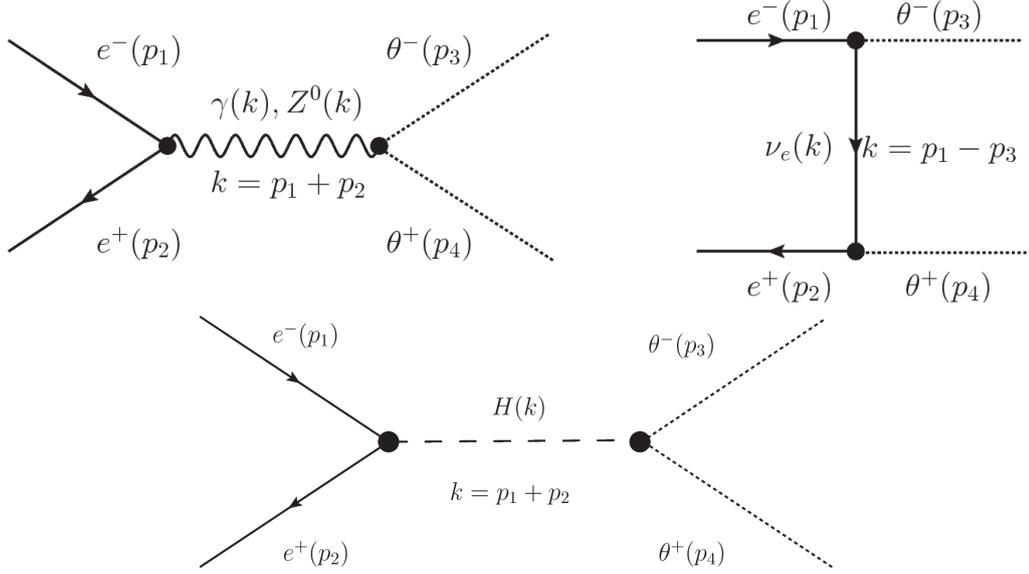


Figura 24: Canales del proceso $\nu\bar{\nu} \rightarrow \theta^-\theta^+$.

La amplitud del canal s cuando la partícula mediadora es un bosón de Higgs resulta ser proporcional a la masa del electrón y por tanto completamente despreciable:

$$-iM_{e^-e^+\rightarrow\theta^-\theta^+}^H = \left[-\frac{2i}{v} p_4 \cdot p_3 \right] \left[\frac{i}{s - M_H^2 + i\epsilon} \right] \bar{v}_2 \left[-\frac{igm_e}{2M_W} \right] u_1 = -\frac{ig}{2v} \frac{m_e}{M_W} \frac{s}{s - M_H^2} \bar{v}_2 u_1 \simeq 0. \quad (6.24)$$

Lo mismo ocurre con la amplitud del canal t :

$$\begin{aligned} M_{e^-e^+\rightarrow\theta^-\theta^+}^t &= \bar{v}_2 \left[-\frac{ig}{2\sqrt{2}} \frac{m_e}{M_W} (1 - \gamma_5) \right] \left[\frac{i\not{k}}{t + i\epsilon} \right] \left[-\frac{ig}{2\sqrt{2}} \frac{m_e}{M_W} (1 - \gamma_5) \right] u_1 \\ &= \frac{-ig^2}{2} \frac{m_e^2}{M_W^2} \bar{v}_2 P_L \frac{\not{k}}{t} P_L u_1 \simeq 0, \end{aligned} \quad (6.25)$$

por lo que la amplitud del canal s (dada por el intercambio de un bosón Z^0 y un fotón) debe ser bien comportada necesariamente. En efecto, la amplitud del canal s cuando la partícula mediadora es un bosón Z^0 resulta

$$\begin{aligned}
-iM_{e^-e^+\rightarrow\theta^-\theta^+}^Z &= \bar{v}_2 \left[\frac{ig}{4\cos\theta_W} \gamma_\mu (1 - 4\sin^2\theta_W - \gamma_5) \right] u_1 \left[\frac{i(-g^{\mu\nu} + \frac{k^\mu k^\nu}{M_Z^2})}{s - M_Z^2 + i\epsilon} \right] \\
&\quad \left[-ig \left(\frac{1 - 2\sin^2\theta_W}{2\cos\theta_W} \right) (p_4 - p_3)_\nu \right] \\
&= -\frac{ig^2}{s - M_Z^2} \left(\frac{1 - 2\sin^2\theta_W}{8\cos^2\theta_W} \right) \bar{v}_2 \left[(\not{p}_4 - \not{p}_3)(1 - 4\sin^2\theta_W - \gamma_5) \right] u_1,
\end{aligned} \tag{6.26}$$

donde en el último paso hemos despreciado el segundo sumando del propagador al tener en cuenta las ecuaciones del movimiento del neutrino (4.17). En el régimen de altas energías, $s \gg M_Z^2$, se tiene que

$$M_{e^-e^+\rightarrow\theta^-\theta^+}^Z = -\frac{e^2}{s} \left(\frac{1 - 2\sin^2\theta_W}{2\cos^2\theta_W} \right) \bar{v}_2 (\not{p}_4 - \not{p}_3) u_1 + \frac{e^2}{s} \left(\frac{1 - 2\sin^2\theta_W}{4\sin^2\theta_W \cos^2\theta_W} \right) \bar{v}_2 (\not{p}_4 - \not{p}_3) P_L u_1.$$

La amplitud del canal s cuando la partícula mediadora es un fotón resulta

$$-iM_{e^-e^+\rightarrow\theta^-\theta^+}^\gamma = \bar{v}_2 [ie\gamma_\mu] u_1 \left[\frac{-ig^{\mu\nu}}{s + i\epsilon} \right] [-ie(p_4 - p_3)_\nu], \tag{6.27}$$

o equivalentemente

$$M_{e^-e^+\rightarrow\theta^-\theta^+}^\gamma = \frac{e^2}{s} \bar{v}_2 (\not{p}_4 - \not{p}_3) u_1. \tag{6.28}$$

La amplitud total del canal s es igual a

$$\begin{aligned}
M_{e^-e^+\rightarrow\theta^-\theta^+}^s &= e^2 \bar{v}_2 (\not{p}_4 - \not{p}_3) u_1 \left\{ -\frac{1}{s} \left(\frac{1 - 2\sin^2\theta_W}{2\cos^2\theta_W} \right) + \frac{1}{s} \right\} + \frac{e^2}{s} \left(\frac{1 - 2\sin^2\theta_W}{4\sin^2\theta_W \cos^2\theta_W} \right) \bar{v}_2 (\not{p}_4 - \not{p}_3) P_L u_1 \\
&= \frac{e^2}{s} \left(\frac{1}{2\cos^2\theta_W} \right) \bar{v}_2 (\not{p}_4 - \not{p}_3) u_1 + \frac{e^2}{s} \left(\frac{1 - 2\sin^2\theta_W}{4\sin^2\theta_W \cos^2\theta_W} \right) \bar{v}_2 (\not{p}_4 - \not{p}_3) P_L u_1 \\
&= \frac{e^2}{s} \left(\frac{1}{\cos^2\theta_W} \right) \bar{v}_2 \not{p}_4 u_1 + \frac{e^2}{s} \left(\frac{1 - 2\sin^2\theta_W}{2\sin^2\theta_W \cos^2\theta_W} \right) \bar{v}_2 \not{p}_4 P_L u_1.
\end{aligned} \tag{6.29}$$

Por lo que la amplitud del canal s tiene, como predecíamos, un buen comportamiento en el régimen de altas energías:

$$M_{e^-e^+\rightarrow\theta^-\theta^+}^s \sim \frac{1}{s}. \tag{6.30}$$

La amplitud total, suma de las amplitudes de ambos canales, es cero a altas energías:

$$M_{e^-e^+\rightarrow\theta^-\theta^+} = (M^s + M^t)_{e^-e^+\rightarrow\theta^-\theta^+} = 0. \tag{6.31}$$

Se cumple de nuevo el Principio de Equivalencia (6.1):

$$M_{e^-e^+\rightarrow W_L^- W_L^+} = -M_{e^-e^+\rightarrow\theta^-\theta^+}, \tag{6.32}$$

como queríamos demostrar.

