



VNIVERSITATĪ DE VALÈNCIA

FACULTAD DE FÍSICA
MÁSTER EN FÍSICA AVANZADA

Conversión μ - τ en presencia
de nucleones en el esquema de
Minimal Flavour Violation

TESIS DE MÁSTER
AÑO ACADÉMICO 2007-2008

ESTUDIANTE:
Alberto Filipuzzi

DIRECTOR:
Prof. Antonio Pich Zardoya

CODIRECTOR:
Jorge Portolés Ibáñez

Índice general

Introducción	2
1. Procesos de difusión inelástica	4
1.1. Modelo de partones y factorización	4
2. <i>Minimal Flavour Violation</i>	7
2.1. Introducción	7
2.2. Formalismo para el principio de MFV	8
2.3. MFV en el sector leptónico	9
2.3.1. <i>Minimal field content</i>	10
2.3.2. Estructuras de mezcla	11
2.3.3. Operadores para procesos de MLFV	12
3. Conversión $\mu \rightarrow \tau$ en nucleones	14
3.1. Base de operadores efectivos	15
3.2. Secciones eficaces para $\mu + q \rightarrow \tau + q$	16
3.3. Límites a los parámetros de la teoría efectiva	17
3.4. Resultados	19
3.4.1. Secciones eficaces $\mu p \rightarrow \tau p$	20
Conclusiones	23
Más allá de los resultados	24
Bibliografía	25

Introducción

El Modelo Estándar es una teoría que necesita extensiones en muchos sectores, desde la introducción de masas para los neutrinos, a la resolución del problema de la masa del bosón de Higgs hasta llegar a la unificación de las cuatro fuerzas de la naturaleza. A pesar de esto, los experimentos, aunque de gran precisión, no han evidenciado hasta ahora ninguna desviación de las predicciones del Modelo Estándar. En este contexto la física de sabor se ha convertido, gracias a experimentos y estimaciones teóricas de gran precisión, en un método fundamental, alternativo a la búsqueda directa, para el estudio de fenómenos de “Nueva Física”. Además el sector del sabor puede ser la llave para entender la estructura de la física más allá del Modelo Estándar. De hecho tanto los datos experimentales como fundamentaciones teóricas indican que el sector de sabor de la Nueva Física no puede tener una forma muy general: si las interacciones entre los nuevos grados de libertad son demasiado genéricas se producen corrientes neutras con violación de sabor (*Flavour Changing Neutral Current* - FCNC) muy por encima de los límites experimentales. En este sentido una de las propuestas más interesantes es la introducción del principio de *Minimal Flavour Violation* (MFV) [14], que, en el contexto de una teoría efectiva, puede eliminar FCNC excesivas y, a un tiempo, responder al problema de la naturalidad, fijando una escala de Nueva Física cerca del TeV. El principio se traduce, por lo menos en el sector de los quarks, en la hipótesis de que las únicas estructuras que rompen la simetría de sabor son las matrices de Yukawa del Modelo Estándar. De esta manera la estructura de sabor de Nueva Física viene fijada sin que sea necesario introducir modelos específicos.

Desde un punto de vista experimental se han producido muchos resultados de precisión a través de los cuales se ha podido probar previsiones y modelos teóricos. A los experimentos con kaones, desde hace mucho tiempo un fundamento para la física de sabor, se han añadido también experimentos con leptones. Resultados muy interesantes para el estudio de la violación de sabor leptónico se han alcanzado con las desintegraciones del leptón μ y la conversión μ - e en presencia de núcleos. Recientemente años gran interés ha recibido también el proceso de conversión μ - τ en núcleos, en particular en relación con la futura construcción de una factoría de neutrinos o muones [16]. De hecho, con estas nueva máquinas, es posible pensar en experimentos con haces de muones muy intensos, que permitirían alcanzar una suficiente estadística como para estudiar procesos raros y con mucho ruido como la conversión μ - τ en núcleos [38].

El objetivo de esta tesis es utilizar los instrumentos de una teoría efectiva basada en el principio de Minimal Flavour Violation [12] para un estudio introductorio del

proceso de conversión $\mu\text{-}\tau$ en núcleos. En particular se estudiarán los operadores efectivos que participan en la descripción del proceso, sus características y los parámetros asociados. Se introducirá luego la parte fuerte del proceso para llegar a una estimación de la conversión $\mu\text{-}\tau$ en presencia de un nucleón.

Los primeros dos capítulos de la tesis están dedicados a la introducción de los instrumentos teóricos necesarios al estudio: el modelo de partones y la descripción de la sección eficaz en términos de las funciones de distribución de partones son los puntos que se tratarán por lo que concierne a la parte fuerte, mientras que para describir la interacción perturbativa entre leptones y quarks se discutirá el principio de MFV, las estructuras de mezcla en este contexto y las características de los operadores efectivos. El tercer capítulo es la parte esencial de la tesis y describe los pasos del cálculo del proceso: elección de la base de operadores efectivos, cálculo de las secciones eficaces y de los parámetros asociados, convolución con las funciones de distribución para llegar a la sección eficaz del proceso de conversión $\mu\text{-}\tau$ en presencia de nucleones. Las conclusiones sintetizan los puntos esenciales y los resultados de la tesis, dejando también espacio a una mirada sobre posibles extensiones a este estudio.

Capítulo 1

Procesos de difusión inelástica

La conversión del leptón μ en leptón τ en presencia de nucleones y, más en general, los procesos de difusión inelástica con leptones como proyectiles son procesos que necesitan la introducción de unos conceptos que van más allá de las interacciones entre partículas puntuales. Hay que introducir en primer lugar un modelo para la composición de los nucleones en términos de “partones” (es decir quarks y gluones) y para la interacción de los leptones con los nucleones, modelo que en su forma más sencilla se denomina “modelo de partones”. Luego, uno de los instrumentos más útiles en el estudio de estos procesos es la propiedad de factorización de la sección eficaz, propiedad que permite separar una parte no perturbativa, descrita a través de funciones de distribución de partones, de una parte perturbativa, calculable directamente en el contexto de modelos.

1.1. Modelo de partones y factorización

La hipótesis básica del modelo de partones es que la interacción entre un leptón y un hadrón puede ser descrita en términos de las interacciones puntuales entre el leptón y los “partones” que componen el hadrón. La interacción con estos partones, a cada uno de los cuales se le asigna una fracción y del momento p del nucleón (el momento transversal de los partones se supone insignificante), tiene lugar, por hipótesis, como si los partones fueran libres. Por ello la interacción con los nucleones se supone ser una suma incoherente de las interacciones con los partones. En el caso de utilizar leptones como proyectiles, la suma involucra sólo quarks y antiquarks, dado que, a primer orden perturbativo, no hay interacción con los gluones. Además se puede demostrar, utilizando los instrumentos de QCD, que es posible factorizar la parte completamente perturbativa debida a las interacciones puntuales entre leptones y partones de la descripción de la interacción no perturbativa que liga entre ellos los partones para formar los hadrones. Esta posibilidad es la que se explotará en el cálculo del proceso de conversión $\mu\text{-}\tau$, calculando en primer lugar la interacción puntual leptón-quark y luego haciendo la convolución con los funciones de distribución fenomenológicas que describen la interacción no perturbativa.

Formalmente la convolución que da lugar a la sección eficaz del proceso es:

$$d\sigma_{\mu N \rightarrow \tau N}(x, Q^2) = \sum_{i=q, \bar{q}} \int_0^1 dy f_i(y, Q^2) d\sigma_{\mu q \rightarrow \tau q} \left(\frac{x}{y}, Q^2 \right) \quad , \quad (1.1)$$

donde f_i son las funciones de distribución de los partones (PDFs) relacionadas con los diferentes sabores de quark y antiquark. Las variables fundamentales son $Q^2 \equiv -q^2$, el cuadrado del momento trasferido, y x . En el caso de valores de Q^2 bastante altos es válido el *Bjorken scaling* que impone que las dos variables Q^2 y x no sean independientes y que consecuentemente la sección eficaz dependa sólo de una variable:

$$x = \frac{Q^2}{2(p \cdot q)} \quad , \quad (1.2)$$

donde p es el momento del hadrón. Para el proceso considerado en esta tesis se supone que se aplica el *Bjorken scaling*, dado que las contribuciones dominantes al proceso vienen de valores de Q^2 medios o altos.

En el contexto del modelo de partones los quarks se dividen en dos tipologías: los quarks de valencia (q_V) que llevan todos los números cuánticos del hadrón y los quarks del mar (q_S). Estos últimos se supone que se producen en los procesos $g \rightarrow q\bar{q}$ y entonces se puede decir que, al menos en primera aproximación, los quarks del mar son simétricos en el sentido en que $u_S = \bar{u}_S = d_S = \bar{d}_S = \dots$ (donde se ha indicado con el nombre de los quarks las funciones de distribución asociadas) y que la suma de las cargas asociadas a estos quarks es cero. Dado que las funciones de distribución de los partones se pueden interpretar como la probabilidad de encontrar en el hadrón un partón de momento yp , las hipótesis anteriores implican las siguientes relaciones (válidas para un protón):

$$u(y) = u_V(y) + u_S(y) \quad \bar{u}(y) = \bar{u}_S(y) \quad (1.3)$$

$$d(y) = d_V(y) + d_S(y) \quad \bar{d}(y) = \bar{d}_S(y) \quad . \quad (1.4)$$

Por otra parte la hipótesis de que los quarks de valencia llevan todos los números cuánticos del protón impone que, por ejemplo, por el quark u :

$$\left. \begin{array}{l} \int_0^1 dy u_V(y) = 2 \\ \int_0^1 dy \bar{u}_V(y) = 0 \\ \int_0^1 dy [u_S(y) - \bar{u}_S(y)] = 0 \end{array} \right\} \int_0^1 dy [u(y) - \bar{u}(y)] = 2 \quad .$$

Para el quark s y \bar{s} y para los otros quarks vale:

$$\int_0^1 dy [s(y) - \bar{s}(y)] = 0 \quad . \quad (1.5)$$

No hay relaciones válidas para los gluones debido a la no conservación del número de bosones.

