

Máster en Física Avanzada

Especialidad Física Teórica



Trabajo Fin de Máster

ESTUDIO DEL PROCESO ELECTRÓN- POSITRÓN A TOP-ANTITOP CON CORRECCIONES ELECTRODÉBILES

Antonio Rodríguez Sánchez

Tutor (1): Pedro Ruiz Femenía
Tutor (2): Antonio Pich Zardoya

Curso académico 2013/14

Índice general

1. Introducción	5
1.1. Objetivos y contexto	5
1.2. Interfaz de software	6
2. Nivel árbol	8
3. Correcciones electrodébiles a $O(\alpha)$	13
3.1. Introducción teórica	13
3.1.1. Grado superficial de divergencia	13
3.1.2. Renormalización en la teoría electrodébil	15
3.1.3. Divergencias infrarrojas y aproximación de fotones blandos . .	16
3.1.4. Correcciones al nivel árbol en un proceso $2 \rightarrow 2$	19
3.1.5. Orden de magnitud de las correcciones a $O(\alpha)$ para el proceso estudiado	19
3.2. Contribuciones virtuales a $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$	20
3.2.1. Diagramas con contribución nula o despreciable	20
3.2.2. Autoenergías	21
3.2.3. Cajas	22
3.2.4. Vértices	22
3.3. Resultados	24
3.3.1. Correcciones electrodébiles totales	24
3.3.2. Correcciones electrodébiles según tipo de diagrama	25
3.3.3. Correcciones electrodébiles según tipo de corrección	26
4. Asimetría Forward-Backward	30
4.1. Nivel árbol	30
4.2. Correcciones electrodébiles	31
5. Estimación de las correcciones a $O(\alpha^2)$	34
6. Conclusiones	37

A. Parámetros de entrada para nuestros resultados	38
B. Diagramas que contribuyen al proceso	39

Capítulo 1

Introducción

1.1. Objetivos y contexto

El objetivo principal de este trabajo es el estudio de un proceso de scattering sencillo, el $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$, donde se ilustran los mecanismos principales para el cálculo de observables con correcciones electrodébiles.

En el máster se nos provee de las herramientas fundamentales para el cálculo de secciones eficaces con partículas elementales a 1-*loop* tanto en QED como en QCD. Extendiendo estos conceptos a la teoría electrodébil, los aplicamos para el estudio del proceso $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$ con correcciones electrodébiles, lo cual va a permitir un mejor entendimiento de los diferentes mecanismos que provee la teoría para este tipo de cálculos.

Una de las motivaciones de este trabajo es el intento de entender las altas correcciones electrodébiles al nivel árbol de los distintos observables. Mientras que en una ingenua estimación uno esperaría que las correcciones fueran del orden del 1 %, los cálculos completos predicen correcciones de $O(\alpha)$ de más del 10 %. Para un futuro colisionador e^+e^- como puede ser el ILC, correcciones tan altas pueden exigir cálculos a varios *loops* para tener predicciones teóricas lo suficientemente precisas.

Otro de los objetivos del trabajo es el aprendizaje de una poderosa herramienta para el cálculo de procesos a 1-*loop*, la combinación de *FeynArts*, *FormCalc* y *LoopTools*, que permiten el cálculo de cualquier proceso del modelo estándar de forma sistemática.

Además, como aplicación, utilizamos los resultados obtenidos de las secciones eficaces diferenciales para estimar el valor de un observable: la asimetría *Forward-*

Backward. El valor de este observable es distinto de cero a nivel árbol debido al acoplamiento axial de los fermiones iniciales y finales con el bosón Z.

Finalmente, calculamos algunas de las correcciones de $O(\alpha^2)$ para tener una estimación del orden de magnitud de estas correcciones.

1.2. Interfaz de software

El cálculo analítico de las correcciones electrodébiles del proceso estudiado desde cero va más allá de los objetivos de un Trabajo de Fin de Máster y requiere un tiempo mucho mayor al asignado. Afortunadamente, en las últimas décadas distintos grupos de investigación han desarrollado softwares que realizan el cálculo de las secciones eficaces diferenciales de los distintos procesos del modelo estándar de forma sistemática. En este trabajo se utilizará la interfaz combinada de *FeynArts*, *FormCalc* y *LoopTools*, capaz de calcular el elemento de matriz al cuadrado a 1-loop con las contribuciones y los *cut-off* deseados. En esta sección se da una breve descripción de cómo trabajar con este software. Para una descripción más amplia, véase [1].

En la Figura 1.1 puede verse un esquema con lo que hace cada paquete informático. El primer paquete necesario para la computación de diagramas a 1-loop es *FeynArts*. *FeynArts* es un paquete de *Mathematica* orientado a la generación y visualización de los diagramas de Feynman y las amplitudes que contribuyen a un proceso. Para ello, en primer lugar creamos con una serie de opciones las topologías que queremos estudiar en nuestro proceso. Es posible seleccionar una serie de topologías para luego estudiar la contribución de dichas topologías a un observable concreto.

Una vez creadas las topologías, debemos insertar los campos en las mismas. Para ello, *FeynArts* dispone de una serie de reglas de Feynman para el modelo estándar siguiendo la convención de [2]. Una serie de opciones para restringir estas inserciones queda también disponible. Una vez insertados los campos en las topologías, *FeynArts* también permite crear las amplitudes asociadas a los diagramas creados conforme a las reglas de Feynman de [2]. Por último, permite pintar tanto las topologías como los diagramas con los campos creados.

El siguiente paso lo da *FormCalc*. *FormCalc* es un complejo paquete de *Mathematica* que calcula y simplifica las contribuciones a la sección eficaz de las amplitudes creadas con *FeynArts* y que, junto con *LoopTools*, permite la obtención de resultados numéricos. Para ello *FormCalc* prepara las expresiones dadas por *FeynArts* como input para *FORM* [3], un sistema de manipulación simbólica en el que se

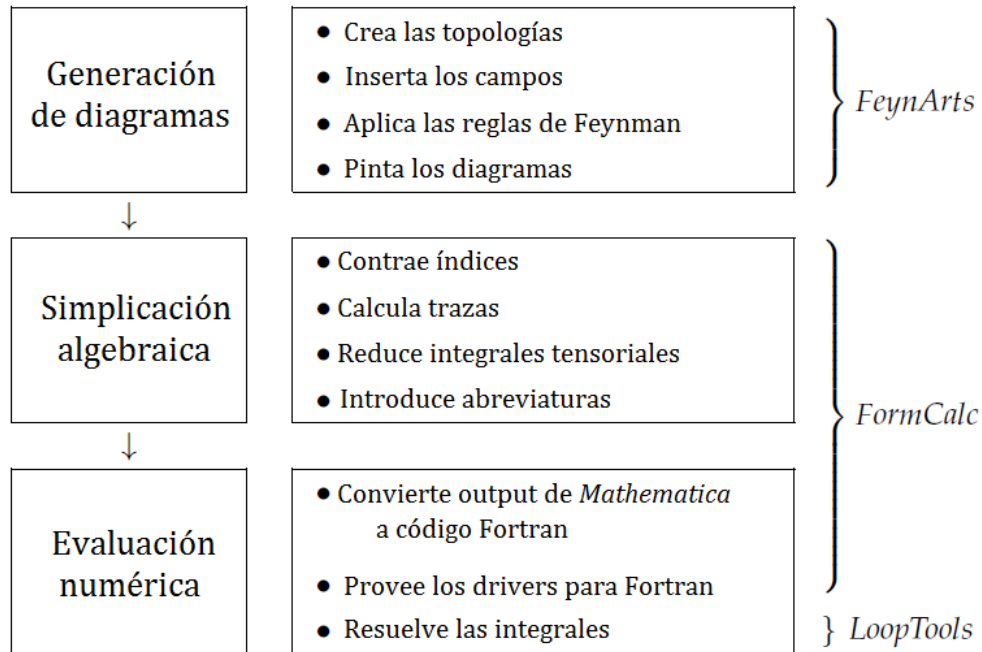


Figura 1.1: Esquema del interfaz de software de los distintos paquetes usados para la obtención de las secciones eficaces.

realizan una serie de simplificaciones algebraicas (contracción de índices, cálculo de trazas, reducción de integrales con tensores e introducción de abreviaturas). Una vez hechas estas simplificaciones, *FormCalc* las devuelve como expresiones de *Mathematica*, combinando así la velocidad de *FORM* con la interfaz de *Mathematica*.

Finalmente, *FormCalc* permite la evaluación numérica de las secciones eficaces generadas, exportándolas desde *Mathematica* a un código *Fortran*. Tan sólo hay que hacer pequeñas modificaciones en los códigos generados para modificar las condiciones de la evaluación (valores de los parámetros, valores de los *cut-off*, inclusión de fotones blandos, precisión en la integraciones, etc.). Los cálculos de las integrales escalares y tensoriales de 1-*loop* son realizados por *LoopTools*, un paquete diseñado con este fin y que funciona con *Fortran*.

Una vez obtenida la sección eficaz diferencial para suficientes ángulos, importamos de nuevo los datos a *Mathematica*, donde creamos una función interpolada que puede integrarse fácilmente permitiéndonos obtener secciones eficaces integradas y otros observables, como la asimetría Forward-Backward.

Capítulo 2

Nivel árbol

Despreciando la contribución debida al acoplamiento de los fermiones ligeros con bosones escalares, suprimida por un factor $\frac{m_e}{M_W}$, tenemos dos contribuciones asociadas al lagrangiano de interacción entre bosones neutros y pares fermión-antifermión [4]:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= -eA_\mu \sum_f Q_f \bar{f} \gamma^\mu f \\ \mathcal{L} &= -\frac{e}{2s_W c_W} Z_\mu \sum_f \bar{f} \gamma^\mu (v_f - a_f \gamma_5) f\end{aligned}\tag{2.1}$$

donde $s_W = \sin \theta_W$ y $c_W = \cos \theta_W$ siendo θ_W el ángulo débil de mezcla y v_i y a_i los acoplamientos vectoriales y axiales del bosón Z con los fermiones externos. En nuestro caso:

$$\begin{aligned}a_e &= -\frac{1}{2} & v_e &= \frac{1}{2}(-1 + 4s_W^2) \\ a_t &= \frac{1}{2} & v_t &= \frac{1}{2}(1 - \frac{8}{3}s_W^2)\end{aligned}\tag{2.2}$$

Los diagramas que contribuyen a nuestro proceso son, por tanto:

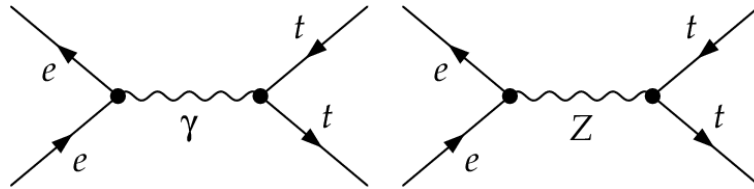


Figura 2.1: Diagramas a nivel más bajo del proceso $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$.

En el gauge de t'Hooft-Feynman, las amplitudes asociadas a los diagramas son las siguientes:

$$\begin{aligned}
M_1 &= \frac{e^2 Q_t Q_e}{s} (\bar{u}_4 \gamma^\mu v_3) (\bar{v}_1 \gamma_\mu u_2) \\
M_2 &= \frac{e^2 \chi_Z(s)}{s} (\bar{u}_4 \gamma^\mu (v_t - a_t \gamma_5) v_3) (\bar{v}_1 \gamma_\mu (v_e - a_e \gamma_5) u_2)
\end{aligned} \tag{2.3}$$

donde:

$$\chi_Z(s) = \frac{1}{4s_W^2 c_W^2} \frac{s}{s - M_Z^2} \tag{2.4}$$

A partir del módulo al cuadrado de este elemento de matriz, sumando sobre polarizaciones finales y promediando sobre las iniciales y despreciando la masa del electrón respecto de la energía del sistema en centro de masa asumiendo que $\frac{m_e}{\sqrt{s}} \ll 1$, obtenemos la distribución angular de Born no polarizada [5]:

$$\frac{d\sigma^{Born}}{d\cos\theta} = (1 + \cos^2\theta) \sigma_T^0(s) + 2\cos\theta \sigma_{FB}^0(s) + \frac{4m_t^2}{s} (1 - \cos^2\theta) \sigma_T^{0,m}(s) \tag{2.5}$$

donde:

$$\begin{aligned}
\sigma_T^0(s) &= \frac{\pi\alpha^2}{2s} N_c^t \beta_t [Q_e^2 Q_t^2 + 2Q_e Q_t v_e v_t \text{Re}\chi_Z(s) \\
&\quad + (v_e^2 + a_e^2)(v_t^2 + a_t^2)(v_t^2 + a_t^2 \beta_t^2) \chi_Z^2(s)]
\end{aligned} \tag{2.6}$$

$$\sigma_{FB}^0 = \frac{\pi\alpha^2}{2s} N_c^t \beta_t^2 [2Q_e Q_t a_e a_t \chi_Z(s) + 4v_e a_e v_t a_t \chi_Z^2] \tag{2.7}$$

$$\sigma_T^{0,m}(s) = \frac{\pi\alpha^2}{2s} N_c^t \beta_t [Q_e^2 Q_t^2 + 2Q_e Q_t v_e v_t \chi_Z(s) + (v_e^2 + a_e^2) v_t^2 \chi_Z^2] \tag{2.8}$$

$$\beta_i = \sqrt{1 - \frac{4m_i^2}{s}} \tag{2.9}$$

y $\cos\theta$ es el coseno del ángulo que forma la dirección del electrón con la dirección del quark top en el sistema centro de masas de la colisión.