6.2.4. $\theta^+\theta^- \rightarrow \theta^+\theta^-$

Podemos obtener la amplitud del proceso $\theta^+\theta^- \rightarrow \theta^+\theta^-$ a partir del Lagrangiano (6.9). En este caso tenemos tres canales posibles: un canal con un vértice (interacción de contacto), un canal s y otro t . La amplitud del canal donde la interacción es de contacto viene dada por la parte del Lagrangiano

$$\mathcal{L} \doteq \frac{1}{6v^2} (\theta^+ \overleftrightarrow{\partial}_\mu \theta^-) (\theta^+ \overleftrightarrow{\partial}^\mu \theta^-), \tag{6.33}$$

dando lugar a la amplitud

$$\begin{aligned}
-iM_{\theta\theta\rightarrow\theta\theta}^4 &= \frac{i}{6v^2}[\{4(-ip_2) \cdot (ip_3)\} - \{(ip_3) \cdot (ip_4) + (-ip_2) \cdot (ip_4) + (ip_3) \cdot (-ip_1) \\
&\quad + (-ip_2) \cdot (-ip_1)\} - \{(-ip_1) \cdot (ip_3) + (ip_4) \cdot (ip_3) + (-ip_1) \cdot (-ip_2) + (ip_4) \cdot (-ip_2)\} \\
&\quad + \{4(-ip_1) \cdot (ip_4)\}] \\
&= \frac{i}{6v^2}[4p_1 \cdot p_2 - 4p_1 \cdot p_3 + 8p_1 \cdot p_4] = \frac{4i}{12v^2}[s + t - 2u] = \frac{i}{v^2}[s + t],
\end{aligned} \tag{6.34}$$

que reproduce (4.54).

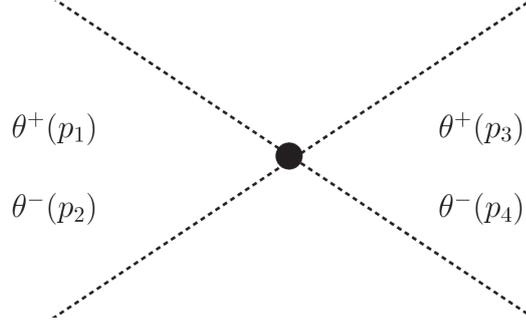


Figura 25: Interacción de contacto $\theta^+\theta^- \rightarrow \theta^+\theta^-$.

La amplitud del canal s viene dada por la parte del Lagrangiano (6.9) y resulta ser

$$\begin{aligned}
-iM_{\theta^+\theta^-\rightarrow\theta^+\theta^-}^s &= [(-ip_{1\mu})(-ip_2^\mu)(\frac{2i}{v})][\frac{i}{s - M_H^2 + i\epsilon}][(ip_{3\nu})(ip_4^\nu)(\frac{2i}{v})] \\
&= -\frac{4i}{v^2}(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4)\frac{1}{s - M_H^2} = -\frac{i}{v^2}\frac{s^2}{s - M_H^2}.
\end{aligned} \tag{6.35}$$

Análogamente, para el canal t se tiene que

$$\begin{aligned}
-iM_{\theta^+\theta^-\rightarrow\theta^+\theta^-}^t &= [(-ip_{1\mu})(ip_3^\mu)(\frac{2i}{v})][\frac{i}{t - M_H^2 + i\epsilon}][(-ip_{2\nu})(ip_4^\nu)(\frac{2i}{v})] \\
&= -\frac{4i}{v^2}(p_1 \cdot p_3)(p_2 \cdot p_4)\frac{1}{t - M_H^2} = -\frac{i}{v^2}\frac{t^2}{t - M_H^2}.
\end{aligned} \tag{6.36}$$

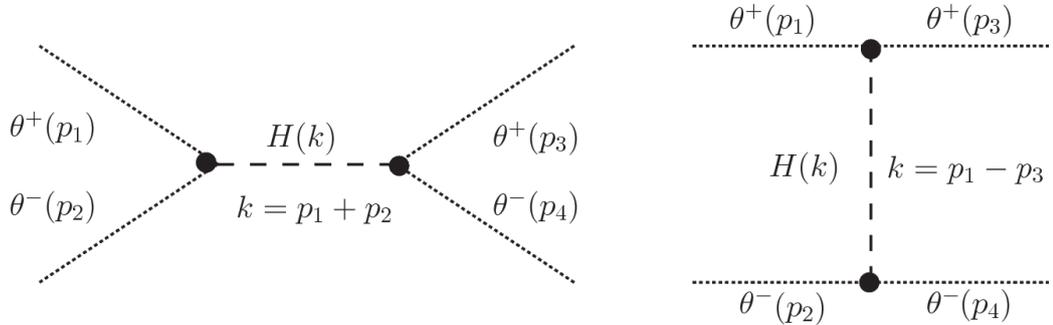


Figura 26: Canales s y t correspondientes al proceso $\theta^+\theta^- \rightarrow \theta^+\theta^-$.

La amplitud final, suma de las amplitudes de los tres canales, resulta ser

$$M_{\theta^+\theta^-\rightarrow\theta^+\theta^-} = \frac{1}{v^2} \left\{ -s - t + \frac{s^2}{s - M_H^2} + \frac{t^2}{t - M_H^2} \right\}. \tag{6.37}$$

Esta amplitud es igual a la del proceso $W^+W^- \rightarrow W^+W^-$ por lo que, una vez más, se cumple el Principio de Equivalencia (6.1):

$$M_{W^+W^- \rightarrow W^+W^-} = (i)^2(-i)^2 M_{\theta^+\theta^- \rightarrow \theta^+\theta^-} = M_{\theta^+\theta^- \rightarrow \theta^+\theta^-}, \quad (6.38)$$

como queríamos demostrar.

Llegados a este punto es importante darse cuenta de que, la dinámica de los bosones de Goldstone sin el Higgs (que es independiente del Mecanismo de Higgs), implica comportamientos que violan unitariedad a altas energías. De nuevo e igual que ocurría en el proceso $W^+W^- \rightarrow W^+W^-$, en el caso de existir un escalar ligero (tipo Higgs) unitariedad exige que sus acoplamientos sean iguales que los predichos en el SM, de manera que tenga lugar la cancelación de los términos mal comportados. Si el nuevo escalar tuviese unos acoplamientos diferentes, sería necesario otra vez algún otro grado de libertad para garantizar la conservación de unitariedad.