La suma de la ecuación (1.1) incluye formalmente todos los sabores de quark (de valencia y del mar), pero los quarks c , b y t pueden omitirse si, como en el caso examinado, la energía transferida no es suficiente para resolver estos quarks, es decir en el caso en que $Q < M_q$, donde M_q es la masa del quark pesado y Q el momento transferido.

Las funciones de distribución $f_i(y)$ de los partones no son calculables de manera perturbativa, pero es posible describir su evolución con el Q^2 a través de las ecuaciones DGLAP (sigla relacionada con los nombres de las personas que han contribuido, en diferentes años, al desarrollo de esta teoría: Dokshitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli y Parisi). Las ecuaciones de evolución son:

$$\frac{df_i(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[\sum_i f_i(y, Q^2) P_{f_i f_j} \left(\frac{x}{y} \right) + f_g(y, Q^2) P_{f_i f_g} \left(\frac{x}{y} \right) \right], \quad (1.6)$$

donde f_i , f_j son funciones de distribución de los quarks, f_g es la función de distribución de los gluones y $P_{f_i f_j}$ es la probabilidad de un partón j (quark o gluon) de emitir un quark con un momento que es una fracción z del momento del parton que lo ha emitido. Las funciones $P_{f_i f_j}$ son calculables perturbativamente en QCD a través de una expansión en serie de potencias de α_s .

Gracias a estas ecuaciones es posible medir las funciones de distribución a una cierta escala de energía y luego utilizarlas en procesos que involucran energías distintas. Hay que subrayar el hecho de que las funciones de distribución son completamente independientes del proceso y están relacionadas sólo con la estructura del hadrón.

Capítulo 2

Minimal Flavour Violation

2.1. Introducción

El problema de extender de manera correcta y consistente el Modelo Estándar se puede afrontar usando los instrumentos propios de las teorías efectivas. De hecho este tipo de teoría permite, de manera muy directa, ligar entre sí diferentes efectos de Nueva Física que se podrían medir en procesos de baja energía y entonces probar hipótesis muy generales a partir de unos pocos parámetros, i.e. los coeficientes de los operadores efectivos. Además las predicciones que se obtienen, a pesar de ser independientes de la particular forma de la física de alta energía, cuando se comparan con los datos experimentales, nos dan precisas indicaciones sobre la estructura de Nueva Física.

Suponiendo que el Modelo Estándar sea una teoría efectiva válida hasta una cierta escala Λ a la que se tendría que encontrar nuevos grados de libertad, el problema de determinar esta escala no está todavía resuelto y es hoy en día de gran actualidad. Por un lado el problema de la jerarquía (o de la naturalidad de la masa del Higgs) sugiere que Λ no deba superar unos pocos TeV. Experimentos de precisión como los del $K^0 - \bar{K}^0$ mixing o los que buscan violaciones de sabor en desintegraciones de leptones (por ejemplo $\mu \rightarrow e\gamma$), no han encontrado hasta ahora desviaciones de las predicciones del Modelo Estándar. Esto quiere decir que las eventuales contribuciones de operadores de dimensión mayor que cuatro tienen que estar suprimidas por una escala con un valor mayor de 10^4 GeV.

Semejante incongruencia sugiere que la estructura de sabor para Nueva Física sea muy particular. De hecho, con una hipótesis de este tipo, es posible postular una escala Λ de unos pocos TeV, sin que los efectos en procesos como por ejemplo la corrientes neutras con cambio de sabor (FCNC) sean incompatibles con los datos experimentales. Un *cut-off* para el Modelo Estándar con un tal valor es además una buena elección porque permitiría resolver el problema de la jerarquía. A partir de este escenario, una de las más interesantes propuestas es la hipótesis de la violación mínima de sabor (Minimal Flavour Violation - MFV), según la cual todas las interacciones con violación de la simetría de sabor se pueden describir a través únicamente de las constantes de Yukawa del Modelo Estándar [14] [12]. Con esta hipótesis es posible conseguir el resultado de bajar la escala Λ hasta pocos TeV sin que las contribuciones a las FCNC pasen los límites experimentales.

Además, si se introduce la hipótesis de MFV en un estudio de Nueva Física basado

en teorías efectivas, se pueden calcular correlaciones precisas entre diferentes efectos de física más allá del Modelo Estándar. Correlaciones que son un óptimo test para poder falsar experimentalmente la hipótesis inicial de MFV e identificar entonces, de manera independiente de modelos, las estructuras que son responsables de la ruptura de la simetría de sabor.

En el próximo apartado se definirá formalmente la hipótesis de Minimal Flavor Violation dentro de una teoría efectiva, llegando a una definición operativa del principio mismo [14]. Luego se pasará a estudiar el caso del sector de los leptones [12], introduciendo los instrumentos necesarios para el estudio objeto de esta tesis.

2.2. Formalismo para el principio de MFV

Con el propósito de introducir formalmente el principio de MFV se considera el sector de sabor del Modelo Estándar. Los fermiones están divididos en tres familias, cada una de las cuales contiene dos dobletes de $SU(2)_L$ (Q_L y L_L) y tres singletes de $SU(2)_L$ (U_R , D_R y E_R). El grupo más grande de transformaciones unitarias que conmuta con el grupo de gauge es $U(3)^5$ [19]. Este grupo puede descomponerse del siguiente modo:

$$G_F \equiv SU(3)_q^3 \otimes SU(3)_\ell^2 \otimes U(1)_B \otimes U(1)_L \otimes U(1)_Y \otimes U(1)_{PQ} \otimes U(1)_{E_R} \quad , \quad (2.1)$$

donde se ha definido:

$$\begin{aligned} SU(3)_q^3 &= SU(3)_{Q_L} \otimes SU(3)_{U_R} \otimes SU(3)_{D_R} \quad , \\ SU(3)_\ell^2 &= SU(3)_{L_L} \otimes SU(3)_{E_R} \quad . \end{aligned} \quad (2.2)$$

Tres de las cinco cargas asociadas a los grupos $U(1)$ pueden ser identificadas con el número bariónico B , el leptónico L y con la hipercarga Y . Las interacciones de Yukawa respetan todas estas simetrías. Las otras cargas $U(1)$ pueden relacionarse con las simetrías de Peccei-Quinn de los modelos con dos dobletes de Higgs y con la rotación global de un singlete de $SU(2)_L$. Con $U(1)_{PQ}$ se indica una combinación de estos dos grupos que actúa solo (y de la misma manera) sobre D_R y E_R . Otra combinación de los mismo grupos ($U(1)_{E_R}$) es una rotación de E_R únicamente.

El grupo de simetría $SU(3)_q^3 \otimes SU(3)_\ell^2 \otimes U(1)_{PQ} \otimes U(1)_{E_R}$ está roto, en el contexto del Modelo Estándar, por las interacciones de Yukawa. Es posible y útil recuperar esta simetría considerando propiedades de transformación ficticias para las constantes de Yukawa λ_u , λ_d y λ_e . Se puede ver que estas constantes deben tener la siguientes propiedades de transformación bajo el grupo $SU(3)_q^3 \otimes SU(3)_\ell^2$:

$$\lambda_u \sim (3, \bar{3}, 1)_{SU(3)_q^3} \quad , \quad \lambda_d \sim (3, 1, \bar{3})_{SU(3)_q^3} \quad , \quad \lambda_e \sim (3, \bar{3})_{SU(3)_\ell^2} \quad . \quad (2.3)$$

Usando esta hipótesis sobre las constantes, los términos de Yukawa no violan la simetría de sabor. El lagrangiano de masa del Modelo Estándar se escribe:

$$\mathcal{L}_Y = \bar{Q}_L \lambda_d D_R H + \bar{Q}_L \lambda_u U_R \tilde{H} + \bar{L}_L \lambda_e E_R H + \text{h.c.} \quad , \quad (2.4)$$

donde se ha definido

$$\tilde{H} \equiv i\tau_2 H^* \quad . \quad (2.5)$$

El lagrangiano (2.4) describe la forma más general de la interacción entre los campos λ y los operadores renormalizables del Modelo Estándar: las posibles interacciones con los términos cinéticos de quarks y leptones pueden ser eliminadas con una redefinición de los campos fermiónicos, mientras que términos que involucran más de un campo λ pueden ser escritos como combinación de los términos del lagrangiano (2.4) con una simple redefinición de las misma λ .

Usando la simetría $SU(3)_q^3 \otimes SU(3)_\ell^2$, es útil redefinir los campos λ en la base en la que λ_e es diagonal:

$$\lambda_d = \bar{\lambda}_d, \quad \lambda_e = \bar{\lambda}_e, \quad \lambda_u = V_{CKM}^\dagger \bar{\lambda}_u \quad , \quad (2.6)$$

donde $\bar{\lambda}$ son matrices diagonales y V_{CKM} es la matriz de mezcla de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM). En esta base se puede ver más fácilmente que la única matriz que rompe la simetría de sabor (o, en otras palabras, la única fuente de ruptura del sabor) es la matriz CKM.