Tomando como valores de los parámetros los dados en el Apéndice 1, representamos en la Figura 2.2 la distribución angular en la aproximación de Born para distintas energías. Para una energía en el sistema centro de masas $\sqrt{s} = 500$ GeV, representamos en la Figura 2.3 la distribución angular separando tres contribuciones:

- **Contribución del diagrama con el fotón:** El acoplamiento entre los fermiones y el fotón es el de QED. Esta contribución puede obtenerse haciendo cero las constantes de acoplamiento del Z ($a_f = 0$ y $v_f = 0$ con $f = e, t$) en las ecuaciones (2.6), (2.7) y (2.8). La paridad de esta contribución en la distribución angular se

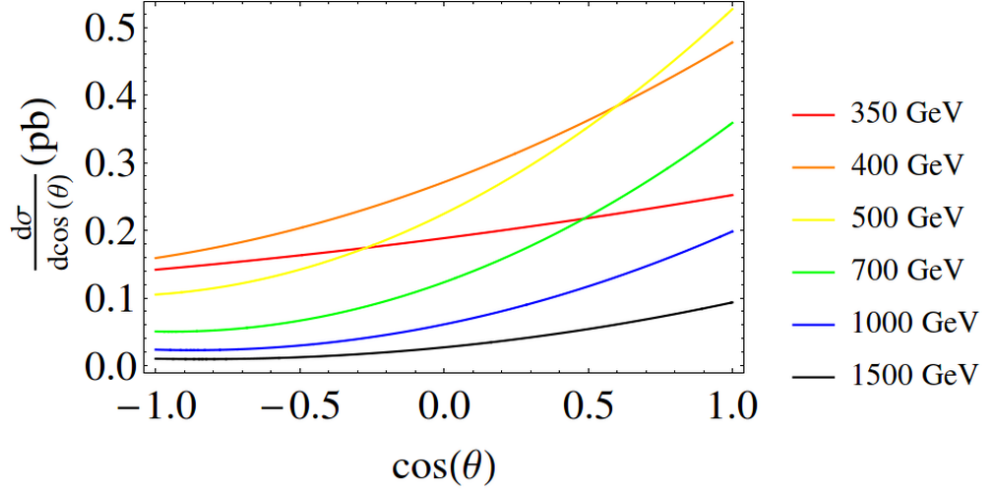


Figura 2.2: Distribución angular de Born del proceso $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$ para diferentes energías.

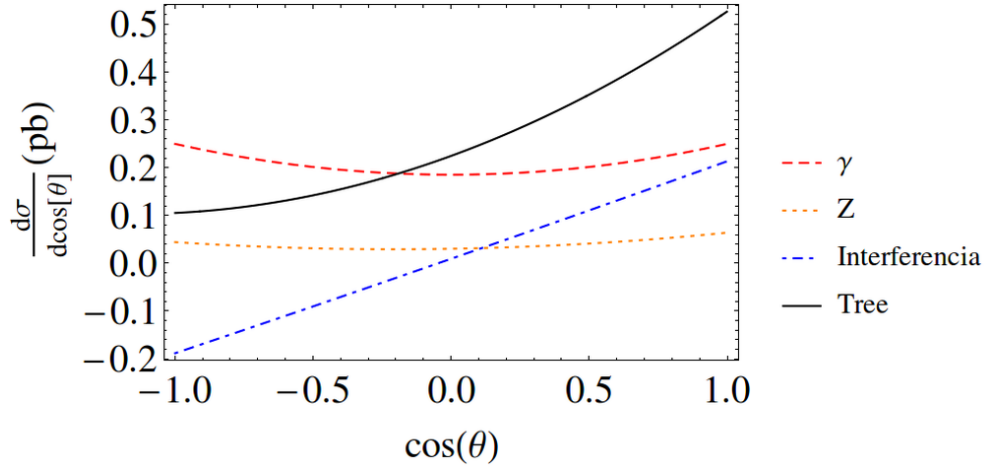


Figura 2.3: Distribución angular de Born a $\sqrt{s} = 500$ GeV separando la contribución del canal con el γ , del canal con el Z y la interferencia entre ambos.

debe al carácter puramente vectorial del acoplamiento entre fermiones y fotones.

- **Contribución del diagrama con el bosón Z :** El acoplamiento entre los fermiones y el bosón Z tiene una componente vectorial y una componente axial. Esta contribución se obtiene haciendo cero los acoplamientos de QED, que no son más que las cargas del electrón y del top ($Q_e = Q_t = 0$), en las ecuaciones (2.6), (2.7) y (2.8). El acoplamiento axial rompe la simetría de la distribución angular.

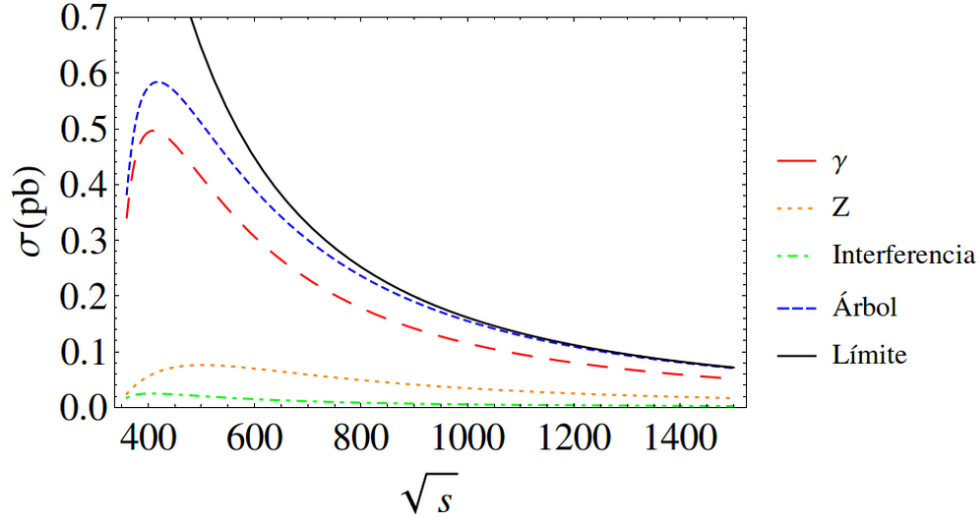


Figura 2.4: Sección eficaz de Born separando la contribución del canal con el γ , del canal con el Z y la interferencia entre ambos. Se representa también el límite de altas energías.

- **Contribución debida a la interferencia entre canales:** Esta contribución, proveniente de sumar y promediar los términos cruzados del elemento de matriz total al cuadrado ($2 \text{Re}(M_1^* M_2)$), contiene los términos de las ecuaciones (2.6), (2.7) y (2.8) no considerados en las contribuciones anteriores. De nuevo esta contribución produce una asimetría en la distribución angular.

Integrando la ecuación (2.5), obtenemos la sección eficaz total en la aproximación de Born:

$$\sigma^{Born}(s) = \frac{8}{3} \left(\sigma_t^0(s) + \frac{m_t^2}{s} \sigma_T^{0,m}(s) \right) \quad (2.10)$$

En el límite $\frac{m_t}{\sqrt{s}} \ll 1$, la dependencia en s resulta particularmente sencilla:

$$\lim_{\frac{m_t}{\sqrt{s}} \rightarrow 0} \sigma^{Born}(s) = \frac{4\pi\alpha^2}{s} \left[Q_e^2 Q_t^2 + 2Q_e Q_t v_e v_t \frac{1}{4s_W^2 c_W^2} + (v_e^2 + a_e^2)(v_t^2 + a_t^2) \frac{1}{16s_W^2 c_W^2} \right] \quad (2.11)$$

En la Figura 2.4 representamos la sección eficaz integrada con las contribuciones ya explicadas y el límite de altas energías. La diferencia entre el resultado exacto y dicho límite a 1000 GeV es de menos de un 5%.

Por último comparamos en la tabla 2.1 nuestros resultados con [5] utilizando los

$\cos \theta$	$\sqrt{s} = 500 \text{ GeV}$	$\sqrt{s} = 700 \text{ GeV}$	$\sqrt{s} = 1000 \text{ GeV}$
-0.9	0.1088 3919 4076	0.05033 2867 3359	0.02278 5423 2732
	0.1088 3919 4075	0.05033 2867 3357	0.02278 5423 2732
	0.1088 3919 4075	0.05033 2867 3357	0.02278 5423 2732
-0.5	0.1422 7506 9393	0.06658 1166 2003	0.02978 2131 1032
	0.1422 7506 9392	0.06658 1166 2000	0.02978 2131 1031
	0.1422 7506 9392	0.06658 1166 2001	0.02978 2131 1031
0.0	0.2254 7046 4033	0.1237 4052 8515	0.06118 0067 4225
	0.2254 7046 4032	0.1237 4052 8515	0.06118 0067 4224
	0.2254 7046 4033	0.1237 4052 8515	0.06118 0067 4224
0.5	0.3546 6647 0333	0.2218 4321 1646	0.1177 4694 9888
	0.3546 6647 0332	0.2218 4321 1646	0.1177 4694 9888
	0.3546 6647 0332	0.2218 4321 1646	0.1177 4694 9888
0.9	0.4911 4371 5767	0.3298 0454 9138	0.1811 2209 7086
	0.4911 4371 5766	0.3298 0454 9138	0.1811 2209 7086
	0.4911 4371 5767	0.3298 0454 9138	0.1811 2209 7086

Cuadro 2.1: Valores de la distribución angular de Born de nuestro proceso en pb. Los números superiores corresponden con nuestros resultados y los dos siguientes con los de la comparación entre dos softwares realizada en [5].

parámetros de entrada de dicho artículo, que hemos recogido en el apéndice A.

De los resultados de la tabla 1 inferimos que los valores obtenidos cuentan con una precisión numérica de al menos 11 cifras significativas.

Capítulo 3

Correcciones electrodébiles a $O(\alpha)$

En esta sección hacemos un estudio de las correcciones electrodébiles del proceso a $O(\alpha)$. Los diagramas de Feynman que contribuyen se muestran en el apéndice B. En primer lugar, introducimos algunas nociones generales básicas para el tratamiento de las correcciones electrodébiles a 1-*loop*, haciendo hincapié en el tratamiento de las divergencias. Luego, centrándonos ya en nuestro proceso, exponemos las contribuciones al mismo, señalando algunas contribuciones nulas o despreciables y separando en distintos tipos de diagramas y de correcciones. Por último, mostramos los resultados obtenidos con la interfaz de software ya mencionada.

3.1. Introducción teórica

3.1.1. Grado superficial de divergencia

Una de las dificultades de los cálculos a 1-*loop* radica en el tratamiento de las divergencias ultravioletas. Una manera de estudiar si un diagrama es divergente ultravioleta es utilizando el grado superficial de divergencia de una amplitud [6]:

$$D = D^+ - D^- \quad (3.1)$$

donde D^+ es la suma de las potencias de los momentos indeterminados en el numerador y D^- en el denominador. Ignorando diagramas a nivel árbol, donde no tenemos integraciones que puedan diverger, un diagrama será no divergente si $D < 0$ siempre que no esté compuesto de subdiagramas divergentes. En el caso de $D \geq 0$ no podemos asegurar que sean divergentes, ya que a menudo aparecen simetrías que anulan internamente estas divergencias. Al numerador contribuyen el número de *loops*, que implica $4L$ momentos a integrar, y la suma del número de campos derivados ∂_i que aparecen en el lagrangiano asociado a cada vértice i por el número de veces que aparece dicho vértice n_i , mientras que en el denominador contribuirán el número de

propagadores (o número de líneas internas) bosónicos B_i y fermiónicos F_i . De este modo:

$$D = 4L + \sum_i n_i \partial_i - (F_i + 2B_i) \quad (3.2)$$

Ahora bien, partiendo del nivel árbol, podemos obtener cualquier diagrama con L loops o cuádrimomentos indeterminados mediante la inserción de L líneas conectadas en ambos extremos con los diagramas. Cada una de estas líneas aumentará el número de líneas internas en N y el número de vértices en $N - 1$ respectivamente (donde $N = 1, 2, 3$ según si las líneas salen o entran en vértices o en líneas del diagrama). Esto permite escribir el número de loops en función del número de vértices V y del número de líneas internas $B_i + F_i$:

$$L = (B_i + F_i) - (V - 1) \quad (3.3)$$

Utilizando además:

$$V = \sum_i n_i \quad (3.4)$$

$$2B_i + B_e = \sum_i n_i b_i \quad (3.5)$$

$$2F_i + F_e = \sum_i n_i f_i \quad (3.6)$$

donde b_i y f_i son el número de campos bosónicos y fermiónicos que aparecen en el término del lagrangiano asociado al vértice i y el subíndice e se refiere a las líneas externas, obtenemos:

$$D = 4 - B_e - \frac{3}{2}F_e + \sum_i n_i \left(\frac{3}{2}f_i + b_i + \partial_i - 4 \right) \quad (3.7)$$

Pero dado que las constantes de acoplamiento no tienen dimensión y el lagrangiano tiene dimensión 4, el último término es 0. De este modo, el grado de divergencia superficial de un diagrama depende únicamente de las líneas que entran y salen del diagrama:

$$D = 4 - B_e - \frac{3}{2}F_e \quad (3.8)$$

La forma de esta expresión nos garantiza que el número de integrales divergentes posibles es finito, ya que si $B_e + \frac{3}{2}F_e > 4$ el diagrama sólo puede ser divergente por contener un subdiagrama con $B_e + \frac{3}{2}F_e \leq 4$. Además nos va a garantizar que correcciones como las de tipo cajas de nuestro proceso sean finitas ultravioletas. Sin embargo, diagramas tipo vértice o tipo autoenergía, que sí van a ser divergentes ultravioletas, requieren una renormalización de las diferentes magnitudes del lagrangiano.