7. Señales experimentales

Como vimos en los apartados anteriores el acoplamiento Yukawa es proporcional a la masa fermiónica. El quark top, siendo la partícula elemental más pesada conocida hasta la fecha, también es el fermión más sensible al mecanismo de generación de masas. En la última parte del trabajo proponemos, por lo tanto, el estudio de algunas señales experimentales relacionadas con el quark top: $W_L^+W_L^- \rightarrow t\bar{t}$ y $t \rightarrow bW^+$, que permitan chequear la validez de los modelos en cuestión en el LHC.

7.1. $W_L^+W_L^- \rightarrow t\bar{t}$

Podemos obtener la amplitud del proceso $W_L^+W_L^- \rightarrow t\bar{t}$ a partir de los términos del Lagrangiano (2.20), (3.16) y (2.23) que en este caso concreto resultan

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{NC}}^Z &\doteq -\frac{g}{4\cos\theta_W}Z^\mu\bar{t}\gamma_\mu(1-\frac{8}{3}\sin^2\theta_W-\gamma_5)t, \\ \mathcal{L}_{\text{NC}}^\gamma &\doteq -\frac{2}{3}g\sin\theta_W A^\mu\bar{t}\gamma_\mu t, \\ \mathcal{L}_{\text{CC}} &\doteq -\frac{g}{2\sqrt{2}}W_\mu^\dagger\bar{t}\gamma^\mu(1-\gamma_5)V_{tf}f, \quad (f=b,s,d), \\ \mathcal{L}_{\text{Hf}} &\doteq -\frac{g}{2}\frac{m_t}{M_W}\bar{t}t.\end{aligned}\tag{7.1}$$

Tenemos cinco canales posibles: dos canales s (uno mediando por un bosón Z^0 y el otro por un fotón) y tres canales t (mediados por un quark b , s y d).

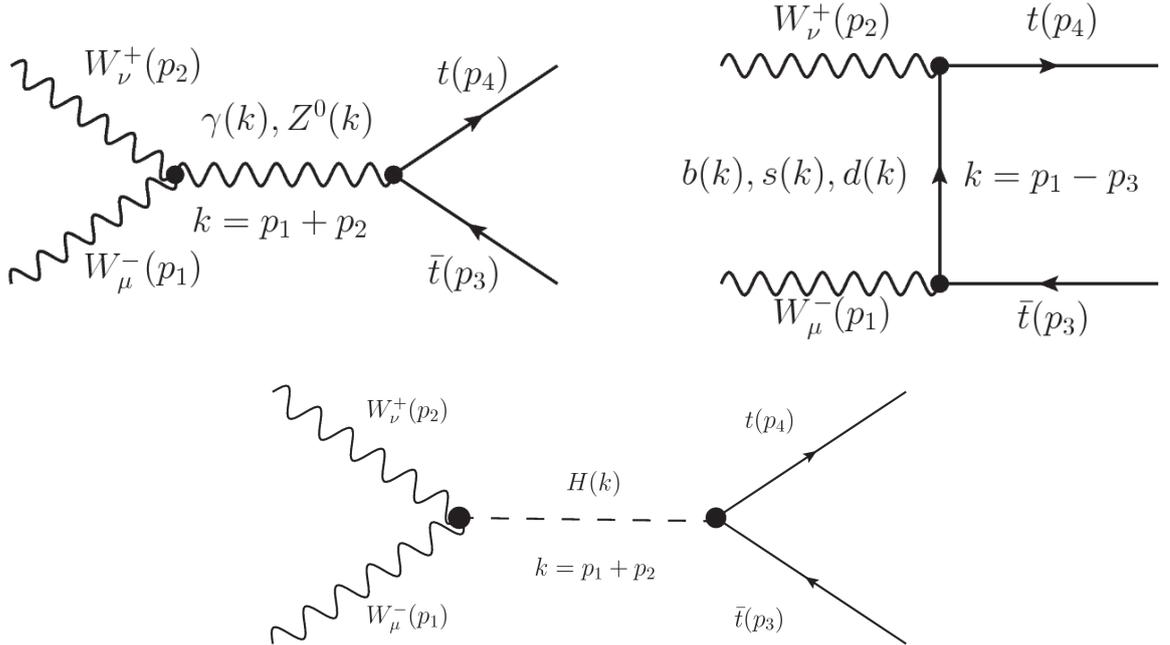


Figura 27: Canales del proceso $W^+W^- \rightarrow t\bar{t}$.

Empecemos por el canal s , tomando las reglas de Feynman correspondientes, la amplitud cuando

el bosón mediador es el bosón Z^0 resulta

$$\begin{aligned}
-iM_{W_L W_L \rightarrow t\bar{t}}^{s,Z} &= [-ig \cos \theta_W \{(-k-p_1)_\nu g_{\sigma\mu} + (p_1-p_2)_\sigma g_{\mu\nu} + (p_2+k)_\mu g_{\nu\sigma}\}] \left[\frac{i(-g^{\sigma\rho} + \frac{k^\sigma k^\rho}{M_Z^2})}{s-M_Z^2+i\epsilon} \right] \\
&\quad \bar{u}_4 \left[-\frac{ig}{4 \cos \theta_W} \gamma_\rho \left(1 - \frac{8 \sin^2 \theta_W}{3} - \gamma_5 \right) \right] v_3 \epsilon_1^\mu \epsilon_2^\nu \\
&= \frac{ig^2}{4} \frac{1}{s-M_Z^2} \bar{u}_4 \left[\epsilon_2 \cdot (-k-p_1) \not{\epsilon}_1 + \epsilon_1 \cdot (k+p_2) \not{\epsilon}_2 + \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 (\not{p}_1 - \not{p}_2) \right] \\
&\quad \left(1 - \frac{8 \sin^2 \theta_W}{3} - \gamma_5 \right) v_3 \\
&= \frac{ig^2}{4} \frac{1}{s-M_Z^2} \bar{u}_4 [\not{p}_1 (\epsilon_1 \cdot \epsilon_2) - \not{p}_2 (\epsilon_1 \cdot \epsilon_2) + \not{\epsilon}_2 (2p_2 \cdot \epsilon_1 + p_1 \cdot \epsilon_1) \\
&\quad - \not{\epsilon}_1 (2p_1 \cdot \epsilon_2 + p_2 \cdot \epsilon_2)] \left(1 - \frac{8 \sin^2 \theta_W}{3} - \gamma_5 \right) v_3 \\
&= \frac{ig^2}{4} \frac{1}{s-M_Z^2} \bar{u}_4 \left[A \not{p}_1 - A \not{p}_2 + B \not{\epsilon}_2 - B \not{\epsilon}_1 \right] \left(1 - \frac{8 \sin^2 \theta_W}{3} - \gamma_5 \right) v_3 \\
&= \frac{ig^2}{4} \frac{1}{s-M_Z^2} \bar{u}_4 \left[C (\not{p}_1 - \not{p}_2) \right] \left(1 - \frac{8 \sin^2 \theta_W}{3} - \gamma_5 \right) v_3, \tag{7.2}
\end{aligned}$$

donde hemos hecho uso de los vectores de polarización (4.5) a segundo orden y hemos definido por comodidad:

$$\begin{aligned}
A &\equiv (\epsilon_1 \cdot \epsilon_2), \\
B &\equiv 2p_2 \cdot \epsilon_1 + p_1 \cdot \epsilon_1 = 2p_1 \cdot \epsilon_2 + p_2 \cdot \epsilon_2, \\
C &\equiv A - \frac{2M_W B}{s} - \frac{B}{M_W}. \tag{7.3}
\end{aligned}$$