A partir de estos elementos se pueden definir como teorías efectivas que respetan el principio de MFV las teorías en las cuales todos los operadores de dimensión mayor que cuatro están contruidos con los campos del Modelo Estándar y con los campos ficticios λ . Además estos operadores tienen que ser invariantes bajo CP y, formalmente, también bajo el grupo de sabor G_F (definido de manera diferente de acuerdo con el sistema examinado). Consecuentemente, en este particular tipo de teorías, todas las interacciones que violan la simetría de sabor están descritas a través de las estructuras de mezcla del Modelo Estándar únicamente, es decir de las constantes de Yukawa λ .

2.3. MFV en el sector leptónico

Se examina ahora el caso particular de procesos con leptones como partículas externas, construyendo una teoría efectiva que describa estos procesos y que responda a las prescripciones del apartado anterior. Esta teoría presenta solo unos pocos parámetros libres y puede describir muchos procesos diferentes: las predicciones podrán entonces ser falsadas por medio de los experimentos, ofreciendo importantes indicaciones sobre la validez de las simetrías supuestas en esta extensión del Modelo Estándar. En general los procesos estudiados a través de estas teorías son procesos raros y que están prohibidos a nivel árbol en el Modelo Estándar. De esta manera es posible explotar la posibilidad de una mayor contribución relativa de la Nueva Física.

El primer paso en la construcción de una teoría efectiva con violación mínima de sabor es la determinación de los operadores que median los procesos que se quiere describir. En el caso de los leptones, como se ha explicado en [12], la construcción de los operadores necesita una hipótesis inicial sobre el tipo de extensión del Modelo Estándar que se quiere considerar. De hecho las estructuras de ruptura de la simetría de sabor dependen de la composición del sector leptónico y, en particular, del sector

de los neutrinos. En esta tesis se considera un escenario minimal en el que el sector leptónico es exactamente el del Modelo Estándar, escenario con un contenido mínimo de campos, llamado *minimal field content* [12].

2.3.1. *Minimal field content*

En este escenario se consideran sólo los campos del Modelo Estándar, es decir tres dobletes de $SU(2)_L$ leptónicos left-handed L_L^i y tres singletes right-handed de leptones cargados e_R^i . El grupo de simetría es en este caso:

$$G_{\text{LF}}^{\text{min}} = SU(3)_L \times SU(3)_E \quad , \quad (2.7)$$

es decir el producto de los grupos de simetría de sabor relacionados con los dobletes y con los singletes. Además el sector leptónico es invariante bajo dos grupos de simetría $U(1)$, que se pueden identificar con el número leptónico total $U(1)_{\text{LN}}$ y con la hipercarga $U(1)_Y$.

Es este contexto el principio de MFV puede ser introducido a través de las siguientes reglas operativas:

1. La ruptura de la simetría $U(1)_{\text{LN}}$ es independiente de la ruptura del grupo de sabor G_{LF} . La escala Λ_{LN} a la que se da la ruptura del número leptónico total es muy grande ($\sim 10^{13} - 10^{15}$ GeV);
2. Hay solo dos estructuras irreducibles que rompen respectivamente la simetría de sabor y de número leptónico total: λ_e^{ij} y g_ν^{ij} . El lagrangiano que define estas dos estructuras es:

$$\mathcal{L}_{\text{Sym.Br.}} = -\lambda_e^{ij} \bar{e}_R^i (H^\dagger L_L^j) - \frac{1}{2\Lambda_{\text{LN}}} g_\nu^{ij} (\bar{L}_L^{ci} \tau_2 H) (H^T \tau_2 L_L^j) + \text{h.c.} \quad , \quad (2.8)$$

que, después de la ruptura espontánea de la simetría electrodébil, se convierte en:

$$\mathcal{L}_{\text{Sym.Br.}} = -v \lambda_e^{ij} \bar{e}_R^i e_L^j - \frac{v^2}{2\Lambda_{\text{LN}}} g_\nu^{ij} \bar{\nu}_L^{ci} \nu_L^j + \text{h.c.} \quad . \quad (2.9)$$

En toda la tesis se usará:

$$v = \langle H^0 \rangle \simeq 174 \text{ GeV} \quad y \quad \psi^c \equiv -i\gamma^2 \psi^* \quad . \quad (2.10)$$

El término de masa para los neutrinos es un término de Majorana y se transforma como (6,1) bajo $G_{\text{LF}}^{\text{min}}$. Por la falta de neutrinos right-handed el único operador que puede generar este término de masa es un operador de dimensión 5 que rompe el número leptónico total.

Las pequeñas masas de los neutrinos se pueden explicar en este contexto gracias al pequeño valor de la razón v/Λ_{LN} , sin que g_ν^{ij} tenga que presentar elementos de matriz con valores mucho menores de la unidad.

Después de esta introducción al contexto considerado, se puede pasar a la identificación de las estructuras que van a construir los operadores efectivos.

2.3.2. Estructuras de mezcla

Las reglas de transformación de los campos leptónicos bajo el grupo de sabor G_{LF}^{\min} son

$$L_L \rightarrow V_L L_L, \quad e_R \rightarrow V_R e_R, \quad (2.11)$$

donde con V siempre se indica matrices unitarias. Entonces es posible encontrar la invariancia del lagrangiano

$$\mathcal{L}_{\text{Sym.Br.}} = -v \lambda_e^{ij} \bar{e}_R^i e_L^j - \frac{v^2}{2\Lambda_{\text{LN}}} g_\nu^{ij} \bar{\nu}_L^i \nu_L^j + \text{h.c.}, \quad (2.12)$$

si se impone que las matrices de Yukawa λ_e^{ij} y g_ν^{ij} sean operadores ficticios que se transforman de la siguiente manera:

$$\lambda_e \rightarrow V_R \lambda_e V_L^\dagger \sim (\bar{3}, 3), \quad g_\nu \rightarrow V_L^* g_\nu V_L^\dagger \sim (6, 1), \quad (2.13)$$

donde se ha indicado también la representación de $(SU(3)_L, SU(3)_E)$ a la que las dos constantes de Yukawa pertenecen.

Puesto que los procesos que se quiere estudiar tienen campos de leptones cargados en los estados externos, es útil escribir los campos en la base en la que λ_e es diagonal en el espacio de sabor. En esta base se encuentra:

$$\lambda_e = \frac{m_\ell}{v} = \frac{1}{v} \text{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau), \quad (2.14)$$

$$g_\nu = \frac{\Lambda_{\text{LN}}}{v^2} U_{\text{PMNS}}^* m_\nu U_{\text{PMNS}}^\dagger = \frac{\Lambda_{\text{LN}}}{v^2} U_{\text{PMNS}}^* \text{diag}(m_{\nu_1}, m_{\nu_2}, m_{\nu_3}) U_{\text{PMNS}}^\dagger, \quad (2.15)$$

donde U_{PMNS} se define como $U_{\text{PMNS}} \equiv U_{eL}^\dagger U_{\nu L}$, en términos de las matrices unitarias que conectan una genérica base de los campos leptónicos a la base de autoestados de masa:

$$e_L = U_{eL} e'_L, \quad e_R = U_{eR} e'_R, \quad \nu_L = U_{\nu L} \nu'_L, \quad (2.16)$$

donde los autoestados de masa son indicados con una prima.

La estructura más simple de mezcla que se transforma como $(8, 1)$ bajo el grupo de sabor G_{LF}^{\min} , es decir la estructura que controla la violación de sabor leptónico en el sector de los leptones cargados es

$$\Delta = g_\nu^\dagger g_\nu, \quad (2.17)$$

que, en la base definida por las ecuaciones (2.14) y (2.15), puede escribirse como:

$$\Delta = \frac{\Lambda_{\text{LN}}^2}{v^4} U_{\text{PMNS}}^* m_\nu^2 U_{\text{PMNS}}^\dagger. \quad (2.18)$$

$g_\nu^\dagger g_\nu$ contiene también una parte que se transforma como $(1, 1)$ bajo G_{LF}^{\min} , pero esta parte no será considerada porque no da ninguna contribución a los procesos que involucran violación de sabor leptónico.

De manera explícita la estructura de mezcla se escribe como:

$$\Delta_{ij} = \frac{\Lambda_{\text{LN}}^2}{v^4} [m_{\nu_1}^2 \delta_{ij} + U_{i2} U_{j2}^* \Delta m_{\text{sol}}^2 \pm U_{i3} U_{j3}^* \Delta m_{\text{atm}}^2] \quad (2.19)$$

Δm_{sol}^2	Δm_{atm}^2	θ_{sol}
$8,0 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$	$2,5 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$	33°

Cuadro 2.1: Valores fenomenológicos para los parámetros del sector de los neutrinos.

donde Δm_{atm}^2 y Δm_{sol}^2 son las diferencias entre las masas cuadradas de los neutrinos atmosféricos y solares. El signo más o menos está relacionado con la jerarquía normal ($m_{\nu_1} < m_{\nu_2} \ll m_{\nu_3}$) o invertida ($m_{\nu_3} \ll m_{\nu_1} < m_{\nu_2}$), donde m_{ν_1} , m_{ν_2} y m_{ν_3} son las masas de los tres neutrinos conocidos. Los valores que se utilizarán para los cálculos son los que aparecen en la tabla (2.1).