3.1.2. Renormalización en la teoría electrodébil

Las divergencias ultravioletas obligan a renormalizar las magnitudes que aparecen en el lagrangiano. El método típicamente utilizado para la renormalización en la teoría electrodébil, explicado con mayor profundidad en [2], no es más que una extensión natural del más usado en QED. En primer lugar se toman una serie de parámetros del lagrangiano independientes, usualmente los siguientes por su sentido físico:

$$e, M_W, M_Z, M_H, m_{f,i}, V_{ij} \quad (3.9)$$

que son la carga del electrón, las masas de las partículas de la teoría y los elementos de la matriz de mezcla. Aunque la renormalización de estos parámetros es suficiente para obtener elementos de matriz S finitos, las funciones de Green, es decir, las funciones de los vértices y de los propagadores, siguen siendo divergentes. Esta divergencia va a ser anulada por la renormalización de los campos. La separación de los parámetros y los campos desnudos en parámetros y campos renormalizados y contratérminos es la siguiente:

$$\begin{aligned} e_0 &= (1 + \delta Z_e)e & M_{W,0}^2 &= M_W^2 + \delta M_W^2 \\ M_{Z,0}^2 &= M_Z^2 + \delta M_Z^2 & M_{H,0}^2 &= M_H^2 + \delta M_H^2 \\ m_{f,i,0} &= m_{f,i} + \delta m_{f,i} & V_{ij,0} &= V_{ij} + \delta V_{ij} \\ H_0 &= (1 + \frac{1}{2}\delta Z_H)H & f_{i,0}^{L(R)} &= (\delta_{ij} + \frac{1}{2}\delta Z_{ij}^{f,L(R)})f_j^{L(R)} \\ \begin{pmatrix} Z_0 \\ A_0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 + \frac{1}{2}\delta Z_{ZZ} & \frac{1}{2}\delta Z_{ZA} \\ \frac{1}{2}\delta Z_{AZ} & 1 + \frac{1}{2}\delta Z_{AA} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z \\ A \end{pmatrix} &= \hat{Z} \begin{pmatrix} Z \\ A \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.10)$$

La renormalización de las magnitudes no físicas no afectan al cálculo de amplitudes a 1-*loop* físicas [2]. Especialmente interesante resulta, ya que no tiene análogo en QED, la renormalización del campo del A y del Z , realizada mediante una matriz de constantes de renormalización. La utilización de este mecanismo de renormalización está directamente asociado con el hecho de que las correcciones radiativas producen correcciones no diagonales a la matriz de masas. Esto se debe a que aparecen términos de mezcla entre el campo A y el Z en las funciones de dos puntos y, por tanto, en los propagadores que no se anulan en los polos. Sin embargo, la renormalización de los campos mediante dicha matriz nos va a permitir imponer las condiciones necesarias para que los campos renormalizados vuelvan a ser autoestados de las masas físicas, correspondientes a los polos del propagador.

Las condiciones de renormalización utilizadas son las del esquema *on-shell*. Por un lado se renormaliza de modo que la función de un punto asociada al campo de

Higgs sea nula. Para ello se fija la renormalización de un parámetro no físico t que aparece en el lagrangiano en un término del tipo $tH(x)$, nulo a orden cero. Con esta elección, no tendremos que considerar *tadpoles* (o funciones de 1-punto) en los cálculos de secciones eficaces.

Las condiciones de renormalización de las masas y de los campos *on-shell* es análoga a la de QED. Se impone que los polos de los propagadores sean las masas físicas de las partículas correspondientes y que los residuos de los propagadores renormalizados sean iguales a uno. En el caso de la matriz de constantes de renormalización de los campos A y Z , se impone además que las funciones de 2-puntos renormalizadas sean diagonales si las líneas externas están sobre la capa de masas. Los cálculos de las constantes de renormalización requieren, por tanto, calcular las distintas autoenergías a 1-*loop*.

Omitiendo la renormalización de la matriz de mezcla V_{ij} , ya que en nuestro proceso vamos a poder despreciarla, sólo nos queda imponer una condición de renormalización para la carga eléctrica e . Imponemos que para partículas *on-shell* la función del vértice se reduce a la del nivel árbol en el límite de Thomson:

$$\bar{u}(p)\hat{\Gamma}_\mu^{ee\gamma}(p,p)u_p|_{p^2=m_e^2} = ie\bar{u}(p)\gamma_\mu u(p) \quad (3.11)$$

Las formas explícitas de las constantes de renormalización en este esquema pueden encontrarse en [2] y están implementadas en la interfaz de software utilizada.

3.1.3. Divergencias infrarrojas y aproximación de fotones blandos

Las correcciones virtuales fotónicas a 1-*loop* son divergentes infrarrojas. Para ilustrar este fenómeno, tomemos como ejemplo el factor de forma F_1 en la corrección del vértice de QED con un fotón virtual. Para regularizar las integrales divergentes infrarrojas (una vez sustraídas las divergencias ultravioletas mediante el proceso de renormalización), es suficiente con asignarle una masa λ al fotón. La dependencia en dicha masa y, por tanto, la divergencia infrarroja debe cancelarse para cualquier predicción física. El factor de forma queda [6]:

$$\begin{aligned}
F_1(q^2) = & 1 + \frac{\alpha}{2\pi} \int_0^1 dx dy dz \delta(x + y + z - 1) \\
& \times \left[\log \left(\frac{m^2(1-z)^2}{m^2(1-z)^2 - q^2 xy} \right) + \frac{m^2(1-4z+z^2) + q^2(1-x)(1-y)}{m^2(1-z)^2 - q^2 xy} \right. \\
& \left. - \frac{m^2(1-4z+z^2)}{m^2(1-z)^2 + \lambda^2 z} \right]
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Restringiendo nuestro estudio al término divergente, el factor de forma se reduce a:

$$F_1(q^2) = 1 - \frac{\alpha}{2\pi} f_{IR}(q^2) \log \left(\frac{-q^2}{\lambda^2} \right) \tag{3.13}$$

con:

$$f_{IR}(q^2) = \int_0^1 \left(\frac{m^2 - q^2/2}{m^2 - q^2 \xi(1-\xi)} \right) d\xi - 1 \tag{3.14}$$

Apliquémoslo a un observable sencillo: la sección eficaz diferencial asociada al scattering inelástico de QED de un electrón en el límite $-q^2 \rightarrow \infty$. La sección eficaz considerando esta corrección virtual se obtendrá haciendo el cambio $e \rightarrow eF_1(q^2)$ al nivel árbol, de modo que obtendremos, utilizando (3.13) y (3.14) en el límite $-q^2 \rightarrow \infty$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(p \rightarrow p') = \frac{d\sigma}{d\Omega_0} \left[1 - \frac{\alpha}{\pi} \log \left(\frac{-q^2}{m^2} \right) \log \left(\frac{-q^2}{\lambda^2} \right) \right] \tag{3.15}$$

La corrección a la sección eficaz es infinita. Sin embargo, el proceso que estamos describiendo no puede medirse experimentalmente (no es un observable). Esto se debe a que no puede distinguirse experimentalmente del proceso en el que se emite un fotón adicional de energía inferior a la resolución del detector, lo cual va a ser siempre posible debido a que la energía del fotón puede hacerse arbitrariamente pequeña. Estos fotones son denominados fotones blandos y su contribución a la sección eficaz debe añadirse para que ésta tenga sentido físico.

Calculemos la contribución de fotones blandos para un proceso en el que una partícula cargada externa emite un fotón siguiendo la línea de razonamiento de [2]. La divergencia infrarroja se origina cuando en el propagador de la partícula cargada resultante la energía del fotón tiende a cero. Sin dicho fotón, el elemento de matriz para procesos con un fermión externo entrante será:

$$M_0 = A(p)u(p) \tag{3.16}$$

Si dicho fermión emite un fotón de momento k y polarización ϵ , el nuevo elemento de matriz va a ser:

$$M_1 = A(p-k) \frac{i(\not{p} - \not{k} + m)}{(p-k)^2 - m^2} (-ieQ_F \not{\epsilon}) u(p) \quad (3.17)$$

Haciendo un poco de álgebra se llega a que:

$$M_1 = \frac{eQ_F}{-2p \cdot k} A(p-k) [2\epsilon \cdot p - i\epsilon^\mu \sigma_{\mu\nu} k^\nu] u(p) \quad (3.18)$$

En la aproximación de fotones blandos asumimos que el momento del fotón puede ser despreciado en cualquier lugar excepto en el propagador divergente infrarrojo. Esta aproximación será válida en tanto que la energía del fotón emitido k sea lo suficientemente pequeña como para que el elemento de matriz $A(p)$ no se vea afectado por la emisión del fotón. En esta aproximación, la ecuación (3.18) se reduce a:

$$M_{1,s} = -eQ_F \frac{\epsilon \cdot p}{p \cdot k} M_0 \quad (3.19)$$

Para un fermión externo que sale, la expresión será la misma con un signo menos extra. Para fotones blandos asociados a bosones vectoriales y escalares externos se llega a la misma expresión con un tratamiento análogo, de modo que el elemento de matriz asociado a la emisión de un fotón blando de una partícula externa i será:

$$M_{1,s,i} = -eM_0(\pm Q_i) \frac{\epsilon \cdot p_i}{p_i \cdot k} \quad (3.20)$$

donde el signo más o menos es para cargas que entran o salen del diagrama respectivamente. El elemento de matriz asociado a la contribución de fotones blandos total será la suma de los elementos de matriz $M_{1,s,i}$ asociados a las distintas partículas externas i . Si además obtenemos el módulo al cuadrado de este elemento, sumamos sobre las polarizaciones del fotón e integramos en los momentos hasta un corte ΔE suficientemente pequeño como para que la aproximación de fotones blandos sea válida, obtendremos [2]:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_s = - \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_0 \frac{e^2}{(2\pi)^3} \int_{|\mathbf{k}| < \Delta E} \frac{d^3k}{2\omega_k} \sum_{ij} \frac{\pm p_i \cdot p_j Q_i Q_j}{p_i \cdot k p_j \cdot k} \quad (3.21)$$

con $\omega_k = \sqrt{\mathbf{k}^2 + \lambda^2}$ y donde el signo $\pm$ vendrá dado por el signo relativo de los elementos de matriz i y j de la ecuación (3.20). Haciendo $p_1 = p$, $p_2 = p'$ y $Q_i = Q_j = Q_e$ en (3.21) e integrando puede comprobarse cómo en el límite $-q^2 \rightarrow \infty$ de nuestro ejemplo, la divergencia obtenida en la ecuación (3.15) es exactamente cancelada con la de la aproximación de fotones blandos [6]. El resultado ahora sí tendrá sentido físico: nos da la probabilidad de observar un proceso con la libertad de que

puedan emitirse fotones por debajo de un cierto umbral de energía. Dicho umbral debe ser lo suficientemente pequeño como para que la aproximación de fotones blandos sea válida.

De querer un umbral mayor o directamente ignorar si se emiten o no fotones, deberá tenerse en cuenta además la emisión de fotones duros, es decir, fotones lo suficientemente energéticos como para que la aproximación de fotones blandos no sea válida. El tratamiento de nuestro proceso con la inclusión de fotones duros requiere la integración de un espacio de fases asociado al estado final de cinco dimensiones para la obtención de la sección eficaz total del proceso. Aunque el hecho de que no consideremos polarizaciones iniciales hace que una de las integrales sea trivial, la integración sobre las otras cuatro requiere un tratamiento complejo que se sale fuera de los objetivos de este trabajo. Una descripción más detallada sobre cómo obtener esta sección eficaz integrada y qué cortes deben aplicarse puede encontrarse en [7] y [8].