Análogamente, la amplitud para el canal s cuando la partícula mediadora es un fotón resulta

$$\begin{aligned}
-iM_{W_L W_L \rightarrow t\bar{t}}^{s,\gamma} &= [-ig \sin \theta_W \{(-k-p_1)_\nu g_{\sigma\mu} + (p_1-p_2)_\sigma g_{\mu\nu} + (p_2+k)_\mu g_{\nu\sigma}\}] \left[-\frac{ig^{\sigma\rho}}{s+i\epsilon} \right] \\
&\quad \bar{u}_4 \left[-\frac{2ig \sin \theta_W}{3} \gamma_\rho \right] v_3 \epsilon_1^\mu \epsilon_2^\nu \\
&= \frac{2ig^2}{3s} \bar{u}_4 \left[\epsilon_2 \cdot (-k-p_1) \not{\epsilon}_1 + \epsilon_1 \cdot (k+p_2) \not{\epsilon}_2 + \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 (\not{p}_1 - \not{p}_2) \right] (\sin^2 \theta_W) v_3 \\
&= \frac{2ig^2}{3s} \sin^2 \theta_W \bar{u}_4 \left[C (\not{p}_1 - \not{p}_2) \right] v_3. \tag{7.4}
\end{aligned}$$

La amplitud del canal s cuando la partícula mediadora es un bosón Higgs es igual a

$$-iM_{W_L W_L \rightarrow t\bar{t}}^{s,H} = [ig M_W g_{\mu\nu}] \left[\frac{i}{s-M_H^2+i\epsilon} \right] \bar{u}_4 \left[-\frac{ig}{2} \frac{m_t}{M_W} \right] v_3 \epsilon_1^\mu \epsilon_2^\nu = \frac{ig^2}{2} \frac{m_t}{s-M_H^2} A (\bar{u}_4 v_3). \tag{7.5}$$

Desarrollando en serie de potencias el propagador la amplitud total del canal s resulta

$$\begin{aligned}
M_{W_L W_L \rightarrow t\bar{t}}^s &= -\frac{g^2}{2} \left(\frac{s+M_Z^2}{s^2} \right) C \bar{u}_4 (\not{p}_1 - \not{p}_2) P_L v_3 + \frac{2g^2}{3} \sin^2 \theta_W \left(\frac{M_Z^2}{s^2} \right) C \bar{u}_4 (\not{p}_1 - \not{p}_2) v_3 \\
&\quad - \frac{g^2}{2} mA \left(\frac{s+M_H^2}{s^2} \right) \bar{u}_4 v_3. \tag{7.6}
\end{aligned}$$

Finalmente, sustituyendo $p_1 = -p_2 + p_3 + p_4$ y teniendo en cuenta las ecuaciones del movimiento del quark top:

$$(\not{p} - m_t) u_r(\vec{p}) = 0, \quad (\not{p} + m_t) v_r(\vec{p}) = 0, \quad \bar{u}_r(\vec{p})(\not{p} - m_t) = 0, \quad \bar{v}_r(\vec{p})(\not{p} + m_t) = 0, \tag{7.7}$$

la amplitud total del canal s se puede escribir como

$$M_{W_L W_L \rightarrow t\bar{t}}^s = g^2 \bar{u}_4 \left[2a(\not{p}_2 - m_t) P_L + (am - b\not{p}_2 - c) \right] v_3, \tag{7.8}$$

donde por comodidad hemos definido

$$\begin{aligned}
a &\equiv \frac{C}{2} \left(\frac{s+M_Z^2}{s^2} \right), \\
b &\equiv \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W C \left(\frac{M_Z^2}{s^2} \right), \\
c &\equiv \frac{m_t A}{2} \left(\frac{s+M_H^2}{s^2} \right).
\end{aligned} \tag{7.9}$$

La amplitud del canal t , tomando las reglas de Feynman correspondientes, resulta

$$\begin{aligned}
-iM_{W_L W_L \rightarrow t\bar{t}}^t &= \sum_{f=b,d,s} \bar{u}_4 \left[-\frac{ig}{2\sqrt{2}} \gamma_\nu (1 - \gamma_5) V_{tf} \right] \left[\frac{i(k+m_f)}{t-m_f^2} \right] \left[-\frac{ig}{2\sqrt{2}} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) V_{t\bar{f}}^* \right] v_3 \epsilon_1^\mu \epsilon_2^\nu \\
&= - \left(\frac{ig^2}{2t} \right) \bar{u}_4 \left[\epsilon_2 \not{k} \epsilon_1 \right] P_L v_3,
\end{aligned} \tag{7.10}$$

donde primero hemos despreciado la masa de los quarks down y después hemos hecho uso de la condición de unitariedad

$$\sum_{f=b,d,s} |V_{tf}|^2 = 1. \tag{7.11}$$

Haciendo uso de los vectores de polarización (4.5) a segundo orden obtenemos

$$\begin{aligned}
M_{W_L W_L \rightarrow t\bar{t}}^t &= \frac{g^2}{2tM_W^2} \bar{u}_4 \left[\not{p}_2 \not{k} \not{p}_1 \right] P_L v_3 - \frac{g^2}{st} \bar{u}_4 \left[\not{p}_2 \not{k} \not{p}_2 \right] P_L v_3 - \frac{g^2}{st} \bar{u}_4 \left[\not{p}_1 \not{k} \not{p}_1 \right] P_L v_3 \\
&\quad + \frac{2g^2 M_W^2}{s^2 t} \bar{u}_4 \left[\not{p}_1 \not{k} \not{p}_2 \right] P_L v_3.
\end{aligned} \tag{7.12}$$

Sustituyendo $\not{k} = \not{p}_1 - \not{p}_3 = \not{p}_4 - \not{p}_2$ (donde $p_1 = -p_2 + p_3 + p_4$) y teniendo en cuenta las ecuaciones del movimiento del quark top, la amplitud del canal t es igual a

$$\begin{aligned}
M_{W_L W_L \rightarrow t\bar{t}}^t &= \frac{g^2}{2M_W^2} \bar{u}_4 \left[\not{p}_2 P_L + \left(\frac{m_t^2}{t} \not{p}_2 - \frac{m_t^2}{t} + m_t \right) P_R \right] v_3 \\
&\quad - \frac{g^2}{st} \bar{u}_4 \left[(2\not{p}_2 m_t^2 - 2\not{p}_2 t + 2m_t t - 2m_t^3) P_L + (m_t^3 - m_t t - m_t M_W^2) \right] v_3 \\
&\quad + \frac{2g^2 M_W^2}{s^2 t} \bar{u}_4 \left[(2\not{p}_2 M_W^2 - m^3 + m u - u \not{p}_2 - M_W^2 m) P_L + (M_W^2 m - m^2 \not{p}_2) P_R \right] v_3.
\end{aligned} \tag{7.13}$$