El elemento de matriz involucrado en el proceso de conversión $\mu - \tau$ es:

$$\Delta_{\tau\mu} = \frac{\Lambda_{\text{LN}}^2}{v^4} \frac{1}{2} [-\cos^2 \theta_{\text{sol}} \Delta m_{\text{sol}}^2 \pm \Delta m_{\text{atm}}^2] \quad (2.20)$$

Hay que subrayar la falta de dependencia del parámetro s_{13} (el seno del ángulo θ_{13}), dependencia presente por ejemplo en el proceso de conversión $\mu - e$ o en las desintegraciones $\mu \rightarrow e\gamma$ [12].

2.3.3. Operadores para procesos de MLFV

A través de los instrumentos desarrollados en los apartados anteriores se puede ahora construir la teoría efectiva con la que estudiar los procesos con violación de sabor leptónico. Hay que hacer unas suposiciones iniciales:

- A una cierta escala de energía Λ_{LFV} que está por encima de la escala electrodébil, pero mucho más por debajo de la escala de ruptura del número leptónico total Λ_{LN} , se encuentran nuevos grados de libertad no descritos por el Modelo Estándar y a los que está asociado un número cuántico de sabor leptónico. La escala Λ_{LFV} es la escala a la que se piensa que se dé la ruptura de la simetría de sabor y que, con el propósito de explicar la diferencia entre la escala electrodébil y la escala de Planck, se supone que sea del orden de unos pocos TeV;
- En la construcción de la teoría efectiva, los nuevos grados de libertad pesados tienen que ser integrados. Esta integración origina operadores efectivos con dimensión superior a cuatro y suprimidos por potencias inversas de la escala Λ_{LFV} ;
- Los operadores efectivos tienen que construirse, siguiendo las reglas del principio de MFV, con los campos del Modelo Estándar y con las estructuras λ_e y g_ν . Además los operadores tienen que ser invariantes bajo G_{LF} , puesto que las estructuras de mezcla se transforman como se indica en la ecuación (2.13).

Los operadores que se utilizarán en el análisis del proceso de conversión de μ en τ son operadores de dimensión cinco o seis que pueden contribuir a procesos con violación de sabor y que tengan dos leptones y dos quarks en los estados externos.

Operadores que no conservan el número leptónico total no serán considerados. De hecho la ruptura del número leptónico se ha supuesto que se da a una escala (Λ_{LN}) muy grande y los operadores que violan esta simetría deben tener un coeficiente proporcional a $1/\Lambda_{\text{LN}}$. Por eso en la base usada en la próxima sección no habrá operadores de dimensión cinco, entre los cuales no hay ningún operador que no rompa el número leptónico total.

Los operadores se pueden construir a partir de los siguientes bloques bilineales:

$$\bar{L}_L^i \Gamma L_L^j \quad , \quad \bar{e}_R^i \Gamma L_L^j \quad , \quad (2.21)$$

donde Γ es una estructura de mezcla que transforma bajo G_{LF} como (8,1) o $(\bar{3},3)$. Se puede encontrar muchas estructuras de este tipo:

$$(8, 1) \quad \rightarrow \quad \Delta, \lambda_e^\dagger \lambda_e, \Delta^2, \lambda_e^\dagger \lambda_e \Delta, \dots \quad (2.22)$$

$$(\bar{3}, 3) \quad \rightarrow \quad \lambda_e, \lambda_e \Delta, \lambda_e \lambda_e^\dagger \lambda_e, \dots \quad (2.23)$$

Puesto que la matriz λ_e tiene elementos pequeños, el valor de los cuales es la razón entre las masas de los leptones y la escala electrodébil v , se pueden considerar únicamente operadores que contienen una sola λ_e . Si además se supone que también los elementos de Δ sean perturbativos, se pueden omitir operadores con más de una Δ . Entoces las únicas estructuras que hay que considerar son:

$$\Delta \quad y \quad \lambda_e \Delta \quad . \quad (2.24)$$

De hecho λ_e , la base en la que se trabajará, o sea la base de autoestados de masa de los leptones cargados, es diagonal en el espacio de sabor y entonces no puede mediar procesos con violación de sabor.

Por la parte de los operadores que describe la interacción con los quarks, se utilizarán estructuras bilineales que incluyen como mucho una potencia de λ_u o de λ_d . De esta manera la violación de sabor en el sector de quarks será la misma que se encuentra en Modelo Estándar, sin ninguna extensión. Hay que subrayar que los operadores efectivos no siempre tendrán una parte formada por los campos de los quarks: la única parte indispensable es el bilineal leptónico. Si un operador no describe directamente los quarks, habrá que añadir, en el momento de calcular la amplitud de transición, la corriente de quarks y la interacción entre las dos corrientes mediada por un bosón vectorial. Está claro que esta nueva interacción implicará una supresión de la contribución del operador.

Capítulo 3

Conversión $\mu \rightarrow \tau$ en nucleones

En este capítulo se presenta la parte original del trabajo de tesis basado en el cálculo del proceso de conversión de μ en τ en nucleones. El estudio no pretende llegar a un resultado de precisión, sino que aspira a delinear los pasos necesarios para extender el uso de una teoría efectiva basada en el principio de Minimal Flavour Violation al caso del proceso examinado y evidenciar las principales características y dependencias de las observables relacionadas con el proceso. Además se ilustrará el procedimiento de convolución de la sección eficaz perturbativa con las funciones de distribución partónicas.

El cálculo del proceso se compone de dos fases: la primera es la estimación de la difusión puntual entre leptones y quarks

$$\mu q_i \rightarrow \tau q_i \quad (3.1)$$

donde i es un índice en el espacio de sabor. Las interacciones con los gluones no se consideran porque se dan a orden perturbativo superior al primero. Para estimar esta sección eficaz se utilizará una teoría efectiva que responda al principio de Minimal Flavour Violation en contexto minimal descrito en el capítulo anterior.

El segundo paso del cálculo es la convolución de la sección eficaz puntual con las funciones de distribución de los quarks para llegar a la sección eficaz del proceso que involucra los nucleones:

$$\sigma_{\mu N \rightarrow \tau N} = \int dy f_q(y) \sigma_{\mu q \rightarrow \tau q} \left(\frac{x}{y} \right) \quad (3.2)$$

En este caso se considerarán, como ejemplo, funciones de distribución obtenidas a partir de datos de experimentos de *deep inelastic scattering* y de *Drell-Yan* [1].

Es importante hacer una puntualización antes de empezar el desarrollo del cálculo: el proceso considerado es un proceso de pura difusión inelástica. De hecho se considera experimentalmente un haz de muones de $E \sim 50$ GeV y entonces el proceso de captura muónica por parte del núcleo se puede despreciar completamente y se da únicamente la simple difusión inelástica entre muones y nucleones. Por esto el proceso examinado de conversión μ - τ se diferencia esencialmente de procesos que pueden parecer similares como la conversión μ - e en presencia de nucleones.

3.1. Base de operadores efectivos

A partir de las observaciones del capítulo anterior se puede construir la base de los operadores efectivos involucrados en la descripción del proceso de conversión $\mu - \tau$. Los operadores, como ya se ha visto, son todos de dimensión seis y están compuestos por una parte bilineal leptónica y otra parte también bilineal con dos quarks externos. Hay dos tipologías de operadores: la primera presenta una estructura leptónica de tipo *Left-Left*, es decir con ambos leptones *left-handed*. Este es el tipo de operador más parecido al del Modelo Estándar (puesto que en el Modelo Estándar la interacción es diagonal en sabor). En la otra tipología los leptones son uno *right-handed* y el otro *left-handed* (tipo *Right-Left*). Al primer tipo de operador está asociada la estructura de mezcla Δ , mientras que el segundo tipo es asociado a $\lambda_e \Delta$.

La base considerada es entonces la siguiente [12]:

$$O_{LL}^{(1)} = \bar{L}_L \gamma^\mu \Delta L_L H^\dagger i D_\mu H \quad (3.3)$$

$$O_{LL}^{(2)} = \bar{L}_L \gamma^\mu \tau^a \Delta L_L H^\dagger \tau^a i D_\mu H \quad (3.4)$$

$$O_{LL}^{(3)} = \bar{L}_L \gamma^\mu \Delta L_L \bar{Q}_L \gamma_\mu Q_L \quad (3.5)$$

$$O_{LL}^{(4)} = \bar{L}_L \gamma^\mu \tau^a \Delta L_L \bar{Q}_L \gamma_\mu \tau^a Q_L \quad (3.6)$$

$$O_{LL}^{(5d)} = \bar{L}_L \gamma^\mu \Delta L_L \bar{d}_R \gamma_\mu d_R \quad (3.7)$$

$$O_{LL}^{(5u)} = \bar{L}_L \gamma^\mu \Delta L_L \bar{u}_R \gamma_\mu u_R \quad (3.8)$$

$$O_{RL}^{(1)} = g' H^\dagger \bar{\ell}_R \sigma^{\mu\nu} \lambda_e \Delta L_L B_{\mu\nu} \quad (3.9)$$

$$O_{RL}^{(2)} = g H^\dagger \bar{\ell}_R \sigma_{\mu\nu} \tau^a \lambda_e \Delta L_L W_{\mu\nu}^a \quad (3.10)$$

$$O_{RL}^{(3)} = (D_\mu H)^\dagger \bar{\ell}_R \lambda_e \Delta D_\mu L_L \quad (3.11)$$

$$O_{RL}^{(4)} = \bar{\ell}_R \lambda_e \Delta L_L \bar{Q}_L \lambda_d d_R \quad (3.12)$$

$$O_{RL}^{(5)} = \bar{\ell}_R \sigma^{\mu\nu} \lambda_e \Delta L_L \bar{Q}_L \sigma_{\mu\nu} \lambda_d d_R \quad (3.13)$$

$$O_{RL}^{(6)} = \bar{\ell}_R \lambda_e \Delta L_L^T \bar{u}_R \lambda_u^\dagger i \tau^2 Q_L \quad (3.14)$$

$$O_{RL}^{(7)} = \bar{\ell}_R \sigma^{\mu\nu} \lambda_e \Delta L_L^T \bar{u}_R \sigma_{\mu\nu} \lambda_u^\dagger i \tau^2 Q_L \quad (3.15)$$

Se han indicado de forma genérica ambos leptones con ℓ , para que quede evidente cómo estos operadores puedan mediar procesos muy distintos y no solamente aquel examinado. A cada uno de los operadores se le asocia además un coeficiente c_i y un factor de supresión $1/\Lambda_{\text{LFV}}^2$, a través del cual el operador recupera la dimensión correcta. Los coeficientes serán considerados en esta tesis como coeficientes de Wilson renormalizados a baja energía, omitiendo las correcciones electrodébiles que se dan entre la escala Λ_{LFV} y la escala de los procesos examinados. Los c_i serán entonces simplemente constantes de $\mathcal{O}(1)$.