3.1.4. Correcciones al nivel árbol en un proceso $2 \rightarrow 2$

Separando el elemento de matriz total según el número de *loops*, el elemento de matriz al cuadrado va a ser:

$$\begin{aligned}
 |M|^2 = & |M^{\text{árbol}} + M^{1\text{-loop}} + M^{2\text{-loop}} + \dots|^2 = \underbrace{|M^{\text{árbol}}|^2}_{O(\alpha^2)} + \underbrace{2 \operatorname{Re}(M^{1\text{-loop}} * M^{\text{árbol}})}_{O(\alpha^3)} \\
 & + \underbrace{|M^{1\text{-loop}}|^2}_{O(\alpha^4)} + \underbrace{2 \operatorname{Re}(M^{2\text{-loops}} * M^{\text{árbol}})}_{O(\alpha^4)} + O(\alpha^5)
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

En esta sección nos limitaremos al estudio de las correcciones de $O(\alpha)$ respecto de la aproximación de Born. Nótese cómo faltarían por añadir las correcciones debidas a fotones reales blandos, también de $O(\alpha)$ e inseparable físicamente del proceso $2 \rightarrow 2$.

3.1.5. Orden de magnitud de las correcciones a $O(\alpha)$ para el proceso estudiado

El elemento de matriz a 1-*loop*, $M^{1\text{-loop}}$, va a presentar un factor $g^2 = \frac{e^2}{s_w^2}$ extra respecto del nivel árbol debido a los dos nuevos vértices. Incluyendo una ingenua estimación de la integral a 1-*loop*, obtenemos:

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma} \sim g^2 \int \frac{d^3k}{(2\pi)^4} \underbrace{\int_{\pi} dk^0}_{4\pi} \underbrace{\int d\Omega}_{4\pi} \sim \frac{\alpha}{\pi s_w^2} \sim 1\% \tag{3.23}$$

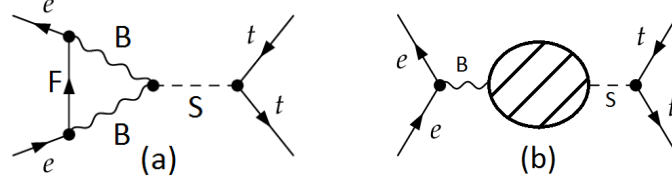


Figura 3.1: Diagramas a 1-loop que podrían dar contribución a la corrección electro débil con un bosón escalar en el canal s . B, F y S hacen referencia, respectivamente, a bosones gauge, fermiones (electrones y neutrinos en este caso) y bosones escalares.

No obstante, no es una estimación rigurosa, ya que podrían aparecer factores en la integral a 1-loop lo suficientemente grandes como para cambiar el orden de magnitud de la estimación.

3.2. Contribuciones virtuales a $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$

3.2.1. Diagramas posibles, pero cuya contribución es nula o despreciable

Como ya se ha mencionado, hay una serie de diagramas que no se muestran en el anexo B porque no dan contribución. Por un lado, como ya hemos visto, la contribución de los *tadpoles* en el esquema de renormalización utilizado es nula. Por otro lado, los acoplamientos entre bosones escalares y fermiones ligeros es despreciable: están suprimidos por un factor $\frac{m_f}{M_H}$. Además, despreciamos la matriz de mezcla entre quarks. Puede despreciarse porque el elemento de matriz con mayor contribución contendría un doble acoplamiento de quarks t con quarks c , suprimido respecto del acoplamiento del t con el b por un factor $|V_{tc}|^2 \sim 0.001$. Por último, como vamos a mostrar en esta sección, todas las contribuciones a 1-loop posibles con un bosón escalar en el canal s dan una contribución nula o despreciable.

Veamos esto último para los distintos diagramas posibles. Para cajas es trivial, ya que todos los estados intermedios contienen alguna de las partículas del proceso a nivel árbol. Despreciando el acoplamiento entre escalares y fermiones ligeros, el único diagrama tipo vértice posible es el que se muestra en la Figura 3.1.a.

Dado que el acoplo de dos bosones gauge de índices μ y ν con un escalar es siempre proporcional a $g_{\mu\nu}$ [2], el elemento de matriz asociado al diagrama será, despreciando la masa $m_F(F \rightarrow e, \nu_e)$ y omitiendo un factor multiplicativo, de la forma:

$$\begin{aligned}
M &\sim \int d^D k \frac{\bar{v}_1 \gamma^\mu (a + b\gamma_5) \not{k} \gamma^\nu (a + b\gamma_5) g_{\mu\nu} u_2 \bar{u}_4 v_3}{((k + p_1)^2 - m_B^2)((k - p_2)^2 - m_B^2)k^2} \\
&= \bar{v}_1 \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma_\mu (a^2 + b^2 + 2ab\gamma_5) u_2 \bar{u}_4 v_3 \\
&\quad \cdot \left(\int d^D k \frac{1}{((k + p_1)^2 - m_B^2)((k - p_2)^2 - m_B^2)k^2} k_\alpha \right)
\end{aligned} \tag{3.24}$$

Por covariancia Lorentz la integral en k debe ser combinación lineal de p_1 y p_2 , los cuadrimomentos que entran en el vértice. Utilizando además que $\gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma_\mu = -2\gamma_\alpha$, llegamos a que:

$$M \sim C_1 \bar{v}_1 \not{p}_1 (c + d\gamma_5) u_2 + C_2 \bar{v}_1 (c - d\gamma_5) \not{p}_2 u_2 \bar{u}_4 v_3 \tag{3.25}$$

que en el límite $m_e \rightarrow 0$ da contribución nula, ya que $\bar{v}_1 \not{p}_1 = \not{p}_2 u_2 = 0$.

En el caso de las autoenergías, los diagramas que podrían dar contribución tienen todas la forma mostrada en la Figura 3.1.b. El elemento de matriz será de la forma:

$$M \sim v_1 (a + b\gamma_5) \gamma_\mu u_2 f^\mu \bar{u}_4 v_3 \tag{3.26}$$

Como el único cuadrimomento que entra y sale de la región rayada es $p_1 + p_2$, por covariancia Lorentz, $f_\mu = A(p_{1\mu} + p_{2\mu})$. Aplicando el mismo razonamiento que en el caso del diagrama tipo vértice, en el límite $m_e \rightarrow 0$ el elemento de matriz será nulo. Además, en este caso, si B es un fotón, lo anterior será cierto también para $m_e \neq 0$.

3.2.2. Autoenergías

Los diagramas de tipo autoenergías pueden dividirse en tres clases. Tenemos las correcciones al propagador fotónico, las correcciones a la autoenergía del bosón Z que se propaga y, por último, tenemos una serie de diagramas en los que se mezclan el propagador fotónico y el bosón Z .

Si calculamos el grado de divergencia superficial de este tipo de diagramas (ver Figura 3.2), obtenemos de la ecuación (3.8) que $D = 4 - \frac{3}{2}4 = -2$. Sin embargo, estos diagramas presentan como subdiagrama una estructura a 1-loop en la que entran dos bosones, cuyo grado de divergencia superficial es $D = 2$. Efectivamente este tipo de diagramas va a ser divergente ultravioleta. Estas divergencias se cancelarán con los cuatro últimos contratérminos mostrados en el Apéndice B mediante la renormalización de la masa del Z y de la matriz de constantes de renormalización de los campos A y Z explicada en la sección 3.1.2. La presencia de elementos no diagonales en esta matriz va a resultar fundamental para la cancelación de las divergencias de

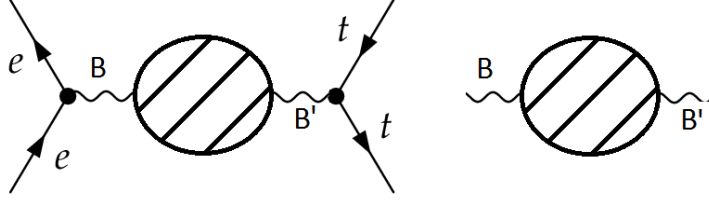


Figura 3.2: Diagramas de Feynman de tipo autoenergía. Aunque el grado superficial de divergencia del diagrama total (a la izquierda) es -2, presenta un subdiagrama divergente ultravioleta (a la derecha).

los propagadores $\gamma - Z$.

Por otro lado, no vamos a tener divergencias infrarrojas porque no tenemos fotones virtuales entre partículas del nivel árbol con este tipo de diagramas.

3.2.3. Cajas

Ocho de los nueve diagramas tipo caja contienen las distintas combinaciones posibles con una corriente electrónica inicial, una corriente del top final y los dos propagadores bosónicos vectoriales neutros. Los acoplamientos del noveno diagrama son los de las corrientes cargadas con el bosón W .

En este caso no tenemos divergencias ultravioletas. Para verlo, basta con darse cuenta de que el grado de divergencia superficial es $D = 4 - \frac{3}{2}4 = -2$ y que no hay subdiagramas internos. No tendremos por tanto contratérminos asociados. Sin embargo, tendremos divergencias infrarrojas en los diagramas con propagadores fotónicos [9], ya que su corrección al nivel árbol consiste en la emisión de un fotón virtual desde la corriente fermiónica inicial a la final. La forma de esta divergencia puede encontrarse en [7]. Esta divergencia será cancelada por los términos cruzados de la sección eficaz con la emisión de un fotón, es decir, por la interferencia entre la emisión de fotones del estado inicial y del final.

3.2.4. Vértices

Las correcciones de tipo vértice incluyen las correcciones al vértice inicial y las correcciones al estado final tanto con el propagador fotónico como con el propagador del Z .

De nuevo, aunque el grado de divergencia superficial de estos diagramas es -2 , contamos con subdiagramas a 1-loop divergentes: la corrección a 1-loop del vértice

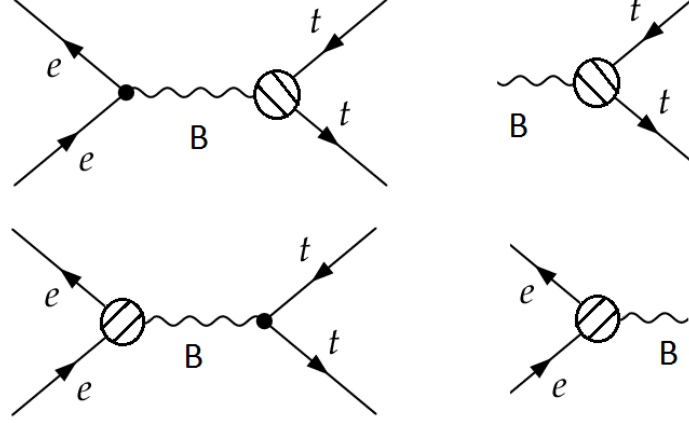


Figura 3.3: Diagramas de Feynman de tipo vértice. Aunque el grado superficial de divergencia del diagrama total (a la izquierda) es -2, presenta un subdiagrama divergente ultravioleta (a la derecha).

(ver Figura 3.3). El grado de divergencia superficial asociado a este subdiagrama es $D = 4 - \frac{3}{2}2 - 1 = 0$. Efectivamente contienen divergencias ultravioletas que serán compensadas con los primeros cuatro contratérminos del Apéndice B. Para el cálculo de las constantes de renormalización asociadas a los mismos son requeridas las autoenergías de los fermiones, de los bosones γ , Z y W y del propagador $\gamma - Z$ [2].

Además, este tipo de corrección es divergente infrarroja debido a los diagramas en los que se emite un fotón virtual entre las partículas iniciales o finales. La forma explícita de la divergencia para este caso es sencilla [7]:

$$\frac{d\sigma^{f,IR}}{d\cos(\theta)} = \frac{d\sigma^{Born}}{d\cos(\theta)} \frac{\alpha}{\pi} Q_f^2 \delta_f^{IR} \quad (3.27)$$

con:

$$\delta_f^{IR} = 2 \log \frac{m_f}{\lambda} \left(1 + \frac{s - 2m_f^2}{s\beta_f} \log \frac{1 - \beta_f}{1 + \beta_f} \right) \quad (3.28)$$

y donde $f = e, t$. Esta divergencia se cancela con la contribución de fotones blandos debida a emisión de fotones en el estado inicial y final.

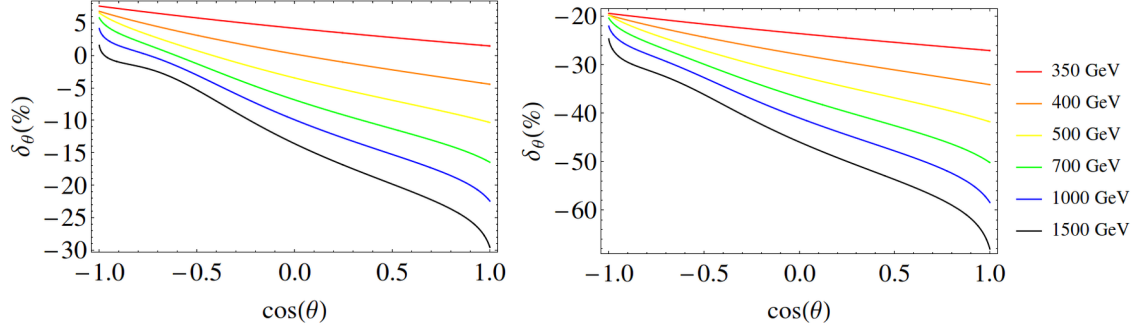


Figura 3.4: Barrido energético de las correcciones electrodébiles para cortes de fotones blandos de $k_0 = 0.1\sqrt{s}$ y $k_0 = 0.01\sqrt{s}$ respectivamente.