A partir de la expresión (4.20) podemos calcular la sección eficaz de este proceso. En el límite de altas energías, $s \gg m_t^2$, la suma sobre las polarizaciones finales de la amplitud total al cuadrado resulta

$$\sum_{\text{pol}} |M|^2 = \frac{g^4}{8} \left(\frac{2m_t^4 s}{tM_W^4} \right) \left[-1 - \frac{t}{s} + \frac{2M_W^2}{s} - \frac{M_W^4}{st} - \frac{m^4}{st} + \frac{2m^2 M^2}{st} \right]. \tag{7.14}$$

Esta amplitud da lugar a una sección eficaz (4.20) igual a

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{W^+ W^- \rightarrow t\bar{t}} \simeq \frac{3g^4}{256\pi^2 t} \left(\frac{m_t}{M_W} \right)^4 \left[-1 - \frac{t}{s} + \frac{2M_W^2}{s} - \frac{M_W^4}{st} - \frac{m^4}{st} + \frac{2m^2 M^2}{st} \right], \tag{7.15}$$

donde hemos aproximado $\frac{|\bar{P}_i|}{|P_f|} \simeq 1$ y hemos multiplicado por el número de colores $N_C = 3$. Predecimos por tanto un buen comportamiento de la sección eficaz a altas energías respetando así el principio de unitariedad.

7.2. $t \rightarrow bW^+$

Podemos obtener la amplitud del proceso $t \rightarrow bW^+$ a partir del Lagrangiano (3.16):

$$-iM_{t \rightarrow bW^+} = \bar{u}_2 \left[-\frac{ig}{2\sqrt{2}} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) V_{tb} \right] u_1 \epsilon_3^{\mu*}. \quad (7.16)$$

En el régimen de altas energías, despreciando la masa del quark b , la suma promedio de la amplitud al cuadrado resulta

$$\sum_{\text{pol}} |M|^2 = \frac{g^2}{2} |V_{tb}|^2 \left[p_{2\mu} p_{1\nu} + p_{2\nu} p_{1\mu} - (p_2 \cdot p_1) g_{\mu\nu} - i \epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} p_2^\alpha p_1^\beta \right] \sum_{\text{pol}} \epsilon_3^{\mu*} \epsilon_3^\nu. \quad (7.17)$$

Sumando sobre todas las polarizaciones finales posibles, i.e,

$$\sum_{\text{pol}} \epsilon_3^{\mu*} \epsilon_3^\nu = -g^{\mu\nu} + \frac{p_3^\mu p_3^\nu}{M_W^2} \quad (7.18)$$

y tomando $|V_{tb}|^2 \simeq 1$, la suma promedio de la amplitud al cuadrado es igual a

$$\sum_{\text{pol}} |M|^2 = \frac{g^2 m_t^4}{4M_W^2} \left[1 - \frac{M_W^2}{m_t^2} \right] \left[1 + \frac{2M_W^2}{m_t^2} \right]. \quad (7.19)$$

La anchura de desintegración (4.7) correspondiente resulta

$$\Gamma_{t \rightarrow bW^+} \simeq \frac{3g^2 m_t^3}{64\pi M_W^2} \left[1 - \frac{M_W^2}{m_t^2} \right]^2 \left[1 + \frac{2M_W^2}{m_t^2} \right], \quad (7.20)$$

donde hemos multiplicado por el número de colores $N_C = 3$.

Dado que, quiralidad y helicidad son conceptos equivalentes en el límite de m_b nula, la ecuación (7.16) nos dice que tanto el quark t como el b son left-handed. Esto implica (si queremos que el momento angular se conserve) que el bosón W^+ no puede tener helicidad right-handed: $\epsilon_\mu = \frac{1}{\sqrt{2}}(\epsilon_{1,T} + i\epsilon_{2,T})$. Las dos helicidad posibles son la left-handed: $\epsilon_\mu = \frac{1}{\sqrt{2}}(\epsilon_{1,T} - i\epsilon_{2,T})$ y la longitudinal: $\epsilon^\mu = \epsilon_3^\mu$.

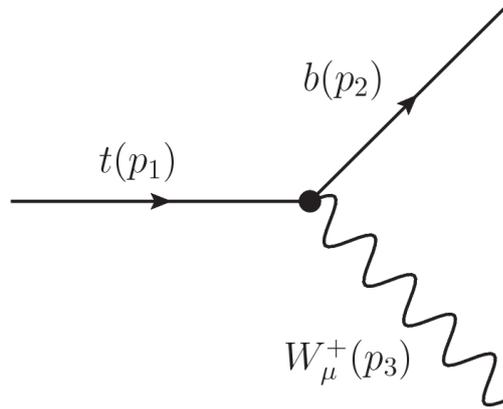


Figura 28: Proceso $t \rightarrow bW$.

7.2.1. $t \rightarrow bW_L^+$

En el régimen de altas energías, tomando la aproximación de los vectores de polarización longitudinales (4.5), la suma promedio de la amplitud al cuadrado resulta

$$\sum_{\text{pol}} |M|^2 = \frac{g^2}{2} \left[p_{2\mu} p_{1\nu} + p_{2\nu} p_{1\mu} - (p_2 \cdot p_1) g_{\mu\nu} - i \epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} p_2^\alpha p_1^\beta \right] \frac{p_3^\mu p_3^\nu}{M_W^2} = \frac{g^2}{4} \frac{m_t^4}{M_W^2} \left[1 - \frac{M_W^2}{m_t^2} \right]. \quad (7.21)$$

La anchura de desintegración (4.7) correspondiente es igual a

$$\Gamma_{t \rightarrow bW_L^+} \simeq \frac{3g^2 m_t^3}{64\pi M_W^2} \left[1 - \frac{M_W^2}{m_t^2} \right]^2. \quad (7.22)$$

El cociente entre la anchura longitudinal y la anchura total resulta

$$\frac{\Gamma_{t \rightarrow bW_L^+}}{\Gamma_{t \rightarrow bW^+}} = \frac{m_t^2}{m_t^2 + 2M_W^2} \sim 0,70. \quad (7.23)$$

7.2.2. $t \rightarrow bW_{\epsilon_1 \pm i\epsilon_2}^+$

Vamos a calcular ahora la anchura de desintegración del proceso $t \rightarrow bW^+$ con el W^+ polarizado left-handed y right-handed. Empecemos por el left-handed: $\epsilon_\mu = \frac{1}{\sqrt{2}}(\epsilon_{1,T} - i\epsilon_{2,T})$.