El lagrangiano efectivo que se considera en la descripción del proceso está definido por:

$$\mathcal{L}_{\text{ef}} = \frac{1}{\Lambda_{\text{LFV}}^2} \sum_{i=1}^2 c_{LL}^{(i)} O_{LL}^{(i)} + \frac{1}{\Lambda_{\text{LFV}}^2} \sum_{i=1}^6 \left(c_{RL}^{(i)} O_{RL}^{(i)} + \text{h.c.} \right) \quad , \quad (3.16)$$

donde i es un índice que varía sobre la base de operadores efectivos.

Se observa que los últimos cuatro operadores de tipo RL ($O_{RL}^{(4)}$ - $O_{RL}^{(7)}$) están suprimidos por el valor pequeño de los elementos de matriz de Yukawa de los quarks. De hecho el único elemento no despreciable es el asociado al quark top, no involucrado en este tipo de proceso. Por esta razón estos operadores pueden ser omitidos en primera aproximación en el cálculo del proceso.

Además los operadores $O_{LL}^{(1)}$ y $O_{LL}^{(2)}$ contribuyen de la misma manera al proceso de conversión $\mu\text{-}\tau$: la parte de los operadores involucrada en la descripción de la conversión es la parte de corriente neutra, es decir el término que en $O_{LL}^{(2)}$ se obtiene poniendo $\tau_a \rightarrow \tau_3$. Lo mismo pasa en el caso de los dos operadores $O_{LL}^{(3)}$ y $O_{LL}^{(4)}$. Entonces, como primera aproximación del cálculo, se considerará solo uno de los dos operadores de cada pareja: $O_{LL}^{(1)}$ y $O_{LL}^{(3)}$.

Con el propósito de simplificar y poder entender de manera más clara las diferentes contribuciones al proceso, en el próximo apartado se considerará solo el operador dominante para cada tipología de operador. En el caso de operadores LL se elige el operador $O_{LL}^{(3)}$ que ya contiene, a diferencia de $O_{LL}^{(1)}$, la parte de los quarks y entonces tiene una supresión menor. Entre los operadores RL el más interesante es $O_{RL}^{(3)}$.

Las aproximaciones y simplificaciones que se están introduciendo no afectan de manera esencial el resultado del cálculo. De hecho el valor esperado para la sección eficaz es muy pequeño y lo más interesante, por lo menos en un estudio introductorio como éste, es entender el orden de magnitud al que se espera encontrar señales de Nueva Física y las características de la estructura de sabor que dominan en este tipo de procesos.

3.2. Secciones eficaces para $\mu + q \rightarrow \tau + q$

Las amplitudes de transición asociadas a los dos operadores efectivos $O_{LL}^{(3)}$ y $O_{RL}^{(3)}$ son:

$$A_{LL}^{(3)} = i \frac{c_{LL}^{(3)}}{\Lambda_{\text{LFV}}^2} \bar{\tau}_L \gamma^\mu \Delta_{\mu L} \sum_q \bar{q}'_L \gamma_\mu q_L \quad (3.17)$$

$$A_{RL}^{(3)} = i \frac{c_{RL}^{(3)}}{\Lambda_{\text{LFV}}^2} \frac{g_V}{2c_W} \bar{\tau}_R \lambda_e \Delta p_{(\mu)}^\mu \mu_L \Delta_{\mu\nu}^Z(k) \sum_q \bar{q}' \gamma^\nu [(\zeta_q + 4Q_q s_W^2) + \zeta_q \gamma_5] q \quad (3.18)$$

Se han indicado explícitamente los campos del muón y del tau con μ y τ . Con s_W , c_W y t_W se ha indicado $\sin \theta_W$, $\cos \theta_W$ y $\tan \theta_W$, donde θ_W es el ángulo de Weinberg. Además se ha definido:

$$Q_q = \begin{cases} +\frac{2}{3} & u \\ -\frac{1}{3} & d \end{cases} \quad \zeta_q = \begin{cases} +1 & u \\ -1 & d \end{cases}, \quad (3.19)$$

y los propagadores del bosón Z y del fotón, en el gauge unitario, son:

$$\Delta_{\mu\nu}^Z(k) = \frac{-g_{\mu\nu} + k_\mu k_\nu / M_Z^2}{k^2 - M_Z^2 + i\epsilon} \quad (3.20)$$

$$\Delta_{\mu\nu}^\gamma(k) = \frac{-g_{\mu\nu} + k_\mu k_\nu / k^2}{k^2 + i\epsilon} . \quad (3.21)$$

La suma sobre q es una suma sobre u y d , los quarks de valencia del protón.

A partir de las amplitudes de transición se calcula la sección eficaz diferencial para el proceso examinado, como suma de las secciones eficaces diferenciales asociadas a los dos operadores. No se considerará la interferencia entre los dos operadores.

$$\frac{d\sigma_{LL}^{(3)}}{dt} = |c_{LL}^{(3)}|^2 \left(\frac{1}{\Lambda_{\text{LFV}}} \right)^4 \frac{1}{16\pi} |\Delta_{\tau\mu}|^2 \frac{(s - m_\tau^2)}{s} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{RL}^{(3)}}{dt} &= |c_{RL}^{(3)}|^2 \left(\frac{1}{\Lambda_{\text{LFV}}} \right)^4 \frac{g^4 v^2}{512\pi c_W^4} |(\lambda_e \Delta)_{\tau\mu}|^2 (c_L^2 + c_R^2) \times \\ &\times \frac{m_\tau^2 - t}{s} \frac{s + t - m_\tau^2}{(t - M_Z^2)^2} \end{aligned} \quad (3.23)$$

En el cálculo se han puesto las masas del muón y de los quarks iguales a cero (son despreciables si se considera un haz de muones de 50 GeV). Las variables t y s se definen como:

$$t = (p_\tau - p_\mu)^2 \quad s = (p_\mu + p_q)^2 \quad (3.24)$$

Dado que la matriz de mezcla Δ está asociada a un coeficiente Λ_{LN}^2 , las dos secciones eficaces dependen de la cuarta potencia del parametro

$$\frac{\Lambda_{\text{LN}}}{\Lambda_{\text{LFV}}} . \quad (3.25)$$

Éste es un parámetro no fijado por la teoría y que determina el valor absoluto de la contribución de los operadores efectivos a los procesos de violación de la simetría de sabor. La razón entre las dos escalas de ruptura de la simetría de número leptónico total y de sabor es entonces un parámetro fundamental de la teoría efectiva basada en el principio de Minimal Flavour Violation. Diferentes estudios ([12], [11]) llegan a la conclusión de que esta razón tiene que ser del orden 10^9 para que efectos de Nueva Física se puedan medir en futuros experimentos de precisión. Este valor se obtiene, por ejemplo, suponiendo que la escala de ruptura de sabor sea de orden de 1-10 TeV y que la ruptura del número leptónico se dé a una escala de $10^{12} - 10^{13}$, valores que se adaptan bien a las hipótesis con las que se han definido las dos escalas en el capítulo 2.

3.3. Límites a los parámetros de la teoría efectiva

El empleo de la teoría efectiva permite estimar el valor de los parámetros libres a través la comparación entre diferentes procesos mediados por los mismos operadores efectivos. En el caso examinado, es posible poner un límite máximo a los parámetros relacionados con los dos operadores considerando el proceso de conversión $\mu - e$ en núcleos y la desintegración de leptón τ en pión neutro y muón. El parámetro del que se quiere obtener un límite es el producto

$$c_i \left(\frac{\Lambda_{\text{LN}}}{\Lambda_{\text{LFV}}} \right)^2 , \quad (3.26)$$

donde c_i es el coeficiente de Wilson asociado al operador. De hecho los coeficientes de Wilson, a pesar de que en esta tesis son considerados constantes de $\mathcal{O}(1)$, son parámetros desconocidos.

Para el operador $O_{LL}^{(3)}$ se considera el proceso de conversión $\mu - e$ en núcleos. Utilizando los resultados de [12], el branching ratio del proceso de conversión con respecto a la captura muónica se escribe:

$$B_{\mu \rightarrow e} = \frac{32G_F^2 m_\mu^5}{\Gamma_{capt}} \left(\frac{v}{\Lambda_{LFV}} \right)^4 |\Delta_{\mu e}|^2 \left| \frac{3}{2} (V^{(n)} + V^{(p)}) c_{LL}^{(3)} \right|^2, \quad (3.27)$$

donde los parámetros $V^{(p)}$ y $V^{(n)}$ son integrales de superposición calculadas para diferentes núcleos en [27].