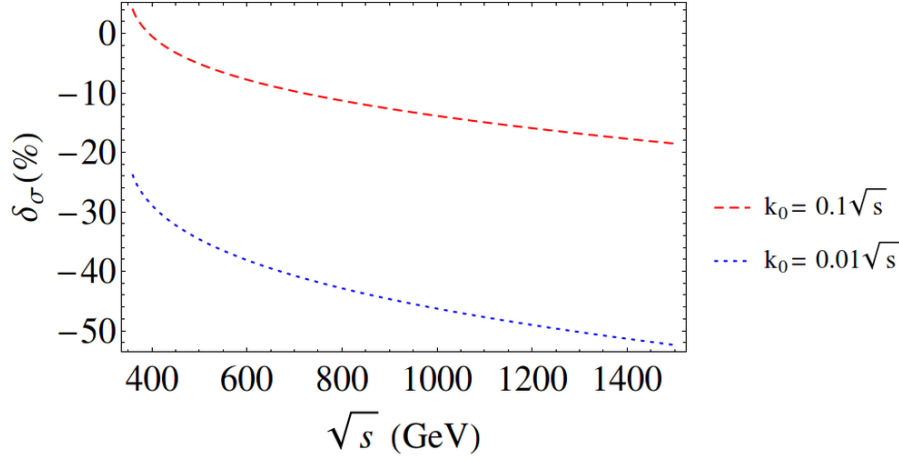


Figura 3.5: Correcciones electrodébiles a la sección eficaz total para cortes de fotones blandos de $k_0 = 0.1\sqrt{s}$ y $k_0 = 0.01\sqrt{s}$.

3.3. Resultados

3.3.1. Correcciones electrodébiles totales

Tras comprobar que el grado de acuerdo numérico con los resultados de [5] es similar al caso del nivel árbol, en la Figura 3.4 hacemos un barrido energético de la corrección en porcentaje ($\delta_i = \frac{\text{valor corregido} - \text{valor a nivel árbol}}{\text{valor a nivel árbol}} \times 100$) de la distribución angular para cortes de fotones blandos de $k_0 = 0.1\sqrt{s}$ y $k_0 = 0.01\sqrt{s}$. En la Figura 3.5 mostramos la corrección porcentual a la sección eficaz integrada para dichos cortes de fotones blandos. Se observa cómo dicha corrección es mayor para *forward* que para *backward scattering* y más negativa conforme aumentamos las energías.

Por otro lado obtenemos que mientras menores sean los cortes de fotones blandos, más negativas van a ser estas correcciones. Esto último era de esperar: mientras menor sea el corte, la probabilidad de observar el proceso será menor. Aunque la aproximación de fotones blandos será mejor cuanto menor sea el corte tomado, las correcciones esperadas a órdenes más altos van a ser mayores, con lo que nuestro cálculo cortando en las correcciones a $O(\alpha)$ tendrá incertidumbres más elevadas. Para un corte de fotones blandos de $k_0 = 0.001\sqrt{s}$ se observan correcciones negativas de más de un 100 % para ángulos cercanos a cero en la distribución angular: las correcciones a órdenes superiores deben de volver a hacer positiva esa distribución.

El orden de magnitud de las correcciones es más elevado de lo esperado. Ya para 500 GeV es de más de un 5 % incluso para el corte de fotones blandos de $k_0 = 0.1\sqrt{s}$. En las siguientes secciones separamos las correcciones de diferentes formas para ver si las distintas contribuciones son también de dicho orden de magnitud.

3.3.2. Correcciones electrodébiles según tipo de diagrama

En esta sección dividimos las correcciones atendiendo a los tres tipos de tipos de diagramas con sus correspondientes contraterminos y componentes asociadas de fotones blandos. Para esto último tenemos que dividir la emisión de fotones blandos asociada a los estados iniciales o finales, la cual debe sumarse a la corrección de fotones del vértice, y la emisión debida a los términos cruzados de emisión inicial-final, la cual se sumará a los diagrama tipo caja, dando contribuciones finitas infrarrojas como se explica en la secciones 3.2.3 y 3.2.4. En las Figuras 3.6 y 3.7 representamos, respectivamente, las distintas correcciones a la distribución angular y a la sección eficaz relativas al resultado a nivel árbol para los dos cortes de fotones blandos estudiados.

Se observa que la corrección de autoenergía, independiente del corte de fotones blandos tomado, varía entre un 10 % y un 20 % con una suave dependencia en la energía. La corrección de tipo caja es decreciente en $\cos\theta$ y depende fuertemente de la energía (las correcciones varían en el rango estudiado desde un 5 % hasta un 25 %). Más llamativo resulta el hecho de que dicha corrección varía de forma suave con el corte de fotones blandos. En la siguiente división de correcciones profundizaremos sobre este aspecto. Por último, observamos la fuerte dependencia de los diagramas tipo vértice con el corte de fotón blando: hay un *shift* de un 40 % entre ambas correcciones. Nótese cómo, sin embargo, las formas de las curvas son parecidas.

De momento podemos concluir que el hecho de que las correcciones sean mucho mayores que la estimación inicial se debe más a que la estimación subestimaba

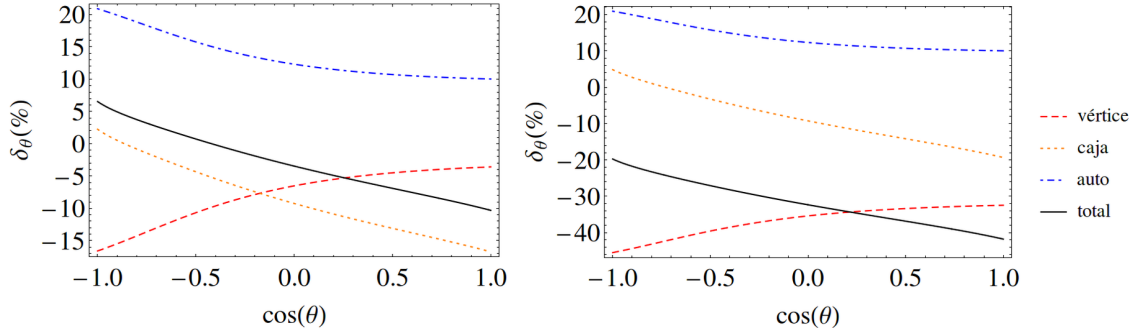


Figura 3.6: Correcciones electrodébiles a la distribución angular a $\sqrt{s} = 500$ GeV para cortes de fotones blandos de $k_0 = 0.1\sqrt{s}$ y $k_0 = 0.01\sqrt{s}$ respectivamente ordenadas según el tipo de diagrama. La corrección aumenta (en valor absoluto) al aumentar la energía.

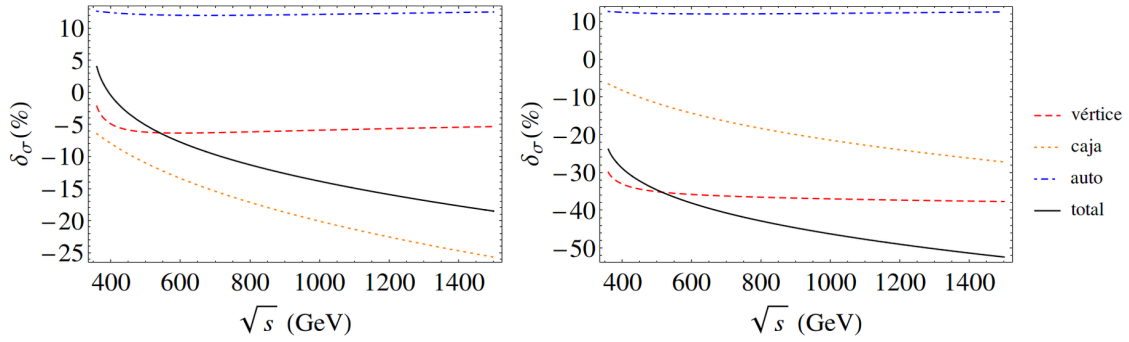


Figura 3.7: Correcciones electrodébiles a la sección eficaz total para cortes de fotones blandos de $k_0 = 0.1\sqrt{s}$ y $k_0 = 0.01\sqrt{s}$ respectivamente ordenadas según el tipo de diagrama.

el valor numérico de las integrales a 1-loop que a que en un determinado tipo de diagrama las correcciones sean mucho mayores de lo normal.

3.3.3. Correcciones electrodébiles según tipo de corrección

La división de diagramas realizada en la sección anterior resulta artificial. En otros gauge, contribuciones que asignamos en este estudio a una determinado tipo de diagrama podrían dar contribución a otro. Una división más natural es la siguiente [5], [9], y [10]:

-Correcciones de QED: Incluye los diagramas cuyas correcciones al nivel árbol son fotones, virtuales o reales. Además de ser una corrección finita ultravioleta e

infrarroja, es independiente de la parte no electromagnética de la teoría e invariante gauge. Evidentemente dependen del montaje experimental vía la energía mínima de fotones que puede medirse.

-Correcciones débiles: Contienen el resto de diagramas, es decir, las autoenergías del γ , del Z y de la mezcla $\gamma - Z$, las correcciones al vértice no fotónicas y los diagramas de tipo caja sin fotones. Este tipo de diagramas será independiente del corte de fotón tomado y, por tanto, del montaje experimental.

En las Figuras 3.8 y 3.9 representamos, respectivamente, correcciones con esta división a la distribución angular y a la sección eficaz total para los dos cortes de fotones blandos estudiados. Nótese la fuerte dependencia con el corte de fotón blando escogido para la corrección de QED, así como su forma casi plana tanto en ángulo como en energía y casi independiente de dicho corte.

En las Figuras 3.10 y 3.11 hacemos un estudio de las contribuciones a la corrección de QED según el tipo de diagrama. Observamos cómo la corrección de tipo vértice es dominante y cómo tiene la misma dependencia angular que el nivel árbol. La contribución a la dependencia angular de la corrección relativa al nivel árbol de QED va a venir dada por la corrección de tipo caja, mucho menor que la corrección de tipo vértice, lo cual explica la baja dependencia angular en la contribución de QED a la corrección relativa observada en la Figura 3.9.

Por último, en la Figura 3.12, representamos las contribuciones a las correcciones débiles según tipo de diagrama. De nuevo las correcciones son del orden de un 10 % y dependen fuertemente del ángulo.

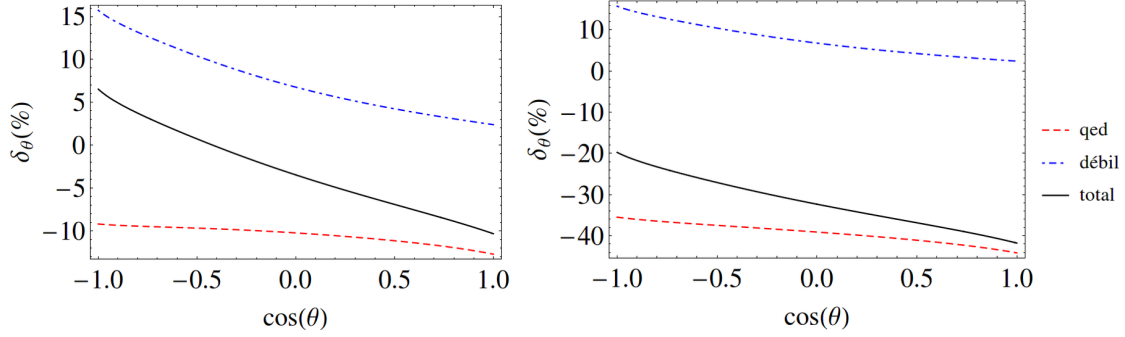


Figura 3.8: Correcciones electrodébiles a las distribución angular a $\sqrt{s} = 500$ GeV para cortes de fotones blandos de $k_0 = 0.1\sqrt{s}$ y $k_0 = 0.01\sqrt{s}$ respectivamente ordenadas según el tipo de corrección.