$$\begin{aligned} \sum_{\text{pol}} |M|^2 &= \frac{g^2}{2} \left[p_{2\mu} p_{1\nu} + p_{2\nu} p_{1\mu} - (p_2 \cdot p_1) g_{\mu\nu} - i\epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} p_2^\alpha p_1^\beta \right] \left[\frac{1}{2} (\epsilon_{1,T} + i\epsilon_{2,T})^\mu (\epsilon_{1,T} - i\epsilon_{2,T})^\nu \right] \\ &= \frac{g^2}{4} [2(p_2 \cdot \epsilon_{1,T})(p_1 \cdot \epsilon_{1,T}) + 2(p_2 \cdot \epsilon_{2,T})(p_1 \cdot \epsilon_{2,T}) - (p_2 \cdot p_1)(\epsilon_{1,T} \cdot \epsilon_{1,T}) - (p_2 \cdot p_1)(\epsilon_{2,T} \cdot \epsilon_{2,T}) \\ &\quad - i\epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} p_2^\alpha p_1^\beta \epsilon_{1,T}^\mu \epsilon_{1,T}^\nu + \epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} p_2^\alpha p_1^\beta \epsilon_{2,T}^\mu \epsilon_{2,T}^\nu - \epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} p_2^\alpha p_1^\beta \epsilon_{1,T}^\mu \epsilon_{2,T}^\nu - i\epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} p_2^\alpha p_1^\beta \epsilon_{2,T}^\mu \epsilon_{2,T}^\nu] \\ &= \frac{g^2}{4} [2(p_2 \cdot p_1) + \epsilon_{3201} p_2^3 p_1^0 \epsilon_{2,T}^2 \epsilon_{1,T}^1 - \epsilon_{3102} p_2^3 p_1^0 \epsilon_{1,T}^2 \epsilon_{2,T}^1] \\ &= \frac{g^2}{4} [2(p_2 \cdot p_1) - p_2^3 p_1^0 - p_2^3 p_1^0]. \end{aligned} \quad (7.24)$$

En el sistema de referencia:

$$\begin{aligned} p_1 &= (m_t, 0, 0, 0), \\ p_2 &= (k, 0, 0, -k), \\ \epsilon_{1,T} &= (0, 1, 0, 0), \\ \epsilon_{2,T} &= (0, 0, 1, 0), \end{aligned} \quad (7.25)$$

se tiene que

$$p_2^3 p_1^0 = -(p_2 \cdot p_1). \quad (7.26)$$

Por lo tanto,

$$\sum_{\text{pol}} |M|^2 = \frac{g^2}{4} [2(p_2 \cdot p_1) + 2(p_2 \cdot p_1)] = g^2 (p_2 \cdot p_1) = \frac{g^2}{2} m_t^2 \left(1 - \frac{M_W^2}{m_t^2} \right). \quad (7.27)$$

La anchura de desintegración (4.7) correspondiente es igual a

$$\Gamma_{t \rightarrow bW_{\epsilon_1 - i\epsilon_2}^+} = \frac{3g^2 m_t}{32\pi} \left[1 - \frac{M_W^2}{m_t^2} \right]^2. \quad (7.28)$$

El cociente entre la anchura left-handed y la anchura total resulta

$$\frac{\Gamma_{t \rightarrow bW_{\epsilon_1 - i\epsilon_2}^+}}{\Gamma_{t \rightarrow bW^+}} = \frac{2M_W^2}{m_t^2 + 2M_W^2} \sim 0,30. \quad (7.29)$$

En caso de que la polarización sea right-handed, la amplitud es exactamente cero:

$$\begin{aligned}
\sum_{\text{pol}} |M|^2 &= \frac{g^2}{2} \left[p_{2\mu} p_{1\nu} + p_{2\nu} p_{1\mu} - (p_2 \cdot p_1) g_{\mu\nu} - i \epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} p_2^\alpha p_1^\beta \right] \left[\frac{1}{2} (\epsilon_{1,T} - i \epsilon_{2,T})^\mu (\epsilon_{1,T} + i \epsilon_{2,T})^\nu \right] \\
&= \frac{g^2}{4} [2(p_2 \cdot \epsilon_{1,T})(p_1 \cdot \epsilon_{1,T}) + 2(p_2 \cdot \epsilon_{2,T})(p_1 \cdot \epsilon_{2,T}) - (p_2 \cdot p_1)(\epsilon_{1,T} \cdot \epsilon_{1,T}) - (p_2 \cdot p_1)(\epsilon_{2,T} \cdot \epsilon_{2,T}) \\
&\quad - i \epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} p_2^\alpha p_1^\beta \epsilon_{1,T}^\mu \epsilon_{1,T}^\nu + \epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} p_2^\alpha p_1^\beta \epsilon_{1,T}^\mu \epsilon_{2,T}^\nu - \epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} p_2^\alpha p_1^\beta \epsilon_{2,T}^\mu \epsilon_{1,T}^\nu - i \epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} p_2^\alpha p_1^\beta \epsilon_{2,T}^\mu \epsilon_{2,T}^\nu] \\
&= \frac{g^2}{4} [2(p_2 \cdot p_1) + \epsilon_{3102} p_2^3 p_1^0 \epsilon_{1,T}^1 \epsilon_{2,T}^2 - \epsilon_{3201} p_2^3 p_1^0 \epsilon_{2,T}^1 \epsilon_{1,T}^2] \tag{7.30} \\
&= \frac{g^2}{4} [2(p_2 \cdot p_1) + p_2^3 p_1^0 + p_2^3 p_1^0] = \frac{g^2}{4} [2(p_2 \cdot p_1) - 2(p_2 \cdot p_1)] = 0.
\end{aligned}$$

Las polarizaciones longitudinales dominan claramente sobre las polarizaciones left-handed:

$$\frac{\Gamma_{t \rightarrow bW_{\epsilon_1 - i\epsilon_2}^+}}{\Gamma_{t \rightarrow bW_L^+}} = \frac{2M_W^2}{m_t^2}. \tag{7.31}$$

A continuación presentamos una tabla con las predicciones teóricas incluyendo correcciones de QCD al next-to-next-to-leading order [17] y con los resultados experimentales obtenidos por los grupos de ATLAS [18] y TEVATRON [19]. La concordancia con las predicciones teóricas resulta evidente:

Cuadro 2: Anchuras parciales de las desintegraciones del quark top.

Polarization Fractions	NNLO QCD	ATLAS	TEVATRON
$F_{t \rightarrow bW_L^+}$	0.687(5)	0.67(7)	0.72(8)
$F_{t \rightarrow bW_{\epsilon_1 - i\epsilon_2}^+}$	0.311(5)	0.32(4)	$1 - F_{t \rightarrow bW_L^+} - F_{t \rightarrow bW_{\epsilon_1 + i\epsilon_2}^+}$
$F_{t \rightarrow bW_{\epsilon_1 + i\epsilon_2}^+}$	0.0017(1)	0.01(5)	-0.03(5)

8. Resultados y conclusiones

La observación experimental de los bosones gauge W^\pm y Z^0 hace aproximadamente treinta años confirmó que las interacciones electrodébiles venían descritas correctamente mediante el grupo de simetría $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Hoy en día podemos afirmar que este grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ se rompe espontáneamente (SSB) al subgrupo $U(1)_{em}$ que describe las interacciones electromagnéticas. Este mecanismo permite dar masa a los bosones gauge W^\pm y Z^0 responsables de la interacción débil, o lo que es lo mismo, introducir tres grados de libertad correspondientes a las polarizaciones longitudinales de estos bosones. Por desgracia, todavía no conocemos de manera precisa la dinámica que describe el fenómeno de la rotura de simetría.