Los límites experimentales más fuertes son los que están asociados a los experimentos con núcleos de titanio [39]:

$$B_{\mu \rightarrow e}^{exp}(Ti) \leq 6,1 \times 10^{-13} \quad (3.28)$$

Entonces es posible obtener el límite máximo para los parámetros libres:

$$\begin{aligned} |c_{LL}^{(3)}|^2 \left(\frac{\Lambda_{LN}}{\Lambda_{LFV}} \right)^4 &\leq \frac{B_{\mu \rightarrow e}^{exp} \Gamma_{capt} v^4}{32G_F^2 m_\mu^5 \delta_{\mu e}^2} \left| \frac{3}{2} (V^{(n)} + V^{(p)}) \right|^{-2} \\ &\leq 1,1 \times 10^{37} \quad . \end{aligned} \quad (3.29)$$

Se ha definido $\delta_{\mu e}$ como

$$\delta_{\mu e} \equiv \frac{v^4}{\Lambda_{LN}^2} \Delta_{\mu e} \quad . \quad (3.30)$$

De la misma manera se puede obtener un límite para los parámetros asociados al operador $O_{RL}^{(3)}$, considerando el proceso $\tau^- \rightarrow \pi^0 \mu^-$. La anchura de desintegración calculada usando el operador efectivo es:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\tau^- \rightarrow \pi^0 \mu^-} &= |c_{RL}^{(3)}|^2 \left(\frac{1}{\Lambda_{LFV}} \right)^4 \frac{G_F^2 v^2}{64\pi c_W^4} |(\lambda_e \Delta)_{\mu\tau}|^2 f_\pi^2 \frac{m_\tau^2 + m_\mu^2 - m_\pi^2}{2} \\ &\times \left(\frac{m_\tau^2 - m_\mu^2 + m_\pi^2}{2m_\tau} \right)^2 \left[\left(\frac{m_\tau^2 - m_\mu^2 + m_\pi^2}{2m_\tau} \right)^2 - m_\pi^2 \right]^{1/2}, \end{aligned} \quad (3.31)$$

donde $f_\pi \approx 92,4$ MeV es la constante de desintegración del pión. En este caso el límite experimental más fuerte es [33]:

$$\Gamma_{\tau^- \rightarrow \pi^0 \mu^-}^{exp} \leq 9,3 \times 10^{-19} \text{ GeV} \quad (3.32)$$

Entonces se obtiene:

$$\begin{aligned} |c_{RL}^{(3)}|^2 \left(\frac{\Lambda_{LN}}{\Lambda_{LFV}} \right)^4 &\leq \frac{\Gamma_{\tau^- \rightarrow \pi^0 \mu^-}^{exp}}{\tilde{\Gamma}_{\tau^- \rightarrow \pi^0 \mu^-}} \\ &\leq 1,0 \times 10^{57} \quad , \end{aligned} \quad (3.33)$$

donde se ha definido:

$$\tilde{\Gamma}_{\tau^- \rightarrow \pi^0 \mu^-} = \Gamma_{\tau^- \rightarrow \pi^0 \mu^-} \times \left[|c_{RL}^{(3)}|^2 \left(\frac{\Lambda_{LN}}{\Lambda_{LFV}} \right)^4 \right]^{-1} \quad (3.34)$$

y $\Gamma_{\tau^- \rightarrow \pi^0 \mu^-}$ se da en la (3.31).

Los límites obtenidos no reducen mucho el espacio de los valores para los parámetros, pero confirman que es posible suponer, como sugerido en [12], que la razón $\Lambda_{LN}/\Lambda_{LFV}$ sea de orden 10^9 . La gran diferencia que existe entre los dos límites puede ser explicada en términos de la diferente precisión alcanzada por los datos experimentales utilizados en los dos casos. Además, si el límite para el operador LL parece estar en línea con las hipótesis teóricas, el límite relacionado con $O_{RL}^{(3)}$ supondría un valor muy grande para el coeficiente de Wilson. De hecho se supone que la razón $\Lambda_{LN}/\Lambda_{LFV}$ tenga un valor inferior o igual a 10^{12} de modo que los efectos de violación de sabor en diferentes procesos calculados en [12] y [11] no pasen los límites experimentales. Entonces el coeficiente $c_{RL}^{(3)}$ tendría que ser de $\mathcal{O}(10^4)$ para poder saturar el límite. Por estas razones se piensa que el límite para el operador RL no pueda ser saturado y que un límite razonable para este operador sea de $\mathcal{O}(10^{40})$.

A pesar de no poder proporcionar datos precisos, las relaciones que se han podido estimar en este apartado evidencian las características de la teoría utilizada, que permite relacionar diferentes procesos, llegando a explotar toda la información experimental disponible.

En los próximos apartados se utilizarán en unos casos los límites calculados como valores de referencia para los parámetros libres. En estos casos los resultados que se obtendrán serán todos límites máximos, que pueden variar si el valor de la razón $\Lambda_{LN}/\Lambda_{LFV}$ no alcanza el valor máximo permitido de los datos experimentales actuales.

3.4. Resultados

Una primera comparación entre las contribuciones de los dos operadores elegidos ($O_{LL}^{(3)}$ y $O_{RL}^{(3)}$) permite entender cómo el proceso examinado esté completamente dominado para el operador LL. La razón entre las secciones eficaces relacionadas con los dos operadores pone de relieve la gran diferencia que existe entre las dos contribuciones:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{LL}^{(3)}}{\sigma_{RL}^{(3)}} &\approx \frac{16 c_W^4}{g^4 v^2} \frac{|\Delta_{\tau\mu}|^2}{|(\lambda_e \Delta)_{\tau\mu}|^2} \frac{s}{\left(1 + \frac{2M_Z^2}{s}\right) \ln \left(1 + \frac{s}{M_Z^2}\right) - 2} \\ &\approx \frac{16 c_W^4}{g^4} \frac{s^2}{m_\tau^2} \left[(s + 2M_Z^2) \ln \left(1 + \frac{s}{M_Z^2}\right) - 2s \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Como se puede ver en Figura 3.1 la sección eficaz relacionada al operador LL llega a ser hasta nueve órdenes de magnitud mayor que la que se calcula a partir del operador RL. También si los límites experimentales a los parámetros libres asociados

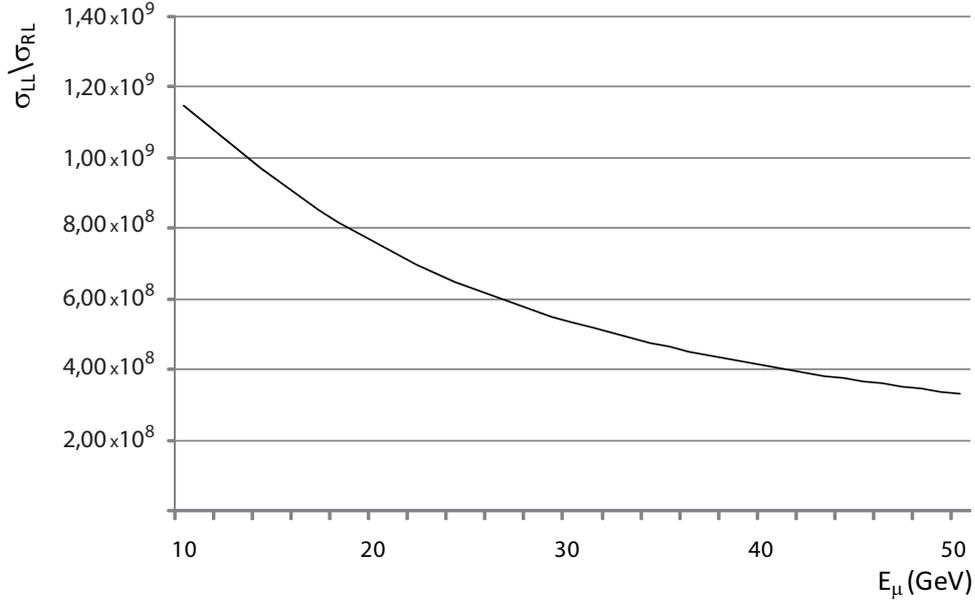


Figura 3.1: Razón entre $\sigma_{LL}^{(3)}$ y $\sigma_{RL}^{(3)}$ como función de la energía del muon E_μ en el sistema de referencia del laboratorio.

a $O_{RL}^{(3)}$ son mucho menos estrictos con respecto a los del operador $O_{LL}^{(3)}$, motivaciones de carácter teórico indican que la sección eficaz del operador RL tiene que estar suprimida con respecto de la del operador LL.