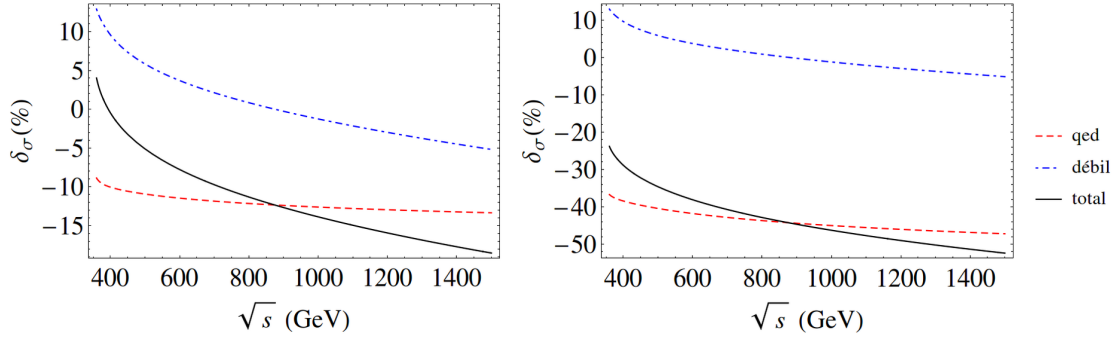


Figura 3.9: Correcciones electrodébiles a la sección eficaz total para cortes de fotones blandos de $k_0 = 0.1\sqrt{s}$ y $k_0 = 0.01\sqrt{s}$ respectivamente ordenadas según el tipo de corrección.

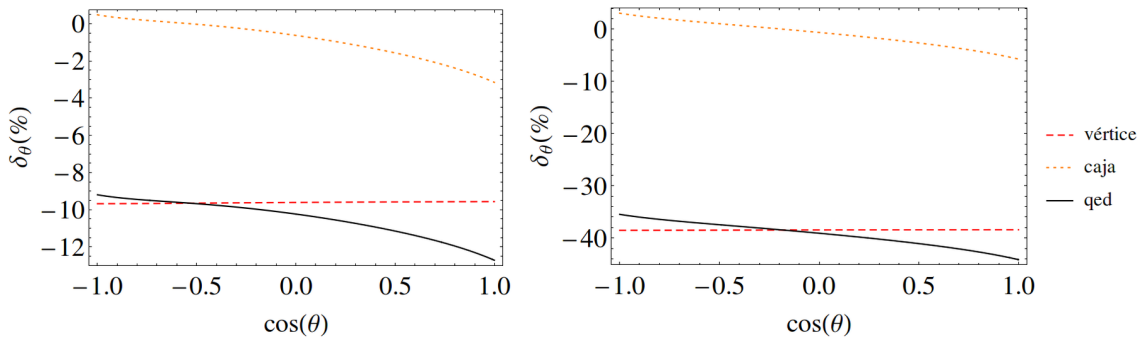


Figura 3.10: Correcciones de QED a las distribución angular a $\sqrt{s} = 500$ GeV para cortes de fotones blandos de $k_0 = 0.1\sqrt{s}$ y $k_0 = 0.01\sqrt{s}$ respectivamente ordenadas según el tipo de diagrama.

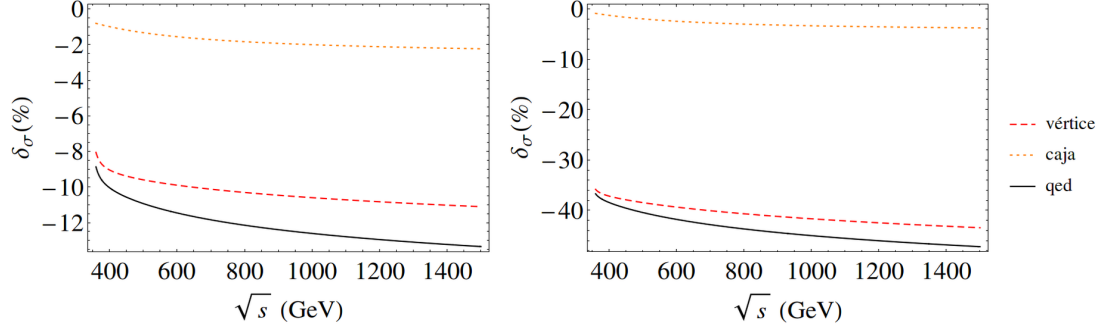


Figura 3.11: Correcciones de QED a la sección eficaz total para cortes de fotones blandos de $k_0 = 0.1\sqrt{s}$ y $k_0 = 0.01\sqrt{s}$ respectivamente ordenadas según el tipo de diagrama.

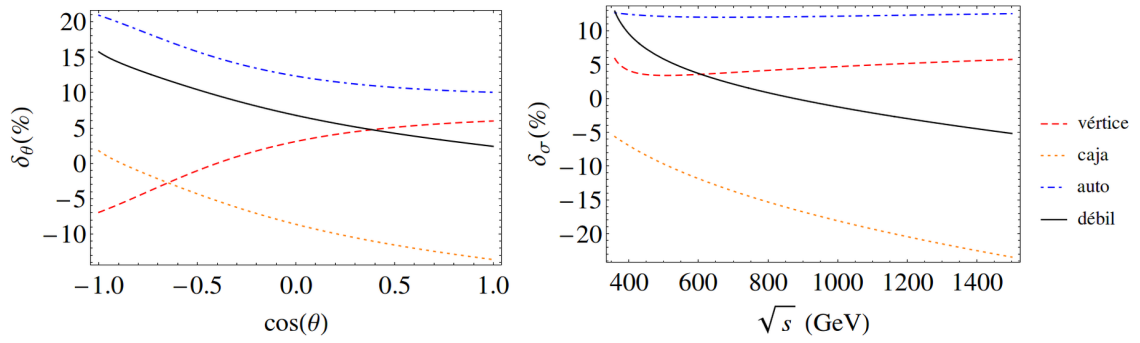


Figura 3.12: Correcciones débiles a las distribución angular a $\sqrt{s} = 500$ GeV y a la sección eficaz total respectivamente ordenadas según el tipo de diagrama.

Capítulo 4

Asimetría Forward-Backward

Un observable especialmente interesante, por ejemplo por su fácil aplicación experimental a la hora de buscar posibles acoplamientos del bosón Z más allá del modelo estándar, es la medida de la asimetría *Forward-Backward*, definida como sigue:

$$A_{FB} = \frac{\sigma_F - \sigma_B}{\sigma_F + \sigma_B} \quad (4.1)$$

con:

$$\sigma_{F(B)} = \int_{0(-1)}^{1(0)} d\cos\theta \frac{d\sigma}{d\cos\theta} \quad (4.2)$$

que mide la diferencia entre la probabilidad de que el quark top salga hacia adelante y de que salga hacia atrás.

En esta sección haremos un estudio de este observable primero a tree-level y con correcciones electrodébiles de $O(\alpha)$, dividiéndolas como en secciones anteriores.

4.1. Nivel árbol

Sustituyendo (2.5) en (4.2) en insertándolo en (4.1) obtenemos que el valor de la asimetría A_{FB} a nivel árbol es:

$$A_{FB} = \frac{3}{4} \frac{\sigma_{FB}^0}{\sigma_T^0 + \frac{m_t^2}{s} \sigma_T^{0,m}} \quad (4.3)$$

Esta asimetría es distinta de cero por el acoplamiento axial del Z . El signo de la asimetría (el quark sale con mayor probabilidad en el sentido del electrón que en el contrario) queda definido positivo debido a los valores de los acoplamientos de las

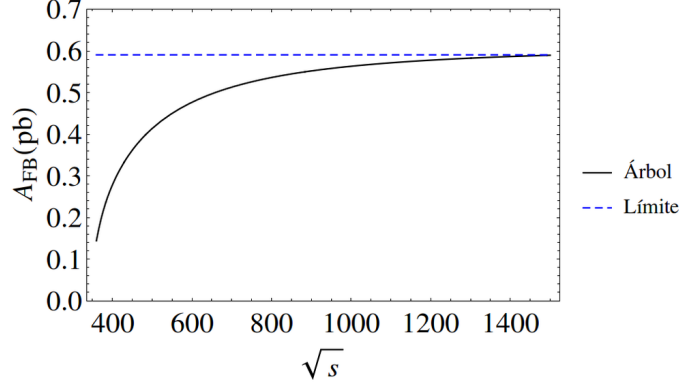


Figura 4.1: Valor de la asimetría A_{FB} como función de la energía del centro de masa junto con el límite a altas energías en la aproximación de Born.

corrientes electromagnéticas y débiles. Cabe destacar que, en el límite de altas energías ($s \gg m_t^2$), esta asimetría a nivel árbol tiende a un valor finito. Efectivamente, como puede verificarse fácilmente haciendo dichos límites en las ecuaciones (2.6), (2.7) y (4.1):

$$\lim_{\frac{m_t}{\sqrt{s}} \rightarrow 0} A_{FB}^{Born}(s) = \frac{N_c^t \beta_t^2}{4} \frac{8s_W^2 c_W^2 Q_e Q_t a_e a_t + 4v_e a_e v_t a_t}{16s_W^4 c_W^4 Q_e^2 Q_t^2 + 8s_W^2 c_W^2 Q_e Q_t v_e v_t + (v_e^2 + a_e^2)(v_t^2 + a_t^2)} \quad (4.4)$$

En la Figura 4.1 representamos esta asimetría a tree level junto con dicho límite.

4.2. Correcciones electrodébiles

En la Figura 4.2 mostramos los resultados obtenidos para las correcciones electrodébiles relativas al nivel árbol con los dos cortes de fotones blandos ya mencionados. Dividimos en estas figuras las correcciones en QED y en débiles. Observamos que las correcciones débiles están entre un 5% y un 8% mientras que las de QED dependen fuertemente del corte de fotones blandos tomado. De cualquier modo, van a ser correcciones negativas. Por otro lado, nótese que las correcciones a la asimetría A_{FB} no son aditivas. Sea $\sigma^{total} = \delta\sigma^1 + \delta\sigma^2 + \sigma^{tree}$. Entonces:

$$\begin{aligned} \Delta A_{FB} &= \left(\frac{\delta\sigma_F^1 - \delta\sigma_B^1}{\sigma^{total}} + \frac{\delta\sigma_F^2 - \delta\sigma_B^2}{\sigma^{total}} \right) + \left(\frac{\sigma_F^{tree} - \sigma_B^{tree}}{\sigma^{total}} - \frac{\sigma_F^{tree} - \sigma_B^{tree}}{\sigma^{tree}} \right) \\ &\neq \left(\frac{\delta\sigma_F^1 - \delta\sigma_B^1}{\sigma^{total} - \delta\sigma^2} + \frac{\delta\sigma_F^2 - \delta\sigma_B^2}{\sigma^{total} - \delta\sigma^1} \right) + \left(\frac{\sigma_F^{tree} - \sigma_B^{tree}}{\sigma^{total} - \delta\sigma^2} + \frac{\sigma_F^{tree} - \sigma_B^{tree}}{\sigma^{total} - \delta\sigma^1} - 2 \frac{\sigma_F^{tree} - \sigma_B^{tree}}{\sigma^{tree}} \right) \\ &= \Delta A_{FB}^1 + \Delta A_{FB}^2 \end{aligned} \quad (4.5)$$

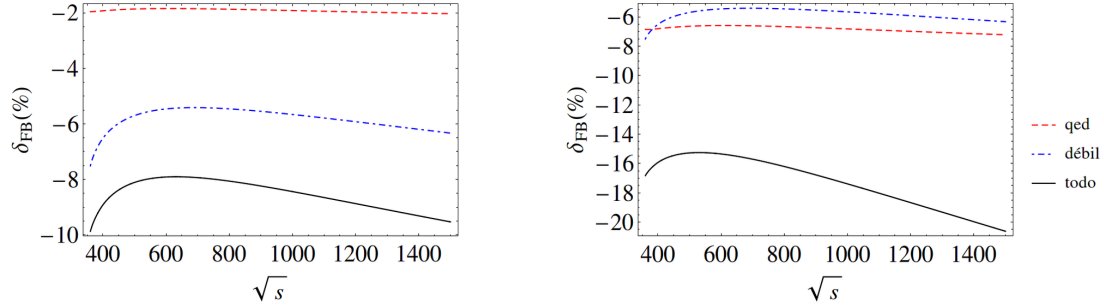


Figura 4.2: Correcciones electrodébiles a la asimetría A_{FB} para cortes de fotones blandos de $k_0 = 0.1\sqrt{s}$ y $k_0 = 0.01\sqrt{s}$ respectivamente ordenadas según el tipo de corrección.