La opción más simple consiste en introducir en el Lagrangiano invariante gauge un doblete de escalares complejos (con cuatro grados de libertad). Tras SSB, el doblete de escalares desaparece dando lugar a cuatro campos escalares: tres bosones de Goldstone sin masa y campo masivo que se conoce como bosón de Higgs y cuya masa resulta ser un parámetro libre de la teoría. Con la elección del gauge unitario, los tres bosones de Goldstone desaparecen dando lugar a las tres polarizaciones longitudinales (tres términos masivos) de los bosones gauge W^\pm y Z^0 . En este trabajo hemos estudiado procesos que involucran precisamente estas polarizaciones longitudinales: $H \rightarrow V_L V_L$, $\nu\bar{\nu} \rightarrow V_L V_L$ y $e^+e^- \rightarrow V_L V_L$ donde $V_L \equiv W_L^\pm, Z_L^0$. También hemos estudiado el proceso $W_L^+ W_L^- \rightarrow W_L^+ W_L^-$ el cual requiere explícitamente la existencia del Higgs para conservar unitariedad y hacer, por lo tanto, de la teoría una teoría consistente.

El mecanismo de Higgs es una (la más simple) de las muchas posibles formas de romper la simetría electrodébil. La rotura de simetría podría ser dinámica (como en QCD) o con un sector escalar distinto. Cualquiera de los posibles mecanismos debe dar lugar a los 3 bosones de Goldstone necesarios para generar las polarizaciones longitudinales de los bosones gauge. Resulta por tanto conveniente trabajar con los bosones de Goldstone en lugar de con las polarizaciones longitudinales, i.e, no tomar el gauge físico o unitario. En este apartado hemos vuelto a calcular los procesos anteriores pero ahora con bosones de Goldstone en el lugar de los bosones gauge: $H \rightarrow \theta\theta$, $\nu\bar{\nu} \rightarrow \theta\theta$, $e^+e^- \rightarrow \theta\theta$ y $\theta\theta \rightarrow \theta\theta$. Las amplitudes obtenidas resultan ser idénticas a las del apartado anterior. Este fenómeno se conoce como Principio de Equivalencia y es una consecuencia de la invariancia gauge local del Lagrangiano (misma física independientemente del gauge en el que trabajemos). En el límite de Higgs pesado, el Lagrangiano escalar electrodébil antes del gauge unitario toma la misma forma que el Lagrangiano que describe las interacciones fuertes en el régimen de bajas energías. Es decir, el Lagrangiano electrodébil en el límite de Higgs pesado es idéntico al Lagrangiano quiral en QCD. En consecuencia, las colisiones entre los bosones de Goldstone viene descrita por el mismo Lagrangiano que describe las interacciones entre los piones en QCD: $\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^- \longleftrightarrow \theta^+\theta^- \rightarrow \theta^+\theta^-$.

Como ya hemos comentado, la presencia del Higgs es esencial en el proceso $W_L^+ W_L^- \rightarrow W_L^+ W_L^-$ o bien en el proceso $\theta^+\theta^- \rightarrow \theta^+\theta^-$ si se quiere preservar unitariedad a altas energías. Por lo tanto, en el caso de existir un escalar ligero (tipo Higgs), unitariedad exige que sus acoplamientos sean exactamente iguales que los predichos en el modelo estándar, para que tenga lugar la cancelación de los términos mal comportados. Si el nuevo escalar tuviese acoplamientos (ligeramente) diferentes, necesitaríamos de nuevo algún otro grado de libertad para garantizar la conservación de unitariedad del proceso $W^-W^+ \rightarrow W^-W^+$. Recientemente, ATLAS y CMS han descubierto una resonancia alrededor de los 125 GeV con propiedades muy parecidas a las del Higgs del SM [6].

En la última parte del trabajo proponemos el estudio de algunas señales experimentales relacionadas con el quark top: $W_L^+ W_L^- \rightarrow t\bar{t}$ y $t \rightarrow bW^+$. El quark top, con una masa de aproximadamente 173 GeV [16], es la partícula elemental más pesada conocida hasta la fecha. Debido a su enorme masa, se cree que el quark top juega un papel fundamental en el mecanismo de SSB electrodébil y modelos de nueva física más allá del Modelo Estándar. La tasa de producción actual del quark top en el LHC ($s = 7$ TeV) es un factor 20 veces superior a la correspondiente a los experimentos del TeVatron lo que

permite una recolección de datos de una abundancia sin precedentes [20].

9. Apéndice

Partimos del lagrangiano (6.7)

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_S &= \frac{v^2}{4} \left(1 + \frac{H}{v}\right)^2 \text{Tr} \left[(D^\mu U)^\dagger (D_\mu U) \right] \\ &= \frac{v^2}{4} \left(1 + \frac{H}{v}\right)^2 \text{Tr} \left[\left(\partial^\mu U + ig\widehat{W}^{\mu}U - ig'U\widehat{B}^\mu \right)^\dagger \left(\partial_\mu U + ig\widehat{W}_\mu U - ig'U\widehat{B}_\mu \right) \right],\end{aligned}\quad (9.1)$$

donde

$$\begin{aligned}\widehat{W}_\mu &\equiv \frac{\vec{\sigma}}{2} \cdot \vec{W}_\mu = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 & \sqrt{2}W_\mu^+ \\ \sqrt{2}W_\mu^- & -W_\mu^3 \end{pmatrix}, \\ \widehat{B}_\mu &\equiv \frac{\sigma^3}{2} B_\mu = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} B_\mu & 0 \\ 0 & -B_\mu \end{pmatrix}, \\ U &\equiv \exp \frac{i\vec{\sigma} \cdot \vec{\theta}}{v} \simeq 1 + \frac{i\vec{\sigma} \cdot \vec{\theta}}{v} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{i}{v} \begin{pmatrix} \theta^0 & \sqrt{2}\theta^+ \\ \sqrt{2}\theta^- & -\theta^0 \end{pmatrix}.\end{aligned}\quad (9.2)$$