3.4.1. Secciones eficaces $\mu p \rightarrow \tau p$

A partir de las secciones eficaces del proceso puntual $\mu q \rightarrow \tau q$ se puede calcular las secciones eficaces para el proceso en presencia de un protón P ($\mu p \rightarrow \tau p$), a través de la convolución con las funciones de distribución partónicas. Para este cálculo se ha utilizado la librería *Mathematica*® proporcionada por S.Kulagin [29], que se basa en los datos de [1]. Las funciones de distribución (PDFs) se han obtenido en este caso a través de un *fit* a datos de procesos de *deep inelastic scattering* y de *Drell-Yan*, en un contexto teórico que incluye correcciones a *next-to-next-to-leading order* en QCD perturbativa. A través de la librería *Mathematica*® es posible utilizar los datos de las PDFs relacionadas a los quarks u y d de valencia del protón, de los antiquark u y d y del (anti)quark s . Las PDFs son funciones de la fracción y del momento del protón y del momento transferido Q^2 y tienen que ser integradas en las dos variables en convolución con las secciones eficaces $\mu q \rightarrow \tau q$ para calcular la sección eficaz del proceso de conversión en presencia de nucleones. Los límites experimentales de las dos variables son:

$$0,8 \text{ GeV}^2 \leq Q^2 \leq 2 \times 10^8 \text{ GeV}^2 \quad , \quad 10^{-7} < y \leq 1 \quad . \quad (3.36)$$

La integración hasta el límite inferior en y produce unos errores que parecen ser de tipo computacional. Por esto se ha decidido subir ligeramente el límite inferior hasta $1,5 \times 10^{-7}$.

La Figura 3.2 evidencia la dependencia de la sección eficaz asociada al operador LL de la energía del haz de muones en el sistema de referencia del laboratorio, calculada utilizando como valor para los parámetros libres el límite (3.29). Los valores de la sección eficaz son muy pequeños, si se comparan con otras estimaciones [38] que prevén valores máximos de orden 0.5 fb. En la Figura 3.3 se muestra la sección eficaz asociada al operador RL, calculada utilizando los mismo límites del caso LL, que se suponen ser más realistas con respecto a los que se ha calculado en (3.33). La dependencia de la energía es distinta, debido a las diferentes estructuras de Lorenz involucradas en los dos operadores y, como ya se ha anticipado, la sección eficaz es en este caso es mucho más pequeña que en el caso LL.

La supresión de la sección eficaz calculada en el contexto de MFV puede estar relacionada con las restricciones sobre las estructuras de mezcla que este tipo de teoría impone y que en otras teorías efectivas no existen. De hecho la hipótesis de MFV impone que las estructuras de mezcla sean funciones de cuadrados de masas de los neutrinos atmosféricos ($\Delta m_{\text{atm}}^2 \sim 10^{-21}$ GeV) y por eso presentan elementos de matriz muy pequeños.

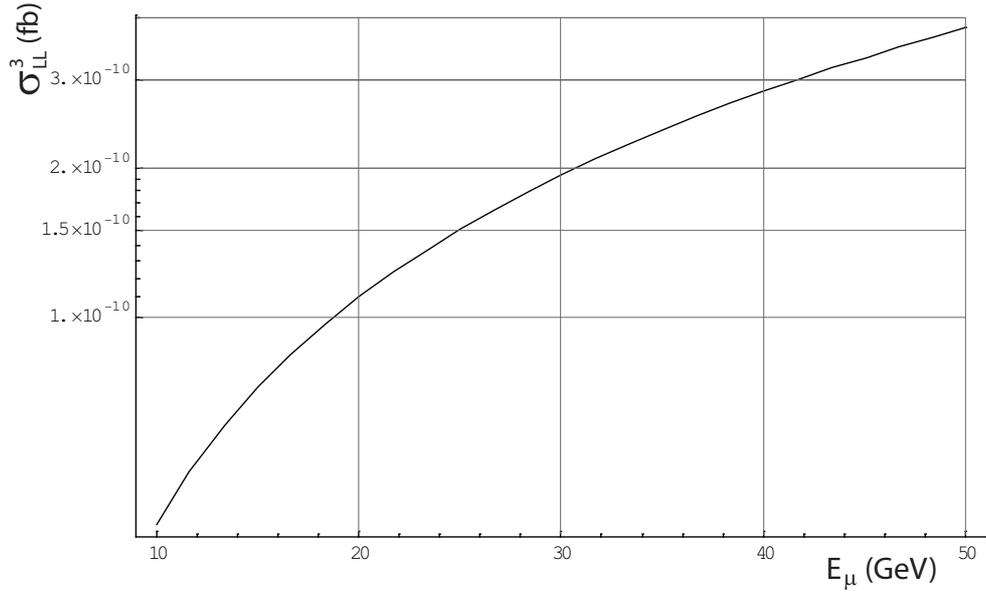


Figura 3.2: Sección eficaz relacionada con el operador $O_{LL}^{(3)}$ como función de la energía del muon E_μ en el sistema de referencia del laboratorio.

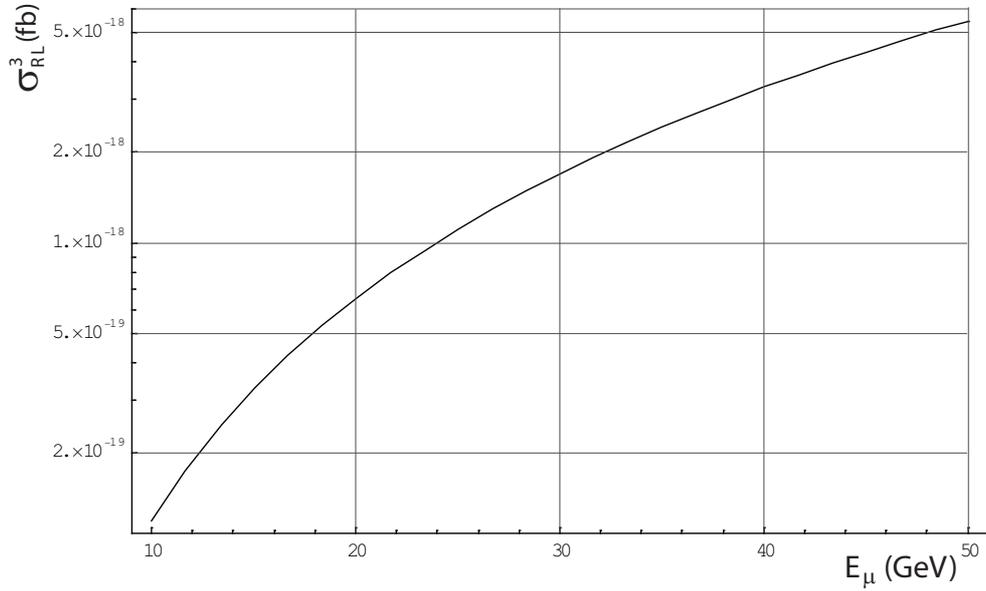


Figura 3.3: Sección eficaz relacionada con el operador $O_{RL}^{(3)}$ como función de la energía del muon E_μ en el sistema de referencia del laboratorio.

Conclusiones

Es esta tesis se ha examinado el proceso de conversión $\mu\text{-}\tau$ en presencia de nucleones, uno de los procesos que en los últimos años han sido considerados como posibles bancos de pruebas para la violación de la simetría de sabor leptónico. El contexto en el que se ha desarrollado el análisis es el de una teoría efectiva basada en el principio de Minimal Flavour Violation [14], que conecta todas las interacciones con violación de sabor a las estructuras de mezcla conocidas del Modelo Estándar. Este principio de simetría, cuando se utiliza a través de una teoría efectiva, permite analizar muchos tipos de procesos distintos con un número de parámetros muy pequeño y consecuentemente con óptima predictividad.

En los diferentes capítulos de la tesis se han desarrollado los instrumentos necesarios para el análisis del proceso, a partir de los operadores efectivos que median la interacción y de las secciones eficaces de los procesos de scattering entre leptones y quarks. El último paso ha sido la convolución de estas secciones eficaces puntuales con las funciones de distribución partónicas para calcular la sección eficaz del proceso en presencia de nucleones. El cálculo ha sido desarrollado con el objetivo de individualizar las contribuciones dominantes y las dependencias de los parámetros de la teoría, con el propósito de evidenciar el orden de magnitud al que se espera encontrar señales de Nueva Física en este contexto.

Los resultados obtenidos indican que el proceso depende casi de forma exclusiva de los operadores que se han indicado como LL, dado que se ha concluido que los operadores RL están suprimidos por muchos órdenes de magnitud con respecto a los LL. Además, considerando el principio de simetría de MFV y los límites experimentales y teóricos sobre los parámetros no fijados para la teoría, las secciones eficaces del proceso de conversión $\mu\text{-}\tau$ en presencia de nucleones que se han encontrado son totalmente despreciables (de $\mathcal{O}(10^{-10})$ fb). Este resultado se aparta de los resultados obtenidos con otras estimaciones más genéricas [38] [15], que predicen una sección eficaz alcanzable experimentalmente (de $\mathcal{O}(1)$ fb en algunos casos). La motivación de la diferencia entre estos dos escenarios se puede encontrar en la estructura de sabor muy particular que el principio de MFV impone a la teoría utilizada en esta tesis. Estructura que se refleja en las matrices de mezcla que, dependiendo de la diferencia entre los cuadrados de las masas de los neutrinos atmosféricos, presentan elementos de matriz muy pequeños que dan lugar a violaciones de sabor despreciables.

Más allá de los resultados

En este apartado pretendemos considerar las posibles extensiones del estudio presentado en esta tesis, extensiones que podrán ser una óptima base para la tesis de doctorado. Como ya se ha discutido en los capítulos anteriores, el proceso de conversión $\mu\text{-}\tau$ en presencia de núcleos tiene posible relevancia también en campo experimental, como posible banco de pruebas para los diferentes modelos de violación de sabor leptónico. Por esto es interesante desarrollar el estudio considerando diferentes contextos en los que se construye la teoría efectiva y en los cuales los efectos de violación de sabor podrían no ser despreciables. Por ejemplo, en lugar de usar una composición de campos minimal, se puede extender el Modelo Estándar para comprender también los neutrinos *right-handed* (“extended field content” [12]). En este caso, las estructuras de mezcla presentan dependencias distintas de los parámetros fenomenológicos de los neutrinos y la comparación con los resultados que se obtienen en el caso minimal puede proporcionar relaciones posiblemente falsables de forma experimental.