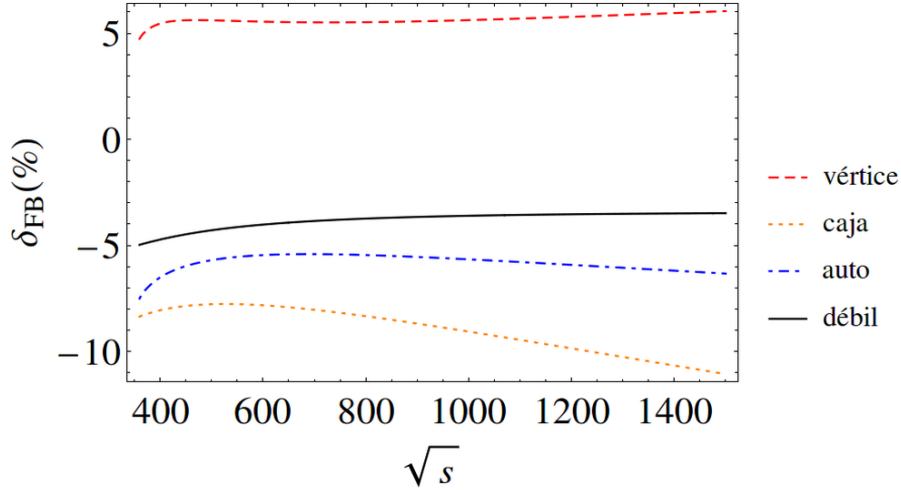


Figura 4.3: Correcciones débiles a la asimetría A_{FB} como función de la energía del centro de masa.

En la Figura 4.3, separamos las correcciones débiles según el tipo de diagrama. Observamos cómo, mientras las correcciones de tipo autoenergía son positivas y de aproximadamente un 5 %, las correcciones negativas a los vértices y a las cajas, de un 5 % y un 10 % respectivamente, hacen que la corrección débil sea negativa.

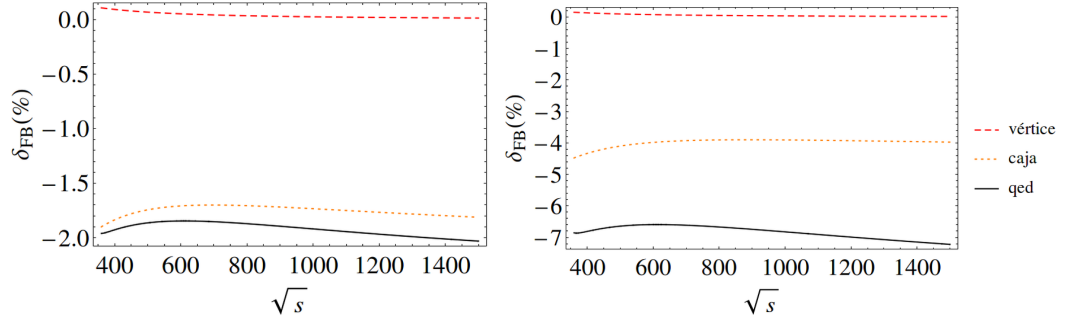


Figura 4.4: Correcciones de QED a la asimetría A_{FB} para cortes de fotones blandos de $k_0 = 0.1\sqrt{s}$ y $k_0 = 0.01\sqrt{s}$ respectivamente.

Por último, en las Figura 4.4 representamos las correcciones de QED para dos cortes de fotones blandos. La corrección de tipo vértice es prácticamente nula como podía esperarse observando que la corrección relativa asociada a la distribución angular que mostramos en la Figura 3.10 es casi plana.

Capítulo 5

Estimación de las correcciones a $O(\alpha^2)$

Las correcciones mayores a lo esperado a $O(\alpha)$ motivan una estimación de las correcciones a $O(\alpha^2)$ que nos permita evaluar la convergencia de la serie perturbativa. En este breve capítulo hemos calculado las correcciones puramente débiles asociadas al elemento de matriz de 1-*loop* al cuadrado $|M^{1-loop}|^2$. Tal y como observamos en la ecuación (3.22), un estudio completo de las correcciones puramente débiles exigiría el cálculo de diagramas a 2-*loops*, lo cual está muy por encima de las posibilidades de este trabajo (la interfaz de software utilizada no está preparada para cálculos a 2-*loops*). Además no presentamos correcciones de QED de tipo $|M^{1-loop}|^2$ porque exigen el estudio de diagramas con la emisión de dos fotones blandos.

No obstante, parece razonable pensar que las correcciones de QED asociadas a $|M^{1-loop}|^2$ van a ser del mismo orden de magnitud que las puramente débiles si no tomamos cortes de fotones demasiado pequeños, tal y como hemos visto que ocurre para las correcciones de $O(\alpha)$. Si además asumimos que las correcciones debidas a la interferencia de M^{2-loop} con $M^{árbol}$ son del mismo orden de magnitud que la de $|M^{1-loop}|^2$, como también es razonable observando la ecuación (3.22), este cálculo nos va a dar, además de algunas de las contribuciones al cálculo a $O(\alpha^4)$ del proceso, una buena estimación del orden de magnitud de las correcciones totales a dicho orden.

En las Figuras 5.1, 5.2 y 5.3 mostramos los resultados obtenidos para las correcciones relativas al nivel árbol de la distribución angular, de la sección eficaz total y de la Asimetría Forward-Backward respectivamente. Se observa cómo estas correcciones para energías menores a 1 TeV son siempre menores a un 1 % e incluso menores a un 0.5 % para el caso de la asimetría A_{FB} . Si, por las razones que hemos mencionado,

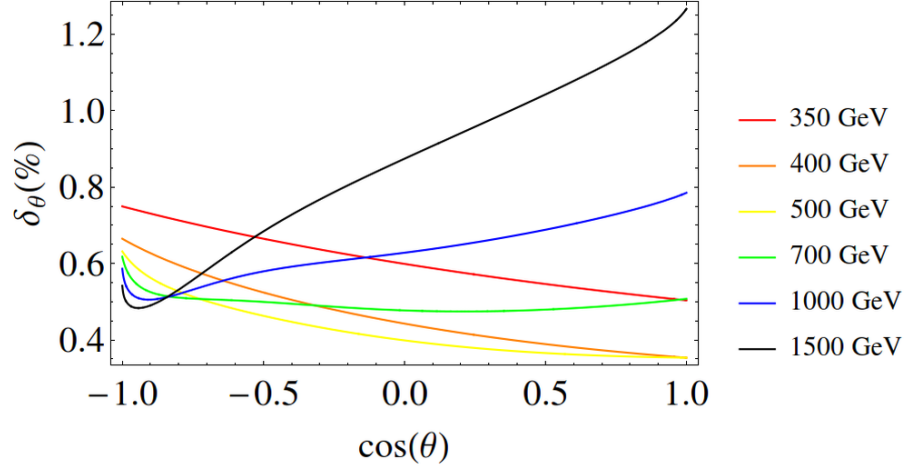


Figura 5.1: Correcciones débiles asociadas a $|M^{1-loop}|^2$ a la distribución angular para distintas energías del centro de masa.

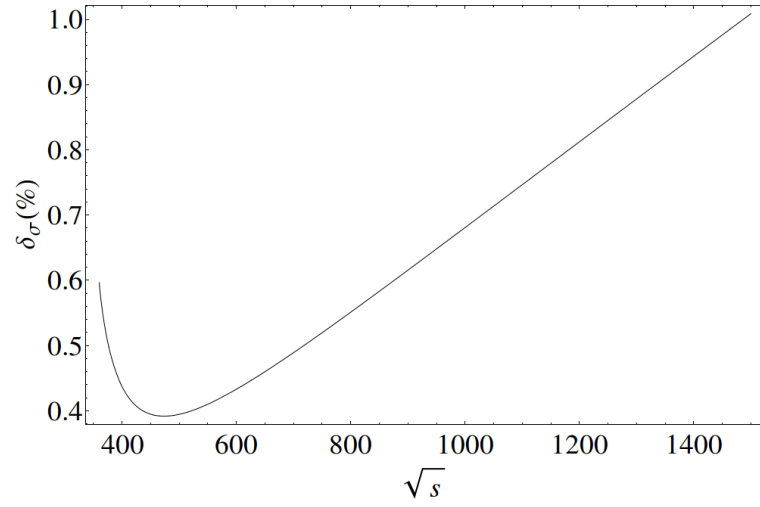


Figura 5.2: Correcciones débiles asociadas a $|M^{1-loop}|^2$ a la sección eficaz total como función de la energía del centro de masa.

el resto de correcciones de orden $O(\alpha^2)$ son del mismo orden de magnitud, la serie perturbativa parece converger y el orden de magnitud de las incertidumbres debidas a cortar el desarrollo a $O(\alpha)$ es, por tanto, del 1 %.

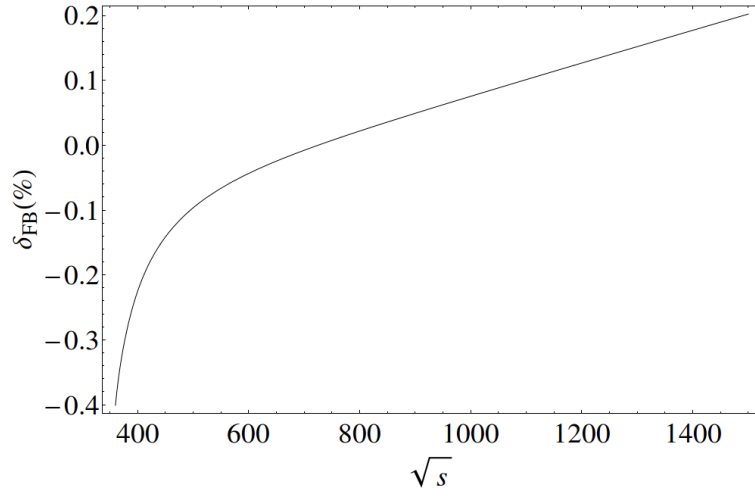


Figura 5.3: Correcciones débiles asociadas a $|M^{1-loop}|^2$ a la asimetría A_{FB} como función de la energía del centro de masa.

Capítulo 6

Conclusiones

En este trabajo se ha realizado un estudio del proceso $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$ con correcciones electrodébiles utilizando la interfaz combinada de *FeynArts*, *FormCalc* y *LoopTools*.

En primer lugar se ha estudiado el proceso en la aproximación de Born y se ha comprobado que la no paridad de la distribución angular se debe al acoplamiento axial del bosón Z con los fermiones.

Posteriormente, tras exponer algunos de los aspectos más importantes para el tratamiento de las correcciones electrodébiles a $O(\alpha)$, se han expuesto las correcciones obtenidas para nuestro proceso para dos cortes de fotones blandos diferentes. Se observa cómo estas correcciones son, si los cortes de fotones blandos tomados no son demasiado pequeños, del orden de un 10 %, por encima del 1 % estimado.

A continuación se han dividido las correcciones según tipo de diagrama y de corrección cuidando de que cada tipo sea finito ultravioleta e infrarrojo. Cada subdivisión presenta, para cortes de fotones blandos no demasiado pequeños, correcciones del orden de un 10 %: la mala estimación no se debe a un determinado tipo de corrección. La estimación realizada subestima el valor de las integrales de 1-*loop*.

El cálculo de las distribuciones angulares con las correspondientes correcciones nos ha permitido aplicarlo al cálculo de un observable: la asimetría *Forward-Backward*. En un capítulo dedicado a la misma se dan los resultados obtenidos tanto en la aproximación de Born como con correcciones electrodébiles a $O(\alpha)$.

Por último se ha calculado la corrección puramente débil a $O(\alpha^2)$ asociada a $|M^{1-loop}|^2$. Además de un cálculo parcial de las correcciones de $O(\alpha^2)$, este cálculo nos permite estimar que las correcciones totales de $O(\alpha^2)$ serán de un 1 %, reduciéndose, por tanto, respecto de las de $O(\alpha)$.