Se tiene por tanto que

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_S &= \frac{v^2}{4} \left(1 + \frac{H}{v}\right)^2 \text{Tr} \left[-\frac{i}{v} \begin{pmatrix} \partial^\mu \theta^{0*} & \sqrt{2}\partial^\mu \theta^+ \\ \sqrt{2}\partial^\mu \theta^- & -\partial^\mu \theta^{0*} \end{pmatrix} - \frac{ig}{2} \begin{pmatrix} W^{\mu 3} & \sqrt{2}W^{\mu +} \\ \sqrt{2}W^{\mu -} & -W^{\mu 3} \end{pmatrix} \right. \\ &\quad - \frac{g}{2v} \begin{pmatrix} W^{\mu 3}\theta^{0*} + 2W^{\mu +}\theta^+ & \sqrt{2}W^{\mu +}\theta^{0*} - \sqrt{2}W^{\mu 3}\theta^+ \\ \sqrt{2}W^{\mu 3}\theta^- - \sqrt{2}W^{\mu 0*}\theta^+ & 2W^{\mu +}\theta^- + W^{\mu 3}\theta^{0*} \end{pmatrix} \\ &\quad \left. + \frac{ig'}{2} \begin{pmatrix} B^\mu & 0 \\ 0 & -B^\mu \end{pmatrix} + \frac{g'}{2v} \begin{pmatrix} B^\mu \theta^{0*} & \sqrt{2}B^\mu \theta^+ \\ -\sqrt{2}B^\mu \theta^- & B^\mu \theta^{0*} \end{pmatrix} \right] \\ &\quad \left[+ \frac{i}{v} \begin{pmatrix} \partial_\mu \theta^0 & \sqrt{2}\partial_\mu \theta^+ \\ \sqrt{2}\partial_\mu \theta^- & -\partial_\mu \theta^0 \end{pmatrix} + \frac{ig}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 & \sqrt{2}W_\mu^+ \\ \sqrt{2}W_\mu^- & -W_\mu^3 \end{pmatrix} \right. \\ &\quad - \frac{g}{2v} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \theta^0 + 2W_\mu^+ \theta^- & \sqrt{2}W_\mu^3 \theta^+ - \sqrt{2}W_\mu^+ \theta^0 \\ \sqrt{2}W_\mu^- \theta^0 - \sqrt{2}W_\mu^3 \theta^- & 2W_\mu^+ \theta^+ + W_\mu^3 \theta^0 \end{pmatrix} \\ &\quad \left. - \frac{ig'}{2} \begin{pmatrix} B_\mu & 0 \\ 0 & -B_\mu \end{pmatrix} + \frac{g'}{2v} \begin{pmatrix} B_\mu \theta^0 & -\sqrt{2}B_\mu \theta^+ \\ \sqrt{2}B_\mu \theta^- & B_\mu \theta^0 \end{pmatrix} \right].\end{aligned}\quad (9.4)$$

Vamos a considerar únicamente los términos que den lugar a la interacción entre dos bosones de Goldstone con un campo gauge y con un campo Higgs. Nos olvidamos por tanto de las interacciones entre bosones de Goldstone con dos bosones de gauge y de las autointeracciones entre campos gauge puesto que no las necesitamos para comprobar el Principio de Equivalencia de la sección dos:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_S &= \left(1 + \frac{H^2}{v^2} + \frac{2H}{v}\right) \left[\frac{1}{2}(\partial^\mu \theta^0)(\partial_\mu \theta^{0*}) + (\partial^\mu \theta^-)(\partial_\mu \theta^+) + \dots \right. \\ &\quad \left. + \frac{g}{2}\{(W^{\mu 3}\theta^+)(i\partial_\mu \theta^-) - (W^{\mu 3}\theta^-)(i\partial_\mu \theta^+) + \dots\} + \frac{g'}{2}\{-(B^\mu \theta^-)(i\partial_\mu \theta^+) + (B^\mu \theta^+)(i\partial_\mu \theta^-) + \dots\} + \dots \right] \\ &= \left(1 + \frac{H^2}{v^2} + \frac{2H}{v}\right) \left[\frac{1}{2}(\partial^\mu \theta^0)(\partial_\mu \theta^{0*}) + (\partial^\mu \theta^-)(\partial_\mu \theta^+) + \dots \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2}\{-(i\partial^\mu \theta^+)(g'B_\mu + gW_\mu^3)\theta^- + (i\partial^\mu \theta^-)(gW_\mu^3 + g'B_\mu)\theta^+ + \dots\} + \dots \right].\end{aligned}$$

Reescribiendo los campos B_μ y W_μ^3 en función de los campos físicos A_μ y Z_μ según (2.15) y utilizando la carga del electrón (2.16) se tiene que

$$g'B_\mu + gW_\mu^3 = g \left(\frac{1-2\sin^2 \theta_W}{\cos \theta_W} \right) Z_\mu + 2eA_\mu. \quad (9.5)$$

Finalmente el Lagrangiano de interacción resulta

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_S &= \left(1 + \frac{H^2}{v^2} + \frac{2H}{v}\right) \left[\frac{1}{2}(\partial^\mu \theta^0)(\partial_\mu \theta^{0*}) + (\partial^\mu \theta^-)(\partial_\mu \theta^+) + \dots \right. \\ &\quad \left. + \{(i\partial^\mu \theta^-)\theta^+ - (i\partial^\mu \theta^+)\theta^-\} g \left(\frac{1-2\sin^2 \theta_W}{2\cos \theta_W} \right) Z_\mu + \{(i\partial^\mu \theta^-)\theta^+ - (i\partial^\mu \theta^+)\theta^-\} eA_\mu + \dots \right].\end{aligned}\quad (9.6)$$

Referencias

- [1] J. Goldstone, Nuov.Cim. **19** (1961) 154.
- [2] P.W. Higgs, Phys.Lett. **12** (1964) 132 ; Phys.Rev.Lett. **13** (1964) 508; Phys.Rev. **145**, (1966) 1156.
- [3] T.W.B Kibble, Phys.Rev. **155** (1967) 1154.
- [4] G.S Guralnik, C.R Hagen and T.W.B Kibble. Phys. Rev. Lett. **13** (1964) 585
- [5] F. Englert and R. Brout. Phys.Rev.Lett. **13** (1964) 321
- [6] Pier Paolo Giardino, Kristjan Kannike, Martti Raidal and Alessandro Strumia. arXiv:1207.1347v1 [hep-ph]
- [7] S.L. Glashow, J. Iliopoulos and L. Maiani, Phys.Rev. **D2** (1970) 1285.
- [8] N. Cabibbo, Phys.Rev.Lett. **10** (1963) 531.
- [9] M. Kobayashi and T. Maskawa, Prog.Theor.Phys **42** (1973) 652.
- [10] The LEP Collaborations ALEPH, DELPHI, L3 and OPAL and the LEP Electroweak Working Group, arXiv:hep-ex/0612034
- [11] The ALEPH, DELPHI, L3, OPAL and SLD Collaborations, the LEP Electroweak Working Group, and the SLD Electroweak and Heavy Flavour Groups, Phys.Rept. **427** (2006) 257.
- [12] J.M Cornwall, D.N Levin and G. Tiktopoulos, Phys. Rev. **D10**. (1974) 1145.
- [13] A. Pich, arXiv:hep-ph/9806303v1
- [14] Stefan Scherer, arXiv:hep-ph/0210398v1. (2002)
- [15] G. Buchalla and O. Catà, arXiv:hep-ph/1203.6510v1. (2012)
- [16] CDF and D0 collaborations, arXiv:1107.5255[hep-ex]
- [17] A. Czarnecki, J. G. Korner, and J. H. Piclum, Helicity fractions of W bosons from top quark decays at NNLO in QCD, Phys.Rev.D **81** (2010) 111503, [arXiv:1005.2625].
- [18] Measurement of the W boson polarization in top quark decays with the ATLAS detector. ATLAS Collaboration (Georges Aad (Freiburg U.) et al.). May 2012. 24 pp. Published in JHEP 1206 (2012) 088 CERN-PH-EP-2012-112 DOI: 10.1007/JHEP06(2012)088 e-Print: arXiv:1205.2484 [hep-ex]
- [19] Combination of CDF and D0 measurements of the W boson helicity in top quark decays. CDF and D0 Collaborations (T. Aaltonen (Helsinki Inst. of Phys.) et al.). Feb 2012. 11 pp. SLAC-PUB-14955, FERMILAB-PUB-12-043-E e-Print: arXiv:1202.5272 [hep-ex]
- [20] Luca Fiorini, arXiv:1201.5844v2[hep-ex] (2012)