Otro contexto interesante es el de las teorías de gran unificación (GUT) [21] en las que se introducen nuevas estructuras de mezcla que pueden dar lugar a efectos que son muchos órdenes de magnitud más grandes de los que se estiman en los casos más simples. Además es posible introducir, tanto en estas teorías como también en el Modelo Estándar, un sector de Higgs más complejo que comprenda dos dobletes. A través del valor del parámetro $\tan\beta$ (la razón entre los valores esperados en el vacío de los dos Higgs: $\tan\beta = v_u/v_d$), que en muchos modelos se sitúa cerca de ~ 50 , se pueden obtener violaciones muy grandes de la simetría de sabor también con operadores que estarían suprimidos en otros contextos.

Por lo que concierne a la parte fuerte del proceso, posibles extensiones del estudio comprenden la utilización de distintas funciones de distribución de partones de tipo experimental, para poder probar la dependencia de los resultados de este parámetro. Ésta, por supuesto, es una posibilidad que hay que valorar a la luz del orden de magnitud alcanzado para el valor de la sección eficaz del proceso: si el valor es demasiado pequeño también para los experimentos futuros, la comparación entre diferentes modelos de función de distribución sería irrelevante.

Bibliografia

- [1] S. Alekhin, K. Melnikov and F. Petriello, “Fixed target Drell-Yan data and NNLO QCD fits of parton distribution functions” *Phys.Rev. D* **74** (2006) 054033 [arXiv:hep-ph/0606237v1].
- [2] R. Appel et al. “Improved Limit on the Rate of the Decay $K^+ \rightarrow \pi^+ \mu^+ e^-$ ” *Phys. Rev. Lett.* **85**, 2450 - 2453 (2000) [arXiv:hep-ex/0005016v1].
- [3] T. Appelquist, J. Carazzone “Infrared singularities and massive fields”, *Phys.Rev. D* **11** (1975) 235-402; Erratum-ibid. **390** (2004) 2856-2861.
- [4] M. Artuso et al. for the CLEO Collaboration, “A Search for $B \rightarrow \ell \bar{\nu}_\ell$ ”, *Phys. Rev. Lett.* **75** 785.
- [5] B. Aubert et al. [BABAR Collaboration], “Search for Lepton-Flavor Violation in the Decay $\tau^- \rightarrow \ell^- \ell^+ \ell^-$ ”, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 121801 (2004) [arXiv:hep-ex/0312027].
- [6] A. Brignole, A. Rossi, “Anatomy and Phenomenology of $\mu - \tau$ Lepton Flavour Violation in the MSSM”, *Nucl. Phys. B* **701** (2004) 3-53 [arXiv:hep-ph/0404211v2].
- [7] D.I. Britton et al., “Measurement of the $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu$ branching ratio”, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3000 (1992).
- [8] D.A. Bryman, “Experimental Review and future prospects on π^2 measurements”, to appear in the proceedings of Kaon International Conference (KAON’07), Frascati, Italy, 21-25 May 2007.
- [9] A.J. Buras “Weak Hamiltonian, CP Violation and Rare Decays”, TUM-HEP-316/98 [arXiv:hep-ph/9806471v1].
- [10] A.J. Buras, P. Gambino, M. Gorbahn, S. Jäger and L. Silvestrini, “Universal unitarity triangle and physics beyond the standard model”, *Physics Letters B* **500** (2001) 161-167.
- [11] V. Cirigliano and B. Grinstein, “Phenomenology of minimal lepton flavor violation”, *Nucl. Phys. B* **752** (2006) 18 [arXiv:hep-ph/0601111].
- [12] V. Cirigliano, B. Grinstein, G. Isidori and M. B. Wise, “Minimal flavor violation in the lepton sector”, *Nucl. Phys. B* **728** (2005) 121 [arXiv:hep-ph/0507001].

- [13] S. Davidson and F. Palorini, “Various definitions of Minimal Flavour Violation for Leptons”, [arXiv:hep-ph/0607329 v1].
- [14] G. D’Ambrosio, G.F. Giudice, G. Isidori, A. Strumia, “Minimal Flavour Violation: an effective field theory approach”, Nucl. Phys. B **645** (2002) 155-187 [arXiv:hep-ph/0207036v2].
- [15] S.N. Gninenkoa, M.M. Kirsanova, N.V. Krasnikov, V.A. Matveeva, “Probing lepton flavour violation in $\nu_\mu N \rightarrow \tau\dots$ scattering and $\mu \rightarrow \tau$ conversion”, [arXiv:hep-ph/0106302v1].
- [16] S.N. Gninenkoa, M.M. Kirsanova, N.V. Krasnikov, V.A. Matveeva, P.Ñedelec, D. Silloub and M. Sher, “Expression of Interest in Design and Construction of an Experiment to Search for $\mu + N \rightarrow \tau + N$ Conversion with the intense CERN SPS muon beam”, CERN-SPSC-2004-016 (to the SPSC Villars Meeting)
- [17] Y. Enari et al., for the Belle Collaboration “Search for lepton flavor violating decays $\tau^- \rightarrow \ell^- \pi^0, \ell^- \eta, \ell^- \eta'$ ” Phys. Lett. B622 (2005) 218-228 [arXiv:hep-ex/0503041v1].
- [18] H. Georgi “Effective Field Theory” HUTP-93/A003.
- [19] H. Georgi and S. L. Glashow, “Unity Of All Elementary Particle Forces,” Phys. Rev. Lett. **32** (1974) 438.
- [20] I.F. Ginzburg. and M.V. Vychugin, “Two Higgs Doublet Model, Standard Model - like scenario and resolving SM from 2HDM at Photon Colliders” [arxiv:hep-ph/0201117v2].
- [21] B. Grinstein, B. V. Cirigliano, G. Isidori and M. B. Wise, “Grand Unification and the Principle of Minimal Flavor Violation”, Nucl.Phys. B763 (2007) 35-48 [arXiv:hep-ph/0608123].
- [22] G. Isidori, in the *Proceedings of International Conference on Heavy Quarks and Leptons [HQL06]* (Munich, Germany, Oct2006) [arXiv:hep-ph/0702181].
- [23] G. Isidori, “Shedding light on flavour symmetries with rare decays of quarks and leptons”, [arXiv:hep-ph/0702181v1].
- [24] G. Isidori and P. Paradisi, “Hints of large $\tan \beta$ in flavour physics”, [arXiv:hep-ph/0605012v2].
- [25] G. Isidori and A. Retico, “Scalar flavour-changing neutral currents in the large- $\tan \beta$ limit”, [arXiv:hep-ph/0110121v3].
- [26] D.B. Kaplan “Five lectures on effective field theory” [arXiv:nucl-th/0510023v1].
- [27] R. Kitano, M. Koike and Y. Okada, “Detailed calculation of lepton flavor violating muon electron conversion rate for various nuclei” Phys. Rev. D **66**, 096002 (2002) [arxiv:hep-ph/0203110].
- [28] T.S. Kosmas “On the nuclear dependence of the $\mu^- \rightarrow e^-$ conversion branching ratio” [arxiv:nucl-th/0108045v1].

- [29] S. Kulagin, Parton Distribution Functions - Mathematica package <http://sirius.ihep.su/alekhin/pdfa02/>.
- [30] A. Manohar “Effective field theories” UCSD/PTH 96-04 [arXiv:hep-ph/9606222v1]
- [31] W. Molzon “The MECO Experiment to Search for $\mu^- N \rightarrow e - N$ with 10^{-17} Sensitivity” Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 111 (2002) 188-193.
- [32] P. Paradisi, “Higgs-Mediated $e \rightarrow \mu$ transitions in II Higgs doublet Model and Supersymmetry”, JHEP 0608 (2006) 047 [arXiv:hep-ph/0601100v2].
- [33] W.-M. Yao et al. [Particle Data Group], J. Phys. G 33, 1 (2006) (URL: <http://pdg.lbl.gov>)
- [34] A. Pich “Effective field theory - Course” IFIC/98-47 [arXiv:hep-ph/9806303v1].
- [35] J. Polchinski “Effective Field Theory and the Fermi Surface” NSF-ITP-92-132, UTTG-20-92 [arXiv:hep-th/9210046v2].
- [36] S. Rajpoot, “See-saw masses for quarks and leptons”, Phys. Rev. D **36**, 1479 - 1483 (1987).
- [37] M. Sher, “ $\tau \rightarrow \mu\eta$ in supersymmetric models”, Phys. Rev. D 66, 057301 (2002) [arXiv:hep-ph/0207136]
- [38] M. Sher, I. Turan, “ $\mu N \rightarrow \tau N$ at a Muon or Neutrino Factory”, [arXiv:hep-ph/0309183v3]
- [39] P. Wintz, in Proceedings of the First International Symposium on Lepton and Baryon Number Violation, edited by H. V. Klapdor-Kleingrothaus and I. V. Krivosheina (Institute of Physics, Bristol/Philadelphia), p. 534 (1998).
- [40] Y. Yusa et al. [Belle Collaboration], “Search for neutrinoless decays $\tau \rightarrow 3l'$ ”, Phys. Lett. B 589, 103 (2004) [arXiv:hep-ph/0309183v3].