Apéndice A

Parámetros de entrada para nuestros resultados

Los valores para los parámetros del modelo estándar utilizados corresponden, salvo para las masas de los quarks, con los de J. Beringer et al. (Particle Data Group), Phys. Rev. D86, 010001 (2012) y 2013 parcialmente actualizado para la edición de 2014:

$$\begin{aligned} M_Z &= 91,1876 \text{ GeV} & M_W &= 80,385 \text{ GeV} \\ \alpha &= \frac{1}{137,035999074} & m_e &= 0,000510998928 \text{ GeV} \\ m_\mu &= 0,1056583715 \text{ GeV} & m_\tau &= 1,77682 \text{ GeV} \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Para las masas de los quarks utilizamos los valores de [5], que son valores de masas de quarks efectivas que reproducen la contribución de la polarización de vacío hadrónica, que no puede calcularse de forma perturbativa:

$$\begin{aligned} m_t &= 173,8 \text{ GeV} & m_b &= 4,7 \text{ GeV} \\ m_u &= 0,062 \text{ GeV} & m_d &= 0,083 \text{ GeV} \\ m_c &= 1,5 \text{ GeV} & m_s &= 0,215 \text{ GeV} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Por último, para las comparaciones con [5], las masas de los quarks utilizadas son las mismas, mientras que el resto de valores para los parámetros del modelo estándar son los siguientes:

$$\begin{aligned} M_Z &= 91,1867 \text{ GeV} & M_W &= 80,4514958 \text{ GeV} \\ \alpha &= \frac{1}{137,03599976} & m_e &= 0,00051099907 \text{ GeV} \\ m_\mu &= 0,105658389 \text{ GeV} & m_\tau &= 1,77705 \text{ GeV} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

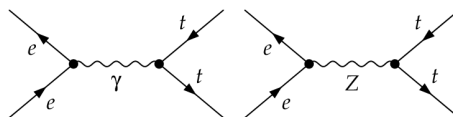
Apéndice B

Diagramas que contribuyen al proceso $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$ con correcciones electrodébiles a $O(\alpha)$ según tipo de diagrama

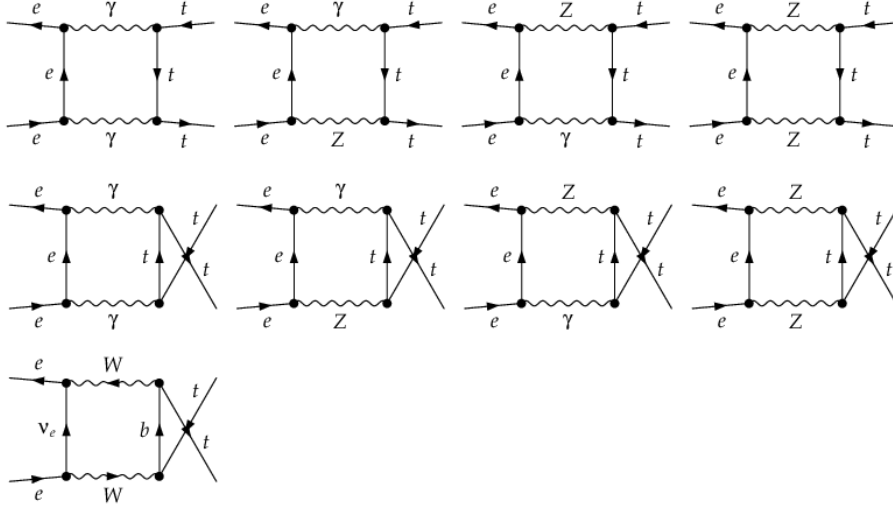
Partículas que aparecen en los diagramas en el gauge de t'Hooft-Feynman:

- Bosones gauge: γ, Z, W .
- Leptones: e_i, ν_i . El subíndice i se refiere a la familia.
- Quarks: t, b, u_i, d_i .
- Higgs físicos (goldstones): $H(\phi, \chi)$.
- Ghosts del $W^\pm$: $u^\pm$.

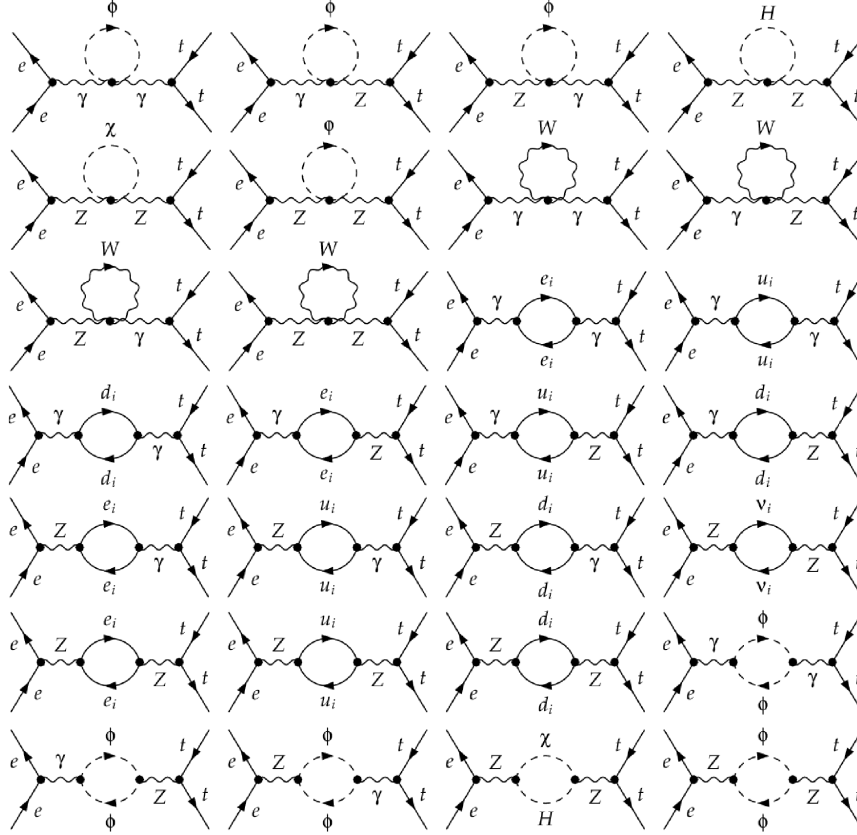
Born:

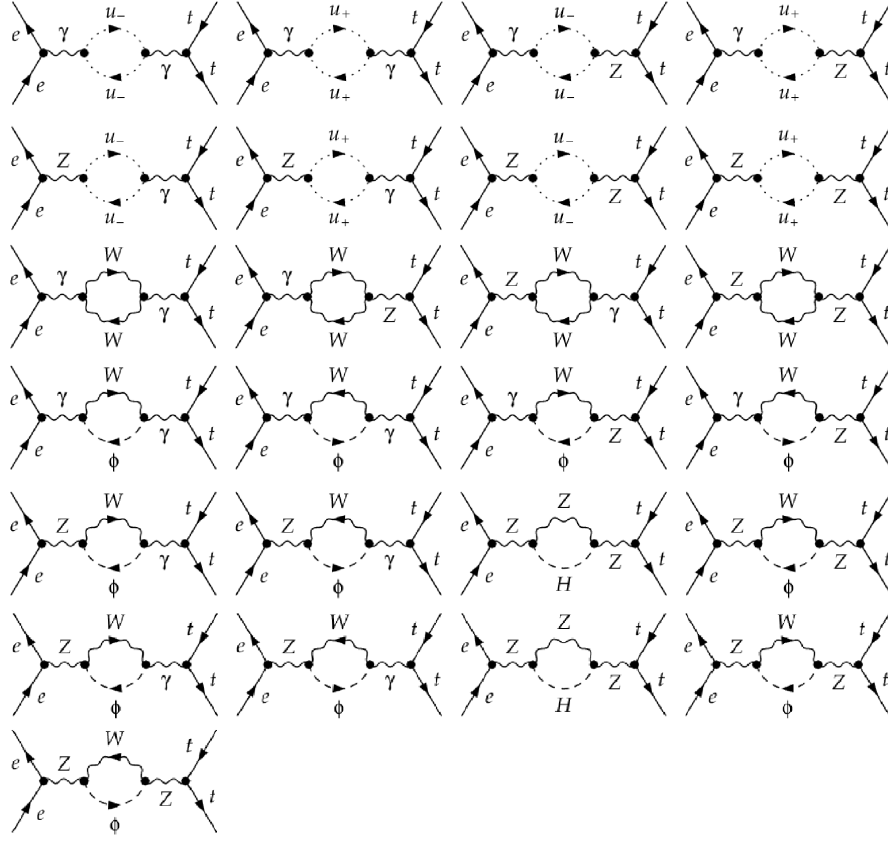


Cajas:

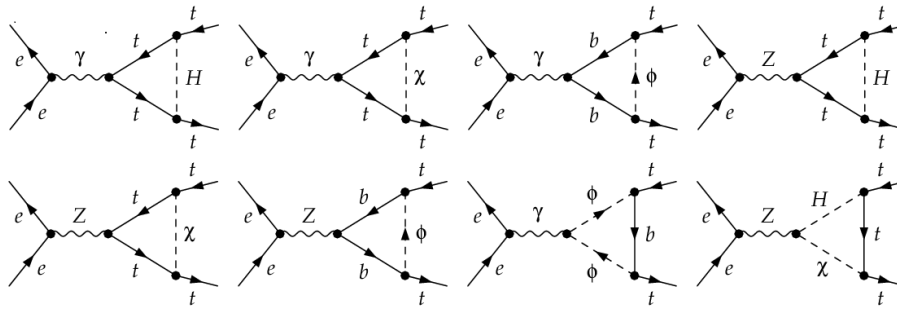


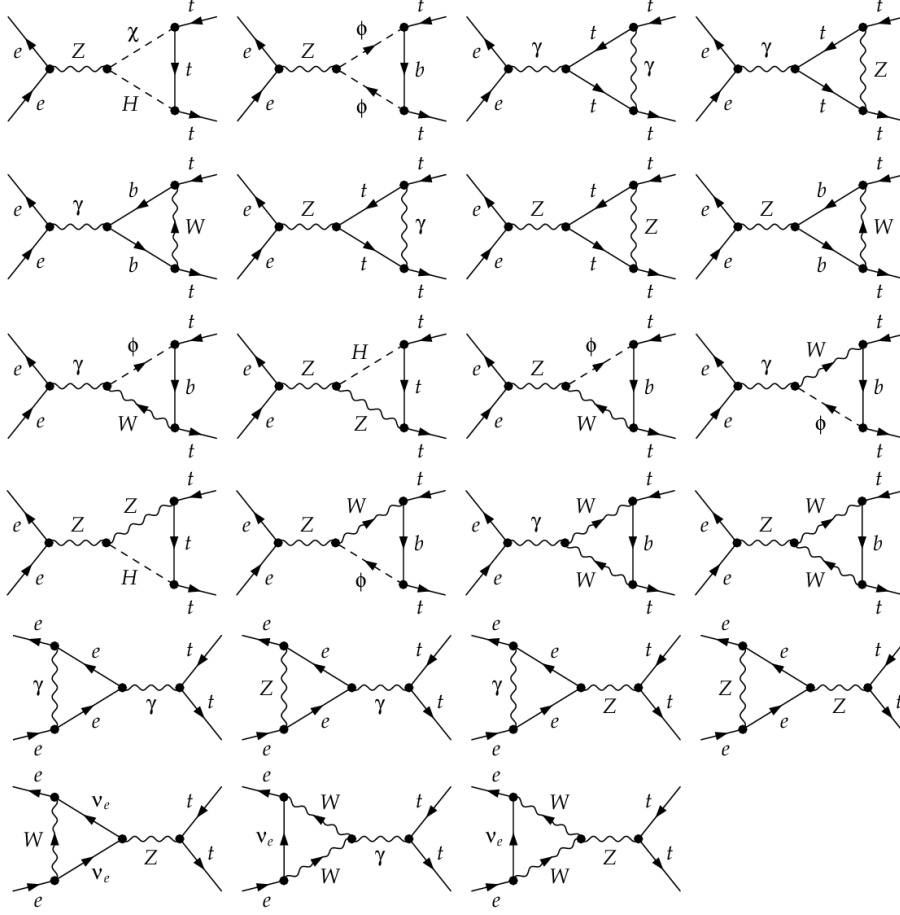
Autoenergías:



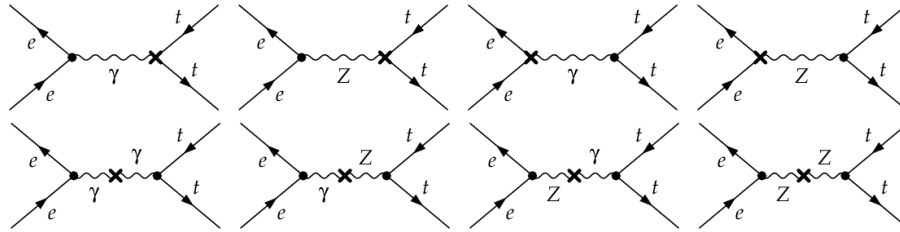


Vértices:





Contratérminos:



Bibliografía

- [1] FeynArts Home Page. <http://www.feynarts.de/>.
- [2] Ansgar Denner. Techniques for calculation of electroweak radiative corrections at the one loop level and results for W physics at LEP-200. *Fortsch.Phys.*, 41:307–420, 1993.
- [3] FORM Home Page. <http://www.nikhef.nl/form/>.
- [4] Antonio Pich. The Standard Model of Electroweak Interactions. 2012.
- [5] J. Fleischer, T. Hahn, W. Hollik, T. Riemann, C. Schappacher, et al. Complete electroweak one loop radiative corrections to top pair production at TESLA: A Comparison. 2002.
- [6] M.E. Peskin, D. V. Schroeder. *An Introduction to Quantum Field Theory*. Westview Press, 1995.
- [7] J. Fleischer, A. Leike, T. Riemann, and A. Werthenbach. Electroweak one loop corrections for $e^+ e^-$ annihilation into t anti-top including hard bremsstrahlung. *Eur.Phys.J.*, C31:37–56, 2003.
- [8] Mark Alexander Jack. Semianalytical calculation of QED radiative corrections to $e^+ e^- \rightarrow t; \text{anti-}f f$ with special emphasis on kinematical cuts to the final state. 2000.
- [9] W. Beenakker, S.C. van der Marck, and W. Hollik. $e^+ e^-$ annihilation into heavy fermion pairs at high-energy colliders. *Nucl.Phys.*, B365:24–78, 1991.
- [10] M. Bohm, W. Hollik, Dmitri Yu. Bardin, W. Beenakker, Frits A. Berends, et al. FORWARD - BACKWARD ASYMMETRIES. 1989.